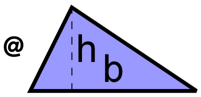
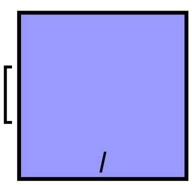
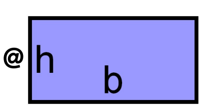
Multimedia: Área

```
Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
   style1, style2, style3,
   color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
   page1, page2, page3, page4, page5,
   titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 500, bodyWidth = 610},
  (*Inicializar page´s*)
  page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
  (*estilos de los textos/recuadros*)
  framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
  style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
  style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
  (*Estilos de las ventanas emergentes*)
  titlePopUp[s_String] :=
   Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
     "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
     "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  TextCell[
   Row[{"Recuerde: el área de una figura plana depende de su forma, \nsi
       desea identificarlas hacer clic en el enlace ⇒", "    ",
     MouseAppearance[Button[TextCell["   Área   ", "Text"],
```

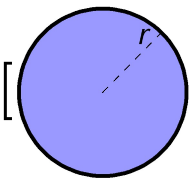
CreateDialog[{
Pane[Column[{
titlePopUp["*Área de figuras planas*"],
Style[Grid[{
{textPopUp@"*Nombre*", textPopUp@"*Figura*",
textPopUp@"*Fórmula*", textPopUp@"*Ejemplo*"},
{textPopUp@"*Triángulo*", Image@ 

, textPopUp[" A : área,
b : base,
h : altura,
$A = \frac{b \times h}{2}$"], textPopUp["Si en un triángulo
$b = 12$ cm y $h = 5$ cm,
entonces
$A = \frac{12\ 5}{2} = 30$,
$A = 30\ \text{cm}^2$"]},
{textPopUp@"*Cuadrado*",
Image[

, ImageSize → {120, 120}],
textPopUp[" A: área
l: lado
$A = l^2$"], textPopUp["Si el lado l de un cuadrado
mide 7 m, entonces
$A = 7^2 = 49$,
$A = 49\ m^2$"]},
{textPopUp@"*Rectángulo*", Image@ 

, textPopUp[" A: área
b: base
h: altura

```
A = b×h"], textPopUp["Si en un rectángulo
b = 10 cm y h = 4 cm,
entonces
A = 10 4 = 40,
A = 40 cm2"]},
                {textPopUp@"Círculo",
                 Image[
```




```
, ImageSize → {120, 120}], textPopUp[" A: área
r: radio
A = π r2"], textPopUp["Un círculo de radio 3 cm
tiene como área:
A = π(32) = 9 π,
A = 9 π cm2"]}}, Alignment -> Left, Frame → All]]}],
          ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars → {False, True}]},
        Background → White, Deployed → True],
       ImageSize → All], "LinkHand"]
    }], "Multimedia"]]
```

Recuerde: el área de una figura plana depende de su forma, si desea identificarlas hacer clic en el enlace ⇒ Área

» *Área*

Nombre
Figura
Fórmula
Ejemplo

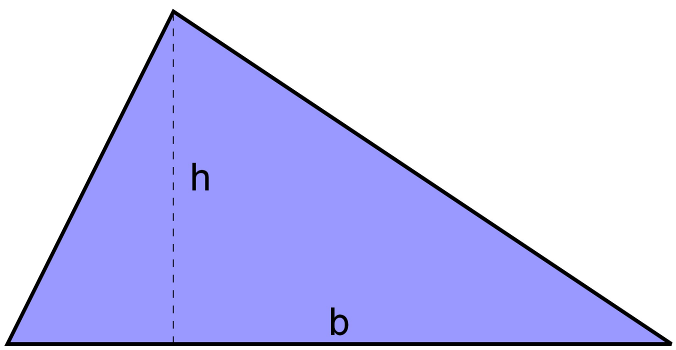
Triángulo

A : área,
b : base,
h : altura,
$A = \frac{b\times h}{2}$

A: área,
b: base,
h: altura,
$A = \frac{b \times h}{2}$

Si en un triángulo
$b = 12$ cm y $h = 5$ cm,
entonces
$A = \frac{12 \times 5}{2} = 30$,
$A = 30\ \text{cm}^2$

```
Graphics[{Black, Opacity@0.4, Blue,
  EdgeForm@{Thick, Black}, Triangle@{{0, 0}, {4, 0}, {1, 2}},
  Opacity@1, Black, Dashed, Line@{{1, 0}, {1, 2}},
  Text[Style["h", 20], {1.1, 1}, {-1, 0}],
  Text[Style["b", 20], {2, 0}, {0, -1}]}]
```

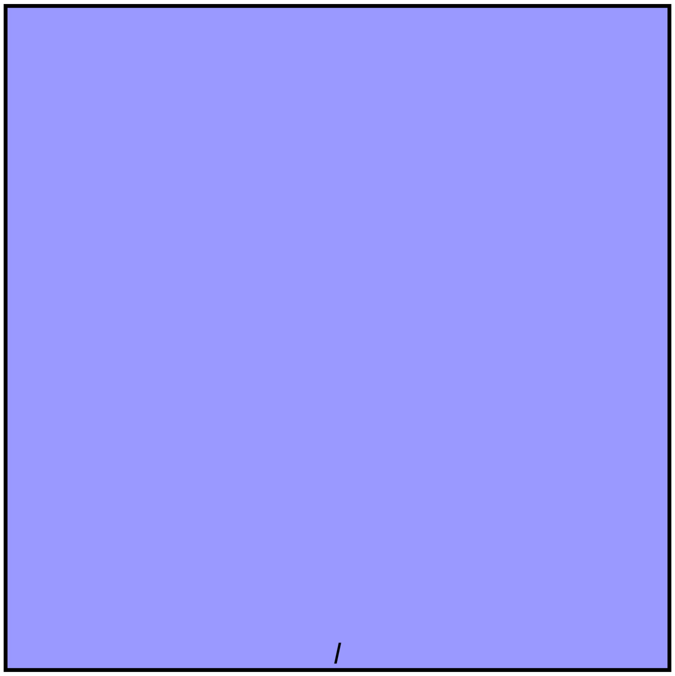


Cuadrado

A: área
l: lado
$A = l^2$

Si el lado l de un cuadrado
mide $7\ m$, entonces
$A = 7^2 = 49$,
$A = 49\ m^2$

```
Graphics[
 {Black, Opacity@0.4, Blue, EdgeForm@{Thick, Black}, Rectangle[{0, 0}, {4, 4}],
  Opacity@1, Black,
  Text[Style["l", Italic, 15], {2, 0}, {0, -1}]}]
```

