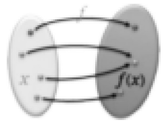
```
Clear["Global`*"]
```

Imágenes y textos

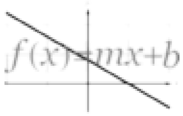
Resumen General

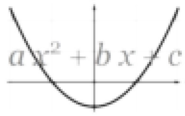
```
In[ ]:= Deploy@DynamicModule[{panelWidth = 850, bodyWidth = 600, text,
    textPane, page1, page2, page3, page4, page5, framePane, dimen1,
    divid1, style1, style2, style3, color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia", titlePopUp, textPopUp,
    u = {-1, 1}, v = {2, -3}, p, p1},
   p[s_, a_] := If[s == "+ ", a, Row[{"(", - a, ")"}]];
   p1[a_] := If[a ≥ 0, Row[{"+ ", Abs@a}], Row[{"- ", Abs@a}]];
   Clear@f;
   (*Inicializar page's*)
   page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
   dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 15}, Automatic};
   divid1 = {{1 -> None, 2 -> Thickness[1], 3 -> Thickness[1], 4 -> None},
     {1 → None, 2 -> Thickness[5], 3 -> None}};
   style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 12}];
   style2[txt_] :=
    Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 18, color3, Italic}];
   style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 14}];
   framePane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Cuadro/Titulo",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "EmphasisText",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   (*Estilos de las ventanas emergentes*)
   titlePopUp[s_String] := Pane[TextCell[style2[s], "Text",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Text",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   Pane[Column[{
```

Grid[{{ 

funciones , 

Dominio y Rango ,



función lineal , 

función cuadrática }},

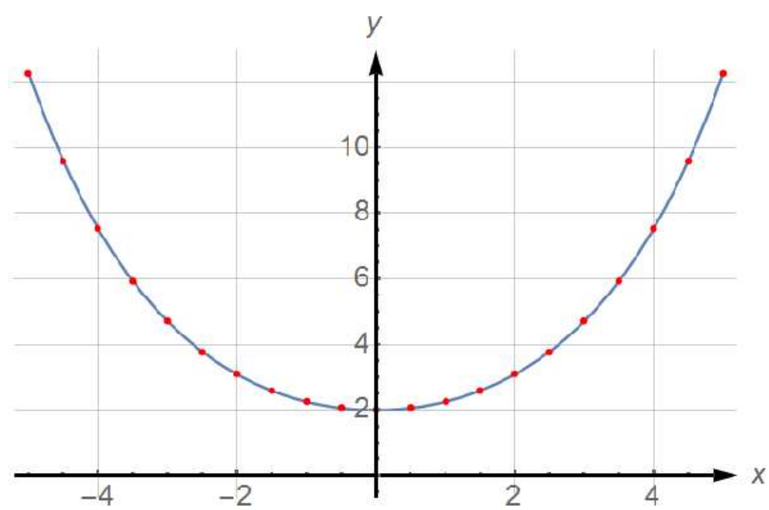
```
    Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
   Framed[
    PaneSelector[{
      1 → Pane[
        Grid[{{textPane["Definición de función:
Una función f de un conjunto D (dominio) a un conjunto R (rango)
                es una regla de transformación o
                asignación que a cada elemento x de D le
                asigna un único elemento f(x) de R."]},
            {Item[
              TextCell[Row[{"Argumentos e imágenes de funciones ⇒", "   ",
                 MouseAppearance[Button[TextCell[Row[{"(", TraditionalForm@
                        x, ",", TraditionalForm[f@x], ")"}], "Text"],
                   CreateDialog[{
                     Pane[Column[{
                        titlePopUp["Argumentos e imágenes"],
                        textPopUp["En las matemáticas, al igual que en
                           otras ramas del conocimiento humano,
                           es necesario distinguir entre
                           variables independientes (argumentos)
                           y variables dependientes (imágenes).
Un argumento se entenderá como una propiedad cuantificable capaz de
                           influir en el comportamiento de otras
                           cantidades en una situación dada.
La imagen es precisamente el resultado obtenido como consecuencia
```

```
                              de la influencia o acción
                              directa de los argumentos.

Ejemplo 1:
Sea la función f(x) = x/3 - 5, x = 3 es
                              un argumento de la función y
                              f(3) = -4 es la imagen de x = 3.
Las imágenes dependen de qué valor se le asigna a la variable
                              independiente x.

Ejemplo 2:
Sea h una función que determina la
                              temperatura a cierta hora, por
                              ejemplo h(8) es la temperatura
                              a las ocho de la mañana.
En este caso, t = 8 es un argumento de la función y h(8) es su imagen.
Los valores de la temperatura dependen del momento indicado."]}], ImageSize →
                          {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars → {False, True}]},
                       Background → White, Deployed → True],
                      ImageSize → All], "LinkHand"]
                  }], "Text"]
                 , Alignment → Right]},
               {Column[{
                  Grid[{{Style["Diferentes representaciones de las funciones",
                      FontFamily → "Georgia", 20],
                     Grid[{{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 },
                        { Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }},
                      Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
                      FrameStyle → GrayLevel[.7],
                      Background → {None, None,
                        Which[Dynamic@page2 == 1, {1, 1} → Lighter@LightBlue,
                         Dynamic@page2 == 2, {1, 2} → Lighter@LightBlue,
                         Dynamic@page2 == 3, {1, 3} → Lighter@LightBlue,
```

```
          Dynamic@page2 == 4, {1, 4} → Lighter@LightBlue,
          Dynamic@page2 == 5, {2, 1} → Lighter@LightBlue,
          Dynamic@page2 == 6, {2, 2} → Lighter@LightBlue,
          Dynamic@page2 == 7, {2, 3} → Lighter@LightBlue,
          Dynamic@page2 == 8, {2, 4} → Lighter@LightBlue]}]}},
  Alignment → {Left, Top}, ItemSize → {{1 → 25}, {2 → 8}}],
 Framed[
  PaneSelector[{
    1 → Pane[
      Grid[{ {style3[
          "Polinomios: Objetos y fenómenos se pueden modelar
            por medio de polinomios, por ejemplo,
            el arco de Corferias (Bogotá,
            Colombia) se puede modelar por medio
            de un polinomio de grado 2."], ⋯,
         style1["y = -0.006 x^2 + 2.916 x - 32.74"]},
        {Deploy@Grid[Prepend[Table[{i, a i^2 + b i + c /.
                {a → -0.005932274065963109`,
                 b → 2.916144513772207`, c →
                  -32.74959528214623`} // N}, {i, 50, 480,
              50}], {TraditionalForm@Style["x", "Text"],
             TraditionalForm@Style["f(x)", "Text"]}]],
```

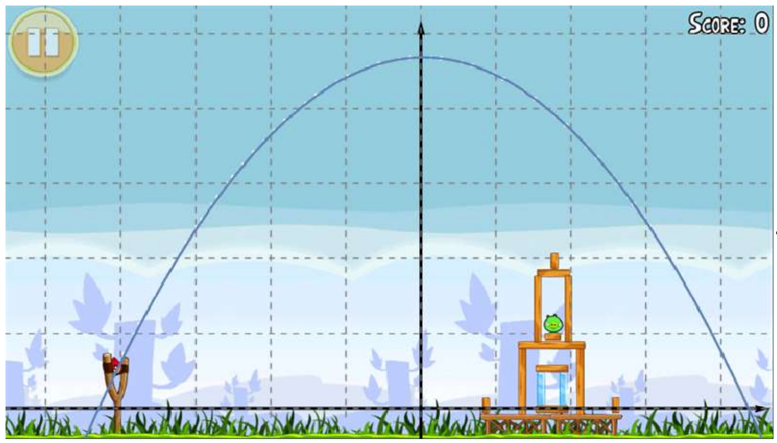

```
         ,
        ⋯}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
```

```
2 →
 Grid[{ {style3["Catenaria: La mayoría de arcos o cables
      suspendidos, siguen la forma de una
      función matemática llamada catenaria,
      dada por y = a Cosh(x/a) donde Cosh es
      la función coseno hiperbólico. "],
    ⋯, style1["y = 2 Cosh(x/2), -5 ≤ x ≤ 5"]},
   {Deploy@Grid[Prepend[Table[{i, 2 * Cosh[i/2] // N},
       {i, -5, 5, 1}], {Style["x", "Text"],
       Style["f(x)", "Text"]}]],
```

