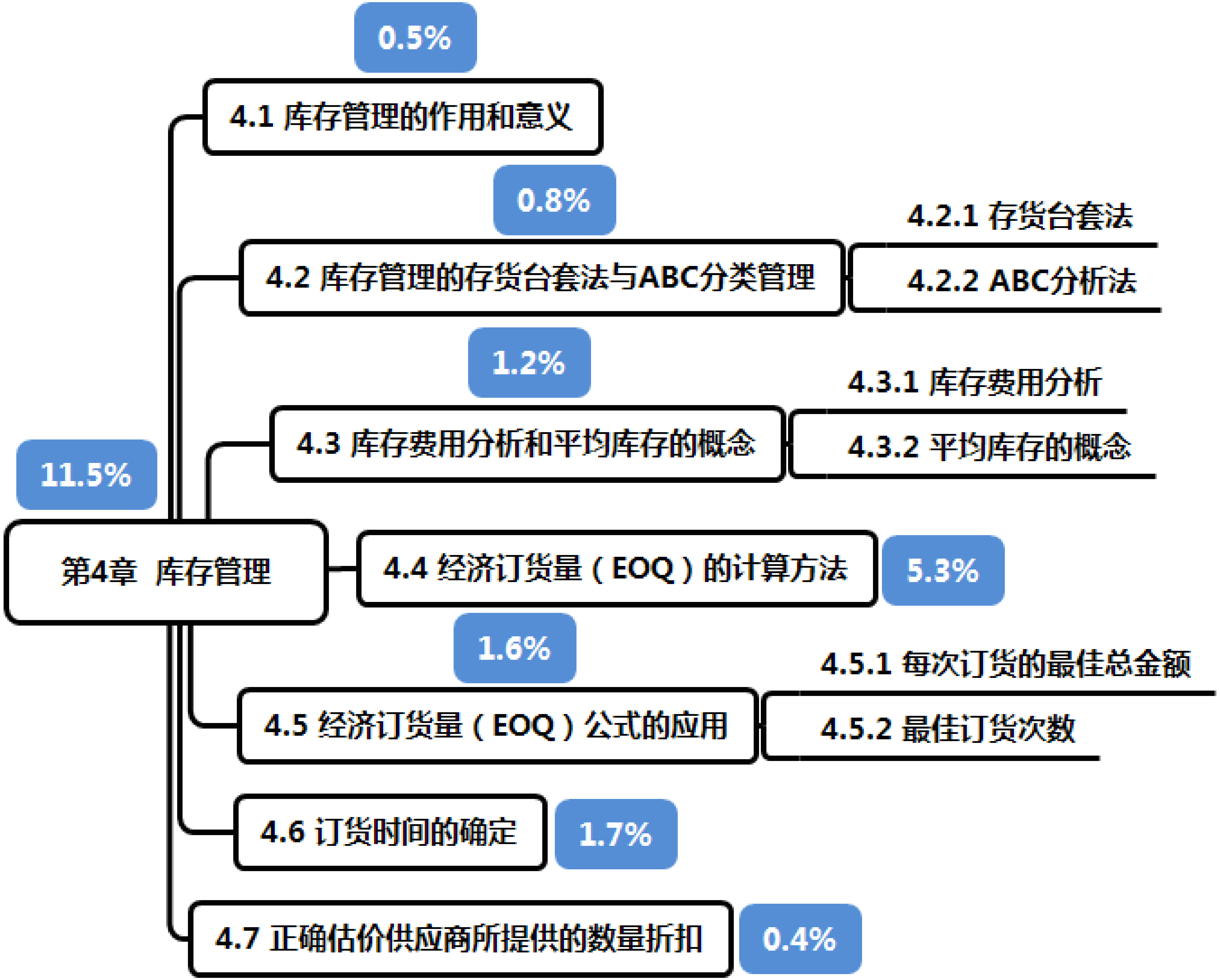
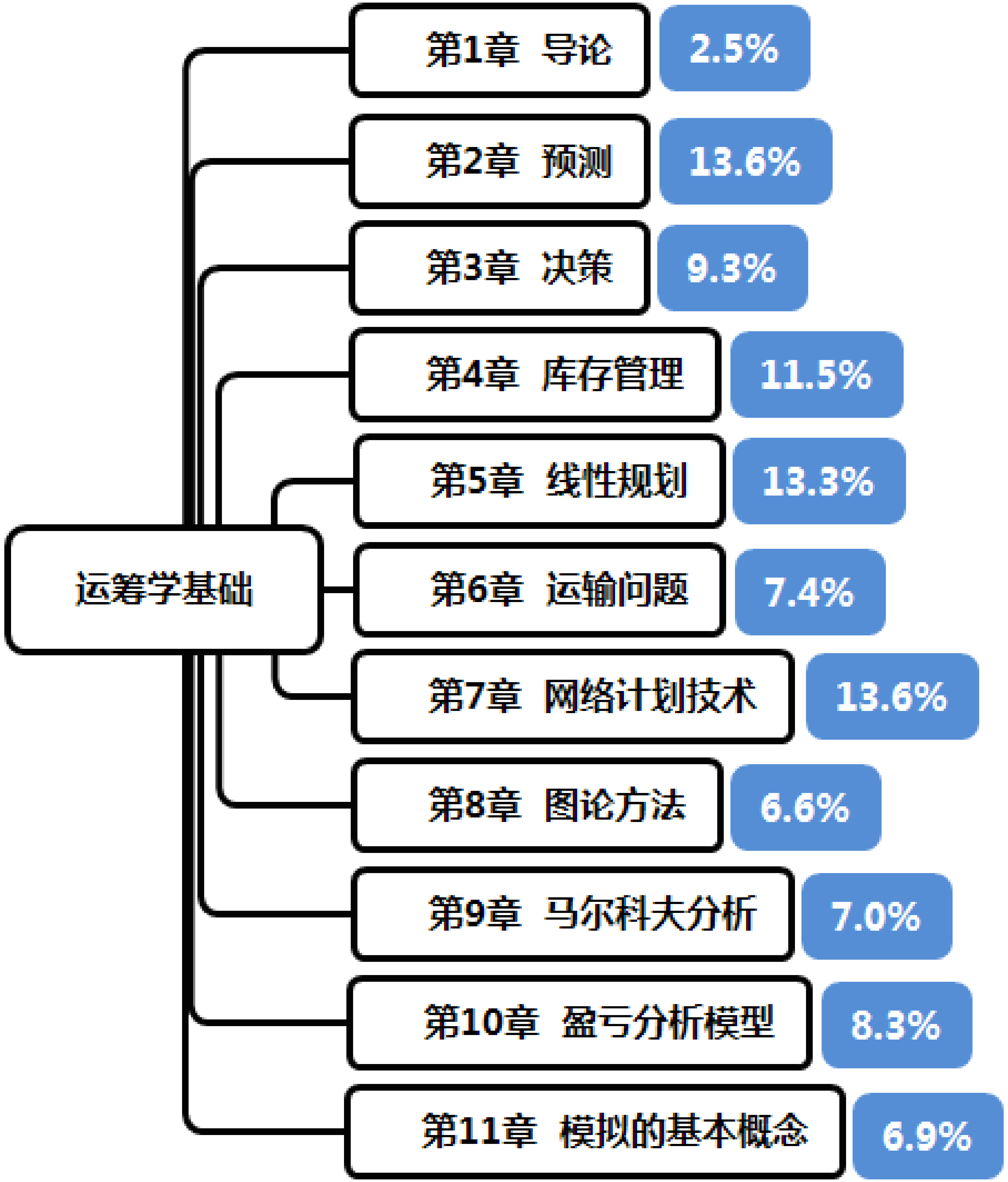
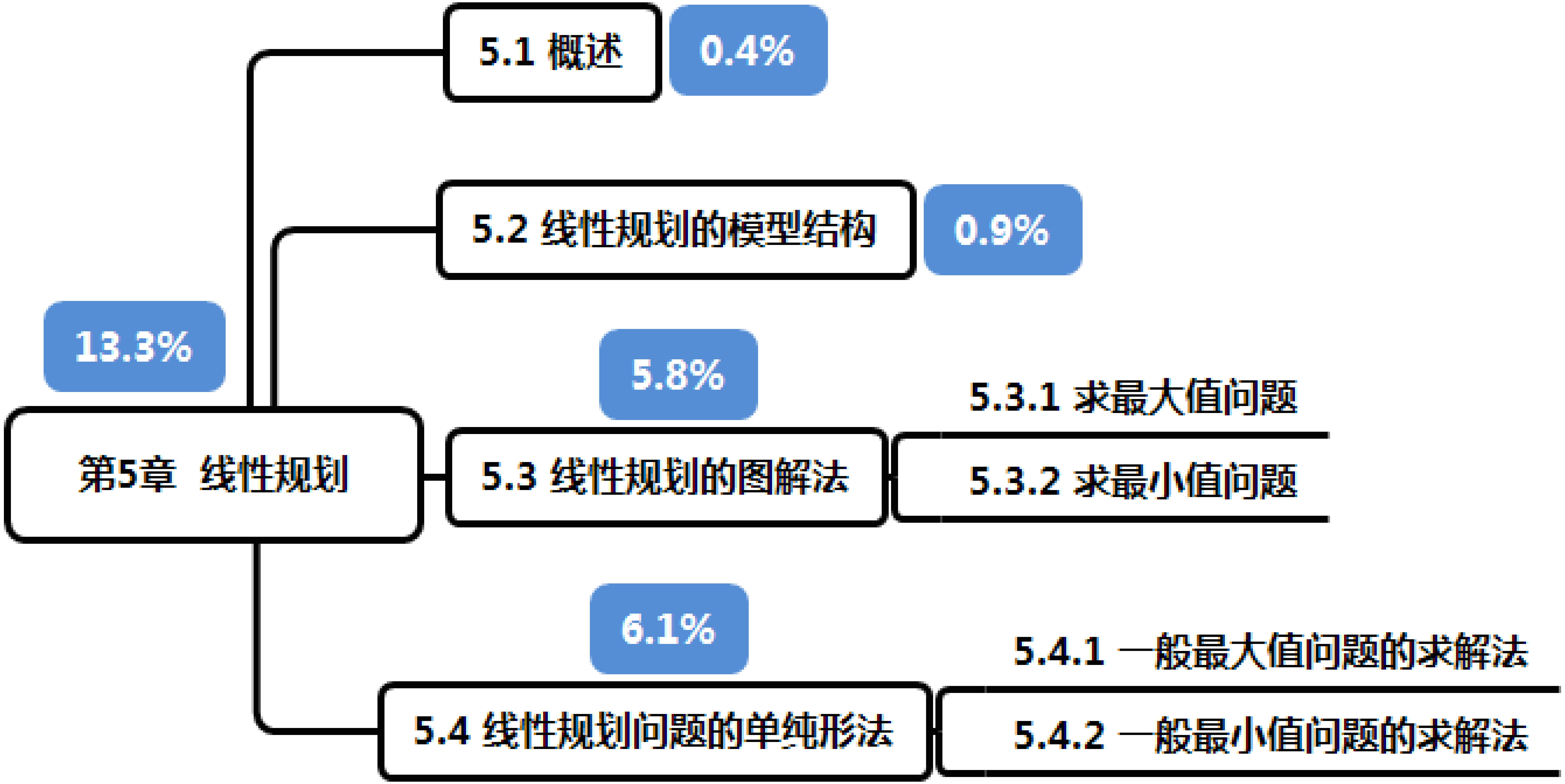
运筹学基础


第4章 库存管理
11.5%
4.1 库存管理的作用和意义
0.5%
4.2 库存管理的存货台套法与ABC分类管理
0.8%
4.2.1 存货台套法
4.2.2 ABC分析法
4.3 库存费用分析和平均库存的概念
1.2%
4.3.1 库存费用分析
4.3.2 平均库存的概念
4.4 经济订货量（EOQ）的计算方法
5.3%
4.5 经济订货量（EOQ）公式的应用
1.6%
4.5.1 每次订货的最佳总金额
4.5.2 最佳订货次数
4.6 订货时间的确定
1.7%
4.7 正确估价供应商所提供的数量折扣
0.4%


运筹学基础
第1章 导论
2.5%
第2章 预测
13.6%
第3章 决策
9.3%
第4章 库存管理
11.5%
第5章 线性规划
13.3%
第6章 运输问题
7.4%
第7章 网络计划技术
13.6%
第8章 图论方法
6.6%
第9章 马尔科夫分析
7.0%
第10章 盈亏分析模型
8.3%
第11章 模拟的基本概念
6.9%



第5章 线性规划
13.3%
5.1 概述
0.4%
5.2 线性规划的模型结构
0.9%
5.3 线性规划的图解法
5.8%
5.3.1 求最大值问题
5.3.2 求最小值问题
5.4 线性规划问题的单纯形法
6.1%
5.4.1 一般最大值问题的求解法
5.4.2 一般最小值问题的求解法

某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	8
原料 B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f\ =$

某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料A	2	4	8
原料B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f = 5x_1 + 6x_2$，限制条件为：