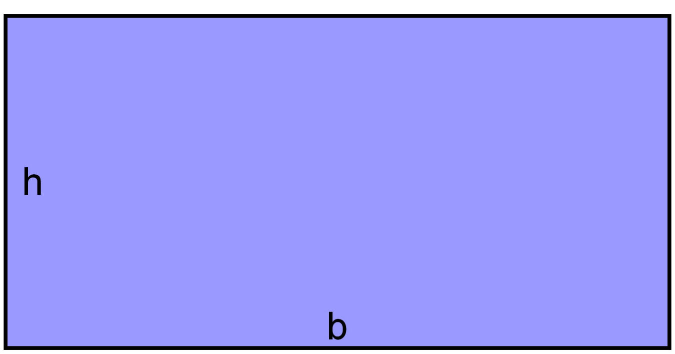


Rectángulo

A: área
b: base
h: altura
$A = b \times h$

Si en un rectángulo
$b = 10$ cm y $h = 4$ cm,
entonces
$A = 10 \times 4 = 40$,
$A = 40\ \text{cm}^2$

```
Graphics[
 {Black, Opacity@0.4, Blue, EdgeForm@{Thick, Black}, Rectangle[{0, 0}, {4, 2}],
  Opacity@1, Black, Text[Style["h", 20], {0.1, 1}, {-1, 0}],
  Text[Style["b", 20], {2, 0}, {0, -1}]}]
```

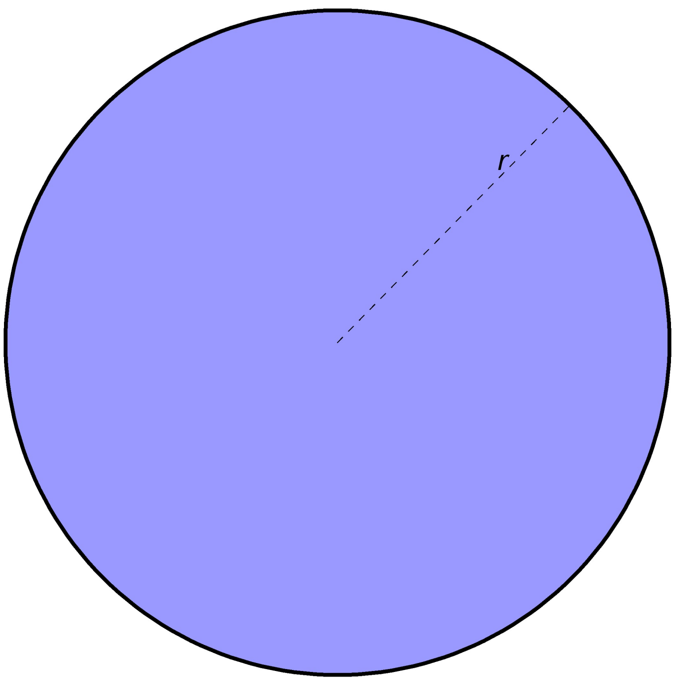


Círculo

A: área
r: radio
$A = \pi r^2$

Un círculo de radio 3 cm
tiene como área:
$A = \pi(3^2) = 9\pi$,
$A = 9\pi\ \text{cm}^2$

```
Graphics[{Black, Opacity@0.4, Blue, EdgeForm@{Thick, Black}, Disk[{0, 0}, 1],
  Opacity@1, Black, Dashed, Line[{{0, 0}, {0.7, Sqrt[1 - 0.7^2]}}],
  Text[Style["r", Italic, 15], {0.5, 0.5}, {0, -1}]}]
```



Multimedia: Racional como porcentaje

```
Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
    style1, style2, style3,
    color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
    page1, page2, page3, page4, page5,
    titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 700},
   (*Inicializar page´s*)
```

```
page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
(*estilos de los textos/recuadros*)
framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
TextCell[
 Row[{"Si desea profundizar un poco sobre el concepto de porcentaje,
hacer clic en el siguiente enlace ⇒", "   ",
   MouseAppearance[Button[TextCell["  Porcentaje  ", "Text"],
     CreateDialog[{
       Pane[Column[{
          titlePopUp["Números racionales y porcentajes"],
          textPopUp["Cuando los racionales son utilizados como un índice
             comparativo entre dos cantidades de una
             magnitud (comparación de situaciones)
             estamos hablando de razones. En este caso,
             la relación es parte -parte o todo- todo.
             Los racionales como razón aparecen asociados
             a otros contextos, como los porcentajes."],
```

textPopUp["En los porcentajes, esta relación se define
como la *razón entre un número y 100*,
es decir, se pueden entender como el
establecimiento de relaciones entre conjuntos,
formándose subconjuntos de cien partes."],
textPopUp["El porcentaje se puede representar de tres
formas distintas, con el signo de porcentaje
%, por ejemplo 90%, como un racional $\frac{n}{100}$,
por ejemplo $\frac{90}{100}$ y como decimal, al realizar
la división sobre 100, por ejemplo, 0.9.
En otras palabras, $90\,\% = \frac{90}{100} = 0,9$."],
textPopUp["*Ejemplos*:

1. Encontrar el $70\,\%$ de 2100

$$\frac{70}{100}\,(2100) = \frac{147000}{100} = 1470$$

2. Encontrar el $25\,\%$ de 2800

$$0.25\,(2800) = \frac{70000}{100} = 700$$

3. De 300 estudiantes de una universidad, 140 son de ingeniería. ¿Qué porcentaje de los estudiantes son de ingeniería?

Una forma de solucionar este problema es encontrando la razón de estudiantes de ingeniería y el total, es decir:

$\frac{140}{300} = 0.4666$, la cual es la escritura decimal del porcentaje, es decir, equivale al $46.66\,\%$ aproximadamente.

4. En el almacén VENUS, todos los productos tienen el 35% de descuento sobre el tiquete que aparece en la prenda y que se hace efectivo en la caja. Si un vestido está etiquetado con un precio de \$267.000, ¿cuánto se debe cancelar por él?

Una forma de solucionar es encontrar primero de cuánto es el descuento:

Descuento: $0.35\,(267000) = 93450$

```
Valor a cancelar:
                267000 – 93450 = 173550 pesos."]
            }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
            {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
        ImageSize → All], "LinkHand"]
    }], "Multimedia"]]
```

Si desea profundizar un poco sobre el concepto de porcentaje, hacer clic en el siguiente enlace ⇒ Porcentaje

» *Texto: porcentaje*

Cuando los racionales son utilizados como un índice comparativo entre dos cantidades de una magnitud (comparación de situaciones) estamos hablando de razones. En este caso, la relación es parte -*parte o todo*-todo. Los racionales como razón aparecen asociados a otros contextos, como los porcentajes.

En los porcentajes, esta relación se define como la *razón entre un número y 100*, es decir, se pueden entender como el establecimiento de relaciones entre conjuntos, formándose subconjuntos de cien partes.

El porcentaje se puede representar de tres formas distintas, con el signo de porcentaje %, por ejemplo 90%, como un racional $\frac{n}{100}$, por ejemplo $\frac{90}{100}$ y como decimal, al realizar la división sobre 100, por ejemplo, 0.9. En otras palabras, $90 \times \% = \frac{90}{100} = 0,\ 9$.