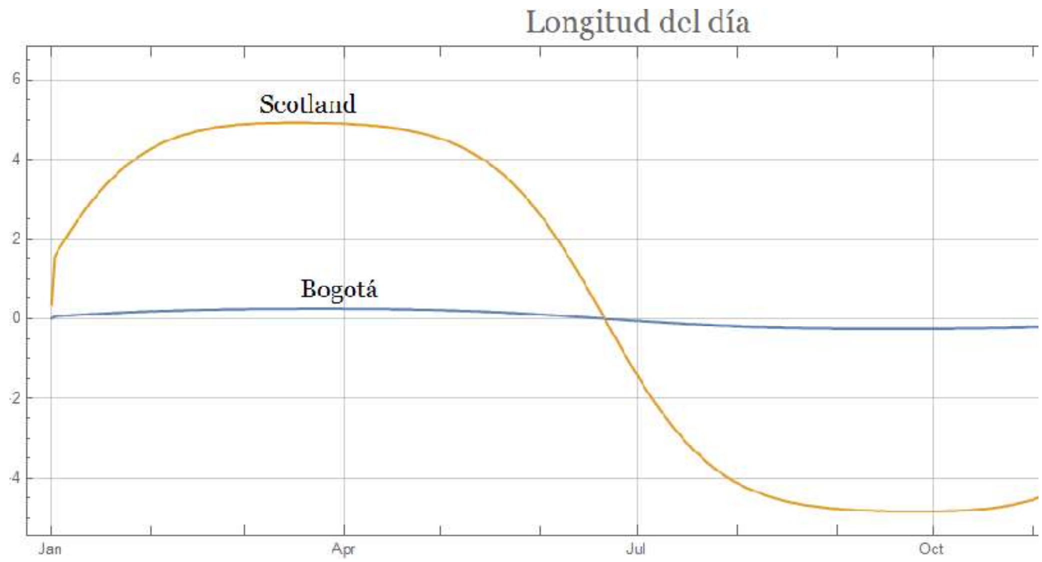



```
,
    ⋯}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1],
3 → Pane[
  Grid[{ {style3[
      "Movimiento parabólico: En una rama de la física,
       conocida como cinemática, se estudia
       el movimiento de los cuerpos y sus
       trayectorias como función del tiempo.
       En el caso del movimiento parabólico,
       las trayectorias descritas son
       precisamente parábolas, y una
       representación de dicho fenómeno
```

```
        ocurre en el popular juego Angry
        Birds para dispositivos móviles."],
   …, style1["y = 4.6 - 0.25 x^2"]}, {Deploy@
    Grid[Prepend[Table[{i, 4.6 - 0.25 i^2 // N},
        {i, -4, 4, 1}], {TraditionalForm@
         Style["x", "Text"], TraditionalForm@
         Style["f(x)", "Text"]}], Frame → All],
```




```
   …}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
4 → Pane[
  Grid[{ {style3["Longitud del día: En diferetes paises,
        la longitud del día va cambiando a
        medida que transcurre el año. Debido
        a la proximidad de Colombia a la
        línea del Ecuador, este fenómeno
        no es muy visible (Bogotá, gráfica
        azul). En el Reino Unido (Scotland,
        gráfica naranja) este fenómeno sí
        es visible, de enero a abril los
        días duran más mientras que de
        agosto a diciembre los días duran
        menos. Note que en junio 24 en
        ambos lugares el día tiene el mismo
        tiempo de duración."], …, …}, {
```




```
        …, …}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
  5 → Pane[
    Grid[{ {
        style3["Histórica devaluación del peso colombiano
            (COP) en realción al dolar
            estadounidense (USD) desde mediados
            del 2014 a mediados del 2015"], …,
        style3["No se puede representar mediante
            una expresión algebráica"]}, {
```

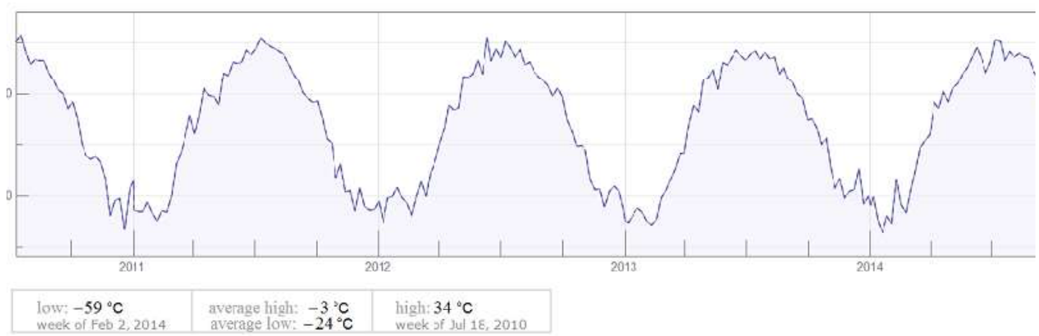

```
        …, …}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
  6 → Pane[
    Grid[{ {
        style3["Precios de las acciones de Google (GOOG)
```

```
      desde mediados del 2014 a
      mediados del 2015"], …,
    style3["No se puede representar mediante
      una expresión algebráica"]}, {
```


```
    …, …}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
7 → Pane[
  Grid[{ {
    style3["Temperatura de Valledupar (Cesar, Colombia)
      desde mediados del 2010 a mediados
      del 2015 (una de las ciudades
      más calientes del mundo)"], …,
    style3["No se puede representar mediante
      una expresión algebráica"]}, {
```

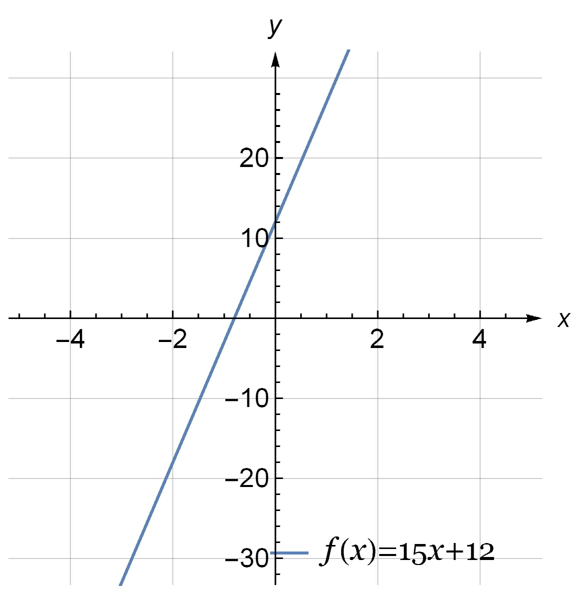

```
    …, …}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]],
8 → Pane[
  Grid[{ {
```

```
style3["Temperatura de Verkhoyansk (Sakha, Russia)
    desde mediados del 2010 a mediados
    del 2015 (una de las ciudades
    más frías del mundo)"], ⋯,
style3["No se puede representar mediante
    una expresión algebráica"]}, {
```



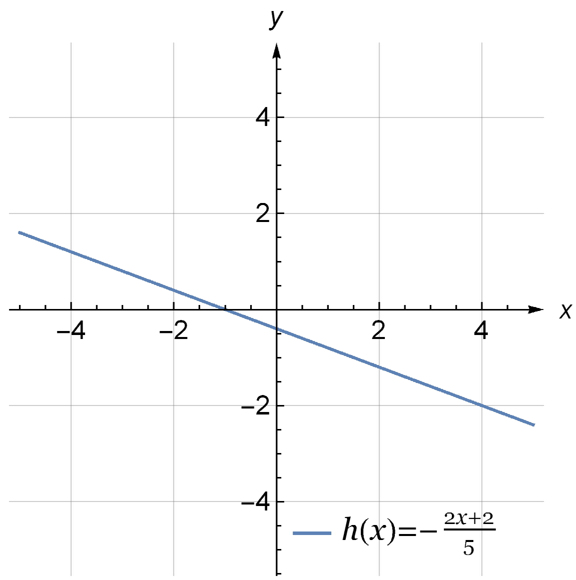

```
⋯, ⋯}}, Dividers -> divid1, ItemSize -> dimen1]]},
      Dynamic[page2], ImageSize → All],
      FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins →
       {{1, 1}, {1, 0}}]}, Alignment → {Center, Top}]}
  }, Alignment → {Center, Center}], Alignment → Center,
  ImageSize → {795, Automatic}],
2 -> Pane[
  Grid[{{textPane["Definición:
El Dominio de una función es el conjunto de posibles valores de
        la variable independiente en dicha función.
El Rango de una función es el conjunto de todos los posibles valores
        que puede alcanzar  la variable dependiente.
        Aunque en cursos futuros se verán técnicas
        más avanzadas para encontrar el rango de una
        función, en este momento es útil utilizar
        la representación gráfica de una función
        para calcular su rango.  A continuación
        se tienen tres ejemplos relevantes."]},
    {Column[{
      Grid[{{Style["Dominio y rango de algunas funciones",
```

```
    FontFamily → "Georgia", 20],
   Grid[{{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 },
     { Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }},
    Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
    FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None,
      Which[Dynamic@page2 == 1, {1, 1} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 2, {1, 2} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 3, {1, 3} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 4, {1, 4} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 5, {2, 1} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 6, {2, 2} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 7, {2, 3} → Lighter@LightBlue,
       Dynamic@page2 == 8, {2, 4} → Lighter@LightBlue]}]}},
  Alignment → {Left, Top}, ItemSize → {{1 → 25}, {2 → 8}}],
 Framed[
  PaneSelector[{
   1 → Grid[{{
```




```
,
      Pane[TextCell[Style[" f(x) = 15 x + 12
Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
           independiente, esta puede ser
           cualquier número, por lo tanto:
             Dom f = ℝ
```

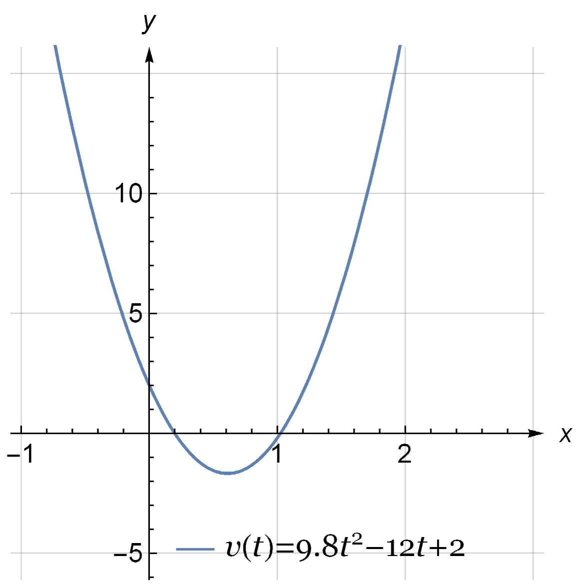
```
Rango: al ser una función lineal se evidencia que las imágenes de
                              esta pueden ser cualquier
                              número real, por lo tanto:
                                   Ran f = ℝ                                ", {
                              16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
                           TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
                            {0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
                       Alignment → {Top, Center}],
                     2 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" h(x) = -(2 x + 2)/5
La función h es una función lineal:
                            h(x) = -(2x+2)/5 = -(2x/5 + 2/5)
                            h(x) = -2/5 x - 2/5
Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
                              independiente, esta puede ser
                              cualquier número, por lo tanto:
                                   Dom h = ℝ
Rango: al ser una función lineal se evidencia que las imágenes de
                              esta pueden ser cualquier
                              número real, por lo tanto:
                                   Ran h = ℝ                                ", {
                              16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
                           TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
                            {0.9, 100, 0, 0, 0}]],
```



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

3 → Grid[{{



,

Pane[TextCell[Style[" $v(t) = 9.8\,t^2 - 12\,t + 2$

Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable independiente, esta puede ser cualquier número, por lo tanto:

$$\text{Dom}\, v = \mathbb{R}$$

Rango: al ser una función cuadrática $v(t) = a\,t^2 + b\,t + c$, con $a = 9.8 > 0$, la parábola abre hacia arriba, además el vértice es:

vértice : (h, k)