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

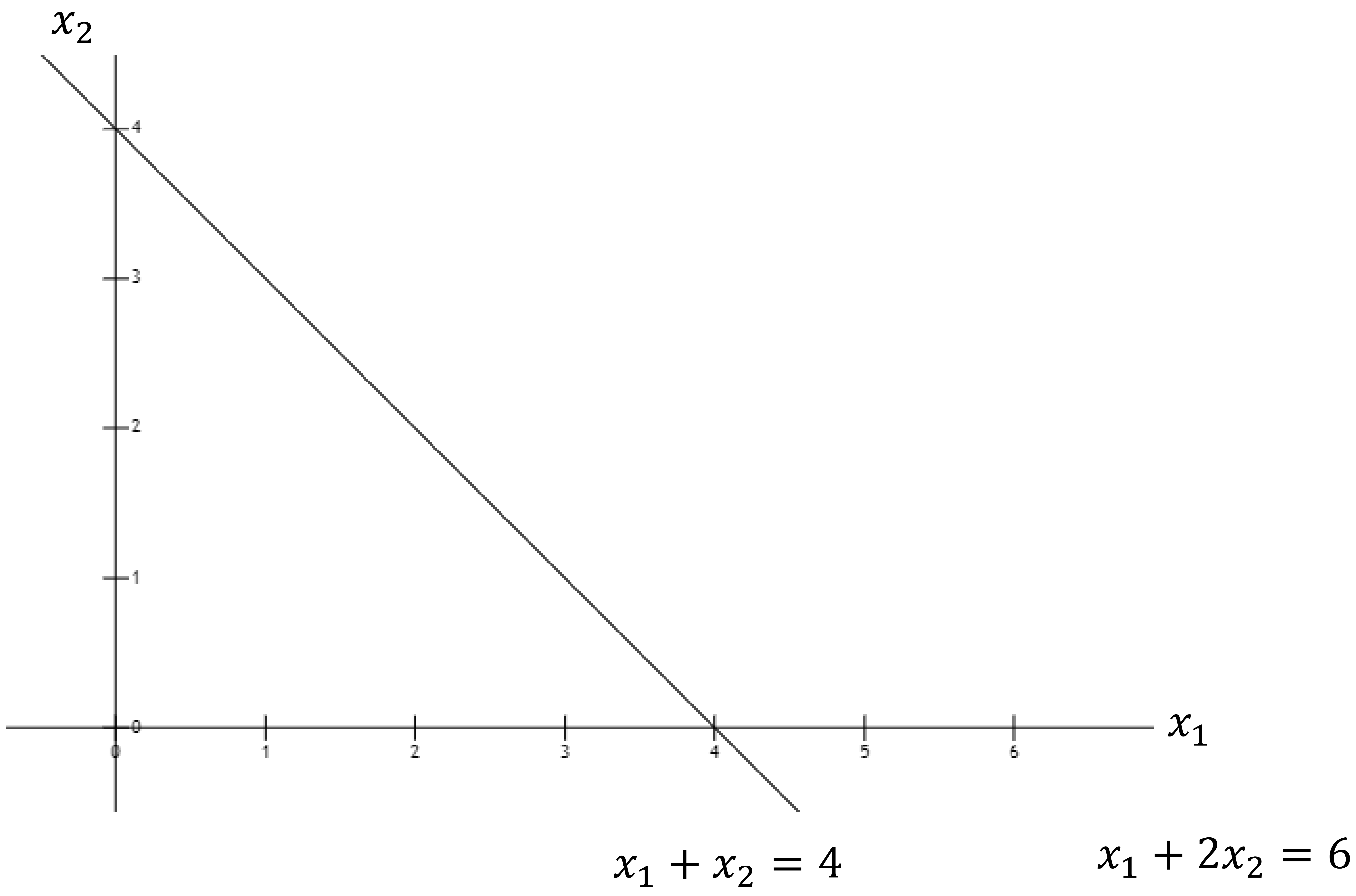
$$4x_1 + 3x_2 \leq 11$$

5.1 概述

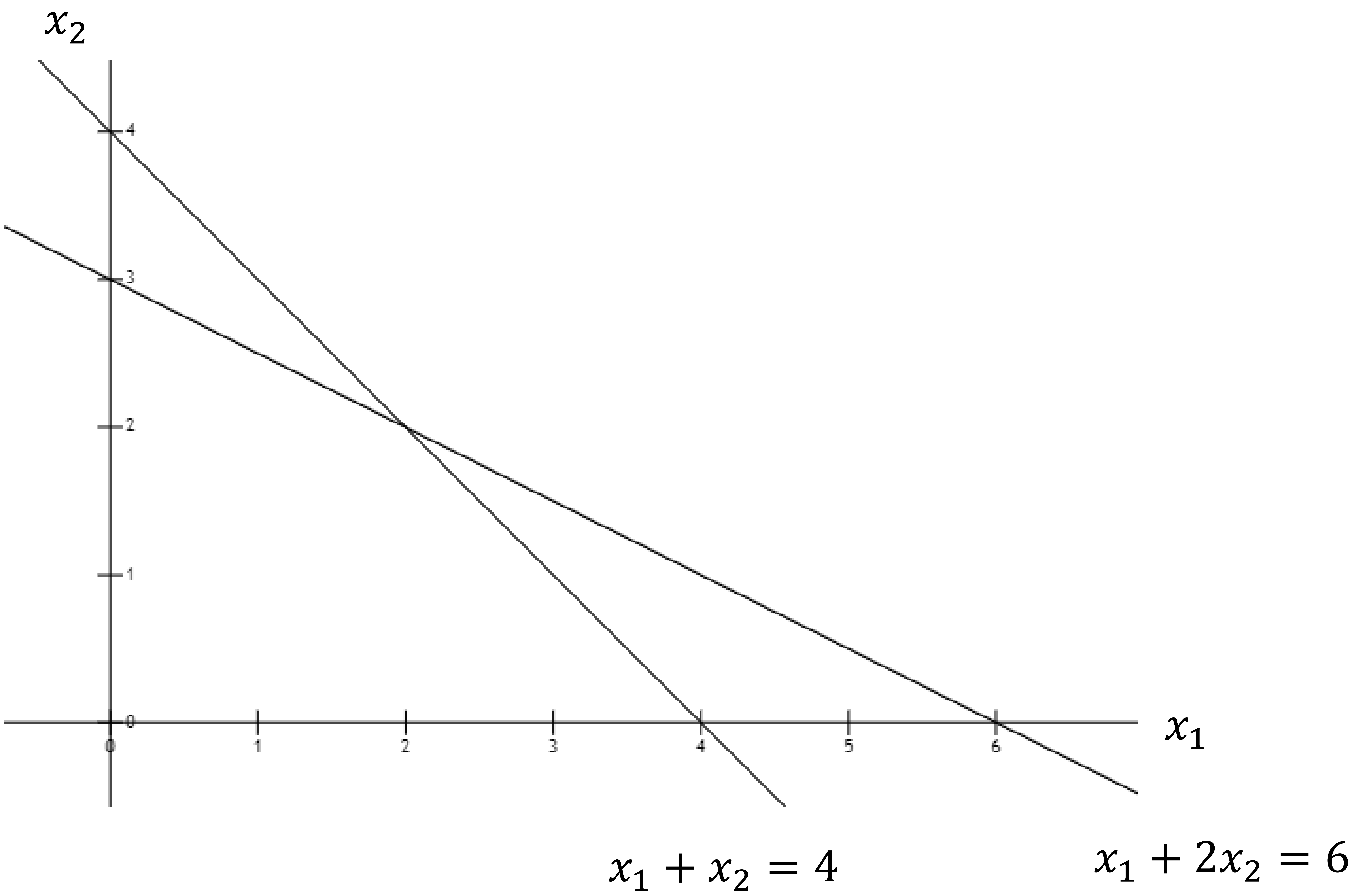
- **线性规划是一种合理利用资源、合理调配资源的应用数学方法。**
- **线性规划的基本特点是模型中的线性函数。**

选择/填空

5.1 概述



5.1 概述



某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	8
原料 B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f = 5x_1 + 6x_2$，限制条件为：

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 11$$

线性规划的基本特点是模型的数学表达式是（ ）

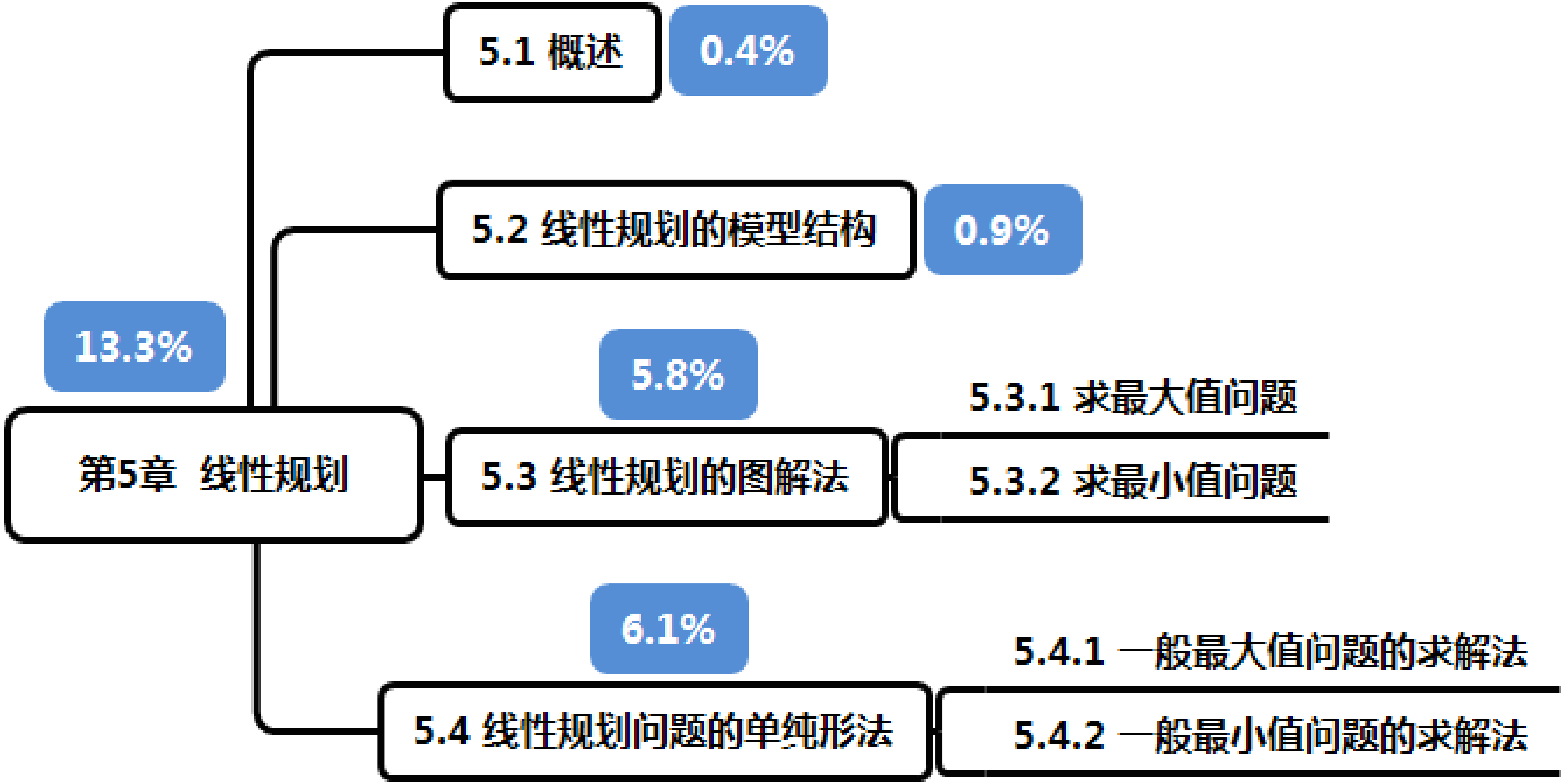
A:变量的函数

B:目标函数

C:约束条件函数

D:线性函数

【答案】：D


第5章 线性规划
13.3%
5.1 概述
0.4%
5.2 线性规划的模型结构
0.9%
5.3 线性规划的图解法
5.8%
5.3.1 求最大值问题
5.3.2 求最小值问题
5.4 线性规划问题的单纯形法
6.1%
5.4.1 一般最大值问题的求解法
5.4.2 一般最小值问题的求解法

某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	8
原料 B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f = 5x_1 + 6x_2$，限制条件为：

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 11$$

- **线性规划模型结构：**

（1）变量是指实际系统或决策问题中有待确定的未知因素

（2）目标函数是决策者对决策问题目标的数学描述，是一个极值问题，即极大值或极小值。

（3）约束条件是指实现目标的限制因素。

（4）线性规划的变量为正值。

选择/填空

某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	8
原料 B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f = 5x_1 + 6x_2$，限制条件为：

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 11$$

$$x_1 \geq 0，x_2 \geq 0$$

5.2 线性规划的模型结构

➢ **线性规划的定义：**

——线性规划是求一组变量的值，在满足一组约束条件下，得到目标函数的最优解（最大值、最小值）问题。

选择/填空

5.2 线性规划的模型结构

- **线性规划的步骤：**

（1）明确问题，确定目标，列出约束因素。

（2）收集资料，确立模型。

（3）模型求解与检验。

（4）优化后分析。

选择/填空

线性规划模型结构中，实际系统或决策问题中有待确定的未知因素，称之为（ ）

A:变量

B:目标函数

C:约束条件

D:线性函数

【答案】：A

线性规划的模型结构中，决策者对于实现目标的限制因素称为（　）

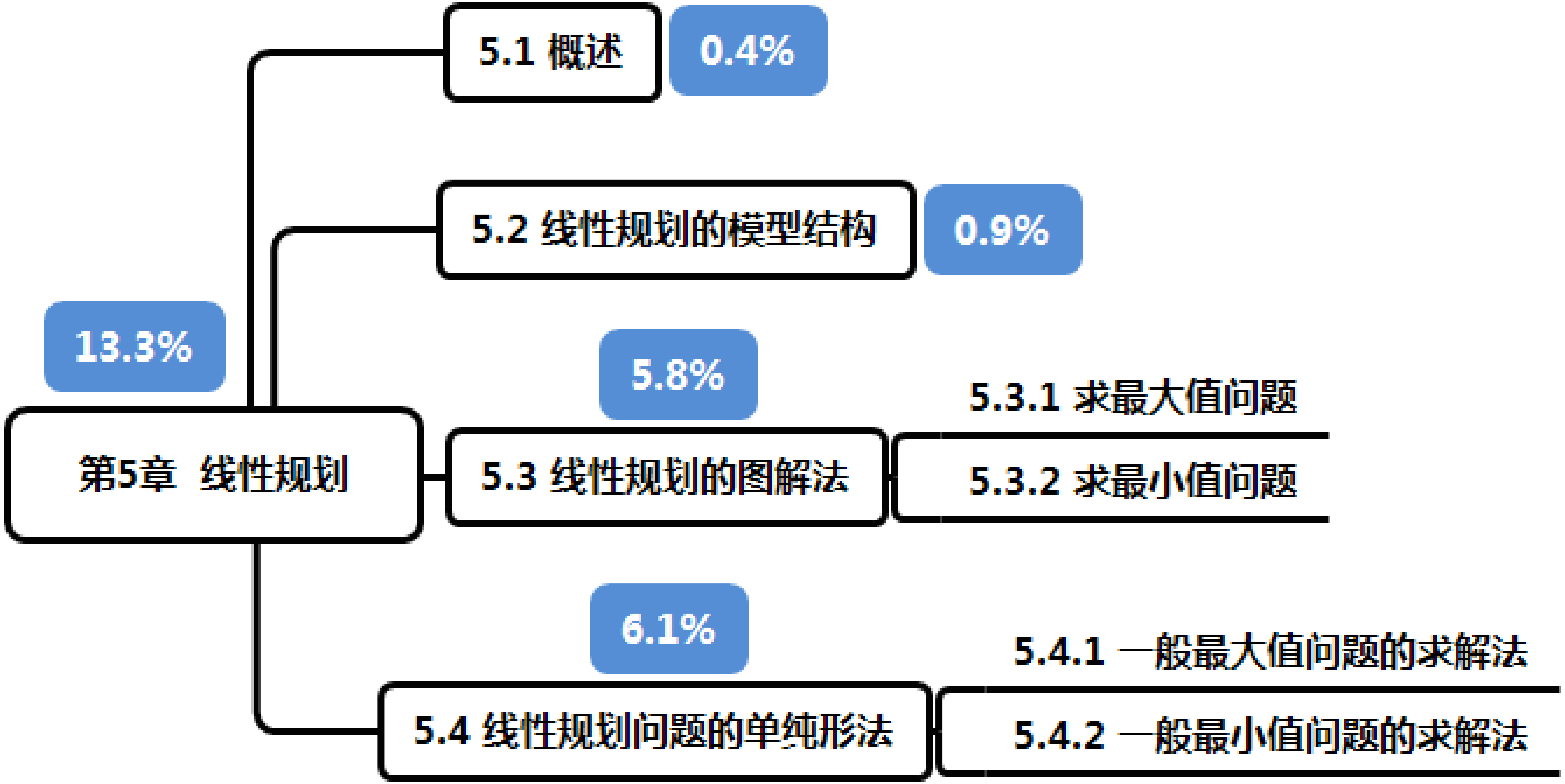
A:变量

B:目标函数

C:约束条件

D:线性函数

【答案】：C


13.3%
第5章 线性规划
5.1 概述
0.4%
5.2 线性规划的模型结构
0.9%
5.8%
5.3 线性规划的图解法
5.3.1 求最大值问题
5.3.2 求最小值问题
6.1%
5.4 线性规划问题的单纯形法
5.4.1 一般最大值问题的求解法
5.4.2 一般最小值问题的求解法

某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，问：甲、乙产品各生产多少吨时，总利润最大？最大利润是多少？

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	8
原料 B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元，则$f = 5x_1 + 6x_2$，限制条件为：

$$2x_1 + 4x_2 \leq 8$$

$$4x_1 + 3x_2 \leq 11$$

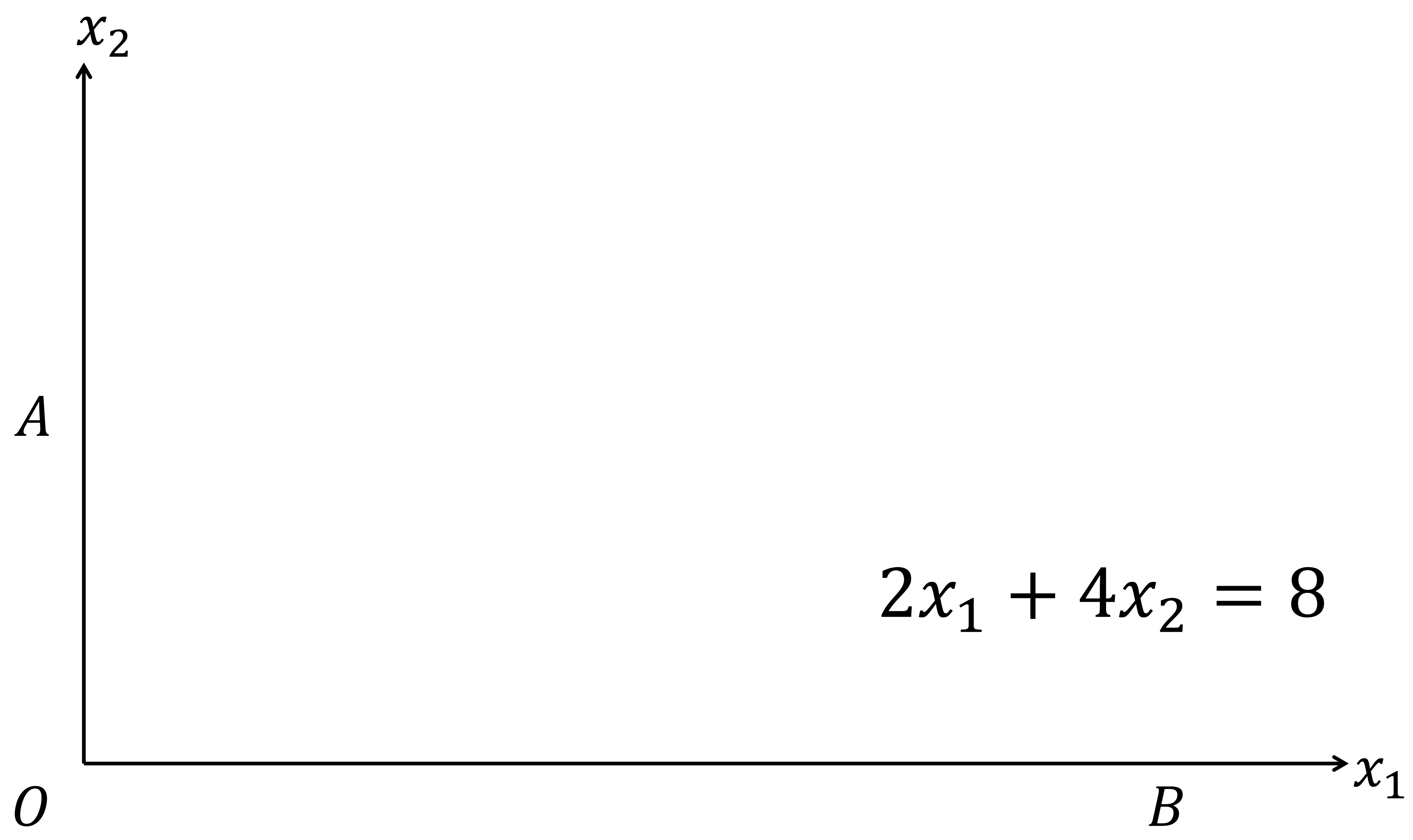
$$x_1 \geq 0 \text{，} x_2 \geq 0$$

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0 \ , \ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0 \text{，} x_2 \ge 0 \end{cases}$$