Ejemplos:

1. Encontrar el $70 \times \%$ de 2100

$$\frac{70}{100}\,(2100) = \frac{147\,000}{100} = 1470$$

2. Encontrar el $25 \times \%$ de 2800

$$0.25\,(2800) = \frac{70\,000}{100} = 700$$

3. De 300 estudiantes de una universidad, 140 son de ingeniería. ¿Qué porcentaje de los estudiantes son de ingeniería?
Una forma de solucionar este problema es encontrando la razón de estudiantes de ingeniería y el total, es decir:
$\frac{140}{300} = 0.4666$, la cual es la escritura decimal del porcentaje, es decir, equivale al $46.66 \times \%$ aproximadamente.
4. En el almacén VENUS, todos los productos tienen el 35% de descuento sobre el tiquete que aparece en la prenda y que se hace efectivo en la caja. Si un vestido está etiquetado con un precio de $267.000, ¿cuánto se debe cancelar por él?
Una forma de solucionar es encontrar primero de cuánto es el descuento:
Descuento: $0.35\,(267\,000) = 93\,450$
Valor a cancelar: $267\,000 - 93\,450 = 173\,550$ pesos.

Multimedia: Racional como operador

```
In[ ]:= Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
    style1, style2, style3,
    color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
    page1, page2, page3, page4, page5,
    titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 700},
   (*Inicializar page´s*)
   page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
   (*estilos de los textos/recuadros*)
   framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   (*Estilos de las ventanas emergentes*)
   titlePopUp[s_String] :=
    Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
      "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
      "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   TextCell[
    Grid[{{"Número racional como operador ⇒          ", "   ",
       MouseAppearance[Button[TextCell["  Enlace  ", "Text"],
         CreateDialog[{
```

```
Pane[Column[{
   titlePopUp["Número racional como operador"],
   textPopUp[
    "Significado que hace actuar a la fracción como transformador
     o función de cambio de un determinado
     estado inicial. Así, la fracción a/b empleada
     como operador es el número que modifica
     un valor particular n multiplicándolo
     por a y dividiéndolo por b."],
   textPopUp["Estos operadores funcionan como transformadores
     que hacen mas pequeño (achicar) o más grande
     (agrandar) las cantidades dadas. Achican
     la cantidad cuando la fracción operador
     es menor que 1 (el numerador es menor que
     el denominador) y en el caso contrario
     (cuando la fracción es mayor que 1), la
     agrandan. Por ejemplo, el operador 3/4 achica
     el número dado, en tanto que el operador
     4/3 lo agranda. Suponga que se va a aplicar
     esos operadores al número 24, tenemos que:
3/4 (24) = 72/4 = 18 este número es menor que 24, es decir, el operador
     achicó este número.
4/3 (24) = 96/3 = 32 este número es mayor que 24, es decir, el operador
     lo agrandó."],
   textPopUp["Ejemplos:"],
   textPopUp["1. Halle los dos quintos de 80.
La escritura de esta situación es: 2/5 (80)
```

y su resultado es $\frac{2\,80}{5} = 32.$"],

textPopUp["2. Encuentre la mitad de la mitad de 80.

La escritura de esta situación es: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(80)\right)$

y su resultado es $\frac{80}{4} = 20.$"],

textPopUp["3. Halle el 20 % de la mitad de 100.

Observe que el porcentaje se puede expresar en forma de fracción, por lo que el porcentaje actúa como un operador.

La escritura de esta situación es: $\frac{20}{100}\left(\frac{1}{2}(100)\right)$ y su resultado

es $\frac{2000}{200} = 10.$"],

textPopUp["4. Si los tres cuartos de la mitad de un número es 3, ¿cuál es el número?

Al hablar de los tres cuartos de la mitad de un número, lo que se halla es $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$ del número. Luego, lo que se va a buscar es un número que al multiplicarlo por 3 y dividirlo entre 8 dé como resultado 3.

Al aplicar los procesos contrarios, se tiene que $3 \cdot 8 = 24$ y $24 \div 3 = 8$, es decir, el número es 8.

La escritura de esta situación es: $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}(x)\right) = 3$, por lo que

$\frac{3}{8}(x) = 3$, luego $x = \frac{(3 \cdot 8)}{3} = 8.$"],

textPopUp["5. Juanita invierte el 30 % de la mitad de su salario en arriendo. Si gana \$900000, ¿cuánto dinero paga de arriendo?

La escritura de esta situación es: $\frac{30}{100}\left(\frac{1}{2}(900000)\right)$ y su resultado

```
                    es 27000000/200 = 135000 pesos,
                    que es el valor del arriendo."]
            }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
            {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
        ImageSize → All], "LinkHand"]
     },
     {"Fracciones equivalentes ⇒                      ", "          ",
      MouseAppearance[Button[TextCell["  Enlace  ", "Text"],
        CreateDialog[{
          Pane[Column[{
             titlePopUp["Fracciones equivalentes"],
             textPopUp["Dos fracciones son equivalentes si representan la
                misma cantidad. Por ejemplo, la fracción
                1/2 es equivalente a la fracción 2/4, ya
                que ambas representan la misma cantidad
                (tomar 1/2 de una unidad es lo mismo que
                tomar los 2/4 de la misma unidad)."],
             textPopUp["Hay dos formas de obtener fracciones equivalentes,
                por simplificación y por amplificación.
La simplificación consiste en dividir tanto el numerador como el
                denominador por un mismo número. Cuando
                ya no se puede simplificar más, la
                fracción que se obtiene se llama fracción
                irreductible.  Por ejemplo, 12/8 = 6/4 = 3/2.
La amplificación consiste en multiplicar tanto el numerador como el
                denominador por un mismo número, de esta
```

```
                forma se obtienen infinitas fracciones
                equivalentes. Por ejemplo, 2/3 = 4/6 = 8/12 = ..."]
            }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
            {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
        ImageSize → All], "LinkHand"]
    }, {"Operaciones con números racionales ⇒", "    ",
      MouseAppearance[Button[TextCell["  Adición  ", "Text"],
        CreateDialog[{
          Pane[Column[{
             titlePopUp["Adición en los números racionales"],
             textPopUp[
              "Una de las formas como se pueden sumar dos racionales es que
                sean homogéneos, es decir, que tengan el
                mismo denominador. En este caso, se suman los
                numeradores y se deja el mismo denominador.
                En otras palabras, a/b + c/b = (a + c)/b.
Por ejemplo, 3/5 + 6/5 = (3 + 6)/5 = 9/5.
En el caso de tener denominadores diferentes,
                es decir, las fracciones son heterogéneas, es
                necesario encontrar fracciones equivalentes
                para convertirlas en fracciones homogéneas
                y así poder sumarlas. Se explicarán dos
                métodos para realizar estas sumas."],
             textPopUp["Método 1:
                          a/b + c/d = a d/b d + b c/b d = (a d+b c)/b d
Observe que el común denominador se obtiene multiplicando los denominadores.
Ejemplo: 3/4 + 5/12 = (36 + 20)/48 = 56/48. Es necesario simplificar esta
```