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-12)}{2\,(9.8)} \approx 0.612$$

$$k = v(h) \approx v(0.612) \approx -1.67$$

(-1.67, 2)

por lo tanto el rango de la función es:

Ran $h = [-1.67, \infty)$ ", {

16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,

TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →

{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,

Alignment → {Top, Center}],

4 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" $f(x) = \dfrac{1}{x}$

Dominio: este tipo de funciones se conocen como

funciones racionales, en las cuales

se debe tener especial cuidado

con el denominador (no puede ser

cero); en la función f, la variable

independiente x puede tomar cualquier

valor excepto cero ($x \neq 0$), pues no se

puede dividir por cero. Por lo tanto:

Dom $f = \{x \in \mathbb{R},\ x \neq 0\}$

Rango: el la gráfica de f se evidencia que el único valor que no puede tomar

la variable independiente

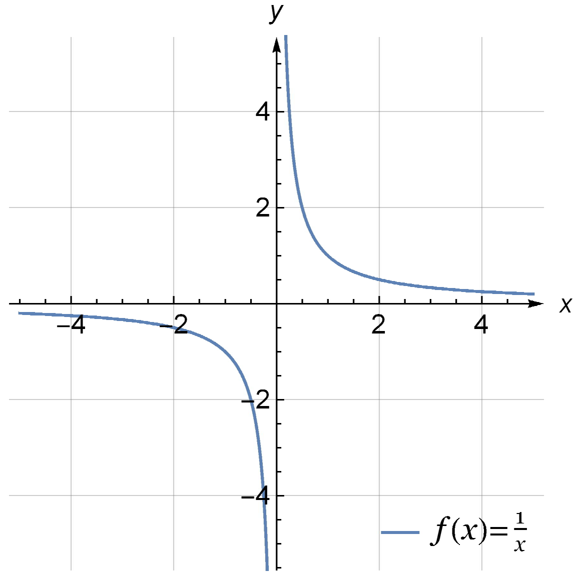
es cero, por lo tanto:

Ran $f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ", {

16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,

TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →

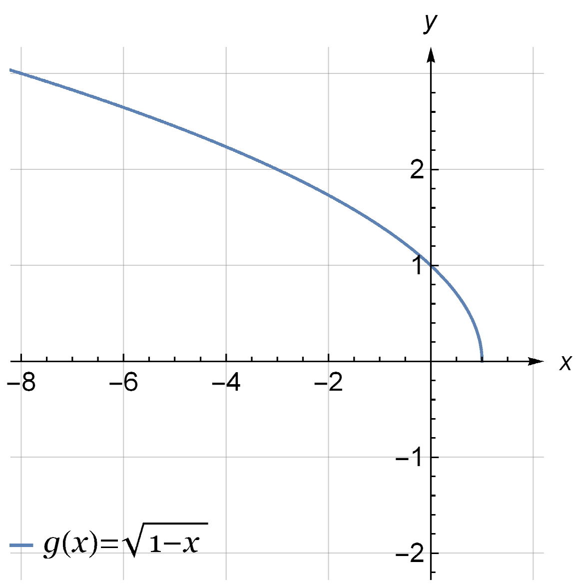
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

5 → Grid[{{



,

Pane[TextCell[Style[" $g(x) = \sqrt{1 - x}$

Dominio: los elementos en el interior de la raíz no pueden ser negativos, por lo tanto la expresión $1 - x$ debe ser mayor o igual que cero, esto es:

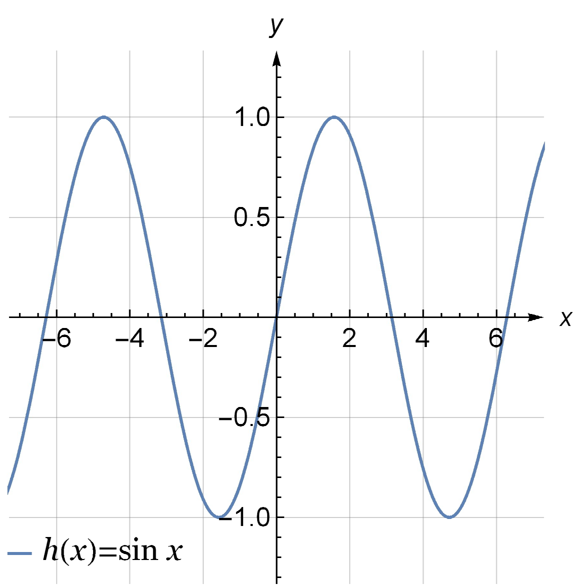
$$1 - x \geq 0$$
$$-x \geq -1$$
$$x \leq 1$$

lo cual indica que $x \leq 1$ son los posibles valores de x. El dominio de la función es:

$$\mathrm{Dom}\, g = \{x \in \mathbb{R},\ x \leq 1\}$$

Rango: en este caso se observa que para la función *g*, los números negativos
no se encuentran en el rango
de la función. Se concluye que:
Ran *g* = [0, ∞) ", {
16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
Alignment → {Top, Center}],
6 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" *h*(*x*) = sin *x*

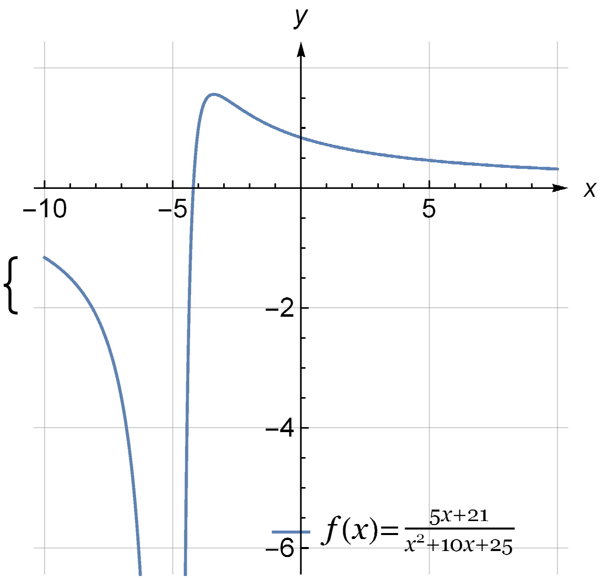
Dominio: la función trigonométrica *seno* es una función periódica que no
tiene alguna restricción en la
variable independiente, por lo tanto:
Dom *h* = ℝ
Rango: en la gráfica de *h* se aprecia que los valores de las
imágenes están entre -1 y 1,
incluyéndolos, por lo tanto:
Ran *h* = [-1, 1]
Este tipo de funciones se estudiarán en cursos superiores, tiene importantes aplicaciones
en muchas ramas de la ciencia.",
{FontFamily → "Georgia", FontSize → 16,
FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

7 → Grid[{{



,

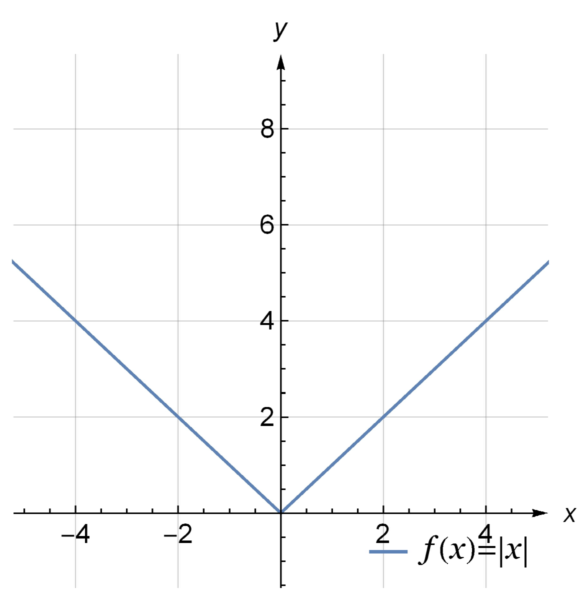
Pane[TextCell[Style[" $f(x) = \dfrac{5\,x + 2}{x^2 + 10\,x + 25}$

Dominio: este tipo de funciones se conocen como *funciones racionales*, en las cuales se debe tener especial cuidado con el denominador (no puede ser cero); en la función f se deben encontrar los valores en los que da cero para quitarlos del dominio, por lo tanto se debe resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 10\,x + 25 = 0$, cuya única solución es $x = -5$. La variable independiente x puede tomar cualquier valor excepto negativo cinco ($x \neq -5$), pues no se puede dividir por cero. Por lo tanto:

$$\text{Dom}\, f = \{x \in \mathbb{R},\ x \neq -5\}$$

Rango: con las herramientas actuales no podemos encontrar el rango de la función f, en la gráfica se observa que no tiene límite inferior, pero no se sabe con exactitud déndе termina. En cursos superiores se estudiarán

```
herramientas que permitirán encontrar
el rango de esta y otras funciones. ",
{FontFamily → "Georgia", FontSize → 16,
FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
Alignment → {Top, Center}],
8 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" f(x) = | x |
Esta función se conoce como valor absoluto, surge de nociones geométricas y
se relaciona con la distancia de
un número real x al origen, es por
esto que las imágenes de la función
siempre son positivas o nulas.
Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
independiente, esta puede ser
cualquier número, por lo tanto:
Dom f = ℝ
Rango: ya que las imágenes de la función pueden ser positivas o nulas, el
rango está determinado por:
Ran h = [0, ∞)                                         ", {
16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],
```