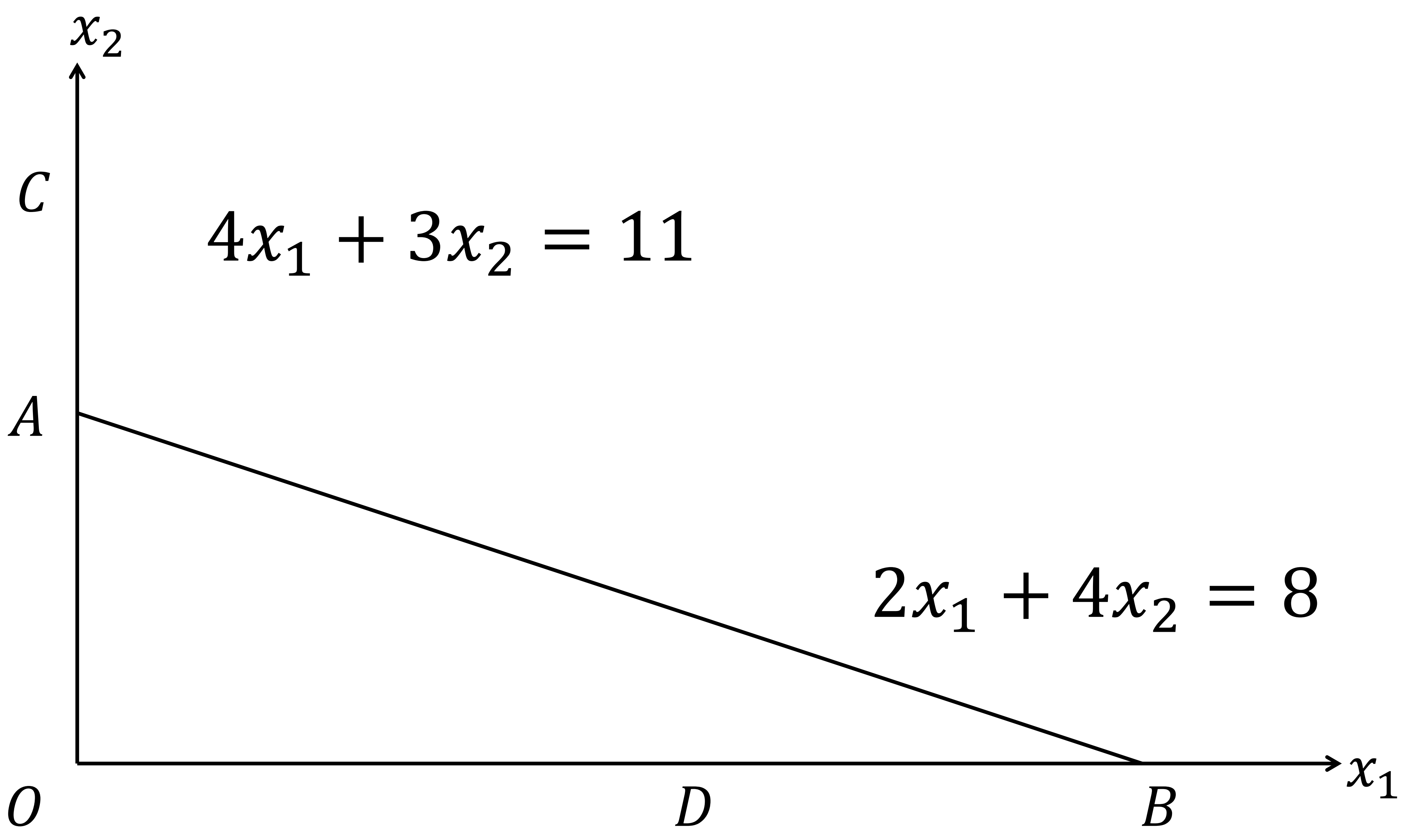


画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0\ ,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



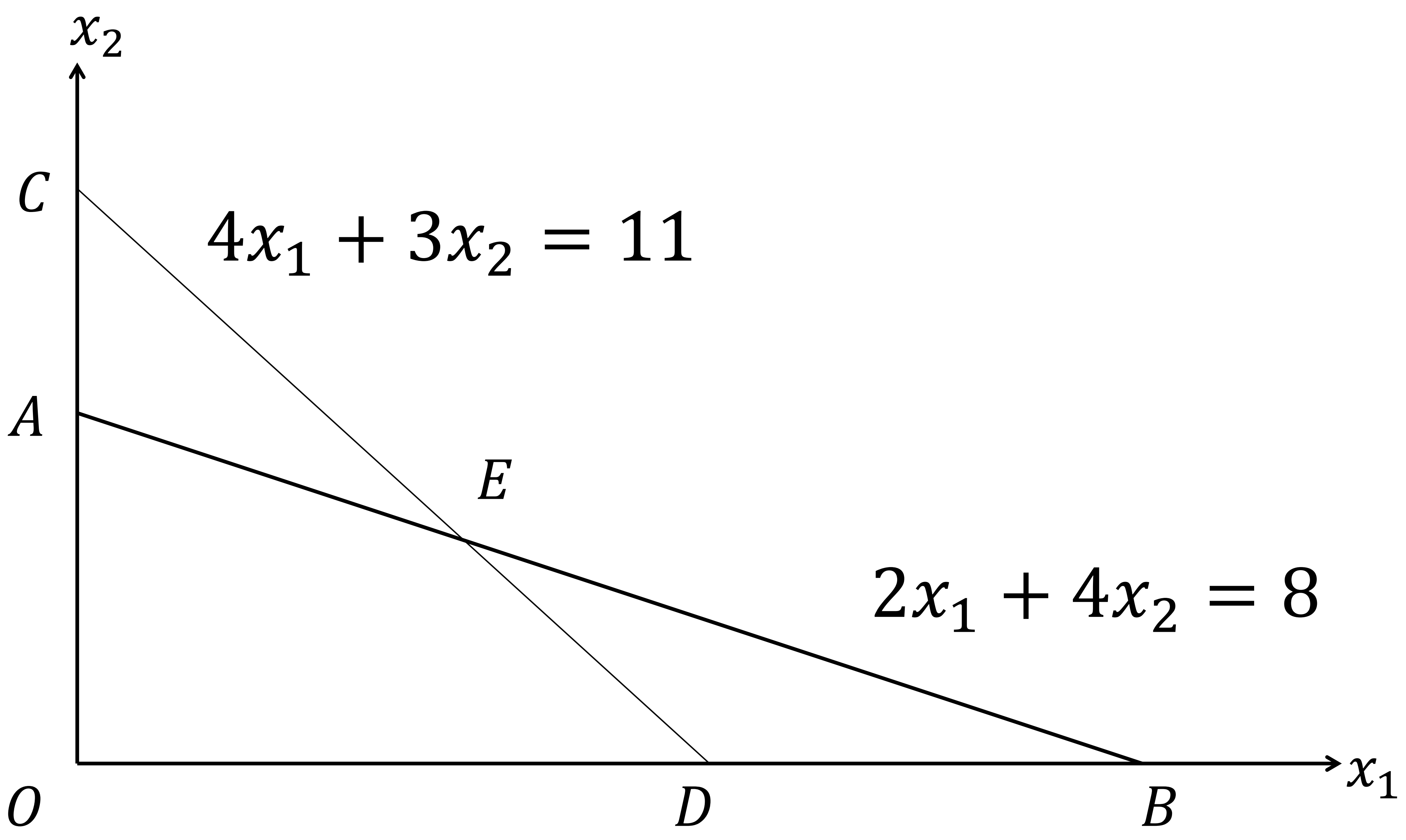
画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

（2）画直线$4x_1 + 3x_2 = 11$ ：令x_1=0，得到点C(0,11/3)；令x_2=0，得到D(11/4,0)，连接CD

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0\ ,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

（2）画直线$4x_1 + 3x_2 = 11$ ：令x_1=0，得到点C(0,11/3)；令x_2=0，得到D(11/4,0)，连接CD

（3）解方程$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 \end{cases}$

解二元一次方程组：$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 & ① \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 & ② \end{cases}$

方法：对两个方程做乘法、减法，消去x_1

步骤（1）：方程①等号两边同时乘以2，使得方程①和方程②中x_1的系数相同，得到：

$$\begin{cases} 4x_1 + 8x_2 = 16 & ① \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 & ② \end{cases}$$

步骤（2）：方程①减去方程②，得到：$5x_2 = 5$，解得：$x_2 = 1$

步骤（3）：把$x_2 = 1$代入任何一个方程都可以求出x_1，例：把$x_2 = 1$代入方程②，得到$x_1 = 2$

所以方程组的解是$x_1 = 2$， $x_2 = 1$

练习：解方程组$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 5 & ① \\ 2x_1 + x_2 = 4 & ② \end{cases}$

步骤（1）：方程①等号两边同时乘以2，使得方程①和方程②中x_1的系数相同，得到：

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 10 & ① \\ 2x_1 + x_2 = 4 & ② \end{cases}$$

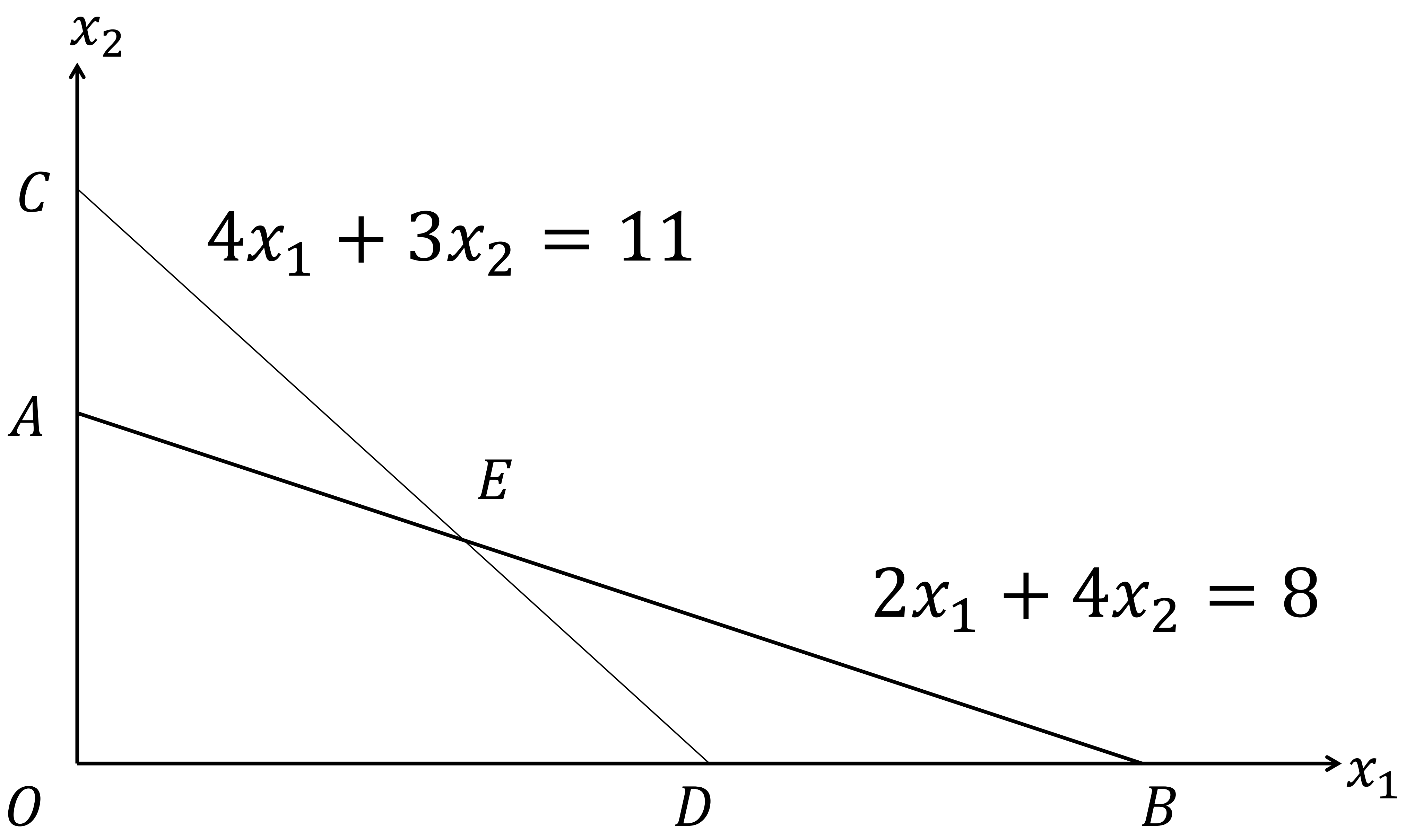
步骤（2）：方程①减去方程②，得到：$3x_2 = 6$，解得：$x_2 = 2$

步骤（3）：把$x_2 = 2$代入方程②，得到$2x_1 + 2 = 4$，解得：$x_1 = 1$

所以方程组的解是$x_1 = 1$， $x_2 = 2$

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0\ ,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$



画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

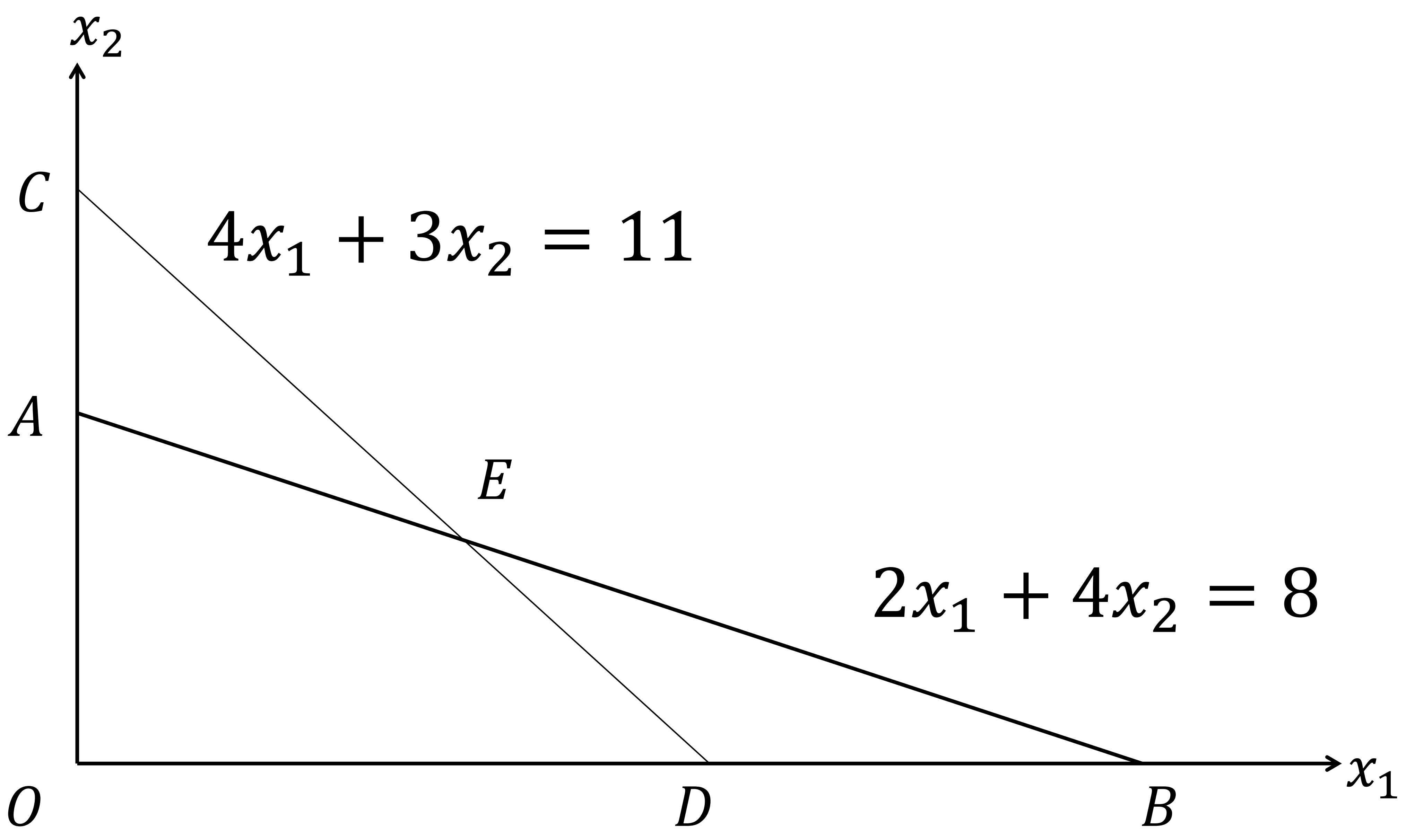
（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