fracción, luego, $\frac{56}{48} = \frac{7}{6}$. Por lo que
$\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{7}{6}$.
Este método es muy dispendioso, ya que los números con los que se trabajan son muy grandes y exige el proceso de simplificación. Además, si son más de dos números los que se van a sumar, implica la multiplicación del numerador por todos los demás denominadores, tarea bastante pesada."],

textPopUp["*Método 2*:
Antes de realizar la suma, se encuentra el *mínimo común múltiplo de los denominadores* (recuerden que el mínimo común múltiplo entre dos o más números, es el producto de los factores comunes con su mayor exponente por los no comunes), para amplificar cada fracción de tal forma que todas tengan como denominador el mínimo común múltiplo y luego sumar como fracciones homogéneas. Observe la suma realizada con el método 1, haciendo uso de este método, $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$.
La descomposición en factores de los denominadores es: $4 = 2^2$ y $12 = 3 \cdot 2^2$, por lo que el mínimo común múltiplo de los denominadores es: $3 \cdot 2^2 = 12$ (observe que 2^2 es factor común en ambos números y 3 es no común). La tarea ahora es amplificar ambas fracciones de tal manera que el denominador sea 12.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(3\,3)}{(4\,3)} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

Este método trabaja con números más pequeños y eso evita que se cometan errores de cálculo."], textPopUp["*Ejemplos*:"],

textPopUp$\left[\right.$"1. $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + \frac{5}{2} - 3$

m.c.m (4, 5, 2) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{3\ 5}{4\ 5} - \frac{2\ 4}{5\ 4} + \frac{5\ 10}{2\ 10} - \frac{3\ 20}{1\ 20} = \frac{15}{20} - \frac{8}{20} + \frac{50}{20} - \frac{60}{20} = -\frac{3}{20}$."$\left.\right]$,

textPopUp$\left[\right.$"2. $2 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

m.c.m (1, 3, 6, 4) = 12, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 12.

$2 - \frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{24}{12} - \frac{4}{12} + \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$."$\left.\right]$,

textPopUp$\left[\right.$"3. $\frac{3}{20} - \frac{7}{10} + \frac{1}{4} - 1$

m.c.m (20, 10, 4, 1) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{20} - \frac{7}{10} + \frac{1}{4} - 1 = \frac{3}{20} - \frac{14}{20} + \frac{5}{20} - \frac{20}{20} = \frac{-26}{20} = -\frac{13}{10}$"$\left.\right]$,

textPopUp$\left[\right.$"4. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$

m.c.m (2, 5, 6, 3) = 30, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 30.

$-\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = -\frac{15}{30} + \frac{18}{30} - \frac{5}{30} + \frac{20}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$."$\left.\right]$

```
}], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth},
Scrollbars → {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"]
}}, Alignment → Left], "Multimedia"]]
```

Número racional como operador ⇒	Enlace
Fracciones equivalentes ⇒	Enlace
Operaciones con números racionales ⇒	Adición

» *Texto: operador*

Significado que hace actuar a la fracción como *transformador* o función de cambio de un determinado estado inicial. Así, la fracción $\frac{a}{b}$ empleada como operador es el número que ***modifica*** un valor particular n multiplicándolo por a y dividiéndolo por b.

Estos operadores funcionan como transformadores que hacen mas pequeño (***achicar***) o más grande (***agrandar***) las cantidades dadas. Achican la cantidad cuando la fracción operador es menor que 1 (el numerador es menor que el denominador) y en el caso contrario (cuando la fracción es mayor que 1), la agrandan. Por ejemplo, el operador $\frac{3}{4}$ achica el número dado, en tanto que el operador $\frac{4}{3}$ lo agranda. Suponga que se va a aplicar esos operadores al número 24, tenemos que:

$\frac{3}{4}(24) = \frac{72}{4} = 18$ este número es *menor* que 24, es decir, el operador achicó este número.

$\frac{4}{3}(24) = \frac{96}{3} = 32$ este número es *mayor* que 24, es decir, el operador lo agrandó.

Ejemplos:

1. Halle los dos quintos de 80.
La escritura de esta situación es: $\frac{2}{5}(80)$ y su resultado es $\frac{2 \times 80}{5} = 32$.

2. Encuentre la mitad de la mitad de 40.
La escritura de esta situación es: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(80)\right)$ y su resultado es $\frac{80}{4} = 20$.

3. Halle el 20 $\times$ % de la mitad de 100.
Observe que el porcentaje se puede expresar en forma de fracción, por lo que el porcentaje actúa como un operador.
La escritura de esta situación es: $\frac{20}{100}\left(\frac{1}{2}(100)\right)$ y su resultado es $\frac{2000}{200} = 10$.

4. Si los tres cuartos de la mitad de un número es 3, ¿cuál es el número?
Al hablar de los tres cuartos de la mitad de un número, lo que se halla es $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$ del número. Luego, lo que se va a buscar es un número que al multiplicarlo por 3 y dividirlo entre 8 dé como resultado 3.
Al aplicar los procesos contrarios, se tiene que $3 \cdot 8 = 24$ y $24 \div 3 = 8$, es decir, el número es 8.
La escritura de esta situación es: $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}(x)\right) = 3$, por lo que $\frac{3}{8}(x) = 3$, luego $x = \frac{(3 \cdot 8)}{3} = 8$.

5. Juanita invierte el 30 $\times$ % de la mitad de su salario en arriendo. Si gana \$900 000, ¿cuánto dinero paga de arriendo?
La escritura de esta situación es: $\frac{30}{100}\left(\frac{1}{2}(900\,000)\right)$ y su resultado es $\frac{27\,000\,000}{200} = 135\,000$ pesos, que es el valor del arriendo.

» *Texto: fracciones equivalentes*

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad. Por ejemplo, la fracción $\frac{1}{2}$ es equivalente a la fracción $\frac{2}{4}$, ya que ambas representan la misma cantidad (tomar $\frac{1}{2}$ de una unidad es lo mismo que tomar los $\frac{2}{4}$ de la misma unidad).