}},

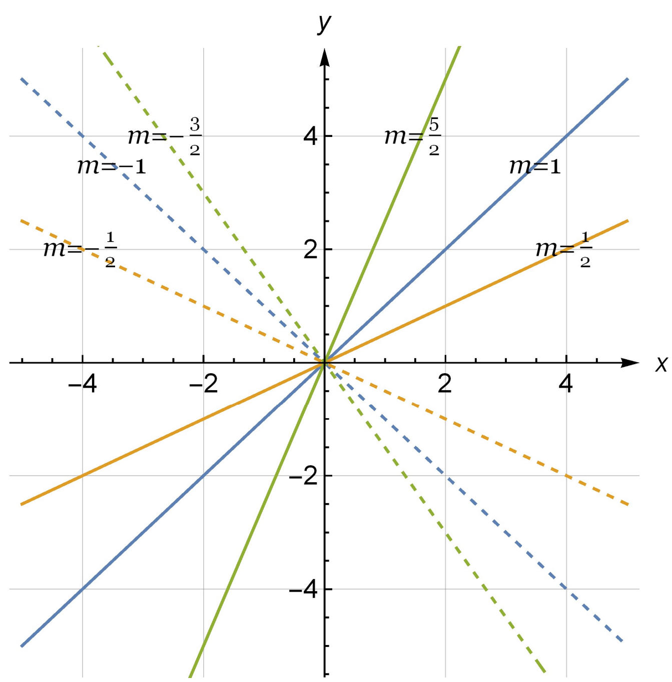
```
                        Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}]}],
                     Dynamic[page2], ImageSize → All],
                    FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins →
                     {{1, 1}, {1, 0}}]}, Alignment → {Center, Top}]}
               }, Alignment → {Center, Center}]],
            3 -> Pane[
              Column[{textPane["Definición:
Una función lineal tiene la forma:

                                                  f(x) = m x + b
con m y b números reales.
La gráfica de una función lineal es una recta
                no vertical, la cantidad m se conoce
                como pendiente y es la cantidad que mide
                el grado de inclinación de la recta.
Al evaluar x = 0, se obtiene f(0) = b, lo cual quiere decir que b
                representa el  corte con el eje y."],
                Item[
                 TextCell[Row[{"La pendiente en una función lineal ⇒", "    ",
                    MouseAppearance[
                     Button[TextCell[TraditionalForm["m = (y2 - y1)/(x2 - x1)"], "Text"],
                      CreateDialog[{
                        Pane[Column[{
                           titlePopUp["La pendiente"],
                           textPopUp[ "pendiente
```

$$= m = \text{razón de cambio promedio} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{\text{elevac}}{\text{desplaza}}$$

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

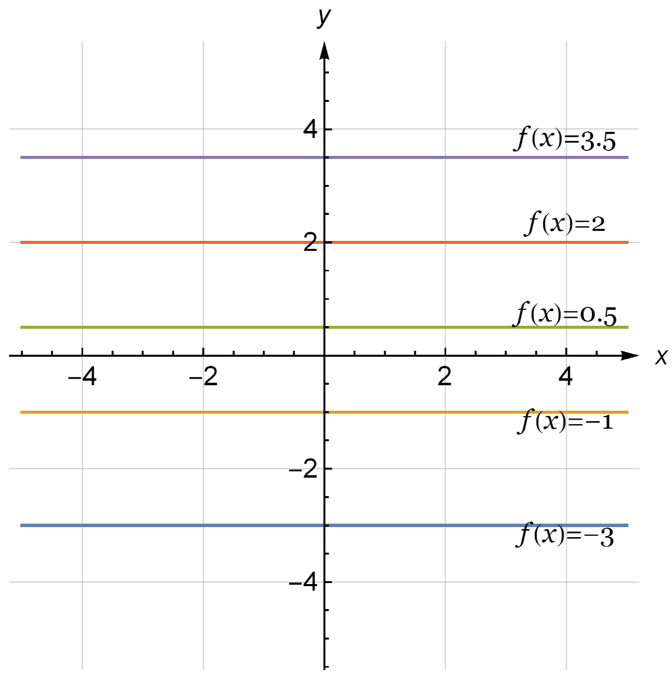
```
                                                                     "]
                           ,
                           Deploy@Grid[{{Pane[TextCell[Style[
```

```
"El signo de la pendiente determina la
   dirección de la recta mientras
   que la magnitud determina que tan
   inclinada es con respecto al eje x.
   Una pendiente positiva indica que
   la función lineal está creciendo
   mientras que una pendiente negativa
   indica que la función decrece.",
 {FontFamily → "Georgia", FontSize →
   16, FontColor → GrayLevel[0.2]}],
LineIndent → 0, TextJustification → 0,
LinebreakAdjustments →
 {0.9, 100, 0, 0, 0}]],
```




```
}},
Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],
```

```
Grid[{{
```

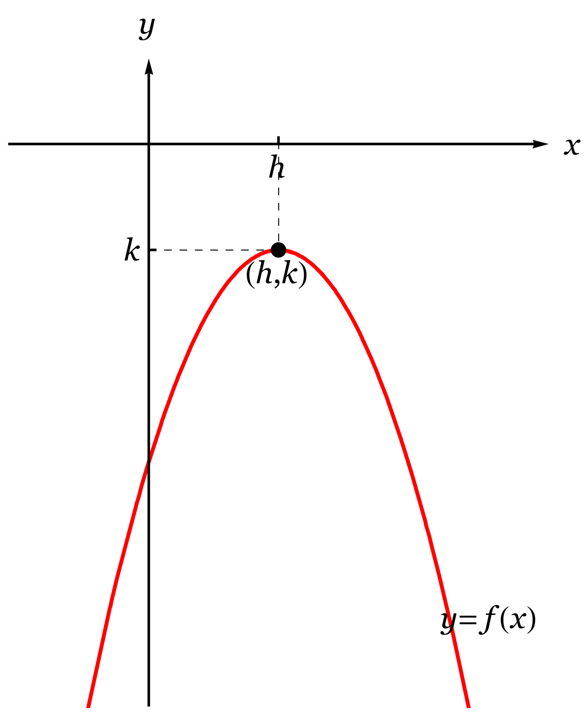



```
,
      Pane[TextCell[Style["En una función lineal de
           la forma f(x) = b, donde b es una
           constante, la pendiente es cero
           (m = 0) pues los cambios en x no
           producen cambios en y.  La función
           lineal de la forma f(x) = b se conoce
           como función constante y la gráfica
           de esta es una recta horizontal que
           corta al eje y por la constante b.",
         {FontFamily → "Georgia", FontSize →
           16, FontColor → GrayLevel[0.2]}],
        LineIndent → 0, TextJustification → 0,
        LinebreakAdjustments →
         {0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
    Alignment → {Top, Center}]
  }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
 ImageSize → All], "LinkHand"]
}], "Text"]
, Alignment → Right],
Style["Interactua con los puntos A y B en el plano", "Text"],
```

```
Item[Grid[{
   {Dynamic@Show[
      Plot[InterpolatingPolynomial[{u, v}, x],
       {x, -6, 6}, PlotStyle → Directive[Thick, color1]],
      Graphics[{Locator[Dynamic[u], Appearance → None],
        Locator[Dynamic[v], Appearance → None]}],
      Graphics[{Thick, AbsolutePointSize[8],
        Blue, Point[{u, v}]}],
      Graphics[{Blue, Style[Text["A", {-0.2, -0.2} +
           u, {1, 1}], 15]}],
      Graphics[{Blue, Style[Text["B", {-0.2, -0.2} +
           v, {-1, 1}], 15]}],
      Ticks → Automatic,
      GridLines → Automatic,
      Axes → {True, True},
      AxesStyle →
       Directive[Thickness[0.003], Arrowheads[0.03]],
      AxesOrigin → {0, 0},
      AxesLabel → {x, y},
      PlotRange → {{-6, 6}, {-6, 6}},
      AspectRatio → 1,
      ImageSize → {355, 355}],
    Dynamic@Column[{
       style1@Row[{"Los puntos son: A("
          , N@Round[10 * u[[1]]] / 10, ",", N@Round[10 * u[[2]]] / 10,
          ") y B(", N@Round[10 * v[[1]]] / 10,
          ",", N@Round[10 * v[[2]]] / 10, ")"}],
       Row[{ }],
       Column[{
         If[N@Round[10 * v[[1]]] / 10 ≠ N@Round[10 * u[[1]]] / 10,
          Column[{
            style1["Reemplazando los puntos en m:"],
            Item[style1@Row[{"m = ", Row[{
                   Row[{p[p1[N@Round[10 * v[[2]]] / 10][[1, 1]], p1[
                         Round[10 * v[[2]]] / 10][[1, 2]]], "- ",
                      p[p1[N@Round[10 * u[[2]]] / 10][[1, 1]],
                       p1[N@Round[10 * u[[2]]] / 10][[1, 2]]]}] /
                    Row[{p[p1[N@Round[10 * v[[1]]] / 10][[
```