（2）画直线$4x_1 + 3x_2 = 11$ ：令x_1=0，得到点C(0,11/3)；令x_2=0，得到D(11/4,0)，连接CD

（3）解方程$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 \end{cases}$

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0\ ,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

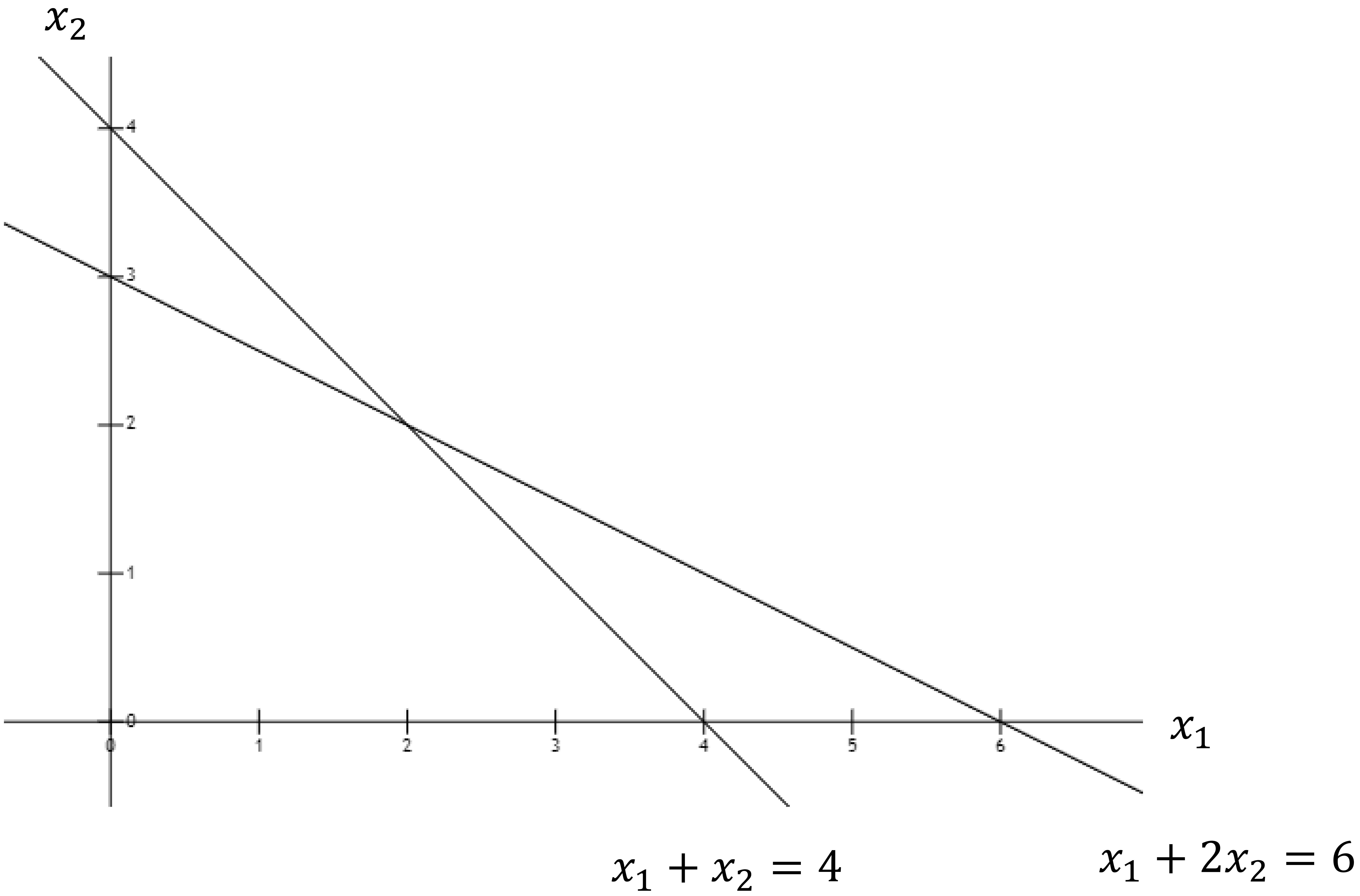


画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

（2）画直线$4x_1 + 3x_2 = 11$ ：令x_1=0，得到点C(0,11/3)；令x_2=0，得到D(11/4,0)，连接CD

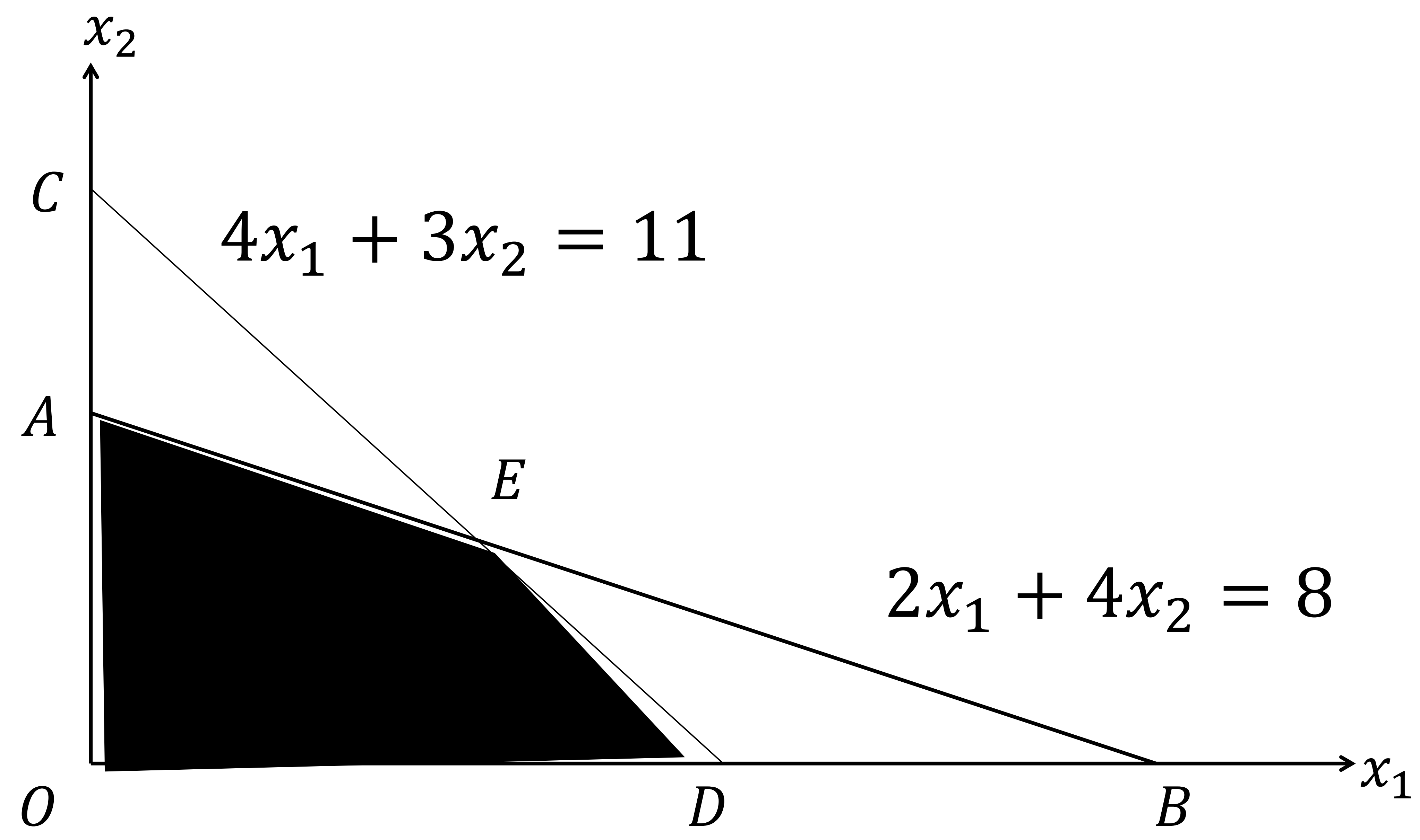
（3）解方程$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 \end{cases}$：第一个方程左右乘以2倍得到$4x_1 + 8x_2 = 16$，减去第二个方程得$5x_2 = 5$，解得$x_2$ =1，代入第一个方程解得$x_1 = 2$，于是E(2,1)



x_2
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6
x_1
$x_1 + x_2 = 4$
$x_1 + 2x_2 = 6$

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0 \text{，} x_2 \geq 0 \end{cases}$$



画图步骤：横轴表示x_1，竖轴表示x_2——

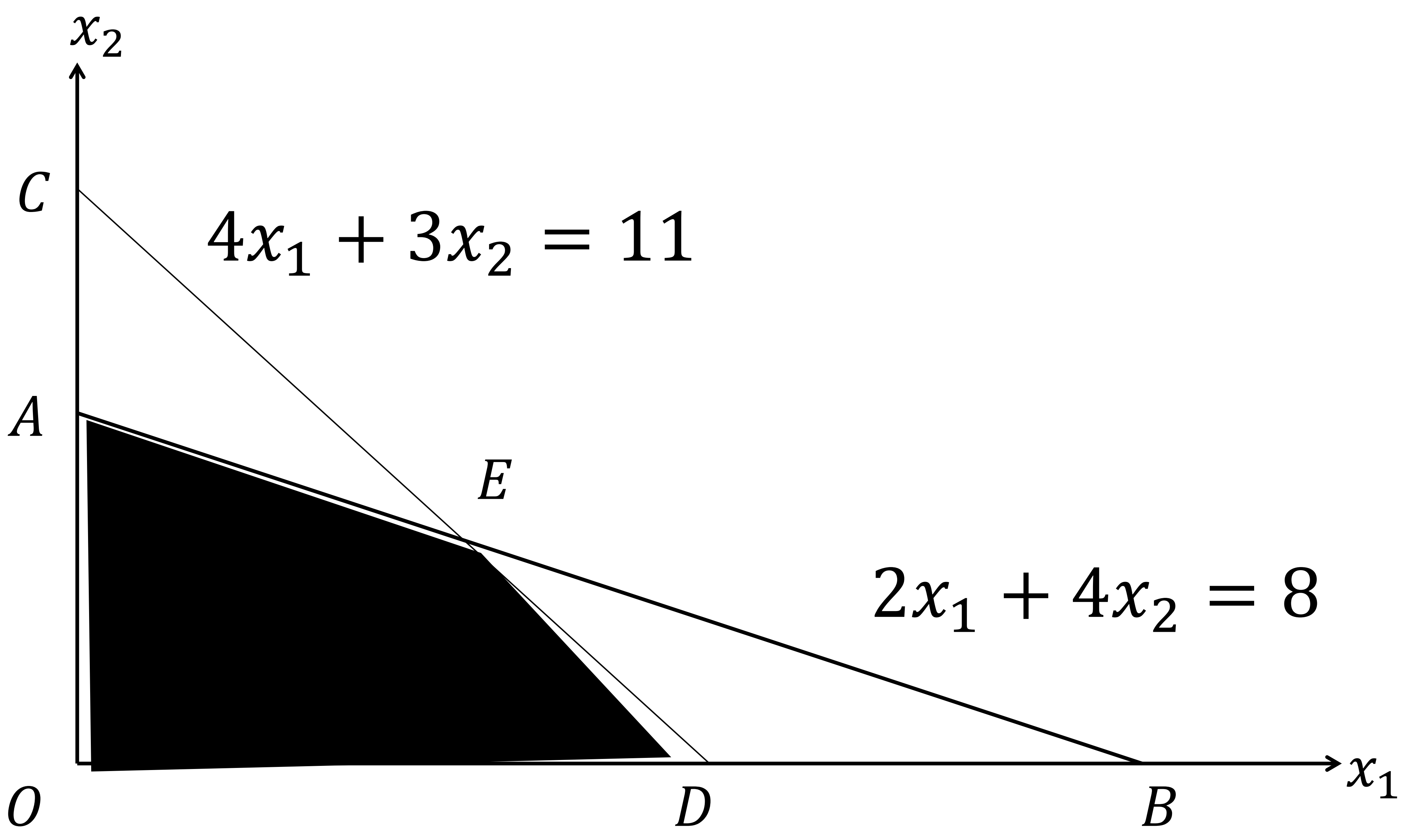
（1）画直线$2x_1 + 4x_2 = 8$ ：令x_1=0，得到点A(0,2)；令x_2=0，得到B(4,0)，连接AB

（2）画直线$4x_1 + 3x_2 = 11$ ：令x_1=0，得到点C(0,11/3)；令x_2=0，得到D(11/4,0)，连接CD

（3）解方程$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 = 11 \end{cases}$：第一个方程左右乘以2倍得到$4x_1 + 8x_2 = 16$，减去第二个方程得$5x_2 = 5$，解得$x_2$ =1，代入第一个方程解得$x_1 = 2$，于是E(2,1)

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0\ ,\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$



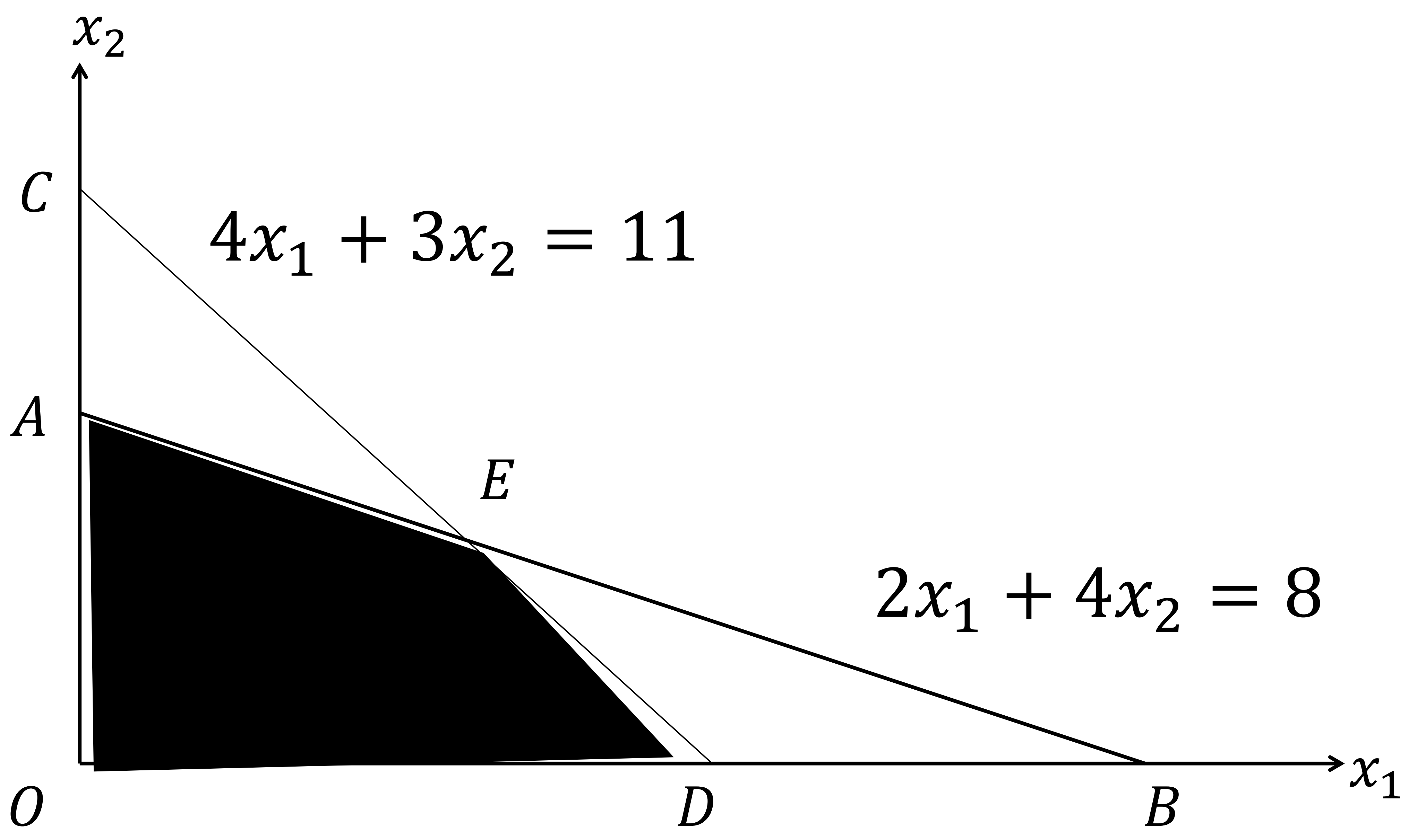
点A(0,2) ，当$x_1 = 0$，$x_2 = 2$时，$f = 12$

点E(2,1)，当$x_1 = 2$，$x_2 = 1$时，$f =$

5.3.1.2从可行解区内，找满足目标函数的最优解

$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \le 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0 \text{，} x_2 \ge 0 \end{cases}$$