Hay dos formas de obtener fracciones equivalentes, por ***simplificación*** y por ***amplificación***.
La ***simplificación*** consiste en dividir tanto el numerador como el denominador por un mismo número. Cuando ya no se puede simplificar más, la fracción que se obtiene se llama fracción irreductible. Por ejemplo, $\frac{12}{8} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.
La ***amplificación*** consiste en multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número, de esta forma se obtienen infinitas fracciones equivalentes. Por ejemplo, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \ldots$

» *Texto: Adición*

La única forma en que se pueden sumar dos racionales es que sean ***homogéneos***, es decir, que *tengan el mismo denominador*. En este caso, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador. En otras palabras, $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a+c)}{b}$.
Por ejemplo, $\frac{3}{5} + \frac{6}{5} = \frac{(3+6)}{5} = \frac{9}{5}$.
En el caso de tener denominadores diferentes, es decir, las fracciones son ***heterogéneas***, es necesario encontrar fracciones equivalentes para convertirlas en fracciones homogéneas y así poder sumarlas. Se explicarán dos métodos para realizar estas sumas.
Método 1:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} + \frac{b\,c}{b\,d} = \frac{a\,d + b\,c}{b\,d}$$

Observe que el común denominador se obtiene multiplicando los denominadores.
Ejemplo: $\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(36+20)}{48} = \frac{56}{48}$. Es necesario simplificar esta fracción, luego, $\frac{56}{48} = \frac{7}{6}$. Por lo que $\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{7}{6}$.
Este método es muy dispendioso, ya que los números con los que se trabajan son muy grandes y exige el proceso de simplificación. Además, si son más de dos números los que se van a sumar, implica la multiplicación del numerador por todos los demás denominadores, tarea bastante pesada.
Método 2:
Antes de realizar la suma, se encuentra el *mínimo común múltiplo de los denominadores* (recuerden que el mínimo común múltiplo entre dos o más números, es el producto de los factores comunes con su mayor exponente por los no comunes), para amplificar cada fracción de tal forma que todas tengan como denominador el mínimo común múltiplo y luego sumar como fracciones homogéneas. Observe la suma realizada con el método 1, haciendo uso de este método, $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$.
La descomposición en factores de los denominadores es: $4 = 2^2$ y $12 = 3 \cdot 2^2$, por lo que el mínimo común múltiplo de los denominadores es: $3 \cdot 2^2 = 12$ (observe que 2^2 es factor común en ambos números y 3 es no común). La tarea ahora es amplificar ambas fracciones de tal manera que el denominador sea 12.

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(3 \times 3)}{(4 \times 3)} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

Este método trabaja con números más pequeños y eso evita que se cometan errores de cálculo.

Ejemplos:

1. $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3$

m.c.m (4, 5, 2) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3=\frac{3\times 5}{4\times 5}-\frac{2\times 4}{5\times 4}+\frac{5\times 10}{2\times 10}-\frac{3\times 20}{1\times 20}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}+\frac{50}{20}-\frac{60}{20}=-\frac{3}{20}.$

2. $2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

m.c.m (1, 3, 6, 4) = 12, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 12.

$2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{24}{12}-\frac{4}{12}+\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}.$

3. $\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1$

m.c.m (20, 10, 4, 1) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1=\frac{3}{20}-\frac{14}{20}+\frac{5}{20}-\frac{20}{20}=\frac{-26}{20}=-\frac{13}{10}$

4. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$

m.c.m (2, 5, 6, 3) = 30, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 30.

$-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=-\frac{15}{30}+\frac{18}{30}-\frac{5}{30}+\frac{20}{30}=\frac{18}{30}=\frac{3}{5}.$

» *Solo operador*

```
In[ ]:= Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
     style1, style2, style3,
     color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
     tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
     page1, page2, page3, page4, page5,
     titlePopUp, textPopUp, textPopUp2, panelWidth = 750, bodyWidth = 700},
   (*Inicializar page´s*)
   page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
   (*estilos de los textos/recuadros*)
   framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
```

```
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
TextCell[Column[{Row[{"Número racional como operador ⇒          ", "   ",
     MouseAppearance[Button[TextCell["  enlace  ", "Text"],
       CreateDialog[{
         Pane[Column[{
            titlePopUp["Número racional como operador"],
            textPopUp[
             "Significado que hace actuar a la fracción como transformador
               o función de cambio de un determinado
               estado inicial. Así, la fracción a/b
               empleada como operador es el número
               que modifica un valor particular
               n multiplicándolo por a
               y dividiéndolo por b."],
            textPopUp["Estos operadores funcionan como transformadores que
               hacen mas pequeño (achicar) o más grande
               (agrandar) las cantidades dadas. Achican
               la cantidad cuando la fracción operador es
               menor que 1 (el numerador es menor que el
               denominador) y en el caso contrario (cuando
               la fracción es mayor que 1), la agrandan.
               Por ejemplo, el operador 3/4 achica el
```

número dado, en tanto que el operador $\frac{4}{3}$

lo agranda. Suponga que se va a aplicar

esos operadores al número 24, tenemos que:

$\frac{3}{4}(24) = \frac{72}{4} = 18$ este número es *menor* que 24, es decir, el operador

achicó este número.

$\frac{4}{3}(24) = \frac{96}{3} = 32$ este número es *mayor* que 24, es decir, el operador

lo agrandó."],

textPopUp["*Ejemplos*:"],

textPopUp["1. Halle los dos quintos de 80.

La escritura de esta situación es: $\frac{2}{5}(80)$

y su resultado es $\frac{2\ 80}{5} = 32$."],

textPopUp["2. Encuentre la mitad de la mitad de 80.

La escritura de esta situación es: $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(80)\right)$ y su resultado es $\frac{80}{4} = 20$."],

textPopUp["3. Halle el 20 % de la mitad de 100.

Observe que el porcentaje se puede expresar en

forma de fracción, por lo que el

porcentaje actúa como un operador.

La escritura de esta situación es: $\frac{20}{100}\left(\frac{1}{2}(100)\right)$ y su resultado

es $\frac{2000}{200} = 10$."],

textPopUp["4. Si los tres cuartos de la mitad de un

número es 3, ¿cuál es el número?

Al hablar de los tres cuartos de la mitad de un número, lo que se

halla es $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$ del número.

Luego, lo que se va a buscar es un

número que al multiplicarlo por 3 y

dividirlo entre 8 dé como resultado 3.
Al aplicar los procesos contrarios, se tiene que $3 \cdot 8 = 24$ y $24 \div 3 = 8$,
es decir, el número es 8.
La escritura de esta situación es: $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}(x)\right) = 3$, por lo que
$\frac{3}{8}(x) = 3$, luego $x = \frac{(3 \cdot 8)}{3} = 8$."],
textPopUp["5. Juanita invierte el 30 % de la mitad de
su salario en arriendo. Si gana $900000,
¿cuánto dinero paga de arriendo?
La escritura de esta situación es: $\frac{30}{100}\left(\frac{1}{2}(900000)\right)$ y su resultado
es $\frac{27000000}{200} = 135000$ pesos,
que es el valor del arriendo."]
}], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"]
}]}]

, "Multimedia"]]