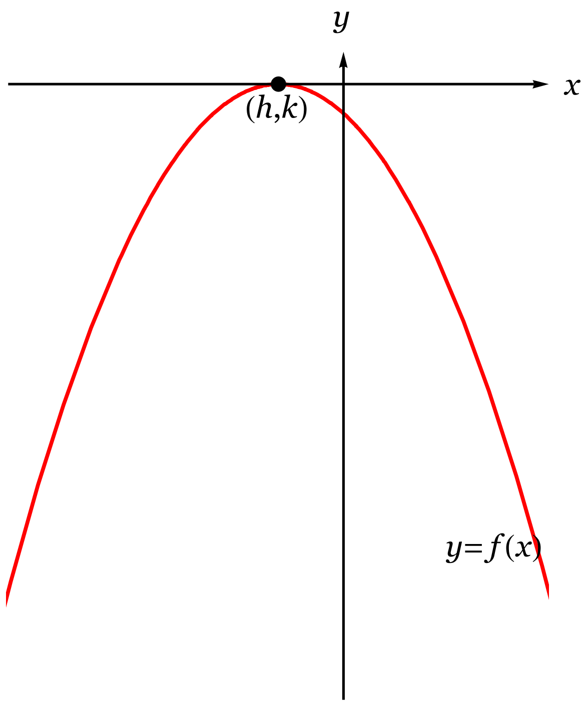
```
                    1, 1]], p1[N@Round[10 * v[[1]]] / 10][[1,
                    2]]], " -", p[p1[N@Round[10 * u[[1]]] /
                     10][[1, 1]], p1[N@Round[10 * u[[1]]] /
                     10][[1, 2]]]}]}], " = ",
            Rationalize@((N@Round[10 * v[[2]]] /
                   10 - N@Round[10 * u[[2]]] / 10) /
                (N@Round[10 * v[[1]]] / 10 - N@Round[10 *
                     u[[1]]] / 10))}], Alignment → Center],
        Row[{ }],
        Row[{"Con un punto (y1,x1) y la pendiente m" }],
        Row[{"se encuentra la ecuación de la
            recta con la fórmula:" }],
        Row[{"y - y1 = m (x - x1)" }],
        Row[{ }],
        Row[{"y - ", p[p1[N@Round[10 * v[[2]]] / 10][[1,
            1]], p1[N@Round[10 * v[[2]]] / 10][[1, 2]]],
          " = ", Rationalize@((N@Round[10 * v[[2]]] /
                 10 - N@Round[10 * u[[2]]] / 10) /
              (N@Round[10 * v[[1]]] / 10 - N@Round[
                   10 * u[[1]]] / 10)), "(x -",
          p[p1[N@Round[10 * u[[2]]] / 10][[1, 1]],
           p1[N@Round[10 * u[[2]]] / 10][[1, 2]]], ")" }],
        Row[{Row[{y - Rationalize@N@Round[10 * v[[2]]] / 10,
            " = ", Rationalize@((N@Round[10 * v[[2]]] /
                    10 - N@Round[10 * u[[2]]] / 10) /
                 (N@Round[10 * v[[1]]] / 10 - N@Round[
                     10 * u[[1]]] / 10)) (x - Rationalize@
                  N@Round[10 * v[[1]]] / 10)}] }],
        Row[{y, " = ", Rationalize@Expand[Rationalize@
                ((N@Round[10 * v[[2]]] / 10 - N@Round[10 *
                       u[[2]]] / 10) / (N@Round[10 * v[[1]]] /
                       10 - N@Round[10 * u[[1]]] / 10))
               (x - N@Round[10 * v[[1]]] / 10) +
              N@Round[10 * v[[2]]] / 10]}]}],
      Column[{Row[{}], Row[{"La recta es vertical,
            no tiene pendiente"}],
        Row[{"La ecuación de la recta es:"}],
        Row[{"x = ", N@Round[10 * u[[2]]] / 10}]}]]}]}]}
```

```
            }, Alignment → {Left, Top}, Frame → All,
            ItemSize → {{26.5, 26.3}}], Alignment → Center]}
        ], Alignment → Center, ImageSize → {795, Automatic}],
    4 -> Pane[
      Column[{textPane["Definición:
una función cuadrática es de la forma
                    f (x) = a x^2 + b x + c
            donde a es un número distinto de
            cero. El dominio son todos los reales
            y el rango depende de si la función
            abre hacia arriba o hacia abajo."],
        Item[Grid[{
            {TabView[{Style["a < 0", "Text"] →
                TabView[{Style["No tiene corte", "Text"] →
```



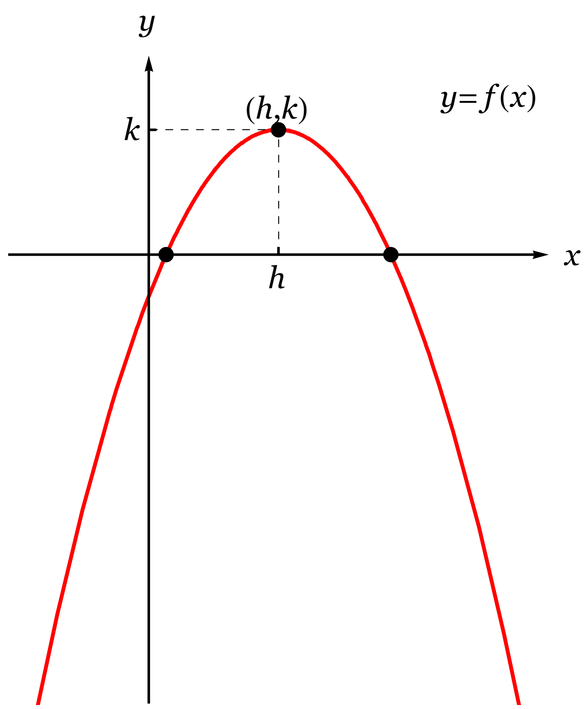
,

```
                Style["Un solo corte", "Text"] ->
```



,

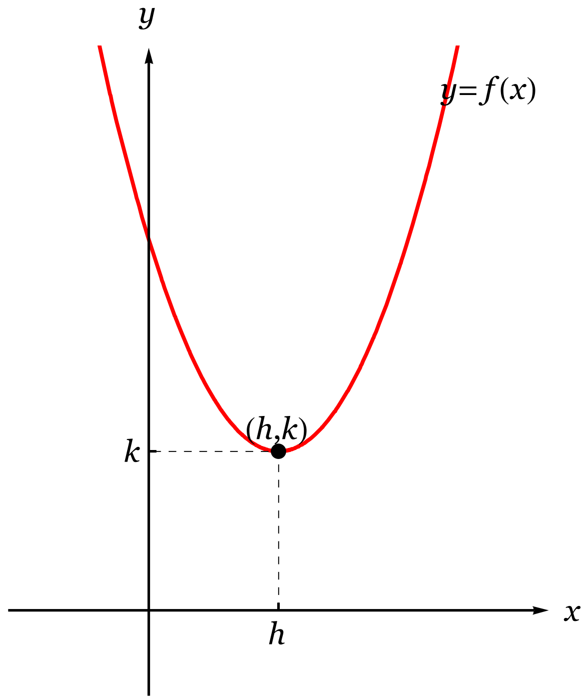
Style["Dos cortes", "Text"] ->



}, ImageSize -> Full],

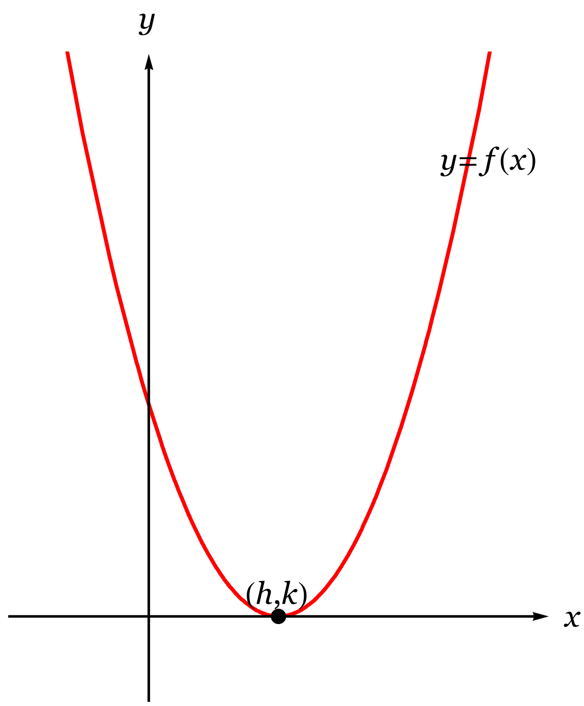
Style["*a* > 0", "Text"] →

TabView[{Style["No tiene corte", "Text"] →



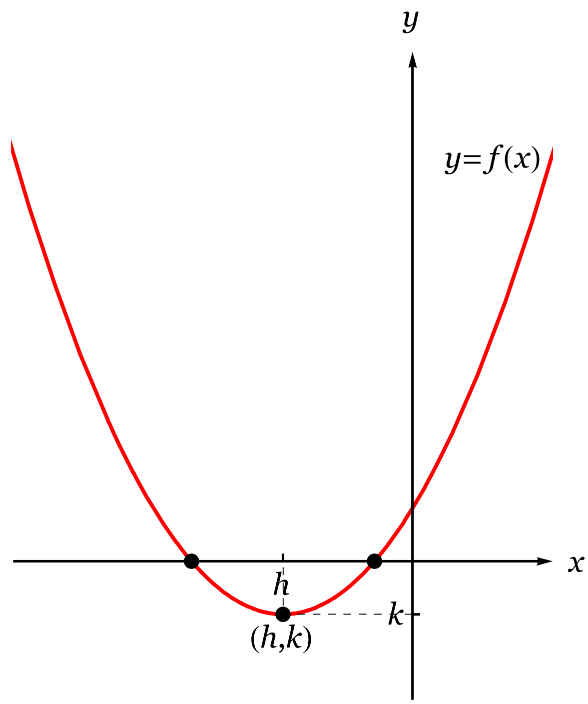
,

```
Style["Un solo corte", "Text"] ->
```



,

```
Style["Dos cortes", "Text"] ->
```



}, ImageSize -> Full]},

ImageSize -> Full],

Column[{style1["Las gráficas de las funciones cuadráticas
se conocen como parábolas,
frecuentemente es necesario calcular
el *vértice*, el *corte con el eje*
y y los *cortes con el eje x*."],
style1["Una función cuadrática tiene como vértice
el punto con las coordenadas:
v (h, k)

donde

$h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ "]

,

style1["El corte con el eje *y* se obtiene al
ingresar $x = 0$ en la función $f(x)$:
$f(0) = c$ "]

,

style1["Para calcular los puntos de cortes con el
eje *x* (si los tiene) es necesario
igualar a cero la función y
solucionar ecuación cuadrática:
$a x^2 + b x + c = 0$

dependiendo de sus soluciones, la función cuadrática puede tener *máximo dos*

```
                    puntos de corte con el eje x."],
                 style1["Por último, es importante enfatizar que
                    la gráfica de f(x) = a x^2 + b x + c se
                    abre hacia arriba (tiene mínimo)
                    si a > 0, y se abre hacia abajo
                    (tiene máximo) si a < 0."]}]}
              }, Alignment → {Left, Top}, ItemSize → {{27, 25.8}}],
             Alignment → Center]
         }], Alignment → Center, ImageSize → {795, Automatic}]},
      Dynamic[page1]],
     FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7],
     ImageMargins → {{1, 1}, {0, 0}}]},
   Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {800, Automatic}],
 SaveDefinitions → True]
```

funciones	Dominio y Rango	función lineal	función cuadrática

Definición de función:
Una **función** f de un conjunto D (**dominio**) a un conjunto R (**rango**) es una *regla de transformación o asignación* que a cada elemento x de D le asigna un **único** elemento $f(x)$ de R.

