



MANUAL DE USUARIO

Contenido

1. INTRODUCCIÓN
2. INSTALACIÓN
3. USO DEL PROGRAMA
4. LICENCIAMIENTO



INTRODUCCIÓN

En esta unidad del libro dinámico se exploran los conjuntos numéricos con el fin de desarrollar capacidades para organizar, interpretar, discutir, evaluar críticamente, comunicar y construir estructuras que generalicen información matemática presente en diversas situaciones de la vida cotidiana y profesional.

INSTALACIÓN

INSTRUCCIONES DE INSTALACIÓN

Los programas con extensión *.cdf* no requieren instalación. Sin embargo, es necesario que previamente se instale en el computador un complemento que permite la ejecución de este tipo de extensiones (*.cdf*), este complemento se llama “*Wolfram CDF Player*” y su descarga e instalación es gratuita.

INSTALACIÓN DE “WOLFRAM CDF PLAYER”

Para poder ejecutar los programas en su computador es necesario que tenga instalado “*Wolfram CDF Player*”. Para instalarlo siga los siguientes pasos:

1. Ingrese a la página <http://www.wolfram.com/cdf-player/>



2. Complete los datos pedidos y escoja su sistema operativo (Windows / Mac / Linux)

3. De clic en el enlace para comenzar la descarga

Download Wolfram Player

 **Windows 10/8/7**
[Other platform?](#)

Which of the following best describes you?
Choose one ... ▼

Email address (required):

Version:
Latest version 12.0.0 ▼

By downloading and installing this application, you agree to the
[Wolfram Player license agreement.](#)

Start Download

4. Al terminar la descarga ejecute el archivo y se abrirá una ventana que lo guiará en el proceso de instalación.





Solo se debe instalar una vez el *CDF Player*, de aquí en adelante cualquier programa *.cdf ejecutará este complemento para iniciarse.

EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Una vez instalado el *CDF Player* debe hacer doble clic en el programa para abrirlo. Esta acción ejecuta automáticamente el complemento

USO DEL PROGRAMA

Al tener instalado el *CDF Player* como se describe con anterioridad, y al ejecutar el archivo **100.vf.cdf**, es posible visualizar su contenido como se ilustra en la siguiente imagen:



100v2.cdf - Wolfram Player

Archivo Edición Ventana Ayuda

WOLFRAM Player 100%

Unidad 1

Conjuntos numéricos

- 1. Números naturales
- 2. Números enteros
- 3. Números racionales
- 4. Números irracionales
- 5. Números reales

Allí se observa que hay cinco secciones principales a desarrollar: números naturales, números enteros, números racionales, números irracionales y números reales; para acceder a cada una, se debe dar clic sobre el símbolo que aparece justo antes de la numeración. A continuación, se muestra lo que aparece al expandir la primera sección:

100v2.cdf - Wolfram Player

Archivo Edición Ventana Ayuda

WOLFRAM Player

1. Números naturales

Un poco de historia...

En la antigüedad, la necesidad del hombre de responder a la pregunta *¿cuántos hay?*, los lleva a los orígenes de la matemática, tanto de la aritmética como de la geometría. Si bien la respuesta es un número, el que da solución a esta inquietud se llama un número natural, ya que permite contar y así responder a la pregunta *¿cuántos hay?*. Históricamente, la población establecida hace unos 20.000 años a orillas del lago Ishango, pudo haber sido una de las primeras sociedades en hacer conteos según las marcas que se encontraron en un hueso hallado hacia el año 1960. Otra civilización que escribía en forma cuneiforme, usando una aguja laminada, dejando huellas sobre una tabla de arcilla suave, eran los babilonios, quienes empleaban un sistema sexagesimal posicional adaptado de los sumerios, los hallazgos de esta cultura se remontan alrededor de 1900 a.C. Si se continúa revisando, los egipcios, los griegos, los chinos, los mayas, los incas, cada uno adoptaron una forma de contar, con diferentes tipos de representación pero que significaban el mismo número.

Fueron necesarios miles de años antes de que el hombre hiciera una abstracción del concepto de número y lo tradujera en la creación de los símbolos matemáticos que hoy se utilizan y que sirven para contar. A continuación, aparecen algunas actividades que permitirán dar uso a este conjunto numérico.

- Situación: Sistema de transporte
- Problema 1
- Problema 2
- Resumen
- Ejercicios de refuerzo

En este aparte aparece un poco de historia sobre la construcción del conjunto de los números naturales y posterior a esto, el lector podrá desplegar nuevos contenidos para explorar a su ritmo.

En la situación “Sistema de Transporte”, aparecen las pautas para el uso del transporte dependiendo de algunas variables allí mencionadas.

Situación: Sistema de transporte

El sistema de transporte integrado de cierta ciudad ofrece una tarjeta recargable con la cual se puede pagar, esta tarjeta esta personalizada con el nombre e identificación del usuario y cuenta con los beneficios de descuentos por *transbordo*, *vía a crédito* y *recuperación del saldo* en caso de pérdida. Los costos del servicio se describen en la siguiente imagen:



La tarifa por *transbordo* maneja una ventana de tiempo de un rango de 75 minutos y se mide a partir del momento en que se ingresa al sistema (sólo por un pasaje). El costo del transbordo varía de acuerdo a la hora del día y del día, así:



En la parte inferior aparece un simulador que le va a permitir encontrar el total de recarga con la que cuenta y el precio del viaje en ese momento.

Día y hora del viaje
Lunes
5 0 a.m.
p.m.

La fecha es:
Lunes
5:00 a.m.