点A(0,2) ，当$x_1 = 0$，$x_2 = 2$时，$f = 12$

点E(2,1)，当$x_1 = 2$，$x_2 = 1$时，$f = 16$

点D(11/4,0)，当$x_1 = 11/4$，$x_2 = 0$时，$f = 55/4$

所以，当$x_1 = 2$，$x_2 = 1$时，f取最大值16

5.3 线性规划的图解法

- 线性规划的解法有**图解法**和**单纯形法**两种。
- **图解法**适用于解**2~3个变量**的线性规划问题。

- 在线性规划的图解法中，**满足约束条件**的解称为**可行解**。
- **可行解区**就是**全部可行解**所分布的区域，又称**凸集**、可行域。

- 可行解区内**满足目标函数**的解称为**最优解**。

选择/填空

5.3 线性规划的图解法

- **线性规划的基本原理：如果线性规划问题有最优解，最优解必在可行解区边缘折线的凸交点上。**

选择/填空

5.3 线性规划的图解法

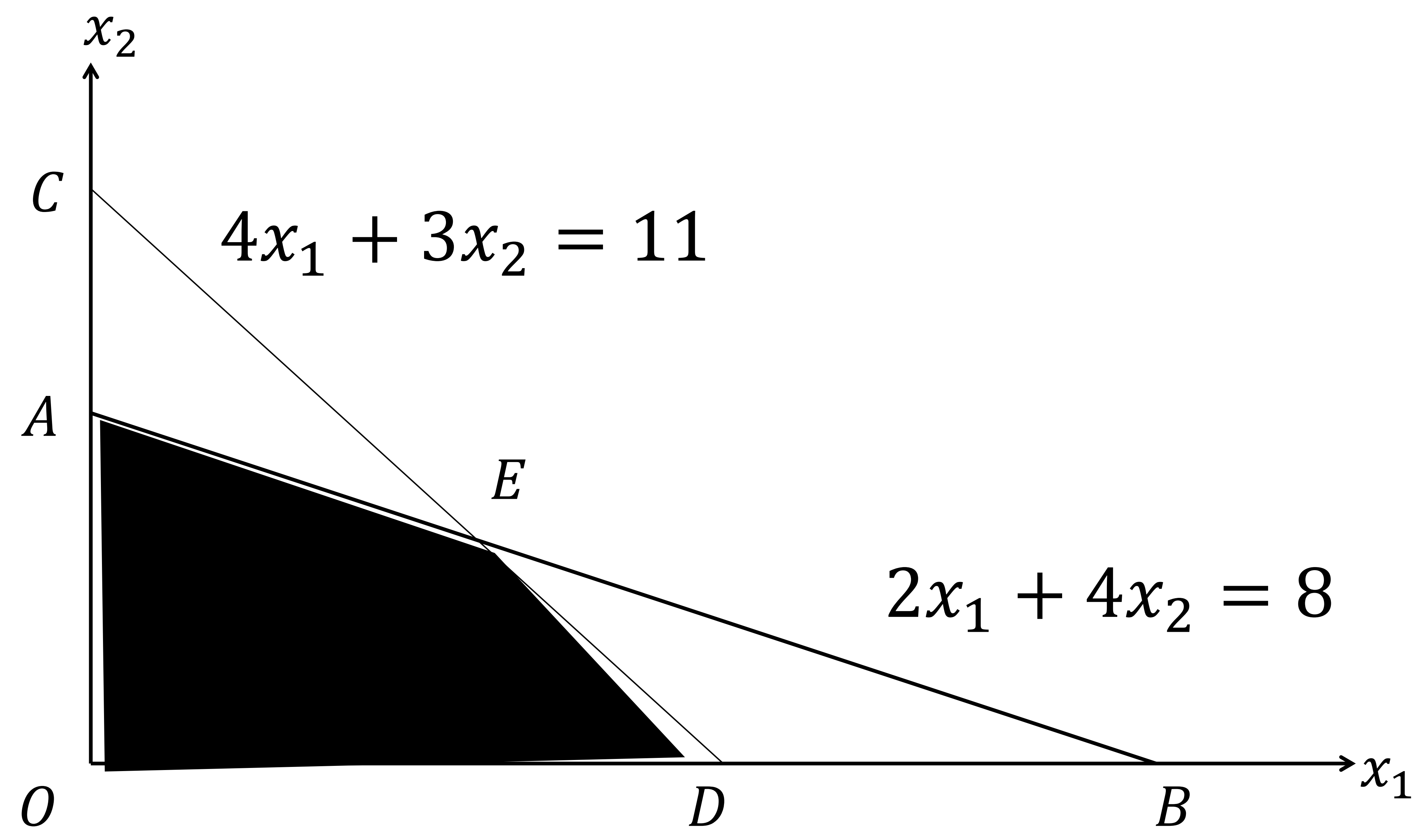
- **线性规划的基本原理：如果线性规划问题有最优解，最优解必在可行解区边缘折线的凸交点上。**——（最优解一定是可行解区的顶点）

- 在可行解区中，通过各顶点作与目标函数直线斜率相同的平行直线，这些直线称为等值线。

选择/填空

$max \quad f=5x_1+6x_2$

$$\begin{cases} 2x_1+4x_2 \le 8 \\ 4x_1+3x_2 \le 11 \\ x_1 \ge 0\text{，}x_2 \ge 0 \end{cases}$$



点A(0,2) ，当$x_1=0$，$x_2=2$时，$f=12$

点E(2,1)，当$x_1=2$，$x_2=1$时，$f=16$

点D(11/4,0)，当$x_1=11/4$，$x_2=0$时，$f=55/4$

所以，当$x_1=2$，$x_2=1$时，f取最大值16

线性规划的图解法适用于（　）

A:只含有一个变量的线性规划问题

B:只含有2～3个变量的线性规划问题

C:含有多个变量的线性规划问题

D:任何情况

【答案】：B

在线性规划中，凡满足约束条件的解均称之为（ ）

A:可行解

B:基础解

C:最优解

D:特解

【答案】：A

图解法中，可行解区内满足目标函数的解称之为（ ）

A:可行解

B:基础解

C:最优解

D:特解

【答案】：C

关于线性规划模型的可行解区，叙述正确的为（ ）

A:可行解区必有界

B:可行解区必然包括原点

C:可行解区必是凸的

D:可行解区内必有无穷多个点

【答案】：C

关于线性规划问题，叙述正确的为（　）

A:其可行解一定存在

B:其最优解一定存在

C:其可行解必是最优解

D:其最优解若存在，在可行解中必有最优解

【答案】：D

在可行解区中，通过各极点作与目标函数直线斜率相同的平行直线，这些平行直线称之为（　）

A:可行解

B:可行域

C:最优解

D:等值线

【答案】：D

1、某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，试写出该线性规划问题的数学模型，并用图解法求出最优解和最大利润。

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料A	2	4	8
原料B	4	3	11
产品利润（万元/吨）	5	6	

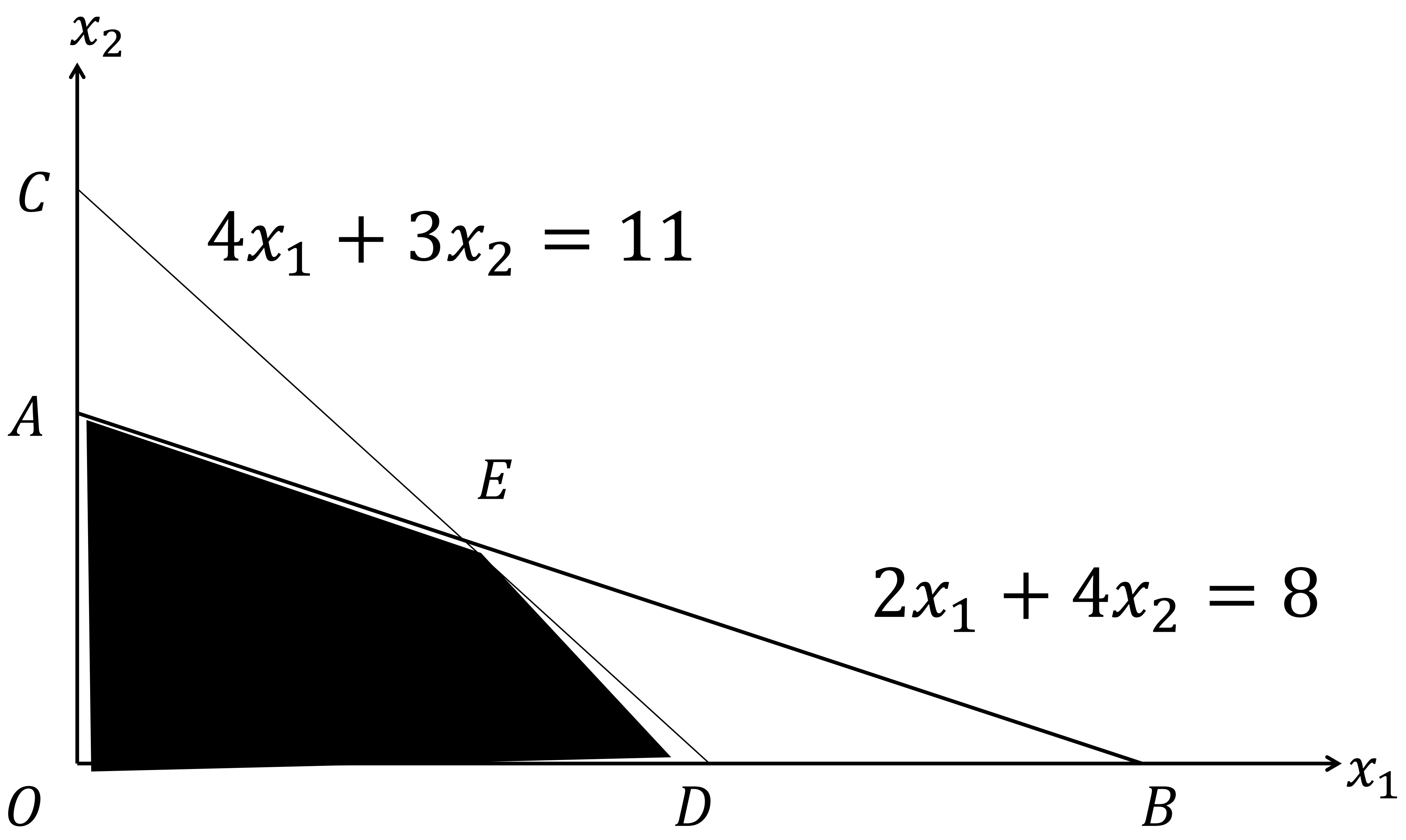
设生产x_1吨甲产品，x_2吨乙产品时，总利润为f万元

则线性规划模型为：

$$max \quad f = 5x_1 + 6x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ x_1 \geq 0，x_2 \geq 0 \end{cases}$$

可行域如图所示。



点A(0,2) ，当$x_1 = 0$，$x_2 = 2$时，$f = 12$

点D(11/4,0)，当$x_1 = 11/4$，$x_2 = 0$时，$f = 55/4$

点E(2,1)，当$x_1 = 2$，$x_2 = 1$时，$f = 16$

所以，当$x_1 = 2$，$x_2 = 1$时，f取最大值16

即：当生产2吨甲产品、1吨乙产品时，可以获得最大利润16万元。

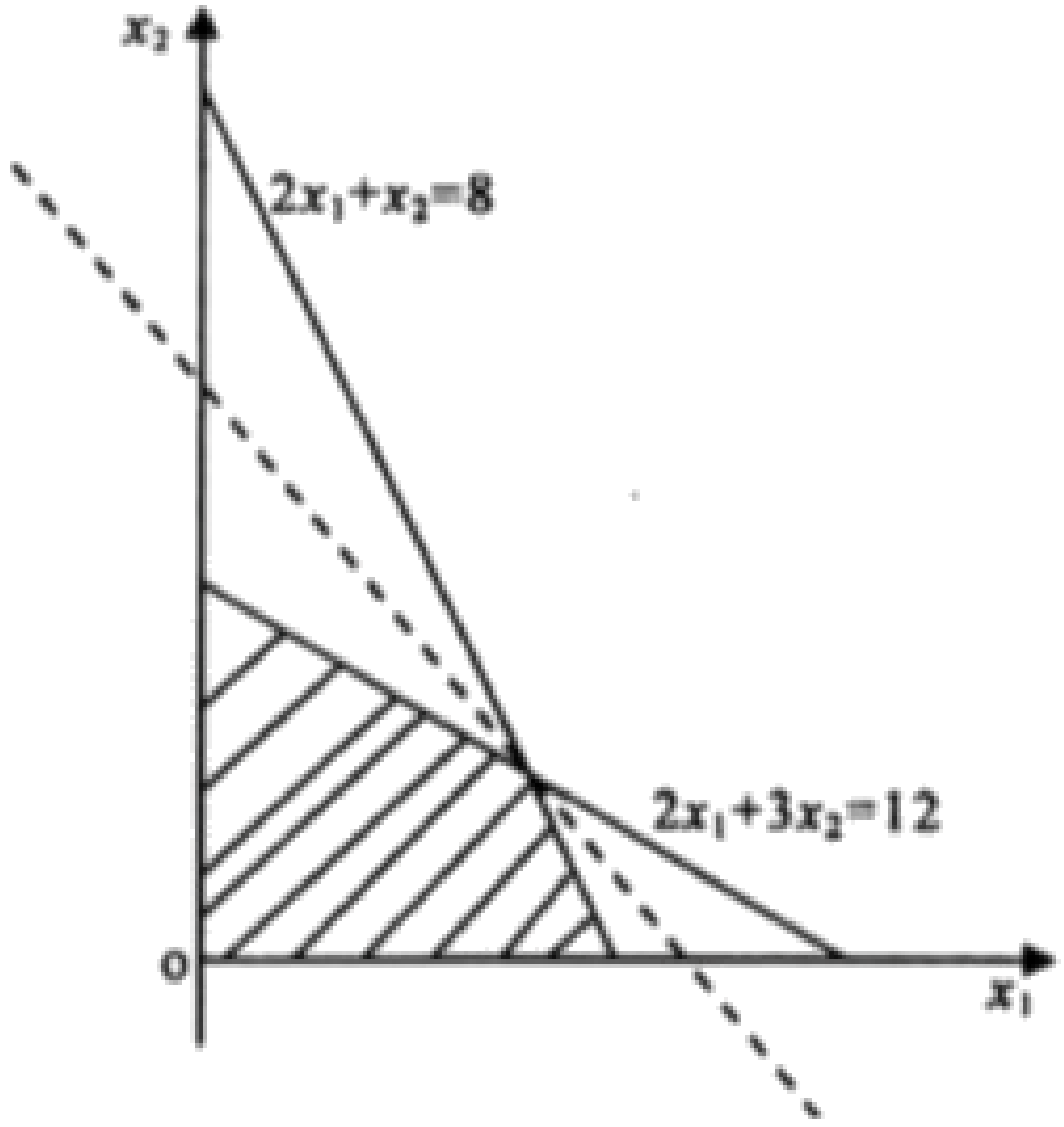
2、某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，试写出该线性规划问题的数学模型，并用图解法求出最优解和最大利润。

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	1	8
原料 B	2	3	12
产品利润（万元/吨）	4	5	

设生产甲产品x_1吨，乙产品x_2吨，线性规划模型如下：

$$\max f = 4x_1 + 5x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$



最优解是$x_1 = 3$，$x_2 = 2$，最大利润是$\max f = 22$。

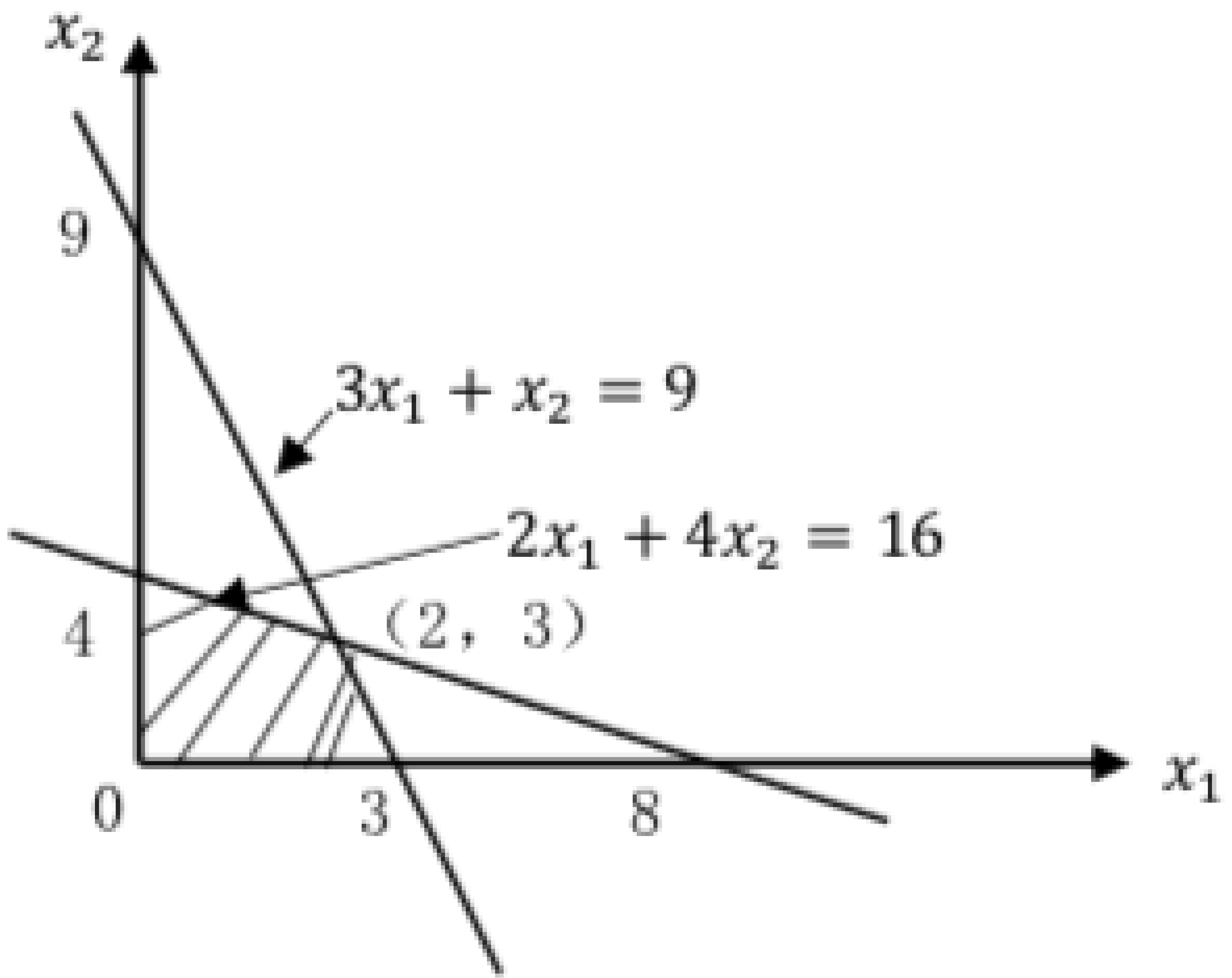
3、某公司利用两种原料A、B生产甲、乙两种产品（吨），各产品所需的原料数，原料限量及单位产品所获利润如下表。企业目标是追求利润的最大化，试写出该线性规划问题的数学模型，并用图解法求出最优解和最大利润。