Argumentos e imágenes de funciones ⇒ $(x, f(x))$

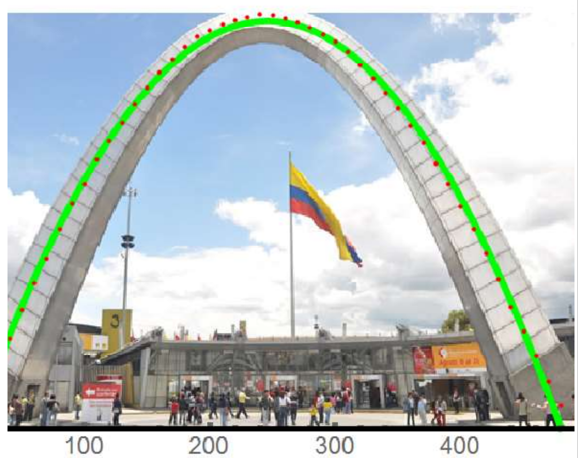
Diferentes representaciones de las funciones

Ejemplo 1	Ejemplo 2	Ejemplo 3	Ejemplo 4
Ejemplo 5	Ejemplo 6	Ejemplo 7	Ejemplo 8

Polinomios: Objetos y fenómenos se pueden modelar por medio de polinomios, por ejemplo, el arco de Corferias (Bogotá, Colombia) se puede modelar por medio de un polinomio de grado 2.

$y = -0.006\,x^2 + 2.916\,x - 32.74$

x	$f(x)$
50	98.2269
100	199.542
150	271.196
200	313.188
250	325.519
300	308.189
350	261.197
400	184.544
450	78.2299



Definición de una función

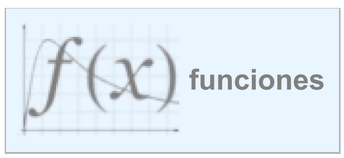
```
In[]:= Deploy@DynamicModule[
  {panelWidth = 850, bodyWidth = 600, text, textPane, page1, page2, framePane,
   dimen1, divid1, style1, style2, style3, color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia", titlePopUp,
   textPopUp, img1, img2, img3, img4, img5, img6, img71, img72, img81, img82},
  Clear@f;
```

```
(*Inicializar page´s*)
page1 = page2 = 1;
dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 15}, {Automatic}};
divid1 = {{1 -> Thickness[2],
    2 -> Thickness[1], 3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[2]},
   {1 -> Thickness[2], 2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3]}};
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 14}];
style2[txt_] :=
  Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 18, color3, Italic}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 14}];
framePane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Cuadro/Titulo",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "EmphasisText",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] := Pane[TextCell[style2[s], "Text",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Text",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{

    Grid[{{
```

```
 funciones }},
     Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
     Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
    Framed[
     PaneSelector[{
       1 → Pane[
         Grid[{{textPane["Definición de función:
Una función f de un conjunto D (dominio) a un conjunto R (rango)
                es una regla de transformación o
```

```
                    asignación que a cada elemento x de D le
                    asigna un único elemento f(x) de R."]},
                {Item[
                  TextCell[Row[{"Argumentos e imágenes de funciones ⇒", "   ",
                     MouseAppearance[Button[TextCell[Row[{"(", TraditionalForm@
                           x, ",", TraditionalForm[f@x], ")"}], "Text"],
                       CreateDialog[{
                         Pane[Column[{
                            titlePopUp["Argumentos e imágenes"],
                            textPopUp["En las matemáticas, al igual que en
                               otras ramas del conocimiento humano,
                               es necesario distinguir entre
                               variables independientes (argumentos)
                               y variables dependientes (imágenes).
Un argumento se entenderá como una propiedad cuantificable capaz de
                               influir en el comportamiento de otras
                               cantidades en una situación dada.
La imagen es precisamente el resultado obtenido como consecuencia
                               de la influencia o acción
                               directa de los argumentos.

Ejemplo 1:
Sea la función f(x) = x/3 - 5, x = 3 es
                               un argumento de la función y
                               f(3) = -4 es la imagen de x = 3.
Las imágenes dependen de qué valor se le asigna a la variable
                               independiente x.

Ejemplo 2:
Sea h una función que determina la
                               temperatura a cierta hora, por
                               ejemplo h(8) es la temperatura
                               a las ocho de la mañana.
En este caso, t = 8 es un argumento de la función y h(8) es su imagen.
```

```
Los valores de la temperatura dependen del momento indicado." ]}], ImageSize →
                    {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars → {False, True}]},
                 Background → White, Deployed → True],
              ImageSize → All], "LinkHand"]
           }], "Text"]
         , Alignment → Right]}
      }, Alignment → {Center, Center}]]}, Dynamic[page1]],
   FrameMargins → 1,
   FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins → {{1, 1}, {0, 0}}]},
 Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {800, Automatic}],
SaveDefinitions → True]
```



Definición de función:
Una **función** f de un conjunto D (**dominio**) a un conjunto R (**rango**) es una *regla de transformación o asignación* que a cada elemento x de D le asigna un **único** elemento $f(x)$ de R.

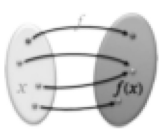
Argumentos e imágenes de funciones ⇒ $(x, f(x))$

Diferentes representaciones de funciones

Dominio y Rango

```
Deploy@DynamicModule[{panelWidth = 850, bodyWidth = 600, text,
   textPane, page1, page2, page3, page4, page5, framePane, dimen1,
   divid1, style1, style2, style3, color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia", titlePopUp, textPopUp,
   u = {-1, 1}, v = {2, -3}, p, p1},
  p[s_, a_] := If[s == "+ ", a, Row[{"(", - a, ")"}]];
  p1[a_] := If[a ≥ 0, Row[{"+ ", Abs@a}], Row[{"- ", Abs@a}]];
  Clear@f;
  (*Inicializar page's*)
  page1 = 2;
  page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
```

```
dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 15}, Automatic};
divid1 = {{1 -> None, 2 -> Thickness[1], 3 -> Thickness[1], 4 -> None},
   {1 → None, 2 -> Thickness[5], 3 -> None}};
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 12}];
style2[txt_] :=
  Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 18, color3, Italic}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 14}];
framePane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Cuadro/Titulo",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "EmphasisText",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] := Pane[TextCell[style2[s], "Text",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[style1[s], "Text",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{

    Grid[{{
```

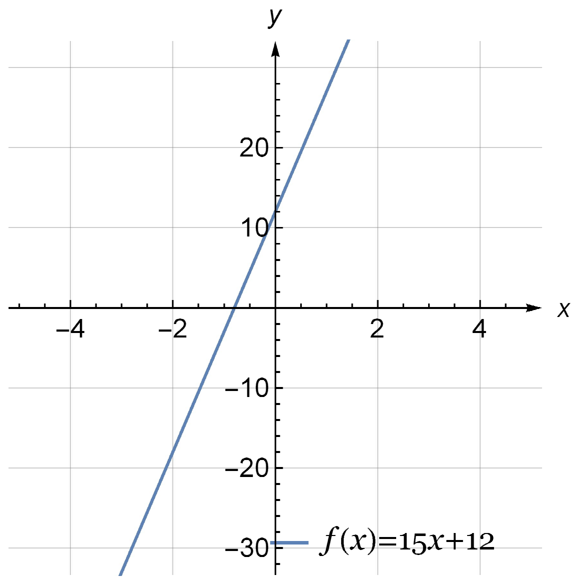


Dominio
y Rango

```
    }},
     Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
     Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
    Framed[
     PaneSelector[{
       1 -> Pane[
         Grid[{{textPane["Definición:
El Dominio de una función es el conjunto de posibles valores de
                 la variable independiente en dicha función.
El Rango de una función es el conjunto de todos los posibles valores
                 que puede alcanzar  la variable dependiente.
                 Aunque en cursos futuros se verán técnicas
```

```
        más avanzadas para encontrar el rango de una
        función, en este momento es útil utilizar
        la representación gráfica de una función
        para calcular su rango.  A continuación
        se tienen tres ejemplos relevantes."]},
    {Column[{
      Grid[{{Style["Dominio y rango de algunas funciones",
           FontFamily → "Georgia", 20],
         Grid[{{ Ejemplo 1 ,  Ejemplo 2 ,  Ejemplo 3 ,  Ejemplo 4 },
            { Ejemplo 5 ,  Ejemplo 6 ,  Ejemplo 7 ,  Ejemplo 8 }},
           Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
           FrameStyle → GrayLevel[.7],
           Background → {None, None,
             Which[Dynamic@page2 == 1, {1, 1} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 2, {1, 2} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 3, {1, 3} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 4, {1, 4} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 5, {2, 1} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 6, {2, 2} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 7, {2, 3} → Lighter@LightBlue,
              Dynamic@page2 == 8, {2, 4} → Lighter@LightBlue]}]}},
        Alignment → {Left, Top}, ItemSize → {{1 → 25}, {2 → 8}}],
      Framed[
        PaneSelector[{
```

1 → Grid[{{



,

Pane[TextCell[Style[" $f(x) = 15x + 12$

Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
independiente, esta puede ser
cualquier número, por lo tanto:
Dom $f = \mathbb{R}$

Rango: al ser una función lineal se evidencia que las imágenes
de esta pueden ser cualquier
número real, por lo tanto:
Ran $f = \mathbb{R}$ ",
16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
Alignment → {Top, Center}],

2 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" $h(x) = -\frac{2x+2}{5}$

La función h es una función lineal:

$$h(x) = -\frac{2x+2}{5} = -\left(\frac{2x}{5} + \frac{2}{5}\right)$$

$$h(x) = -\frac{2}{5}x - \frac{2}{5}$$

Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
independiente, esta puede ser
cualquier número, por lo tanto:
Dom $h = \mathbb{R}$

Rango: al ser una función lineal se evidencia que las imágenes
de esta pueden ser cualquier