Pagar pasaje
Pagar
valor: 1500

Atención
Nuevas tarifas
Lunes a Sábado

	valle	pico	valle	pico	valle	pico	valle
inicio	6:00 a.m.	8:30 a.m.	9:30 a.m.	3:30 p.m.	4:30 p.m.	7:30 p.m.	
5:59 a.m.	8:29 a.m.	9:29 a.m.	3:29 p.m.	4:29 p.m.	7:29 p.m.	7:30 p.m.	cierra
	valle \$1.500						
	pico \$1.800						

Domingos y Festivos
valle todo el día

Recargar tarjeta
Saldo de la tarjeta 27300
Reiniciar tarjeta Saldo \$27.300
+ \$100 + \$500 + \$1.000 + \$10.000

Se espera que el lector pueda colocar en ese simulador diferentes días y hora del viaje, así como recargar la tarjeta o conocer su saldo. Los problemas 1 y 2 están relacionados con el manejo del simulador, valiéndose de dos contextos que permitirán encontrar la respuesta mediante su uso.

La sección finaliza con un resumen y unos ejercicios de refuerzo. Estos últimos están compuestos por dos secciones, ejercicios numéricos y problemas de aplicación, y para visualizarlas se debe dar clic sobre el símbolo que aparece justo antes de cada subtítulo (

»).



▼ 🌟 Resumen

▲ Ejercicios de refuerzo

▼ » Ejercicios numéricos

▼ » Problemas de aplicación

Para visualizar las soluciones a los ejercicios y los problemas, se debe dar clic sobre el símbolo que se ubica al borde izquierdo de la palabra “Soluciones de los ejercicios” en la parte final de los enunciados.

1.13. $8 \cdot (3 + 5) - 32 \div (8 + 8)$

1.14. $8 \cdot 3 + 5 - 32 \div 8 + 8$

▲ » Soluciones a los ejercicios

1. Simplifique completamente cada una de las siguientes expresiones

1.1. $2 + 3 \{8 - 2(4 - 3)2 - 2\}2 - 1$

$$\begin{aligned} 2 + 3 \{8 - 2(4 - 3)2 - 2\}2 - 1 &= 2 + 3 \{8 - 2(1)2 - 2\}2 - 1 \\ &= 2 + 3 \{8 - 4 - 2\}2 - 1 \\ &= 2 + 3 \{2\}2 - 1 \\ &= 2 + 12 - 1 \\ &= 13 \end{aligned}$$

1.2. $12 - 3 \{8 - 2(4 - 2)2 + 1\}2 - 3$

Para explorar las situaciones y soluciones de las actividades propuestas en la sección de “Números enteros”, se deben seguir las pautas dadas anteriormente.

▲ 2. Números enteros

▲ Un poco de historia...

El conjunto de los números enteros está constituido por el conjunto de los números naturales, el cero y sus opuestos. Ese opuesto de cada natural es llamado un *número negativo*. Históricamente, los hindúes introdujeron los números negativos para representar deudas, así los positivos representaban los haberes. Brahmagupta, hacia el año 628, es el primero en usar este tipo de números, estableciendo reglas para las operaciones entre ellos, sin embargo, a pesar de haber llegado a Europa a través de los textos árabes, la mayoría de los matemáticos de los siglos XVI y XVII no los aceptaban como números, sólo hacia 1860, el matemático Weierstrass, definió y aceptó los negativos como números. A continuación aparecen algunas actividades en las que se necesita el uso de números enteros.

Para el desarrollo de los siguientes problemas, se deben tener en cuenta los costos del servicio del sistema integrado de transporte y los diferentes beneficios explicados en la actividad anterior.

▼ Problema 1

▼ Problema 2

▼ Problema 3

▼ 🌟 Resumen

▼ Ejercicios de refuerzo



Al igual que en la sección anterior, los problemas tienen relación con la situación de transporte y es posible encontrar la solución utilizando el simulador. De la misma forma que la sección anterior, finaliza con un resumen y unos ejercicios de refuerzo. Estos últimos están compuestos por dos secciones, ejercicios numéricos y problemas de aplicación, con las respectivas soluciones.

La sección “Números racionales” se explora de la misma forma que en las secciones anteriores. En esta sección aparece un poco de historia de este conjunto numérico, cinco problemas encaminados a elaborar un cartel, un resumen y los ejercicios de refuerzo.

3. Números racionales

Un poco de historia...

Indudablemente, los babilónicos dejaron su legado mediante el uso del sistema de numeración sexagesimal, base que permitía un gran número de divisores y así mismo de fracciones que daban como resultado un número entero. Aún se conservan algunas fracciones utilizadas por ellos, como por ejemplo, $\frac{1}{2}$ día (medio día), así como también se mantiene el sistema horario y las medidas angulares asociadas (por ejemplo son las dos y cuarto $2\frac{1}{4}$).

Para los Pitagóricos, a toda relación entre magnitudes debía corresponder un número o una relación entre ellos, así se originaron los racionales positivos y aunque ellos nunca le dieron el status de número en sus reflexiones teóricas, sí los usaban como números en sus aplicaciones en el comercio.

Entre los griegos se encuentran dos personajes que marcan la historia por sus grandes aportes a la noción de fracción, Euclides y Pitágoras. Euclides en sus libros V, VII y VIII define la fracción como una razón entre magnitudes homogéneas y establece algunas propiedades de ésta, en tanto que Pitágoras relaciona la fracción con la música. No se puede olvidar que fue la escuela pitagórica quien trabajó con razones conmensurables y con razones incommensurables, dando origen a los números irracionales. Así, la teoría de las proporciones se centró en mostrar la armonía cósmica mediante el establecimiento de razones numéricas entre cantidades discretas que les permitían establecer proporciones.

El primero en trabajar sobre la definición de números racionales y la deducción de todas sus propiedades fue Martin Ohm hacia el año 1822.

Situación: elaboración de un cartel

Problema 1

Problema 2

Problema 3 (para realizar en la parte izquierda)

Problema 4 (para realizar en la parte del centro)

Problema 5 (para realizar en la parte derecha)

Resumen

Ejercicios de refuerzo

Antes de iniciar con la solución de los problemas, es indispensable leer la situación relacionada con la elaboración de un cartel.