Número racional como operador ⇒ enlace

Multimedia: Racional como razón y proporción

Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
style1, style2, style3,
color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
page1, page2, page3, page4, page5,

```
 titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 700},
(*Inicializar page´s*)
page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
(*estilos de los textos/recuadros*)
framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
TextCell[Row[{"Números racionales como razón y proporción ⇒", "    ",
   MouseAppearance[Button[TextCell["  enlace  ", "Text"],
     CreateDialog[{
       Pane[Column[{
          titlePopUp["Números racionales como razón y proporción"],
          textPopUp[
           "Una razón es el cociente de dos cantidades, la razón entre la
             cantidad a y la cantidad b se expresa con la
             notación de fracción a/b o con la notación a : b.
             La fracción a/b como razón evidencia la
             comparación bidireccional entre los valores
```

a y *b*, siendo esencial el orden en el que
se citan las magnitudes comparadas."],

textPopUp["Por ejemplo, en la clase de matemáticas hay
12 mujeres por cada 28 hombres, eso
significa que la razón entre mujeres y
hombres es de $\frac{12}{28}$ que al simplificarse,
es lo mismo que $\frac{3}{7}$, lo que quiere decir
que hay 3 mujeres por cada 7 hombres."],

textPopUp["Cuando dos pares de números, como 5, 4 y
20, 16 tienen la misma razón, se dice que
ellas son *proporcionales*. La expresión

$$\frac{5}{4} = \frac{20}{16}$$

establece que las parejas 5, 4 y 20, 16 son proporcionales.
5 es a 4 como 20 es a 16 "],

textPopUp["En los problemas que involucran proporciones
usualmente se desconoce algún término,
para resolver expesiones como $\frac{x}{a} = \frac{c}{d}$,
donde x se desconoce, se multiplica
en cruz las cantidades y luego se
divide a ambos lados para dejar x sola:

$$d\,x = a\,c$$
$$x = \frac{a\,c}{d}$$

de esta manera se puede encontrar el valor desconocido en la proporción."],

textPopUp["*Ejemplos*:"],

textPopUp["1. Luis tiene 24 años y la razón entre la
edad de él y la de su hermano es de
6 a 5, ¿cuál es la edad del hermano?

$$\frac{(\text{Edad de Luis})}{(\text{Edad del hermano})} = \frac{6}{5} = \frac{24}{x} \,,$$

```
para saber a cuánto
                equivale x, se multiplica en cruz
                                6 x = 24 5
luego se divide entre 6, por lo tanto x = (24 5)/6 = 4 5 = 20, luego
                la edad del hermano es 20 años."],
            textPopUp["2. Para elaborar un pastel se usan 3 libras de
                harina de trigo por 2 libras de mantequilla,
                si se quieren usar 8 libras de harina de
                trigo, ¿cuánta mantequilla se debe utilizar?
(Libras de harina)/(Libras de mantequilla) = 3/2 = 8/x,
Otra manera de encontrar la cantidad
                desconocida es utilizar la regla de
                tres, por lo tanto x = (8 ·2)/3 = 16/3,
entonces, se necesitan 16/3 libras de mantequilla."]
            }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth},
          Scrollbars → {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
        ImageSize → All], "LinkHand"]
    }], "Multimedia"]]
```

Números racionales como razón y proporción ⇒	enlace

» *Texto: razón y proporción*

Una ***razón*** es el cociente de dos cantidades, la razón entre la cantidad a y la cantidad b se expresa con la notación de fracción $\frac{a}{b}$ o con la notación $a : b$. La fracción $\frac{a}{b}$ como razón evidencia la comparación bidireccional entre los valores a y b, siendo esencial el orden en el que se citan las magnitudes comparadas.

Por ejemplo, en la clase de matemáticas hay 12 mujeres por cada 28 hombres, eso significa que la razón entre mujeres y hombres es de $\frac{12}{28}$ que al simplificarse, es lo mismo que $\frac{3}{7}$, lo que quiere decir que hay 3 mujeres por cada 7 hombres.

Cuando dos pares de números, como 5, 4 y 20, 16 tienen la misma razón, se dice que ellas son ***proporcionales***, La expresión

$$\frac{5}{4} = \frac{20}{16}$$

establece que las parejas 5, 4 y 20, 16 son proporcionales. *"5 es a 4 como 20 es a 16 "*

En los problemas que involucran proporciones usualmente se desconoce algún término, para resolver expresiones como $\frac{x}{a} = \frac{c}{d}$, donde x se desconoce, se multiplica en cruz las cantidades y luego se divide a ambos lados para dejar x sola:

$$d\,x = a\,c$$
$$x = \frac{a\,c}{d}$$

de esta manera se puede encontrar el valor desconocido en la proporción.

Ejemplos:

1. Luis tiene 24 años y la razón entre la edad de él y la de su hermano es de 6 a 5, ¿cuál es la edad del hermano?

$\frac{\text{(Edad de Luis)}}{\text{(Edad del hermano)}} = \frac{6}{5} = \frac{24}{x}$,

para saber a cuánto equivale x, se multiplica en cruz

$$6\,x = 24 \times 5$$

luego se divide entre 6, por lo tanto $x = \frac{24 \times 5}{6} = 4 \times 5 = 20$, luego la edad del hermano es 20 años.

2. Para elaborar un pastel se usan 3 libras de harina de trigo por 2 libras de mantequilla, si se quieren usar 8 libras de harina de trigo, ¿cuánta mantequilla se debe utilizar?

$\frac{\text{(Libras de harina)}}{\text{(Libras de mantequilla)}} = \frac{3}{2} = \frac{8}{x}$,

Otra manera de encontrar la cantidad desconocida es utilizar la *regla de tres*, por lo tanto $x = \frac{(8 \cdot 2)}{3} = \frac{16}{3}$, entonces, se necesitan $\frac{16}{3}$ libras de mantequilla.