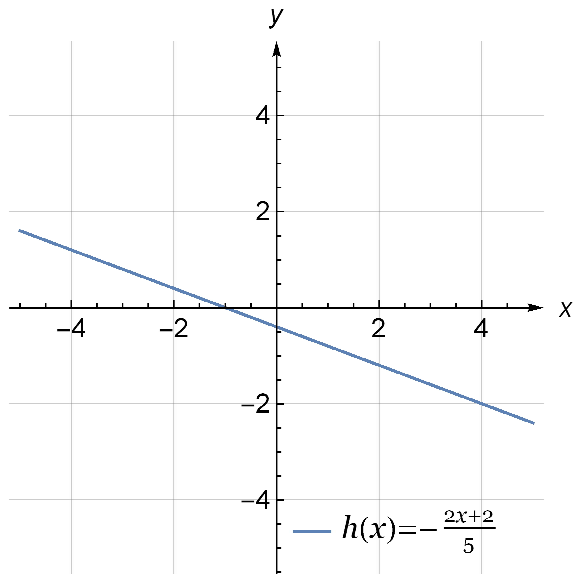
número real, por lo tanto:

Ran h = ℝ ",

16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,

TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →

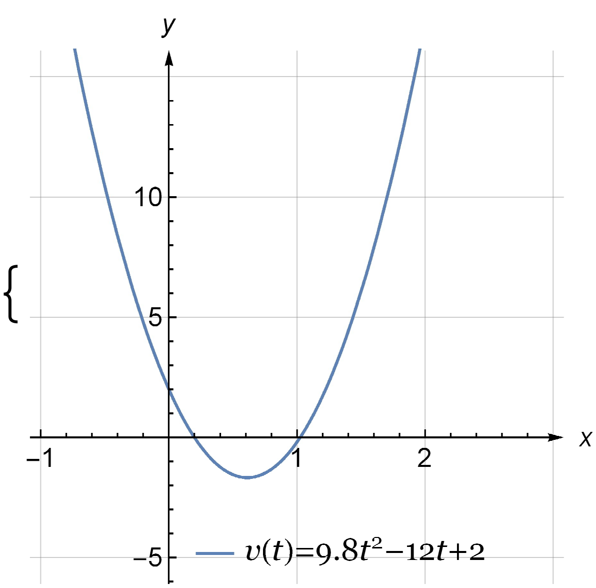
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

3 → Grid[{{



,

Pane[TextCell[Style[" $v(t) = 9.8\,t^2 - 12\,t + 2$

Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable independiente, esta puede ser cualquier número, por lo tanto:

Dom v = ℝ

Rango: al ser una función cuadrática $v(t) = a t^2 + b t + c$, con $a = 9.8 > 0$,
la parábola abre hacia
arriba, además el vértice es:

vértice : (h, k)

$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-12)}{2\ (9.8)} \approx 0.612$

$k = v(h) \approx v(0.612) \approx -1.67$

(-1.67, 2)

por lo tanto el rango de la función es:

Ran h = [-1.67, ∞) ",

16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,

TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →

{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,

Alignment → {Top, Center}],

4 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" $f(x) = \frac{1}{x}$

Dominio: este tipo de funciones se conocen como *funciones racionales*, en las cuales se debe tener especial cuidado con el denominador (no puede ser cero); en la función f, la variable independiente x puede tomar cualquier valor excepto cero ($x \neq 0$), pues no se puede dividir por cero. Por lo tanto:

Dom f = $\{x \in \mathbb{R}, x \neq 0\}$

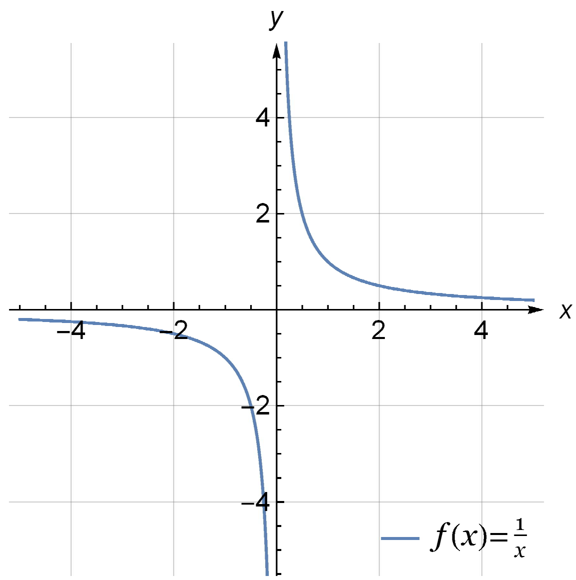
Rango: el la gráfica de f se evidencia que el único valor que no puede tomar la variable independiente es cero, por lo tanto:

Ran f = $(-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ ",

16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,

TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →

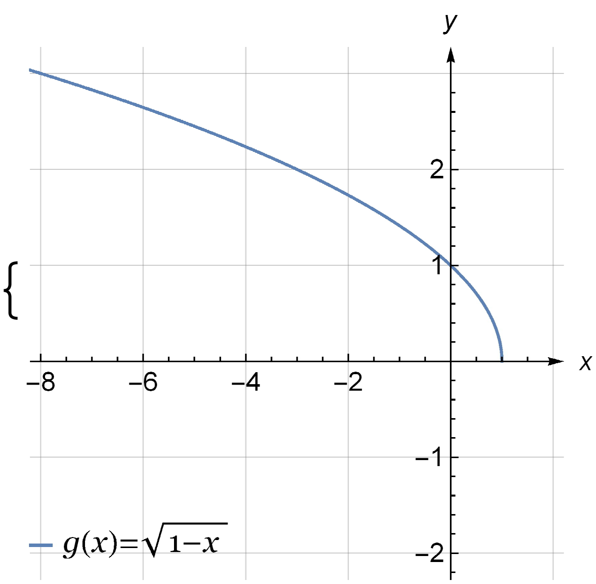
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

5 → Grid[{{



,

Pane[TextCell[Style[" $g(x) = \sqrt{1-x}$

Dominio: los elementos en el interior de la raíz no pueden ser negativos, por lo tanto la expresión $1-x$ debe ser mayor o igual que cero, esto es:

$$1-x \geq 0$$
$$-x \geq -1$$
$$x \leq 1$$

lo cual indica que $x \leq 1$ son los posibles valores de x. El dominio de la función es:

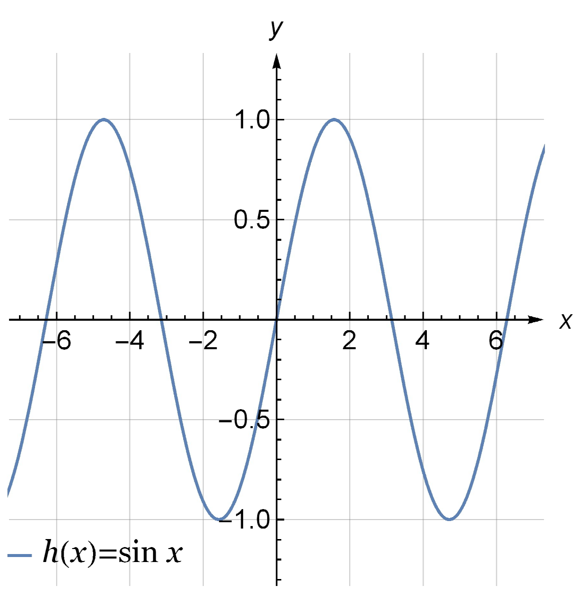
$\text{Dom}\, g = \{x \in \mathbb{R},\ x \leq 1\}$

Rango: en este caso se observa que para la función *g*, los números negativos
no se encuentran en el rango
de la función. Se concluye que:
Ran *g* = [0, ∞)   ",
16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
Alignment → {Top, Center}],
6 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" *h*(*x*) = sin *x*

Dominio: la función trigonométrica *seno* es una función
periódica que no tiene alguna
restricción en la variable
independiente, por lo tanto:
Dom *h* = ℝ

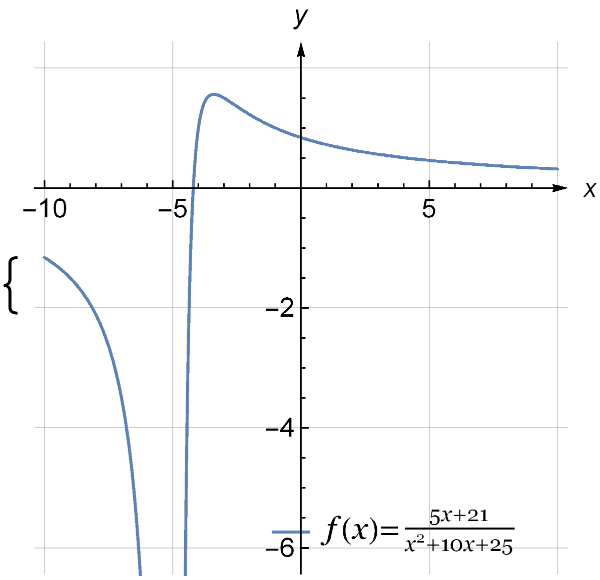
Rango: en la gráfica de *h* se aprecia que los valores de las
imágenes están entre -1 y 1,
incluyéndolos, por lo tanto:
Ran *h* = [-1, 1]

Este tipo de funciones se estudiarán en cursos superiores, tiene importantes aplicaciones en muchas ramas de la ciencia.",
{FontFamily → "Georgia", FontSize → 16,
FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
{0.9, 100, 0, 0, 0}]],



}},

Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}],

7 → Grid[{{ 

,

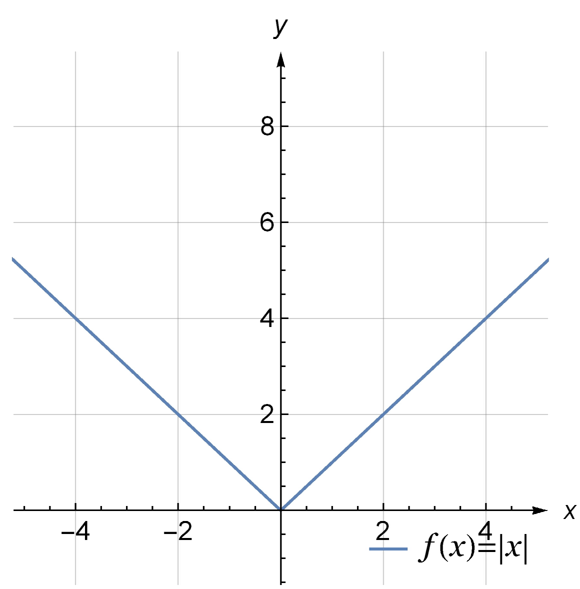
Pane[TextCell[Style[" $f(x) = \dfrac{5\,x + 2}{x^2 + 10\,x + 25}$