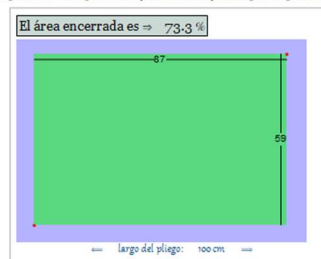
El problema 1 presenta una situación y para dar solución cuenta con un simulador, el lector debe ubicarse sobre alguno de los puntos rojos y desplazarlo, ampliando o disminuyendo la imagen.

• **Situación: elaboración de un cartel**

Para la clase de matemáticas Sandra debe presentar un cartel el cual se debe dividir en **tres partes de igual área** y en cada una de ellas debe realizar actividades puntuales que se irán asignando más adelante.

• **Problema 1**

La primera tarea que se propone es trazar un margen que encierre un área correspondiente al 72 % del pliego de cartulina y dividir el área encerrada en tres áreas iguales. Para trazar el margen Sandra sabe que una de las formas más sencillas es dibujar un rectángulo cuya área encerrada sea el 72 % del pliego, interactúe con el siguiente recurso para identificar una posible margen rectangular, note cómo la respuesta **no es única**.



¿Cmo puede Sandra trazar este margen ?

Recuerde: el área de una figura plana depende de su forma,
si desea identificarlas hacer clic en el enlace » [Área](#)

Si desea profundizar un poco sobre el concepto de porcentaje,
hacer clic en el siguiente enlace » [Porcentaje](#)

• » Solución

El problema 2 es continuación del 1, además tiene muchas soluciones, en la solución se da la posibilidad de una de ellas que puede ser cambiada dependiendo de las medidas del área encerrada, estas variaciones las puede simular, arrastrando nuevamente el punto rojo.

Problema 2

Una vez trazado el margen y encerrado la parte donde se trabajará, es necesario dividir este espacio en tres partes que tengan el misma área.

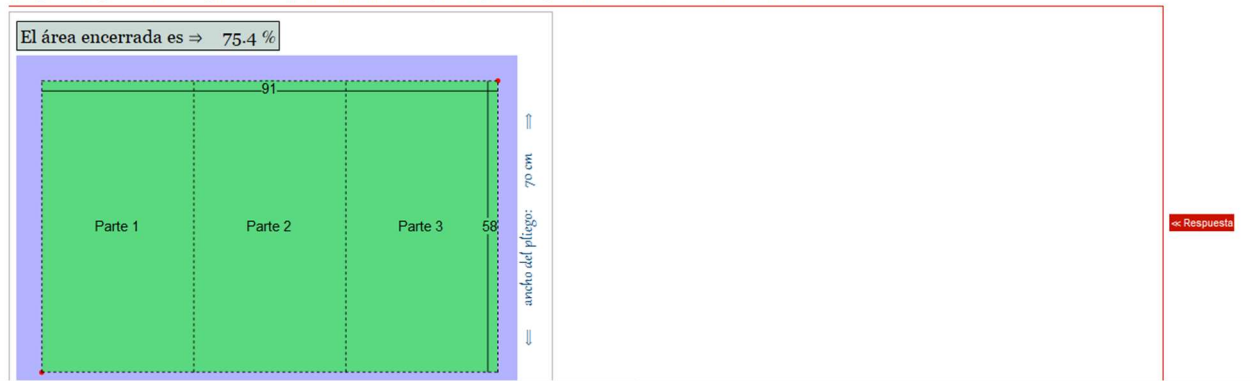


¿Cómo puede hacer la división de esta área en tres partes iguales?

Solución

Suponiendo que Sandra trazó el margen como un rectángulo de $90 \text{ cm} \times 56 \text{ cm}$ entonces se puede dividir en tres el largo y trazar las divisiones. Así se obtiene tres rectángulos adyacentes, cada uno de dimensiones $30 \text{ cm} \times 56 \text{ cm}$, por lo cual cada uno tiene un área de 1680 cm^2 .

Manipulado el siguiente interactivo puede encontrar diferentes soluciones al problema, recuerde que el área encerrada debe ser el 72% del área total



El problema 3 da continuidad a la situación a resolver, es necesario leer cuidadosamente las instrucciones dadas, así como ver en la solución una de las posibles, ya que no es única.

Problema 3 (para realizar en la parte izquierda)

En una de las tres partes, Sandra debe colocar una imagen que ocuparán las dos quintas partes de esa área. Debe colocar información sobre la imagen que ocupe otras dos quintas partes de esa área y en el espacio restante debe colocar un título relacionado con lo escrito allí y que permita dejar espacio entre la imagen y el escrito.

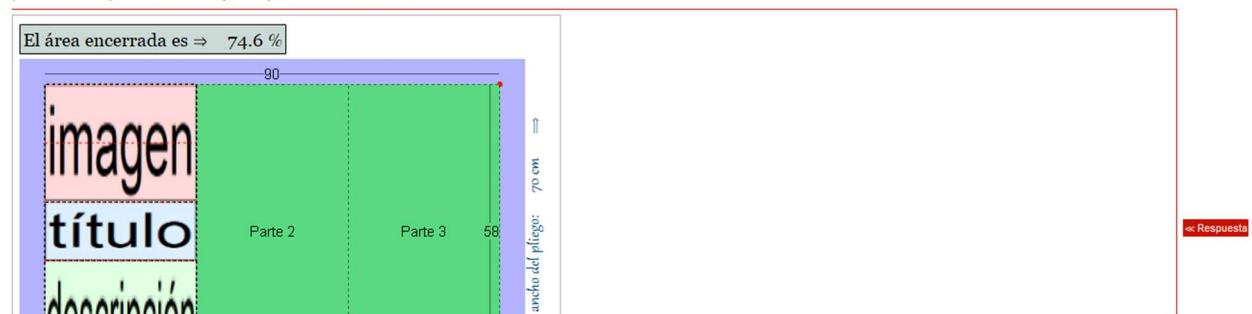


¿Cómo puede realizar el trabajo encargado?