原料消耗定额	甲	乙	资源供应量
原料 A	2	4	16
原料 B	3	1	9
产品利润（万元/吨）	2	3	

设生产甲产品x_1吨，乙产品x_2吨，线性规划模型如下：

$$\max f = 2x_1 + 3x_2$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 16 \\ 3x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1 \geq 0，\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$



由图可知，

最优解是$x_1 = 2$，$x_2 = 3$，最大利润是$\max f = 13$ 万元。

4、某电机厂生产甲、乙两种主要设备（台），这两种设备均需要逐次经过两条装配线进行装配，有关数据与可获利润如下表。为获得利润最大化，该电机厂每周应如何安排两种设备的生产？写出该线性规划问题的数学模型，并用图解法求出最优解。

台时定额	甲（X_1）	乙（X_2）	资源限量
第一装配线	2	4	80（台时/周）
第二装配线	3	1	60（台时/周）
预计获利（万元/台）	100	80	

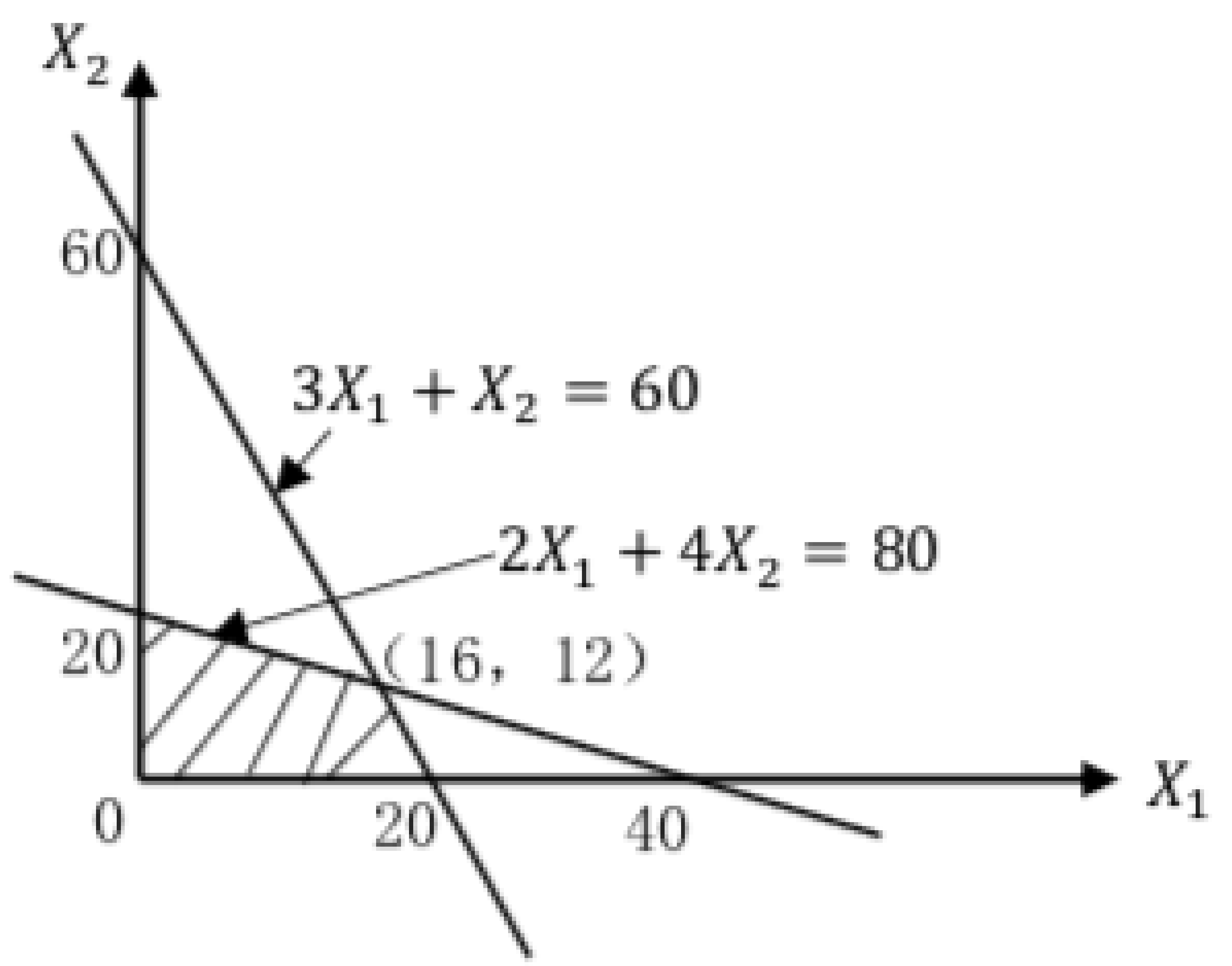
线性规划问题的数学模型为：

目标函数 $\max Z = 100X_1 + 80X_2$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \le 80 \\ 3X_1 + X_2 \le 60 \\ x_1 \ge 0，x_2 \ge 0 \end{cases}$$

图解法求出可行域如下图所示：



最优解：$X_1 = 16$，$X_2 = 12$

最优目标函数值$\max Z = 100X_1 + 80X_2 = 100 \times 16 + 80 \times 12 = 2560$ 万元。

5、某公司生产甲、乙两种产品（吨），这两种产品均需要使用两种关键材料进行加工，资源限量与可获利润数据如下表。为获得利润最大化，该企业每日应如何安排两种产品的生产？

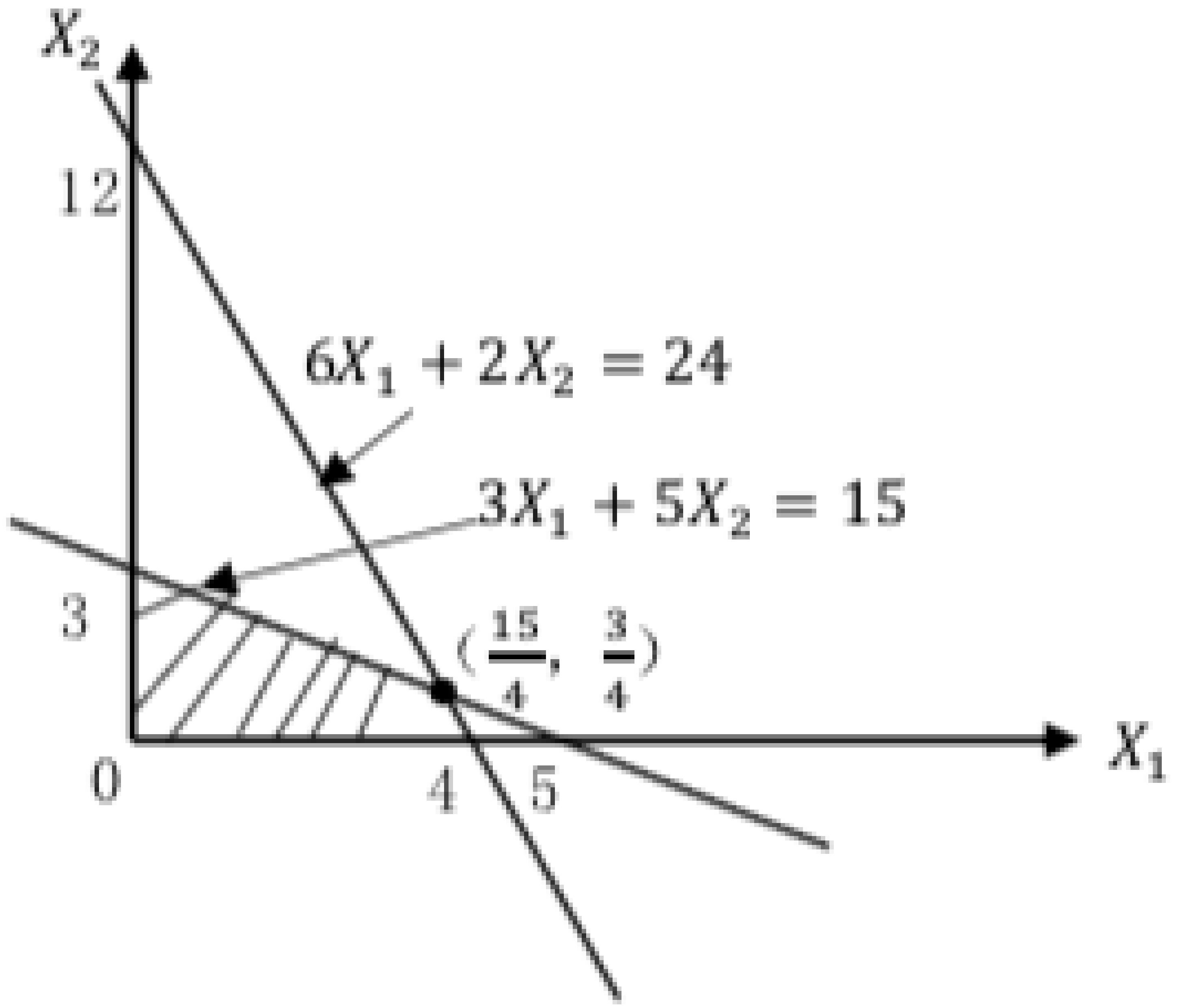
原料消耗定额	甲（X_1）	乙（X_2）	资源供应量
第一种原材料	3	5	15（吨/日）
第二种原材料	6	2	24（吨/日）
预计获利（万元/吨）	2	1	

目标函数 $\max Z = 2X_1 + X_2$

约束条件

$$\begin{cases} 3X_1 + 5X_2 \le 15 \\ 6X_1 + 2X_2 \le 24 \\ X_1 \ge 0，X_2 \ge 0 \end{cases}$$

图解法求可行域：



最优解：$X_1 = \frac{15}{4}$， $X_2 = \frac{3}{4}$

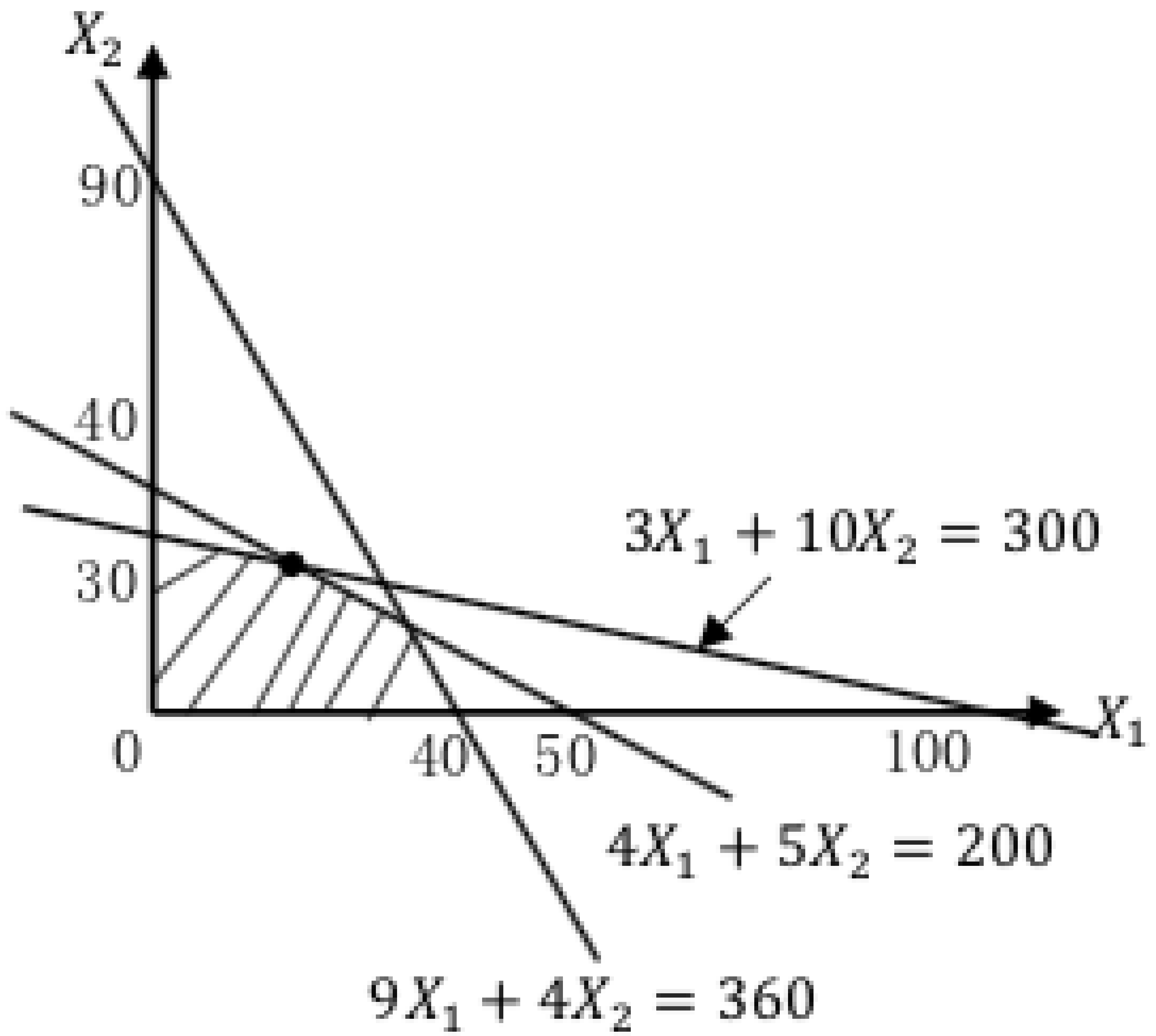
最优目标函数值：$\max Z = 2X_1 + X_2 = \frac{33}{4}$（万元）

6、某设备公司计划期内安排A、B两种产品生产，有关资源消耗及可获利润如下表，该公司希望生产安排的利润最大化。写出该线性规划问题的数学模型，用图解法求出最优解。

产品	A（X_1）	B（X_2）	资源供应量
关键材料 1	9	4	360kg
关键材料 2	4	5	200kg
设备工时	3	10	300 工时
预计获利	7	12	