Multimedia: Operaciones definidas en el conjunto de los números racionales

```
In[◦]:= Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
    style1, style2, style3,
    color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
    page1, page2, page3, page4, page5,
    titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 700},
   (*Inicializar page´s*)
   page1 = page2 = page3 = page4 = page5 = 1;
   (*estilos de los textos/recuadros*)
   framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
```

```
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
    "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
    "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
TextCell[
 Grid[{{"Fracciones equivalentes ⇒", "          ",
    MouseAppearance[Button[TextCell["  Enlace  ", "Text"],
      CreateDialog[{
        Pane[Column[{
           titlePopUp["Fracciones equivalentes"],
           textPopUp["Dos fracciones son equivalentes si representan la
              misma cantidad. Por ejemplo, la fracción
              1/2 es equivalente a la fracción 2/4, ya
              que ambas representan la misma cantidad
              (tomar 1/2 de una unidad es lo mismo que
              tomar los 2/4 de la misma unidad)."],
           textPopUp["Hay dos formas de obtener fracciones equivalentes,
              por simplificación y por amplificación.
La simplificación consiste en dividir tanto el numerador como el
              denominador por un mismo número. Cuando
```

```
                    ya no se puede simplificar más, la
                    fracción que se obtiene se llama fracción
                    irreductible.  Por ejemplo, 12/8 = 6/4 = 3/2.
La amplificación consiste en multiplicar tanto el numerador como el
                    denominador por un mismo número, de esta
                    forma se obtienen infinitas fracciones
                    equivalentes. Por ejemplo, 2/3 = 4/6 = 8/12 =  ..."]
                }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
            ImageSize → All], "LinkHand"]},
        {"Operaciones con números racionales ⇒", "          ",
         Row[{MouseAppearance[Button[TextCell["  Adición  ", "Text"],
             CreateDialog[{
               Pane[Column[{
                  titlePopUp["Adición en los números racionales"],
                  textPopUp[
                   "Una de las formas como se pueden sumar dos racionales es
                     que sean homogéneas, es decir, que
                     tengan el mismo denominador. En este
                     caso, se suman los numeradores y se
                     deja el mismo denominador. En
                     otras palabras, a/b + c/b = (a + c)/b.
Por ejemplo, 3/5 + 6/5 = (3 + 6)/5 = 9/5.
En el caso de tener denominadores diferentes,  las fracciones son
                     heterogéneas, es necesario encontrar
                     fracciones equivalentes para convertirlas
                     en fracciones homogéneas y así
                     poder sumarlas. Se explicarán dos
```

métodos para realizar estas sumas."],

textPopUp["*Método 1*:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a\,d}{b\,d} + \frac{b\,c}{b\,d} = \frac{a\,d + b\,c}{b\,d}$$

Observe que el común denominador se obtiene multiplicando los denominadores.

Ejemplo: $\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{(36 + 20)}{48} = \frac{56}{48}$. Es necesario simplificar esta fracción, luego, $\frac{56}{48} = \frac{7}{6}$. Por lo que

$\frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{7}{6}$.

Este método es muy dispendioso, ya que los números con los que se trabajan son muy grandes y exige el proceso de simplificación. Además, si son más de dos números los que se van a sumar, implica la multiplicación del numerador por todos los demás denominadores, tarea bastante pesada."],

textPopUp["*Método 2*:

Antes de realizar la suma, se encuentra el *mínimo común múltiplo de los denominadores* (recuerden que el mínimo común múltiplo entre dos o más números, es el producto de los factores comunes con su mayor exponente por los no comunes), para amplificar cada fracción de tal forma que todas tengan como denominador el mínimo común múltiplo y luego sumar como fracciones homogéneas. Observe la suma realizada con el método 1, haciendo uso de este método, $\frac{3}{4} + \frac{5}{12}$.

La descomposición en factores de los denominadores es: $4 = 2^2$ y $12 = 3 \cdot 2^2$, por lo que el mínimo común múltiplo de los denominadores es: $3 \cdot 2^2 = 12$

(observe que 2^2 es factor común en ambos números y 3 es no común). La tarea ahora es amplificar ambas fracciones de tal manera que el denominador sea 12.

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{(3\ 3)}{(4\ 3)}+\frac{5}{12}=\frac{9}{12}+\frac{5}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}$$

Este método trabaja con números más pequeños y eso evita que se cometan errores de cálculo."],

textPopUp["*Ejemplos*:"],

textPopUp["1. $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3$

m.c.m (4, 5, 2) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3=\frac{3\ 5}{4\ 5}-\frac{2\ 4}{5\ 4}+\frac{5\ 10}{2\ 10}-\frac{3\ 20}{1\ 20}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}+\frac{50}{20}-\frac{60}{20}=-\frac{3}{20}."],$$

textPopUp["2. $2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

m.c.m (1, 3, 6, 4) = 12, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 12.

$$2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{24}{12}-\frac{4}{12}+\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}."],$$

textPopUp["3. $\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1$

m.c.m (20, 10, 4, 1) = 20, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$$\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1=\frac{3}{20}-\frac{14}{20}+\frac{5}{20}-\frac{20}{20}=\frac{-26}{20}=-\frac{13}{10}"],$$

textPopUp["4. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$

m.c.m (2, 5, 6, 3) = 30, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 30.

$$-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=-\frac{15}{30}+\frac{18}{30}-\frac{5}{30}+\frac{20}{30}=\frac{18}{30}=\frac{3}{5}."]$$

```
}], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], , "      "
MouseAppearance[Button[TextCell["  Multiplicación  ", "Text"],
  CreateDialog[{
    Pane[Column[{
      titlePopUp["Multiplicación en los números racionales"],
      textPopUp[
       "Para multiplicar dos números racionales, se multiplica
         el numerador con el numerador y el
         denominador con el denominador.
         Se aconseja simplificar antes de
         multiplicar, recuerden que la
         multiplicación es conmutativa, por
         lo que el orden de los factores
         no afecta el producto. Es decir:
```

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{d \cdot b}$ con $b, d \neq 0$."],

```
      textPopUp["Ejemplos:"],
```

textPopUp["1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ fracción irreductible."],

textPopUp["2. $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{9}$, para dar solución a este ejercicio,

```
         se va a realizar de dos formas,
         una es más dispendiosa que la
         otra, así que compare y elija la
         forma que permita menos errores.
```

Forma 1:

$\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{168}{63}$, multiplicando

```
         numerador por numerador y
         denominador por denominador
```

```
= 56/21, simplificando por 3
= 8/3, simplificando por 7
Forma 2:
12/7 · 14/9 = (12 14)/(7 9) = (4 2)/(1 3) = 8/3, antes de
                    multiplicar se simplifica: tercera
                    de 12 es 4 y tercera de 9 es 3,
                    séptima de 14 es 2 y séptima de 7
                    es 1,  solo se puede simplificar
                    cuando se multiplica."],
                textPopUp["3. 2 4/9 = 8/9."],
                textPopUp["4. 2/7 (1/9) (21/4) = (2 1 21)/(7 9 4) = (1 1 1)/(1 3 2) = 1/6."]
               }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars → {False,
                True}]}, Background → White, Deployed → True],
           ImageSize → All], "LinkHand"], "      ",
        MouseAppearance[Button[TextCell["  División  ", "Text"],
          CreateDialog[{
            Pane[Column[{
               titlePopUp["División en los números racionales"],
               textPopUp["La división de números racionales se define como
                  la multiplicación del dividendo por el
                  recíproco del divisor. Por esta razón, la
                  división es una multiplicación. Es decir:
```

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

```
Recuerden que la división se puede escribir como una fracción, en este caso:
```

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

```
por lo que se dice que esa división es igual al producto de
```

```
          los extremos (están por fuera)
          sobre el producto de los medios
          (números que quedan dentro)."],
        textPopUp["Ejemplos:"],
        textPopUp["1. 2/4 ÷ 1/2 = 2/4 · 2/1 = (2 2)/(4 1) = 1."],
        textPopUp["2. 1/4 ÷ 2 = 1/4 × 1/2 = 1/8."],
        textPopUp["3. (2/7)/(-3/4) = -(4 2)/(7 3) = -8/21."],
        textPopUp[""]
       }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
       {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
    ImageSize → All], "LinkHand"]}]
 }}, Alignment → Left], "Multimedia"]]
```

Fracciones equivalentes ⇒	Enlace		
Operaciones con números racionales ⇒	Adición	Multiplicación	División

» *Texto: fracciones equivalentes*

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad. Por ejemplo, la fracción $\frac{1}{2}$ es equivalente a la fracción $\frac{2}{4}$, ya que ambas representan la misma cantidad (tomar $\frac{1}{2}$ de una unidad es lo mismo que tomar los $\frac{2}{4}$ de la misma unidad.