Número racional como operador =>	Enlace
Fraciones equivalentes =>	Enlace
Operaciones con números racionales =>	Adición

Solución

Si la imagen y la descripción deben ocupar $\frac{2}{5}$ partes cada una, entonces entre las dos ocuparán $\frac{4}{5}$ partes del área, por lo tanto, el título debe ocupar $\frac{1}{5}$ parte del área. Una de las soluciones puede ser dividir esta parte en cinco y acomodar los objetos de tal manera que cumplan las condiciones descritas.



De la misma forma se trabajan los problemas 4 y 5. En el problema 4 se va a encontrar una receta para una torta de chocolate y en el problema 5, se van a plantear algunos

polinomios con números racionales. En la respuesta siempre va a encontrar el simulador que le permitirá verificar la respuesta.

El área encerrada es \Rightarrow **72.0 %**

90

imagen

título

descripción

Torta de chocolate para nueve personas	
Ingrediente	Cantidad y medida
Mantequilla	100 gramos
Azúcar	3 tazas
Huevos	4 unidades
Cacao	6 cucharadas
Harina de trigo	1 taza y media
Bicarbonato	1.5 gramos
Pulvo de hornear	20 gramos
Jugo de naranja	1/2 de taza
Leche	1 de taza

Torta de chocolate para cuatro personas	
Ingrediente	Cantidad y medida
Mantequilla	44.5 gramos
Azúcar	1.5 tazas
Huevos	2 unidades
Cacao	2 cucharadas y media
Harina de trigo	600g taza y una cucharada
Bicarbonato	6 gramos
Pulvo de hornear	9 gramos
Jugo de naranja	una cucharada
Leche	1 de taza

$$= -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \left(2 \div \frac{3}{2} \right) 4 - 2 \right) \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{4} \left(\frac{4}{3} \right) 4 - 2 \right) \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{4}{3} - 2 \right) \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \left(-\frac{7}{3} \right) \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{2}{3} + \left(-\frac{7}{3} \right)$$

$$= -\frac{9}{3}$$

$$= -3$$

$$3 \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) 4 - 2 \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} \right) \frac{1}{2}$$

$$= 3 \left(\frac{1}{3} \right) 4 - 2 \left(\frac{3}{2} \right) \frac{1}{2}$$

$$= 4 - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{5}{2}$$

\Leftarrow largo del pliego: 100 cm \Rightarrow

↑ ancho del pliego: 70 cm ↓

La sección “Números irracionales” se explora de la misma forma que en las secciones anteriores. En esta sección aparece un poco de historia de este conjunto numérico, tres actividades, dos de ellas encaminadas a construir algunos números irracionales famosos, y la tercera en donde se potencian algunas de las operaciones con números irracionales;



un resumen y los ejercicios de refuerzo.

4. Números irracionales

Un poco de historia...

Como vimos en el capítulo anterior, los pitagóricos consideraban que todos los fenómenos de la naturaleza podían reducirse a números (naturales) o a razones entre ellos, de esta manera se originaron los racionales positivos. Por desgracia esto no es verdad y para la escuela pitagórica fue un duro golpe a sus creencias; cuenta la leyenda (con base dudosa) que Hipócrates de Metaponto de la escuela pitagórica demostró que la diagonal de un cuadrado es una longitud que no se podía expresar como una razón entre dos números (naturales), la interpretación moderna es que la longitud de la diagonal de un cuadrado con lado de longitud 1 es $\sqrt{2}$ y este es irracional, el dedujo lógicamente que hay números que no se pueden expresar mediante razones y abrió el camino a los números irracionales. Según la leyenda, este descubrimiento hizo que fuera tirado al mar por sus compañeros y cayó todo un cumplimiento dentro de la escuela pitagórica quien lo asumió posteriormente.

Hindúes, árabes, trataron los números irracionales por medio de aproximaciones y para el año 1500 en Europa se usaban libremente por matemáticos como Pascal, Stifel, Stevin y Cardano. En 1684 John Wallis en su libro *Algebra* los reconocía como números en su pleno sentido.

Algunos números irracionales tienen su propia historia, entre ellos se destacan $\sqrt{2}$, e , π y ϕ (el número áureo).

$\sqrt{2}$ aparece al relacionar la diagonal con el lado de un cuadrado unitario. Su historia consiste en hallar métodos para hacer cálculos cada vez más aproximados a su valor.

e es el número que establece la relación entre una circunferencia y su diámetro; es el número que más ha inquietado a los seres humanos. Matemáticos y aficionados a la matemática dedicaron muchos esfuerzos a tratar de calcularlo exactamente. Apenas en 1766 Lambert probó que era irracional y Lindemann en 1882 que era trascendente, lo que lo hace aún más particular, incluso se celebra el día de e .

El escocés John Napier publicó en 1614 el libro titulado *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* en el cual introduce el método de cálculo mediante logaritmos para facilitar las operaciones aritméticas con números grandes. La base de los logaritmos que utilizó Napier es un número muy cercano al número e cuyo valor es aproximadamente 2.718281828. Por lo que se le atribuye a Jacob Bernoulli el descubrimiento de la constante cuando estudiaba un problema particular del llamado interés compuesto, e es un número trascendente.

El número áureo ϕ (Phi, llamado así en honor al escultor griego Fidias, fue descubierto en la antigüedad no como una unidad sino como una proporción que se encuentra presente en la naturaleza, por ejemplo en las caracolas, en las nervaduras de las hojas de algunas árbol, en el crecimiento de las ramas, entre otras. Observando esta proporción, a este número se le atribuye un carácter estético especial, aplicado en la antigüedad en la arquitectura, por ejemplo, en el Partenón las ventanas y toda la construcción mantienen entre sí que la relación entre el lado mayor y el lado menor es el número áureo, esta proporción también se observan en cuadros, en esculturas e incluso en el cuerpo humano, por ejemplo, Leonardo Da Vinci, en su dibujo el "Homo Vitruvius", plasma dicha proporción. Por tantas aplicaciones y la belleza de la proporción, es conocido como número de oro o divina proporción. Actualmente, esta proporción está presente en las tarjetas de crédito y documentos de identificación entre otros.