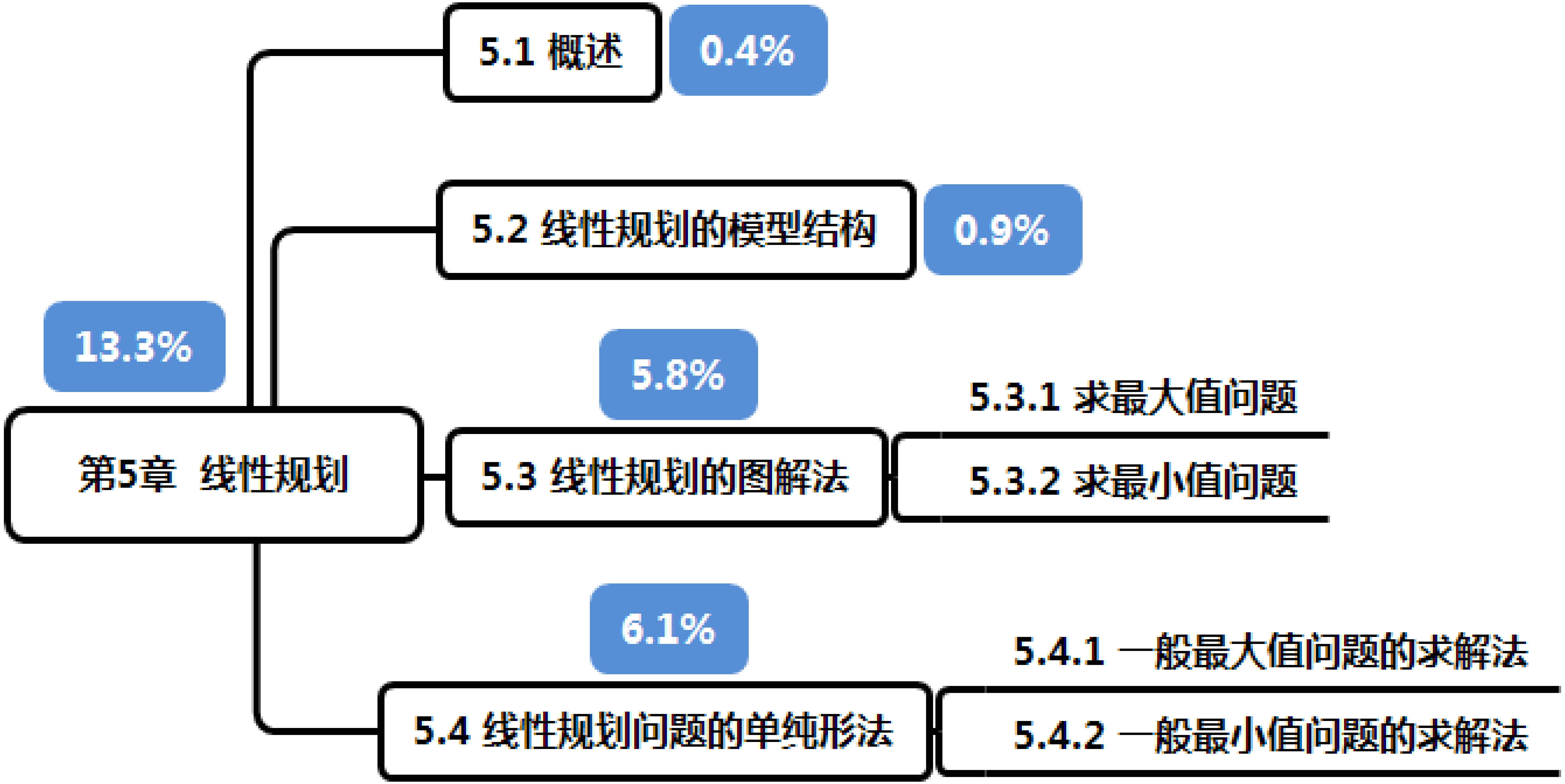
$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 \le 360 \\ 4X_1 + 5X_2 \le 200 \\ 3X_1 + 10X_2 \le 300 \\ X_1 \ge 0，X_2 \ge 0 \end{cases}$$

图解法求可行域：



最优解：$X_1 = 20$， $X_2 = 24$

最优目标函数值：$\max Z = 7X_1 + 12X_2 = 428$


第5章　线性规划
13.3%
5.1 概述
0.4%
5.2 线性规划的模型结构
0.9%
5.3 线性规划的图解法
5.8%
5.3.1 求最大值问题
5.3.2 求最小值问题
5.4 线性规划问题的单纯形法
6.1%
5.4.1 一般最大值问题的求解法
5.4.2 一般最小值问题的求解法

5.4 线性规划问题的单纯形法

单纯形法是一种解线性规划多变量模型的常用解法，是通过数学的迭代过程，逐步求得最优解的方法。

选择/填空

5.4 线性规划问题的单纯形法

某电视厂生产两种电视机，彩色电视机和黑白电视机。这两种电视机的生产需要逐次经过两条装配线进行装配。为了使获得的利润最大，该厂每天应生产彩色电视机和黑色电视机各多少台？

工时 / 工段	工时定额（时/台）		可用工时（时/日）
	彩色电视机	黑白电视机	
第一装配线	2	4	80
第二装配线	3	1	60
单位利润（元/台）	100	80	

设生产X_1台彩色电视机，X_2台黑白电视机时，总利润为f万元，则$f\ =$

5.4 线性规划问题的单纯形法

某电视厂生产两种电视机，彩色电视机和黑白电视机。这两种电视机的生产需要逐次经过两条装配线进行装配。为了使获得的利润最大，该厂每天应生产彩色电视机和黑色电视机各多少台？

工时 / 工段	工时定额（时/台）		可用工时（时/日）
	彩色电视机	黑白电视机	
第一装配线	2	4	80
第二装配线	3	1	60
单位利润（元/台）	100	80	

设生产X_1台彩色电视机，X_2台黑白电视机时，总利润为f万元，则$f = 100X_1 + 80X_2$，约束条件为：

5.4 线性规划问题的单纯形法

某电视厂生产两种电视机，彩色电视机和黑白电视机。这两种电视机的生产需要逐次经过两条装配线进行装配。为了使获得的利润最大，该厂每天应生产彩色电视机和黑色电视机各多少台？

工段 \ 工时	工时定额（时/台）		可用工时（时/日）
	彩色电视机	黑白电视机	
第一装配线	2	4	80
第二装配线	3	1	60
单位利润（元/台）	100	80	

设生产X_1台彩色电视机，X_2台黑白电视机时，总利润为f万元，则$f = 100X_1 + 80X_2$，约束条件为：

$$2X_1 + 4X_2 \leq 80$$

$$3X_1 + X_2 \leq 60$$

$$X_1 \geq 0，X_2 \geq 0$$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$max\ f = 100X_1 + 80X_2$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \leq 80 \\ 3X_1 + X_2 \leq 60 \\ X_1 \geq 0\ ,\ X_2 \geq 0 \end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（1）引入辅助变量（松弛变量）将约束条件的不等式转变为等式：

设松弛变量K_1表示装配线1未被利用的工时

K_2表示装配线2未被利用的工时

则可得到线性规划模型的标准形式：

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\ ,\ X_2\ ,\ K_1\ ,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$\max\ f = 100X_1 + 80X_2$$
$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \le 80 \\ 3X_1 + X_2 \le 60 \\ X_1 \ge 0\ ,\ X_2 \ge 0 \end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（1）引入辅助变量（松弛变量）将约束条件的不等式转变为等式：

设松弛变量K_1表示装配线1未被利用的工时

K_2表示装配线2未被利用的工时

则可得到线性规划模型的标准形式：

$$\max\ f = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\ ,\ X_2\ ,\ K_1\ ,\ K_2 \ge 0 \end{cases}$$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$max\ \ f = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\ ,\ X_2\ ,\ K_1\ ,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

设约束方程的个数为m，变量个数为n，可把变量分为基变量（也叫基础变量）和非基变量两部分

基变量可以用非基变量来表示。

例：基变量组为$(K_1\ ,\ K_2)$：

$$K_1 = 80 - 2X_1 - 4X_2$$

$$K_2 = 60 - 3X_1 - X_2$$

选择/填空

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$max\ \ f = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\ ,\ X_2\ ,\ K_1\ ,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

设约束方程的个数为m，变量个数为n，可把变量分为基变量（也叫基础变量）和非基变量两部分，基变量的个数为m个，非基变量的个数为n-m个。

基变量可以用非基变量来表示。

例：基变量组为$(K_1\ ,\ K_2)$：

$$K_1 = 80 - 2X_1 - 4X_2$$

$$K_2 = 60 - 3X_1 - X_2$$

选择/填空

5.4 线性规划问题的单纯形法

例：基变量组为$(K_1，K_2)$：

$$K_1 = 80 - 2X_1 - 4X_2$$

$$K_2 = 60 - 3X_1 - X_2$$

这就是基变量组为$(K_1，K_2)$时，约束方程组的通解，

给非基变量X_1，X_2一个具体的值，就可以得到一个特解：

例：当X_1=0，X_2=0时，$K_1 = 80$，$K_2 = 60$

例：当X_1=10，X_2=10时，$K_1 =$

选择/填空

例：基变量组为(K_1, K_2)：

$$K_1 = 80 - 2X_1 - 4X_2$$

$$K_2 = 60 - 3X_1 - X_2$$

这就是基变量组为(K_1, K_2)时，约束方程组的通解，

给非基变量X_1，X_2一个具体的值，就可以得到一个特解：

例：当X_1=0，X_2=0时，$K_1 = 80$，$K_2 = 60$

例：当X_1=10，X_2=10时，$K_1 = 20$，$K_2 = 20$

所有非基变量都等于0的特解称为基解。

当基解满足非负的要求时，叫可行基解。

一个线性规划问题，若有最优解，那么最优解必是一个基变量组的可行基解。

一个基变量组有一个通解、一个基解，无穷多个特解。

选择/填空

线性规划模型的标准形式中（   ）

A:目标函数为等式方程组

B:目标函数为不等式方程组

C:约束条件为等式方程组

D:约束条件为不等式方程组

【答案】：C

当线性规划问题的一个基解满足下列哪项要求时称之为一个可行基解？（　　）

A:大于0

B:小于0

C:非负

D:非正

【答案】：C

单纯形法求解时，若求得的基础解满足非负要求，则该基础解为（　）

A:可行解

B:最优解

C:特解

D:可行基解

【答案】：D

线性规划的一个基变量组，对应（　）

A:多个特解和多个基解

B:多个特解和一个基解

C:一个特解和多个基解

D:一个特解和一个基解

【答案】：B

线性规划模型中，令所有非基变量大于0，得到的解一定是（　　）

A:最优解

B:通解

C:特解

D:可行解

【答案】：C

在线性规划中，设约束方程的个数为m，变量个数为n，m < n时，可以把变量分为基变量和非基变量两部分，基变量的个数为m个，非基变量的个数为（ ）

A:m个

B:n个

C:n-m个

D:0个

【答案】：C

单纯形法作为一种常用解法，适合于求解线性规划（ ）

A:多变量模型

B:两变量模型

C:最大化模型

D:最小化模型

【答案】：A

下列叙述正确的是 ( )

A:线性规划问题，若有最优解，则必是一个基变量组的可行基解

B:线性规划问题一定有可行基解

C:线性规划问题的最优解只能在极点上达到

D:单纯形法求解线性规划问题时每换基迭代一次必使目标函数值下降一次

【答案】：A

若某个线性规划问题有最优解，则这个最优解必定是某个基变量组的（　）

A:可行基解

B:最优解

C:特解

D:可行解

【答案】：A

5.4 线性规划问题的单纯形法

单纯形法是一种解线性规划多变量模型的常用解法，是通过数学的迭代过程，逐步求得最优解的方法。

选择/填空

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$max\ \ f = 100X_1 + 80X_2$$
$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \le 80 \\ 3X_1 + X_2 \le 60 \\ X_1 \ge 0\ ,\ X_2 \ge 0 \end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（1）引入辅助变量（松弛变量）将约束条件的不等式转变为等式：

设松弛变量K_1表示装配线1未被利用的工时

K_2表示装配线2未被利用的工时

则可得到线性规划模型的标准形式：

$$max\ \ f = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\ ,\ X_2\ ,\ K_1\ ,\ K_2 \ge 0 \end{cases}$$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = f$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1\text{，}X_2\text{，}K_1\text{，}K_2 \geq 0 \end{cases}$$

- 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，

将$X_1 = 0$，$X_2 = 0$代入模型，可解得$K_1 =$ ，$K_2 =$ ，$f = 0$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$
$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1,X_2,K_1,K_2\geq 0\end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j					
K_1						
K_2						
	Z_j					
	C_j-Z_j					

5.4 线性规划问题的单纯形法

某电视厂生产两种电视机，彩色电视机和黑白电视机。这两种电视机的生产需要逐次经过两条装配线进行装配。为了使获得的利润最大，该厂每天应生产彩色电视机和黑色电视机各多少台？

工段 \ 工时	工时定额（时/台）		可用工时（时/日）
	彩色电视机	黑白电视机	
第一装配线	2	4	80
第二装配线	3	1	60
单位利润（元/台）	100	80	

设生产X_1台彩色电视机，X_2台黑白电视机时，总利润为f万元，则$f = 100X_1 + 80X_2$，约束条件为：

$$2X_1 + 4X_2 \leq 80$$

$$3X_1 + X_2 \leq 60$$

$$X_1 \geq 0\text{，}X_2 \geq 0$$

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$

$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1,X_2,K_1,K_2\geq 0\end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	
		100	80	0	0	f
K_1						
K_2						
	Z_j					
	C_j-Z_j					

目标函数的4个系数+常数

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$

$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1\text{，}X_2\text{，}K_1\text{，}K_2\geq 0\end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	100	80	0	0	f
K_1						
K_2						
	Z_j					
	C_j-Z_j					

两个约束条件的4个系数+常数

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$
$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1\text{，}X_2\text{，}K_1\text{，}K_2\geq 0\end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	f
		100	80	0	0	
K_1		2	4	1	0	80
K_2						
	Z_j					
	C_j-Z_j					

两个约束条件的4个系数+常数

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$

$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1\text{，}X_2\text{，}K_1\text{，}K_2\geq 0\end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	f
		100	80	0	0	
K_1		2	4	1	0	80
K_2		3	1	0	1	60
	Z_j					
	C_j-Z_j					

两个约束条件的4个系数+常数

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = f$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1 ,\ X_2 ,\ K_1 ,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1 = 0$，$X_2 = 0$代入模型，可解得$K_1 = 80$，$K_2 = 60$，$f = 0$

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	f
		100	80	0	0	
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0	3	1	0	1	60
	Z_j					
	$C_j - Z_j$					

目标函数中基变量的系数，在初始单纯形表中都为0

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1+80X_2+0\cdot K_1+0\cdot K_2=f$$

$$\begin{cases}2X_1+4X_2+K_1=80\\ 3X_1+X_2+K_2=60\\ X_1\,,\,X_2\,,\,K_1\,,\,K_2\geq 0\end{cases}$$

- 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1=0$，$X_2=0$代入模型，可解得$K_1=80$，$K_2=60$，$f=0$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	100	80	0	0	f
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0	3	1	0	1	60
	Z_j	0	0	0	0	0
	C_j-Z_j					

经过迭代后对目标函数系数的调整，在初始单纯形表中都为0

5.4 线性规划问题的单纯形法

$$100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = f$$

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + K_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + K_2 = 60 \\ X_1 , X_2 , K_1 , K_2 \geq 0 \end{cases}$$

➢ 使用单纯形法求解线性规划问题：

（2）以原点(0,0)为基础可行解，列出初始单纯形表：

将$X_1 = 0$，$X_2 = 0$代入模型，可解得$K_1 = 80$，$K_2 = 60$，$f = 0$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	100	80	0	0	f
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0	3	1	0	1	60
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	100	80	0	0	f

某电机厂生产甲、乙两种主要设备（台），这两种设备均需要逐次经过两条装配线进行装配，有关数据与可获利润如下表。为获得利润最大化，该电机厂每周应如何安排两种设备的生产？建立线性规划问题的标准形式，以原点为基础求基础可行解，并建立初始单纯形表。

台时定额	甲（X_1）	乙（X_2）	资源限量
第一装配线	2	4	80（台时/周）
第二装配线	3	1	60（台时/周）
预计获利（万元/台）	100	80	

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0,\ S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2）=（0，0，80，60）

建立单纯形表并优化求解，如下表：

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0, \ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0, \ S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2）=（0，0，80，60）
建立单纯形表并优化求解，如下表：

- 第一行是目标函数里的变量
- 第一列是基变量
- C_j列和Z_j行都是0

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	
K_1						
K_2						
Z_j						
$C_j - Z_j$						

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2）=（0，0，80，60）
建立单纯形表并优化求解，如下表：

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j					
K_1	0					
K_2	0					
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$					

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2）=（0，0，80，60）
建立单纯形表并优化求解，如下表：

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	100	80	0	0	Z
K_1	0					
K_2	0					
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	100	80	0	0	Z

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0, \ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0, \ S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2）=（0，0，80，60）
建立单纯形表并优化求解，如下表：

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	100	80	0	0	Z
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0					
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	100	80	0	0	Z

该线性规划问题的标准型为：

$$\max Z = 100X_1 + 80X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2$$

约束条件

$$\begin{cases} 2X_1 + 4X_2 + S_1 = 80 \\ 3X_1 + X_2 + S_2 = 60 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0 \end{cases}$$

令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解（X_1，X_2，S_1，S_2） = （0，0，80，60）

建立单纯形表并优化求解，如下表：

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	Z
		100	80	0	0	
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0	3	1	0	1	60
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	100	80	0	0	Z

二、某设备公司计划期内安排A、B两种产品生产，有关资源消耗及可获利润如下表，该公司希望生产安排的利润最大化。

建立线性规划问题的标准形式，以原点为基础求基础可行解，并建立初始单纯形表。

产品	A（X_1）	B（X_2）	资源供应量
关键材料 1	9	4	360kg
关键材料 2	4	5	200kg
设备工时	3	10	300 工时
预计获利	7	12	

$$\max Z = 7X_1 + 12X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 + S_1 = 360 \\ 4X_1 + 5X_2 + S_2 = 200 \\ 3X_1 + 10X_2 + S_3 = 300 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0,\ S_2 \geq 0,\ S_3 \geq 0 \end{cases}$$

