統計力学 2 演習 A 『熱統計物理学演習、その 20』の Q20-3

藤井淳太朗

最終更新日 2021年7月6日

Q20-3 -

 $\mathbf{Q20-2}$ から大きなポテンシャル J の表式は『熱統計物理学演習、その 20』の (2) 式

$$J(\beta, V, \mu) = \frac{-1}{\beta} e^{\beta \mu} V \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2 \beta}\right)^{3/2} \tag{1}$$

と与えらています。圧力 P を計算してください。

『熱統計物理学演習、その 19』における $\mathbf{Q19\text{-}25}$ から (T,V,μ) を変数にもつ大きなポテンシャル J に関して、

$$P(T, V, \mu) = -\left(\frac{\partial J}{\partial V}\right)_{T, \mu} \tag{2}$$

と与えられています。また温度 T と逆温度 β はボルツマン定数を k_B として、 $\beta=\frac{1}{k_BT}$ と結ばれることから、変数を T から β に置き換えた圧力は

$$P(\beta, V, \mu) = -\left(\frac{\partial J}{\partial V}\right)_{\beta, \mu} \tag{3}$$

で与えられます。したがって、(1) 式を大きなポテンシャルとして持つ系の圧力は (1) 式を V に関して 1 階の偏微分をしたものに -1 をかけることで求まり、

$$P = \frac{1}{\beta} e^{\beta \mu} \left(\frac{m}{2\pi \hbar^2 \beta} \right)^{3/2} \tag{4}$$

となります。こうして、『熱統計物理学演習、その20』の(5)式は得られます。