Actividad: verificar el Teorema de Pitágoras.

Actividad: significado del número π (π).

Actividad: operando números irracionales.

Resumen

Ejercicios de refuerzo

En la actividad 1, se pide que mediante el uso de papel y tijeras se compruebe el teorema de Pitágoras.

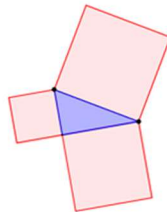
Actividad: verificar el Teorema de Pitágoras.

En esta actividad usted va a profundizar sobre un teorema de gran importancia en la evolución de la historia matemática y en particular los números irracionales: "el Teorema de Pitágoras". Para ello es necesario que construya en el centro de un octavo de cartulina un triángulo rectángulo (un ángulo es recto o de 90 grados).



Una vez dibujado el triángulo siga las siguientes instrucciones:

- Sobre cada cateto (los lados adyacentes al ángulo recto, cuya medida es menor que la de la hipotenusa) construya un cuadrado, de tal manera que uno de los lados del cuadrado sea un cateto.
- Sobre la hipotenusa (el lado que está opuesto al ángulo rectángulo) construya un cuadrado, de tal manera que uno de los lados del cuadrado sea la hipotenusa.



- Recorte los cuadrados que tienen como lado los catetos.
- Con las regiones de estos dos cuadrados cubra la región del cuadrado mayor (el que tiene como lado la hipotenusa).

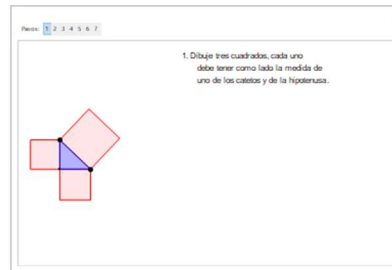
Dentro de esta actividad se plantean dos problemas, el primero tiene que ver con la comprobación del teorema de Pitágoras. En la solución aparece una animación en la que si usted da clic sobre cada uno de los números que aparece en la parte superior, va

realizando cada uno de los cortes de tal manera que el cuadrado de la hipotenusa quede cubierto con los cuadrados de los lados.

• Problema 1

• Solución

La siguiente animación muestra una de las formas de cubrir el área del cuadrado mayor con las áreas de los otros dos cuadrados, puede dar clic en los pasos 1 a 7 y manipular dos vértices del triángulo.



Se puede verificar que los dos cuadrados de lado los catetos cubren completamente el cuadrado del lado de la hipotenusa. Por lo tanto la suma de las regiones de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa, si a y b son las medidas de los catetos y c es la medida de la hipotenusa se tiene la siguiente relación:

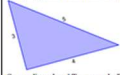
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Se Responde

• El Teorema de Pitágoras

Teorema de Pitágoras

Los pitagóricos descubrieron que números como 3, 4 y 5 no solo eran la longitud de los lados de un triángulo rectángulo, sino que además tenían la propiedad de que la suma de los cuadrados de los lados más pequeños (llamados catetos) igualaba el cuadrado del lado mayor (llamado hipotenusa). Es decir $3^2 + 4^2 = 5^2$.



Generalizando, el Teorema de Pitágoras enuncia que en un triángulo rectángulo: "La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa", en otras palabras, si a y b son los catetos y c es la hipotenusa, el Teorema de Pitágoras resulta en la expresión:

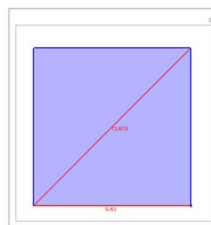
$$c^2 = a^2 + b^2$$

El problema 2 establece una relación entre la diagonal y el lado del cuadrado. El lector al entrar a la solución encuentra un aplicativo que le va a permitir corroborar la solución dada.

• Problema 2

Como sugerencia puede dibujar varios cuadrados, calcular la medida del lado y de la diagonal (aproxime con dos o más cifras decimales), finalmente encontrar la relación de estas medidas.

¿Qué relación existe entre la diagonal de un cuadrado y un lado?



Envíe los resultados en la siguiente tabla:

	Longitud del lado	Longitud de la diagonal aproximada	Relación entre la longitud de la diagonal y el lado aproximado
Cuadrado 1	10	14.142	$\frac{14.142}{10} = 1.414$
Cuadrado 2	6.5		
Cuadrado 3	6		
Cuadrado 4	3.5		
Cuadrado 5	4		
Cuadrado 6	2.8		

• Solución



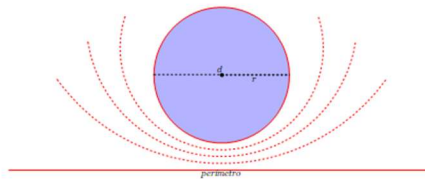
La actividad 2, trabaja con el número π , forma de construcción y valor aproximado. Nuevamente, al igual que en la actividad anterior, en la solución va a encontrar un aplicativo que le va a permitir al lector, verificar los datos obtenidos.

• **Actividad: significado del número π (r).**

En esta actividad usted va a desarrollar problemas que involucren al número irracional π . Para ello es necesario que consiga como mínimo 5 objetos que tengan forma circular, lo más perfecto posible, ya que no funciona con elementos de forma ovalada o elíptica. Los elementos pueden ser platos, botellas, etc.



Se llama **radio de la circunferencia** al segmento que va desde el centro de la circunferencia hasta el extremo de esta, el **diámetro de la circunferencia** es dos veces el radio: es el segmento que va desde un extremo a otro y pasa por el centro. Se llama **perímetro de la circunferencia** a la medida del contorno del círculo, como es difícil medirla, con la ayuda de la cuerda, se bordea el círculo lo más firme posible y luego se mide esta longitud sobre el metro, lo más preciso posible.