Dominio: este tipo de funciones se conocen como *funciones racionales*, en las cuales se debe tener especial cuidado con el denominador (no puede ser cero); en la función f se deben encontrar los valores en los que da cero para quitarlos del dominio, por lo tanto se debe resolver la ecuación cuadrática $x^2 + 10\,x + 25 = 0$, cuya única solución es $x = -5$. La variable independiente x puede tomar cualquier valor excepto negativo cinco ($x \neq -5$), pues no se puede dividir por cero. Por lo tanto:

$$\text{Dom}\, f = \{x \in \mathbb{R},\ x \neq -5\}$$

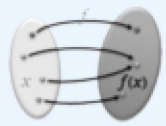
Rango: con las herramientas actuales no podemos encontrar el rango de la función f, en la gráfica se observa que no tiene límite inferior, pero no se sabe con exactitud dénde termina. En cursos superiores se estudiarán

```
                    herramientas que permitirán encontrar
                    el rango de esta y otras funciones. ",
                  {FontFamily → "Georgia", FontSize → 16,
                   FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
                 TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
                  {0.9, 100, 0, 0, 0}]]}}, Spacings → 0,
             Alignment → {Top, Center}],
           8 → Grid[{{Pane[TextCell[Style[" f(x) = |x|
Esta función se conoce como valor absoluto, surge de
                    nociones geométricas y se relaciona
                    con la distancia de un número
                    real x al origen, es por esto
                    que las imágenes de la función
                    siempre son positivas o nulas.
Dominio: como no hay restricciones en los valores de la variable
                    independiente, esta puede ser
                    cualquier número, por lo tanto:
                          Dom f = ℝ
Rango: ya que las imágenes de la función pueden ser positivas o nulas, el
                    rango está determinado por:
                        Ran h = [0, ∞)                              ",
                    16, FontColor → GrayLevel[0.2]}], LineIndent → 0,
                 TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
                  {0.9, 100, 0, 0, 0}]],
```



}},

```
                    Spacings → 0, Alignment → {Top, Center}]}],
                 Dynamic[page2], ImageSize → All],
                FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7],
                ImageMargins → {{1, 1}, {1, 0}}]}, Alignment → {Center, Top}]}
          }, Alignment → {Center, Center}]]}, Dynamic[page1]],
    FrameMargins → 1,
    FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins → {{1, 1}, {0, 0}}]},
  Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {800, Automatic}],
SaveDefinitions → True,
 (* Expert Content, Initialization Code *)
Initialization :→ (page1 = 1;
  page2 = 1)]
```

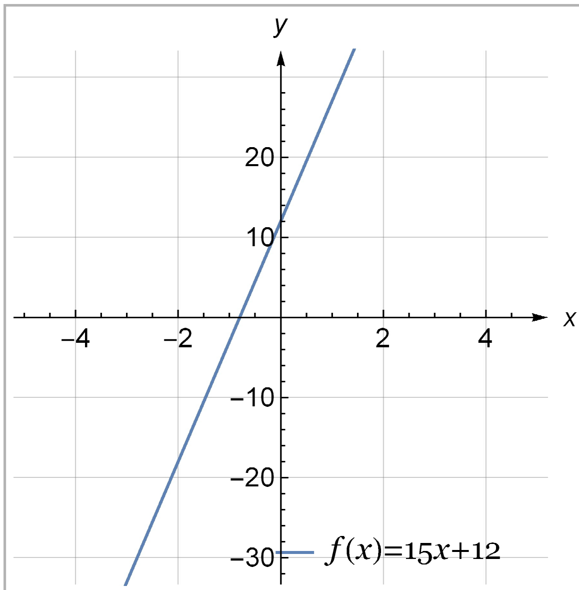


Dominio y Rango

Definición:
El ***Dominio de una función*** es el conjunto de posibles valores de la variable independiente en dicha función.
El ***Rango de una función*** es el conjunto de todos los posibles valores que puede alcanzar la variable dependiente. Aunque en cursos futuros se verán técnicas más avanzadas para encontrar el rango de una función, en este momento es útil utilizar la representación gráfica de una función para calcular su rango. A continuación se tienen tres ejemplos relevantes.

Dominio y rango de algunas funciones

Ejemplo 1	Ejemplo 2	Ejemplo 3	Ejemplo 4
Ejemplo 5	Ejemplo 6	Ejemplo 7	Ejemplo 8



$f(x) = 15\,x + 12$

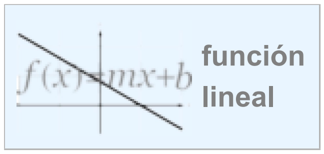
Dominio: Como no hay restricciones en los valores de la variable independiente, esta puede ser cualquier número, por lo tanto:

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

Rango: Al ser una función lineal se evidencia que las imágenes de esta pueden ser cualquier número real, por lo tanto:

$$\text{Ran } f = \mathbb{R}$$

Resumen función lineal



Definición:

Una ***función lineal*** tiene la forma:

$$f(x) = m\,x + b$$

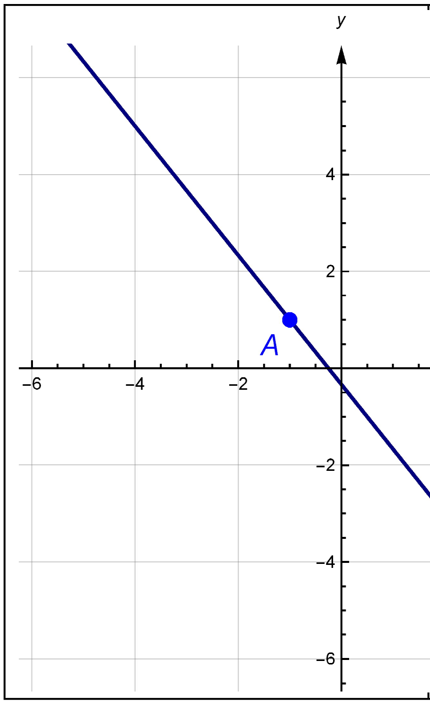
con m y b números reales.

La gráfica de una función lineal es una recta no vertical, la cantidad m se conoce como ***pendiente*** y es la cantidad que mide el *grado de incinación* de la recta.

Al evaluar $x = 0$, se obtiene $f(0) = b$, lo cual quiere decir que b representa el ***corte con el eje y***.

La pendiente en una función lineal ⇒ $\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

Interactua con los puntos A y B en el plano



Los puntos son: $A(-1.,1.)$ y $B(2.,-3.)$

Reemplazando los puntos en m:

$$m = \frac{(-3.) - 1.}{2. - (-1.)} = -\frac{4}{3}$$

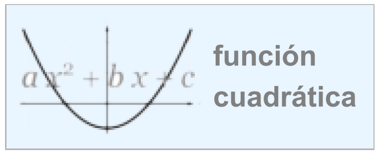
Con un punto (y_1,x_1) y la pendiente m
se encuentra la ecuación de la recta con la fórmula:
$y - y_1 = m\,(x - x_1)$

$y - (-3.) = -\frac{4}{3}(x - 1.)$

$y + 3 = -\frac{4}{3}(x - 2)$

$y = -\frac{4\,x}{3} - \frac{1}{3}$

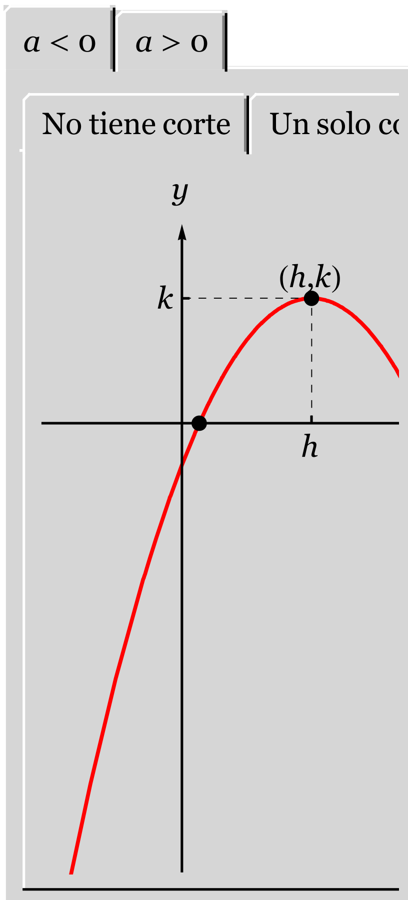
Resumen función cuadrática



Definición:
una ***función cuadrática*** es de la forma

$$f(x) = a x^2 + b x + c$$

donde a es un número distinto de cero. El dominio son todos los reales y el rango depende de si la función abre hacia arriba o hacia abajo.



Las gráficas de las funciones cuadráticas se conocen como parábolas, frecuentemente es necesario calcular el ***vértice***, el ***corte con el eje*** y y los ***cortes con el eje*** x.
Una función cuadrática tiene como vértice el punto con las coordenadas:
v (h, k)

donde

$$h = \frac{-b}{2a} \quad \text{y} \quad k = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$$

El **corte con el eje** y se obtiene al ingresar $x = 0$ en la función $f(x)$:
$f(0) = c$
Para calcular los **puntos de cortes con el eje *x*** (si los tiene) es necesario igualar a cero la función y solucionar ecuación cuadrática:
$a x^2 + b x + c = 0$
dependiendo de sus soluciones, la función cuadrática puede tener *máximo dos puntos de corte con el eje x*.
Por último, es importante enfatizar que la gráfica de $f(x) = a x^2 + b x + c$ se abre hacia arriba (*tiene mínimo*) si $a > 0$, y se abre hacia abajo (*tiene máximo*) si $a < 0$.