以原点为基础求出基础可行解：令$X_1 = X_2 = 0$，得基础可行解

$$(X_1,\ X_2,\ S_1,\ S_2,\ S_3) = (0,\ 0,\ 360,\ 200,\ 300)$$

$$\max Z = 7X_1 + 12X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 + S_1 = 360 \\ 4X_1 + 5X_2 + S_2 = 200 \\ 3X_1 + 10X_2 + S_3 = 300 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0,\ S_2 \geq 0,\ S_3 \geq 0 \end{cases}$$

基变量	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
S_1							
S_2							
S_3							
Z_j							
$C_j - Z_j$							

$$\max Z = 7X_1 + 12X_2 + 0\cdot S_1 + 0\cdot S_2 + 0\cdot S_3$$

$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 + S_1 = 360 \\ 4X_1 + 5X_2 + S_2 = 200 \\ 3X_1 + 10X_2 + S_3 = 300 \\ X_1 \ge 0，X_2 \ge 0 \\ S_1 \ge 0，S_2 \ge 0，S_3 \ge 0 \end{cases}$$

基变量	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
S_1	0						
S_2	0						
S_3	0						
	Z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$						

$$\max Z = 7X_1 + 12X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 + S_1 = 360 \\ 4X_1 + 5X_2 + S_2 = 200 \\ 3X_1 + 10X_2 + S_3 = 300 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0，S_3 \geq 0 \end{cases}$$

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
基变量	C_j	7	12	0	0	0	Z
S_1	0						
S_2	0						
S_3	0						
	Z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	7	12	0	0	0	Z

$$\max Z = 7X_1 + 12X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

$$\begin{cases} 9X_1 + 4X_2 + S_1 = 360 \\ 4X_1 + 5X_2 + S_2 = 200 \\ 3X_1 + 10X_2 + S_3 = 300 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0，S_3 \geq 0 \end{cases}$$

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
基变量	C_j	7	12	0	0	0	Z
S_1	0	9	4	1	0	0	360
S_2	0	4	5	0	1	0	200
S_3	0	3	10	0	0	1	300
	Z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	7	12	0	0	0	Z

三、某企业计划期内要安排甲、乙两种产品生产，有关资源消耗及可获利润如下表。该企业要获得利润最大，应如何安排两种产品的生产？建立线性规划问题的标准形式，以原点为基础求出基础可行解，并建立初始单纯形表。

产品	甲	乙	资源限量
设备台时	1 台时/件	1 台时/件	300 台时
原料 A	2 千克/件	1 千克/件	400 千克
原料 B	0	1 千克/件	250 千克
预计获利（元/件）	50	100	

线性规划问题的标准形式:

$$\max Z = 50X_1 + 100X_2 + 0\cdot S_1 + 0\cdot S_2 + 0\cdot S_3$$

约束条件

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + S_1 = 300 \\ 2X_1 + X_2 + S_2 = 400 \\ X_2 + S_3 = 250 \\ X_1 \geq 0, \ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0, \ S_2 \geq 0, \ S_3 \geq 0 \end{cases}$$

以原点为基础求出基础可行解，令$X_1 = X_2 = 0$得出基础可行解

$(X_1, X_2, S_1, S_2, S_3) = (0, 0, 300, 400, 250)$

线性规划问题的标准形式：

$$\max Z = 50X_1 + 100X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

约束条件

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + S_1 = 300 \\ 2X_1 + X_2 + S_2 = 400 \\ X_2 + S_3 = 250 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0,\ S_2 \geq 0,\ S_3 \geq 0 \end{cases}$$

基变量	C_j	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
S_1							
S_2							
S_3							
	Z_j						
	$C_j - Z_j$						

线性规划问题的标准形式：

$$\max Z = 50X_1 + 100X_2 + 0 \cdot S_1 + 0 \cdot S_2 + 0 \cdot S_3$$

约束条件

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + S_1 = 300 \\ 2X_1 + X_2 + S_2 = 400 \\ X_2 + S_3 = 250 \\ X_1 \geq 0，X_2 \geq 0 \\ S_1 \geq 0，S_2 \geq 0，S_3 \geq 0 \end{cases}$$

		X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	
基变量	C_j	50	100	0	0	0	Z
S_1	0	1	41	1	0	0	300
S_2	0	2	1	0	1	0	400
S_3	0	1	1	0	0	1	250
	Z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	50	100	0	0	0	Z

5.4 线性规划问题的单纯形法

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	
		100	80	0	0	f
K_1	0	2	4	1	0	80
K_2	0	3	1	0	1	60
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	100	80	0	0	f

单纯形表中的$C_j - Z_j$行是判别指数行。 C_j表示生产X_j的利润， Z_j表示生产X_j的损失，因此$C_j - Z_j$表示生产X_j的净利润。

$C_j - Z_j$的正值说明变量X_j进入基础解会使目标函数利润增加，正值越大，增加得越多，因此迭代过程中应当选择正值最大的变量调入基础解。

当判别指数行全部为0或负时，说明问题已达到最优，迭代停止。

选择/填空

一、某公司计划期内安排甲、乙两种产品生产，有关资源消耗及可获利润如下表，该企业要获得利润最大化，应如何安排两种产品的生产？

建立线性规划数学模型，并用单纯形法求解。

产品	甲（X_1）	乙（X_2）	资源限量
关键设备	1	3	7（台）
关键原料	4	2	9（吨）
预计获利（万元/吨）	4	1	

$$4X_1 + X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = S$$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + K_1 + 0 \cdot K_2 = 7 \\ 4X_1 + 2X_2 + 0 \cdot K_1 + K_2 = 9 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ K_1 \geq 0,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$4X_1 + X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = S$$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + K_1 + 0 \cdot K_2 = 7 \\ 4X_1 + 2X_2 + 0 \cdot K_1 + K_2 = 9 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ K_1 \geq 0,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j					
K_1						
K_2						
	Z_j					
	$C_j - Z_j$					

$$4X_1 + X_2 + 0 \cdot K_1 + 0 \cdot K_2 = S$$

$$\begin{cases} X_1 + 3X_2 + K_1 + 0 \cdot K_2 = 7 \\ 4X_1 + 2X_2 + 0 \cdot K_1 + K_2 = 9 \\ X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0 \\ K_1 \geq 0,\ K_2 \geq 0 \end{cases}$$

		X_1	X_2	K_1	K_2	
基变量	C_j	4	1	0	0	S
K_1	0	1	3	1	0	7
K_2	0	4	2	0	1	9
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	4	1	0	0	S

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	1	3	1	0	7
K_2	0	4	2	0	1	9
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	4	1	0	0	S

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1						
X_1						
	Z_j					
	$C_j - Z_j$					

（1）X_1列的$C_j - Z_j$最大，所以需要把X_1加入基变量。

（2）K_1、K_2哪一个需要移除呢？比较K_1行的S/X_1与K_2行的S/X_1，哪个小就把哪个移除，因为9/4<7，所以把K_2移除。

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	1	3	1	0	7
K_2	0	4	2	0	1	9
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	4	1	0	0	S

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	0	5/2	1	-1/4	19/4
X_1	4	1	1/2	0	1/4	9/4
	Z_j					
	$C_j - Z_j$					

（3）C_j列改成目标函数中K_1、X_1的系数。

（2）原本的K_2行乘以1/4，把X_1系数变成1。原本的K_1行和现在的X_1行做减法，把K_1行的X_1系数变成0（C_j列不参与运算）

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	1	3	1	0	7
K_2	0	4	2	0	1	9
	Z_j	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	4	1	0	0	S

（5）Z_j行的计算——用C_j列乘以X_1列：

0×0+4×1=4

0×5/2+4×1/2=2

以此类推。

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	0	5/2	1	-1/4	19/4
X_1	4	1	1/2	0	1/4	9/4
	Z_j	4	2	0	1	9
	$C_j - Z_j$	0	-1	0	-1	S - 9

（6）计算$C_j - Z_j$行即可。

（7）如果$C_j - Z_j$行都为0或负，则达到最优解，否则进行下一次迭代。

基变量	C_j	X_1	X_2	K_1	K_2	S
		4	1	0	0	
K_1	0	0	5/2	1	-1/4	19/4
X_1	4	1	1/2	0	1/4	9/4
	Z_j	4	2	0	1	9
	$C_j - Z_j$	0	-1	0	-1	S - 9

最后一行的意思：

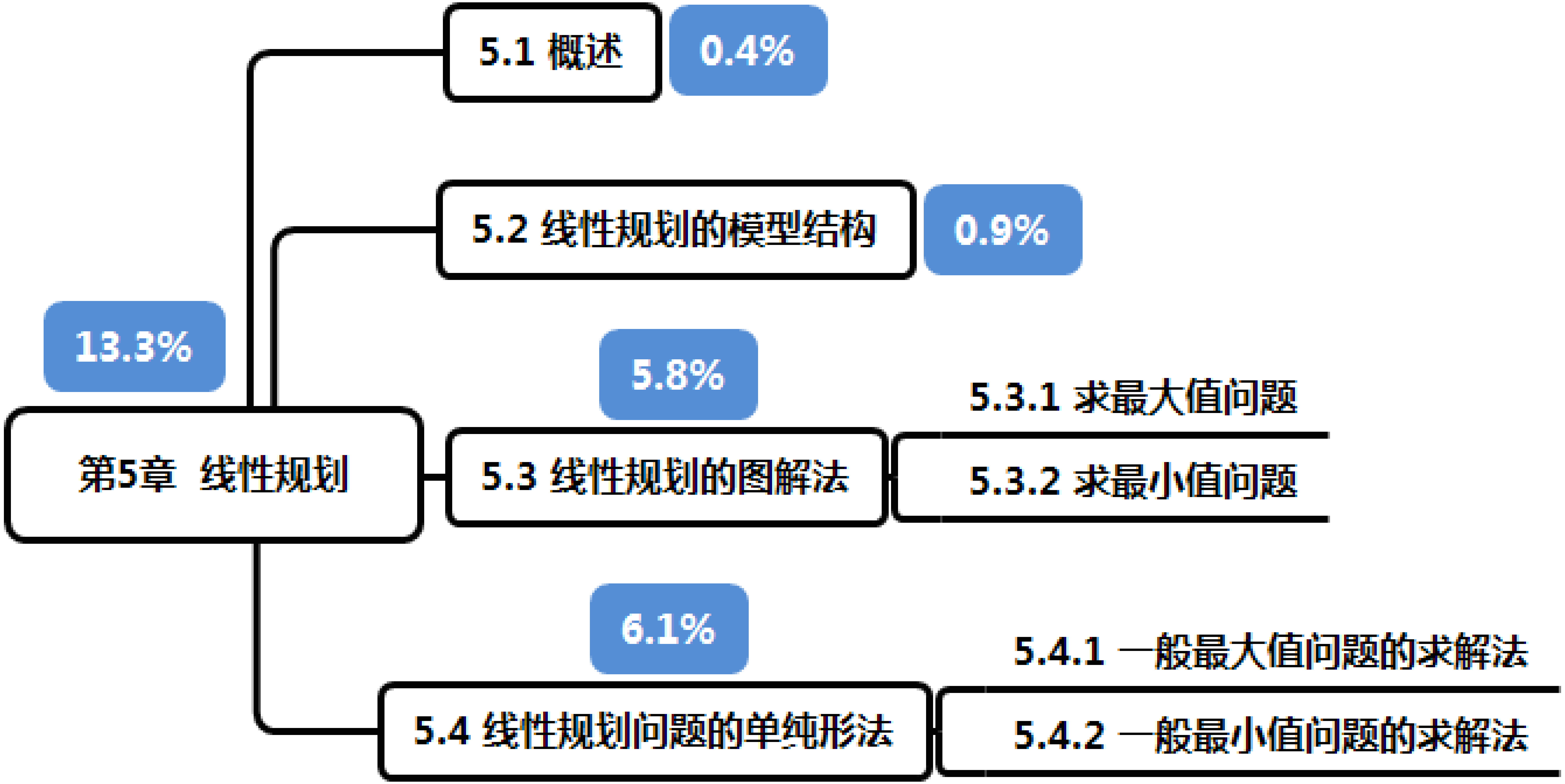
$$-X_2 - K_2 = S - 9$$

即：$S = 9 - X_2 - K_2$

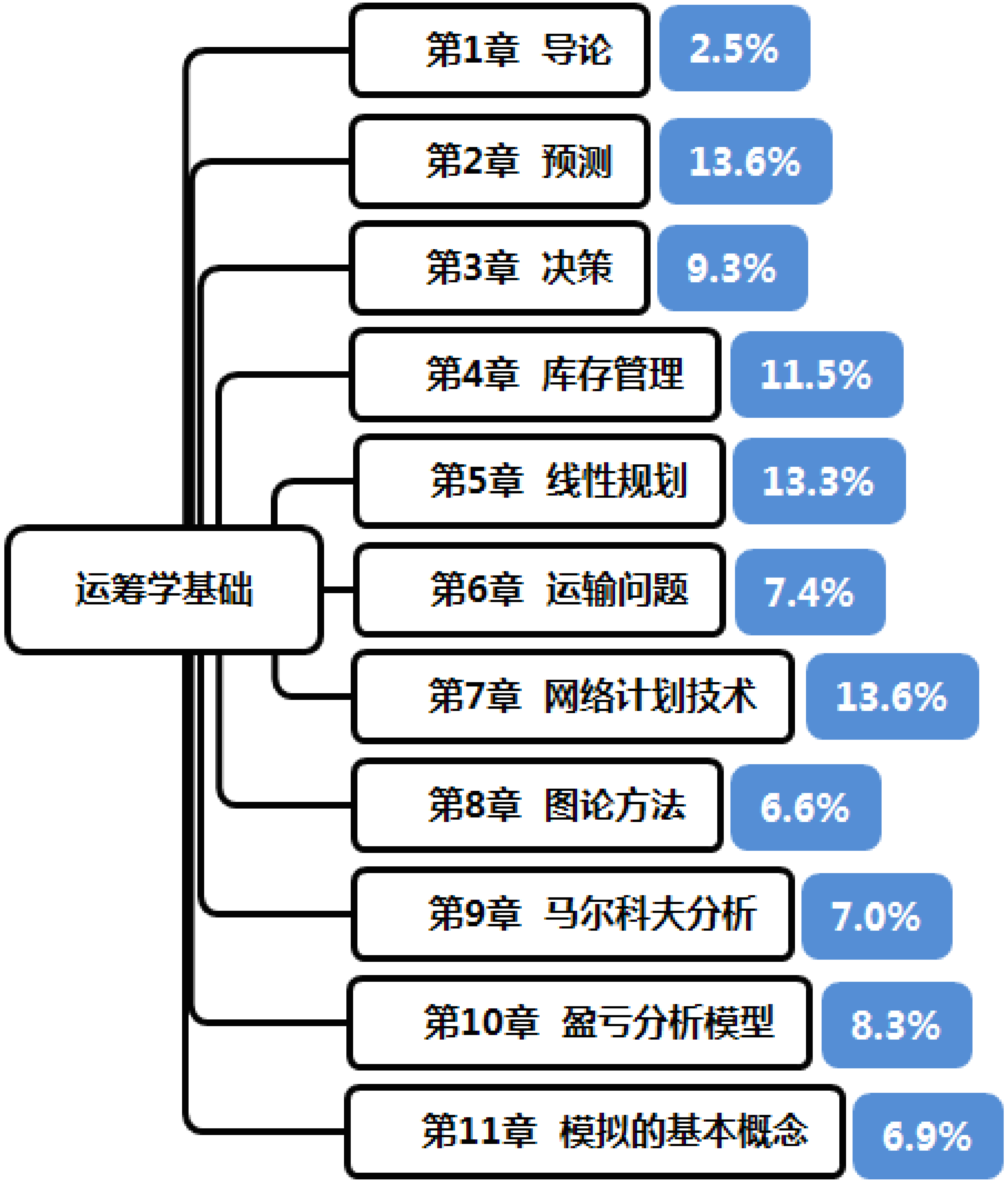
所以，当$X_2 = 0$，$K_2 = 0$时S取得最大值。

把$X_2 = 0$，$K_2 = 0$代入原方程求得：$X_1 = 9/4$

即：生产9/4吨甲产品，不生产乙产品时利润最大，最大利润为9万元。



第5章 线性规划
13.3%
5.1 概述
0.4%
5.2 线性规划的模型结构
0.9%
5.3 线性规划的图解法
5.8%
5.3.1 求最大值问题
5.3.2 求最小值问题
5.4 线性规划问题的单纯形法
6.1%
5.4.1 一般最大值问题的求解法
5.4.2 一般最小值问题的求解法


运筹学基础
第1章 导论
2.5%
第2章 预测
13.6%
第3章 决策
9.3%
第4章 库存管理
11.5%
第5章 线性规划
13.3%
第6章 运输问题
7.4%
第7章 网络计划技术
13.6%
第8章 图论方法
6.6%
第9章 马尔科夫分析
7.0%
第10章 盈亏分析模型
8.3%
第11章 模拟的基本概念
6.9%

THANK YOU