• **Problema 1**

Tomar la medida del diámetro del círculo y del radio. Medir el perímetro de cada uno de los objetos circulares y escribir los resultados obtenidos en la siguiente tabla:

	diámetro	radio	perímetro	perímetro diámetro	perímetro radio
Objeto 1					
Objeto 2					
Objeto 3					
Objeto 4					
Objeto 5					

¿Qué relación existe entre el diámetro y el perímetro de la circunferencia?
¿Qué relación existe entre el radio y el perímetro de la circunferencia?

La actividad 3, permite observar la solución de ejercicios en donde se operan números irracionales.

En la sección de números reales, que tiene el mismo manejo de las secciones anteriores, aparece una actividad, un resumen de la unidad y unos ejercicios de refuerzo.

• **5. Números reales**

• **Un poco de historia...**

La unión entre los números racionales y los números irracionales construyen el gran conjunto de los números reales. Anteriormente, se escribió acerca de cada uno de los subconjuntos que forman este conjunto, sin embargo, no se puede hacer un cierre a este capítulo sin mencionar un número que parece muy familiar pero que no fue aceptado tan fácilmente como parece, el cero.
Aparece inicialmente como un espacio vacío en el sistema de numeración de los babilonios. Protoprimero en el Antiguo Egipto usó el símbolo 0 para indicar que había un vacío entre las cifras. El cero fue introducido en Europa por los árabes quienes lo conocían de los hindúes. Los mayas lo conocieron y usaron el símbolo 0 en su sistema de numeración. Fibonacci, en el siglo XIII, fue quien lo utilizó por primera vez en su libro Liber Abaci. Sin embargo, fue Peano en su sistema axiomático para los números naturales, quien postuló al 0 como número en el año 1889.
Los reales cumplen todas las propiedades mencionadas dentro de los números racionales e irracionales, por lo que a continuación aparecen algunos ejercicios numéricos que se pueden solucionar.

• **Actividad**

• **Resumen**

• **Ejercicios de refuerzo**



LICENCIAMIENTO

FreeCDF™

El Formato de Documento Computable (CDF) es un formato público. Bajo los términos de uso de Wolfram FreeCDF, sus documentos CDF, junto con su contenido, están amparados bajo la licencia de Bienes Comunes Creativos (CC BY-SA). Al utilizar cualquier producto Wolfram para implementar su trabajo como FreeCDF, usted acepta y acuerda estar obligado por los [términos de esta licencia](#).

Wolfram se toma en serio la privacidad y la protección de datos y está comprometido a salvaguardar los datos que usted comparte con nosotros. Para obtener más información visite nuestra página de [Política de privacidad](#).

Fuente: <http://www.wolfram.com/cdf/adopting-cdf/licensing-options.html>



Attribution-ShareAlike 3.0 United States



CREATIVE COMMONS CORPORATION IS NOT A LAW FIRM AND DOES NOT PROVIDE LEGAL SERVICES. DISTRIBUTION OF THIS LICENSE DOES NOT CREATE AN ATTORNEY-CLIENT RELATIONSHIP. CREATIVE COMMONS PROVIDES THIS INFORMATION ON AN "AS-IS" BASIS. CREATIVE COMMONS MAKES NO



WARRANTIES REGARDING THE INFORMATION PROVIDED, AND DISCLAIMS LIABILITY FOR DAMAGES RESULTING FROM ITS USE.

License

THE WORK (AS DEFINED BELOW) IS PROVIDED UNDER THE TERMS OF THIS CREATIVE COMMONS PUBLIC LICENSE ("CCPL" OR "LICENSE"). THE WORK IS PROTECTED BY COPYRIGHT AND/OR OTHER APPLICABLE LAW. ANY USE OF THE WORK OTHER THAN AS AUTHORIZED UNDER THIS LICENSE OR COPYRIGHT LAW IS PROHIBITED.

BY EXERCISING ANY RIGHTS TO THE WORK PROVIDED HERE, YOU ACCEPT AND AGREE TO BE BOUND BY THE TERMS OF THIS LICENSE. TO THE EXTENT THIS LICENSE MAY BE CONSIDERED TO BE A CONTRACT, THE LICENSOR GRANTS YOU THE RIGHTS CONTAINED HERE IN CONSIDERATION OF YOUR ACCEPTANCE OF SUCH TERMS AND CONDITIONS.

1. Definitions

- a. **"Collective Work"** means a work, such as a periodical issue, anthology or encyclopedia, in which the Work in its entirety in unmodified form, along with one or more other contributions, constituting separate and independent works in themselves, are assembled into a collective whole. A work that constitutes a Collective Work will not be considered a Derivative Work (as defined below) for the purposes of this License.
- b. **"Creative Commons Compatible License"** means a license that is listed at <https://creativecommons.org/compatiblelicenses> that has been approved by Creative Commons as being essentially equivalent to this License, including, at a minimum, because that license: (i) contains terms that have the same purpose, meaning and effect as the License Elements of this License; and, (ii) explicitly permits the relicensing of derivatives of works made available under that license under this License or either a Creative Commons unported license or a Creative Commons jurisdiction license with the same License Elements as this License.
- c. **"Derivative Work"** means a work based upon the Work or upon the Work and other pre-existing works, such as a translation, musical arrangement, dramatization, fictionalization, motion picture version, sound recording, art reproduction, abridgment, condensation, or any other form in which the Work may be recast, transformed, or adapted, except that a work that constitutes a Collective Work will not be considered a Derivative Work for the purpose of this License. For the avoidance of doubt, where the Work is a musical composition or sound recording, the synchronization of the Work in timed-relation with a moving image ("synching") will be considered a Derivative Work for the purpose of this License.
- d. **"License Elements"** means the following high-level license attributes as selected by Licensor and indicated in the title of this License: Attribution, ShareAlike.
- e. **"Licensor"** means the individual, individuals, entity or entities that offers the Work under the terms of this License.
- f. **"Original Author"** means the individual, individuals, entity or entities who created the Work.
- g. **"Work"** means the copyrightable work of authorship offered under the terms of this License.
- h. **"You"** means an individual or entity exercising rights under this License who has not previously violated the terms of this License with respect to the Work, or who has received express permission from the Licensor to exercise rights under this License despite a previous violation.