Hay dos formas de obtener fracciones equivalentes, por ***simplificación*** y por ***amplificación***.
La ***simplificación*** consiste en dividir tanto el numerador como el denominador por un mismo número. Cuando ya no se puede simplificar más, la fracción que se obtiene se llama fracción irreductible. Por ejemplo, $\frac{12}{8} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.
La ***amplificación*** consiste en multiplicar tanto el numerador como el denominador por un mismo número, de esta forma se obtienen infinitas fracciones equivalentes. Por ejemplo, $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \ldots$

» *Texto: Adición*

La única forma en que se pueden sumar dos racionales es que sean ***homogéneos***, es decir, que *tengan el mismo denominador*. En este caso, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador. En otras palabras, $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{(a+c)}{b}$.

Por ejemplo, $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}=\frac{(3+6)}{5}=\frac{9}{5}$.

En el caso de tener denominadores diferentes, es decir, las fracciones son ***heterogéneas***, es necesario encontrar fracciones equivalentes para convertirlas en fracciones homogéneas y así poder sumarlas. Se explicarán dos métodos para realizar estas sumas.

Método 1:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\,d}{b\,d}+\frac{b\,c}{b\,d}=\frac{a\,d+b\,c}{b\,d}$$

Observe que el común denominador se obtiene multiplicando los denominadores.

Ejemplo: $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{(36+20)}{48}=\frac{56}{48}$. Es necesario simplificar esta fracción, luego, $\frac{56}{48}=\frac{7}{6}$. Por lo que $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{7}{6}$.

Este método es muy dispendioso, ya que los números con los que se trabajan son muy grandes y exige el proceso de simplificación. Además, si son más de dos números los que se van a sumar, implica la multiplicación del numerador por todos los demás denominadores, tarea bastante pesada.

Método 2:

Antes de realizar la suma, se encuentra el *mínimo común múltiplo de los denominadores* (recuerden que el mínimo común múltiplo entre dos o más números, es el producto de los factores comunes con su mayor exponente por los no comunes), para amplificar cada fracción de tal forma que todas tengan como denominador el mínimo común múltiplo y luego sumar como fracciones homogéneas. Observe la suma realizada con el método 1, haciendo uso de este método, $\frac{3}{4}+\frac{5}{12}$.

La descomposición en factores de los denominadores es: $4=2^2$ y $12=3\cdot2^2$, por lo que el mínimo común múltiplo de los denominadores es: $3\cdot2^2=12$ (observe que 2^2 es factor común en ambos números y 3 es no común). La tarea ahora es amplificar ambas fracciones de tal manera que el denominador sea 12.

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{12}=\frac{(3\times3)}{(4\times3)}+\frac{5}{12}=\frac{9}{12}+\frac{5}{12}=\frac{14}{12}=\frac{7}{6}$$

Este método trabaja con números más pequeños y eso evita que se cometan errores de cálculo.

Ejemplos:

1. $\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3$

m.c.m $(4,\ 5,\ 2)=20$, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{4}-\frac{2}{5}+\frac{5}{2}-3=\frac{3\times5}{4\times5}-\frac{2\times4}{5\times4}+\frac{5\times10}{2\times10}-\frac{3\times20}{1\times20}=\frac{15}{20}-\frac{8}{20}+\frac{50}{20}-\frac{60}{20}=-\frac{3}{20}$.

2. $2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}$

m.c.m $(1,\ 3,\ 6,\ 4)=12$, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 12.

$2-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=\frac{24}{12}-\frac{4}{12}+\frac{10}{12}-\frac{9}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$.

3. $\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1$

m.c.m $(20,\ 10,\ 4,\ 1)=20$, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 20.

$\frac{3}{20}-\frac{7}{10}+\frac{1}{4}-1=\frac{3}{20}-\frac{14}{20}+\frac{5}{20}-\frac{20}{20}=\frac{-26}{20}=-\frac{13}{10}$

4. $-\frac{1}{2}+\frac{3}{5}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}$

$m.c.m\,(2,\ 5,\ 6,\ 3) = 30$, luego se deben amplificar las fracciones para que queden con denominador 30.
$-\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = -\frac{15}{30} + \frac{18}{30} - \frac{5}{30} + \frac{20}{30} = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

» *Texto: Multiplicación*

Para multiplicar dos números racionales, se multiplica el numerador con el numerador y el denominador con el denominador. Se aconseja simplificar antes de multiplicar, recuerden que la multiplicación es conmutativa, por lo que el orden de los factores no afecta el producto. Es decir:
$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{d \cdot b}$ con $b,\ d \neq 0$.

Ejemplos:

1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ fracción irreductible.

2. $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{9}$, para dar solución a este ejercicio, se va a realizar de dos formas, una es más dispendiosa que la otra, así que compare y elija la forma que permita menos errores.

Forma 1:
$\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{168}{63}$, multiplicando numerador por numerador y denominador por denominador
$= \frac{56}{21}$, simplificando por 3
$= \frac{8}{3}$, simplificando por 7

Forma 2:
$\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{9} = \frac{12 \times 14}{7 \times 9} = \frac{4 \times 2}{1 \times 3} = \frac{8}{3}$, antes de multiplicar se simplifica: tercera de 12 es 4 y tercera de 9 es 3, séptima de 14 es 2 y séptima de 7 es 1, ***solo se puede simplificar cuando se multiplica***.

3. $2 \times \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$.

4. $\frac{2}{7}\left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{21}{4}\right) = \frac{2 \times 1 \times 21}{7 \times 9 \times 4} = \frac{1 \times 1 \times 1}{1 \times 3 \times 2} = \frac{1}{6}$.

» *Texto: División*

La división de números racionales se define como la multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor. Por esta razón, la división es una multiplicación. Es decir:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Recuerden que la división se puede escribir como una fracción, en este caso:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

por lo que se dice que esa división es igual al producto de los extremos (están por fuera) sobre el producto de los medios (números que quedan dentro).

Ejemplos:

1. $\frac{2}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{4 \times 1} = 1$.

2. $\frac{1}{4} \div 2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

3. $\frac{\frac{2}{7}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4\times 2}{7\times 3} = -\frac{8}{21}$.