2. Fair Use Rights. Nothing in this license is intended to reduce, limit, or restrict any rights arising from fair use, first sale or other limitations on the exclusive rights of the copyright owner under copyright law or other applicable laws.

3. License Grant. Subject to the terms and conditions of this License, Licensor hereby grants You a worldwide, royalty-free, non-exclusive, perpetual (for the duration of the applicable copyright) license to exercise the rights in the Work as stated below:

- a. to reproduce the Work, to incorporate the Work into one or more Collective Works, and to reproduce the Work as incorporated in the Collective Works;
- b. to create and reproduce Derivative Works provided that any such Derivative Work, including any translation in any medium, takes reasonable steps to clearly label, demarcate or otherwise identify that changes were made to the original Work. For example, a translation could be marked "The original work was translated from English to Spanish," or a modification could indicate "The original work has been modified.";
- c. to distribute copies or phonorecords of, display publicly, perform publicly, and perform publicly by means of a digital audio transmission the Work including as incorporated in Collective Works;
- d. to distribute copies or phonorecords of, display publicly, perform publicly, and perform publicly by means of a digital audio transmission Derivative Works.
- e. For the avoidance of doubt, where the Work is a musical composition:
 - i. **Performance Royalties Under Blanket Licenses.** Licensor waives the exclusive right to collect, whether individually or, in the event that Licensor is a member of a performance rights society (e.g. ASCAP, BMI, SESAC), via that society, royalties for the public performance or public digital performance (e.g. webcast) of the Work.
 - ii. **Mechanical Rights and Statutory Royalties.** Licensor waives the exclusive right to collect, whether individually or via a music rights agency or designated agent (e.g. Harry Fox Agency), royalties for any phonorecord You create from the Work ("cover version") and distribute, subject to the compulsory license created by 17 USC Section 115 of the US Copyright Act (or the equivalent in other jurisdictions).
- f. **Webcasting Rights and Statutory Royalties.** For the avoidance of doubt, where the Work is a sound recording, Licensor waives the exclusive right to collect, whether individually or via a performance-rights society (e.g. SoundExchange), royalties for the public digital performance (e.g. webcast) of the Work, subject to the compulsory license created by 17 USC Section 114 of the US Copyright Act (or the equivalent in other jurisdictions).

The above rights may be exercised in all media and formats whether now known or hereafter devised. The above rights include the right to make such modifications as are technically necessary to exercise the rights in other media and formats. All rights not expressly granted by Licensor are hereby reserved.

4. Restrictions. The license granted in Section 3 above is expressly made subject to and limited by the following restrictions:

- a. You may distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform the Work only under the terms of this License, and You must include a copy of, or the Uniform Resource Identifier for, this License with every copy or phonorecord of the Work You distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform. You may not offer or impose any terms on the Work that restrict the terms of this License or the ability of a recipient of the Work to exercise of the rights granted to that recipient under the terms of the License. You may not sublicense the Work. You must keep intact all notices that refer to this License and to the disclaimer of warranties. When You distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform the Work, You may not impose any technological measures on the Work that



restrict the ability of a recipient of the Work from You to exercise of the rights granted to that recipient under the terms of the License. This Section 4(a) applies to the Work as incorporated in a Collective Work, but this does not require the Collective Work apart from the Work itself to be made subject to the terms of this License. If You create a Collective Work, upon notice from any Licensor You must, to the extent practicable, remove from the Collective Work any credit as required by Section 4(c), as requested. If You create a Derivative Work, upon notice from any Licensor You must, to the extent practicable, remove from the Derivative Work any credit as required by Section 4(c), as requested.

- b. You may distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform a Derivative Work only under: (i) the terms of this License; (ii) a later version of this License with the same License Elements as this License; (iii) either the Creative Commons (Unported) license or a Creative Commons jurisdiction license (either this or a later license version) that contains the same License Elements as this License (e.g. Attribution-ShareAlike 3.0 (Unported)); (iv) a Creative Commons Compatible License. If you license the Derivative Work under one of the licenses mentioned in (iv), you must comply with the terms of that license. If you license the Derivative Work under the terms of any of the licenses mentioned in (i), (ii) or (iii) (the "Applicable License"), you must comply with the terms of the Applicable License generally and with the following provisions: (I) You must include a copy of, or the Uniform Resource Identifier for, the Applicable License with every copy or phonorecord of each Derivative Work You distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform; (II) You may not offer or impose any terms on the Derivative Works that restrict the terms of the Applicable License or the ability of a recipient of the Work to exercise the rights granted to that recipient under the terms of the Applicable License; (III) You must keep intact all notices that refer to the Applicable License and to the disclaimer of warranties; and, (IV) when You distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform the Work, You may not impose any technological measures on the Derivative Work that restrict the ability of a recipient of the Derivative Work from You to exercise the rights granted to that recipient under the terms of the Applicable License. This Section 4(b) applies to the Derivative Work as incorporated in a Collective Work, but this does not require the Collective Work apart from the Derivative Work itself to be made subject to the terms of the Applicable License.
- c. If You distribute, publicly display, publicly perform, or publicly digitally perform the Work (as defined in Section 1 above) or any Derivative Works (as defined in Section 1 above) or Collective Works (as defined in Section 1 above), You must, unless a request has been made pursuant to Section 4(a), keep intact all copyright notices for the Work and provide, reasonable to the medium or means You are utilizing: (i) the name of the Original Author (or pseudonym, if applicable) if supplied, and/or (ii) if the Original Author and/or Licensor designate another party or parties (e.g. a sponsor institute, publishing entity, journal) for attribution ("Attribution Parties") in Licensor's copyright notice, terms of service or by other reasonable means, the name of such party or parties; the title of the Work if supplied; to the extent reasonably practicable, the Uniform Resource Identifier, if any, that Licensor specifies to be associated with the Work, unless such URI does not refer to the copyright notice or licensing information for the Work; and, consistent with Section 3(b) in the case of a Derivative Work, a credit identifying the use of the Work in the Derivative Work (e.g., "French translation of the Work by Original Author," or "Screenplay based on original Work by Original Author"). The credit required by this Section 4(c) may be implemented in any reasonable manner; provided, however, that in the case of a Derivative Work or Collective Work, at a minimum such credit will appear, if a credit for all contributing authors of the Derivative Work or Collective Work appears, then as part of these credits and in a manner at least as prominent as the credits for the other contributing authors. For the avoidance of doubt, You may only use the credit required by this Section for the purpose of attribution in the manner set out above and, by exercising Your rights under this License, You may not implicitly or explicitly assert or imply any connection with, sponsorship or endorsement by the Original Author, Licensor and/or Attribution Parties, as appropriate, of You or Your use of the Work, without the separate, express prior written permission of the Original Author, Licensor and/or Attribution Parties.

5. Representations, Warranties and Disclaimer



UNLESS OTHERWISE MUTUALLY AGREED TO BY THE PARTIES IN WRITING, LICENSOR OFFERS THE WORK AS-IS AND ONLY TO THE EXTENT OF ANY RIGHTS HELD IN THE LICENSED WORK BY THE LICENSOR. THE LICENSOR MAKES NO REPRESENTATIONS OR WARRANTIES OF ANY KIND CONCERNING THE WORK, EXPRESS, IMPLIED, STATUTORY OR OTHERWISE, INCLUDING, WITHOUT LIMITATION, WARRANTIES OF TITLE, MARKETABILITY, MERCHANTABILITY, FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE, NONINFRINGEMENT, OR THE ABSENCE OF LATENT OR OTHER DEFECTS, ACCURACY, OR THE PRESENCE OF ABSENCE OF ERRORS, WHETHER OR NOT DISCOVERABLE. SOME JURISDICTIONS DO NOT ALLOW THE EXCLUSION OF IMPLIED WARRANTIES, SO SUCH EXCLUSION MAY NOT APPLY TO YOU.

6. Limitation on Liability. EXCEPT TO THE EXTENT REQUIRED BY APPLICABLE LAW, IN NO EVENT WILL LICENSOR BE LIABLE TO YOU ON ANY LEGAL THEORY FOR ANY SPECIAL, INCIDENTAL, CONSEQUENTIAL, PUNITIVE OR EXEMPLARY DAMAGES ARISING OUT OF THIS LICENSE OR THE USE OF THE WORK, EVEN IF LICENSOR HAS BEEN ADVISED OF THE POSSIBILITY OF SUCH DAMAGES.

7. Termination

- a. This License and the rights granted hereunder will terminate automatically upon any breach by You of the terms of this License. Individuals or entities who have received Derivative Works or Collective Works from You under this License, however, will not have their licenses terminated provided such individuals or entities remain in full compliance with those licenses. Sections 1, 2, 5, 6, 7, and 8 will survive any termination of this License.
- b. Subject to the above terms and conditions, the license granted here is perpetual (for the duration of the applicable copyright in the Work). Notwithstanding the above, Licensor reserves the right to release the Work under different license terms or to stop distributing the Work at any time; provided, however that any such election will not serve to withdraw this License (or any other license that has been, or is required to be, granted under the terms of this License), and this License will continue in full force and effect unless terminated as stated above.

8. Miscellaneous

- a. Each time You distribute or publicly digitally perform the Work (as defined in Section 1 above) or a Collective Work (as defined in Section 1 above), the Licensor offers to the recipient a license to the Work on the same terms and conditions as the license granted to You under this License.
- b. Each time You distribute or publicly digitally perform a Derivative Work, Licensor offers to the recipient a license to the original Work on the same terms and conditions as the license granted to You under this License.
- c. If any provision of this License is invalid or unenforceable under applicable law, it shall not affect the validity or enforceability of the remainder of the terms of this License, and without further action by the parties to this agreement, such provision shall be reformed to the minimum extent necessary to make such provision valid and enforceable.
- d. No term or provision of this License shall be deemed waived and no breach consented to unless such waiver or consent shall be in writing and signed by the party to be charged with such waiver or consent.
- e. This License constitutes the entire agreement between the parties with respect to the Work licensed here. There are no understandings, agreements or representations with respect to the Work not specified here. Licensor shall not be bound by any additional provisions that may appear in any communication from You. This License may not be modified without the mutual written agreement of the Licensor and You.



Creative Commons Notice

Creative Commons is not a party to this License, and makes no warranty whatsoever in connection with the Work. Creative Commons will not be liable to You or any party on any legal theory for any damages whatsoever, including without limitation any general, special, incidental or consequential damages arising in connection to this license. Notwithstanding the foregoing two (2) sentences, if Creative Commons has expressly identified itself as the Licensor hereunder, it shall have all rights and obligations of Licensor.

Except for the limited purpose of indicating to the public that the Work is licensed under the CCPL, Creative Commons does not authorize the use by either party of the trademark "Creative Commons" or any related trademark or logo of Creative Commons without the prior written consent of Creative Commons. Any permitted use will be in compliance with Creative Commons' then-current trademark usage guidelines, as may be published on its website or otherwise made available upon request from time to time. For the avoidance of doubt, this trademark restriction does not form part of this License.

Creative Commons may be contacted at <https://creativecommons.org/>.

Fuente: <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/us/legalcode>



INFORMACIÓN TÉCNICA

FACULTAD DE
INGENIERÍA, DISEÑO
E INNOVACIÓN



Manual de usuario

Programa:

Autores:

Camilo Andrés Ramírez Sánchez

Diana Shirley Velásquez

Jaime Posada

Martha Helena Zambrano

Angélica Chappe

Diseño:

Este material pertenece al Politécnico Grancolombiano.

Por ende, es de uso exclusivo de las Instituciones



*adscritas a la Red Ilumno. Prohibida su reproducción
total o parcial*