```
Clear["Global`*"]
```

» Grillas

```
MapThread[MouseAppearance[
    EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :> (page2 = #2)}], "LinkHand"] &,
  {{{"Ejemplo 1"}, {"Ejemplo 2"}, {"Ejemplo 3"}, {"Ejemplo 4"},
    {"Ejemplo 5"}, {"Ejemplo 6"}}, Range[6]}]
```

{tabText({Ejemplo 1}), tabText({Ejemplo 2}), tabText({Ejemplo 3}),
tabText({Ejemplo 4}), tabText({Ejemplo 5}), tabText({Ejemplo 6})}

{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 }, { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }}

```
MapThread[MouseAppearance[
    EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :> (page3 = #2)}], "LinkHand"] &,
  {{{"Ejemplo 1"}, {"Ejemplo 2"}, {"Ejemplo 3"}, {"Ejemplo 4"},
    {"Ejemplo 5"}, {"Ejemplo 6"}, {"Ejemplo 7"}, {"Ejemplo 8"}}, Range[8]}]
```

{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 , Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }

{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
{ Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }}

```
MapThread[MouseAppearance[
    EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :> (page4 = #2)}], "LinkHand"] &,
  {{{"Ejemplo 1"}, {"Ejemplo 2"}, {"Ejemplo 3"}, {"Ejemplo 4"},
    {"Ejemplo 5"}, {"Ejemplo 6"}, {"Ejemplo 7"}, {"Ejemplo 8"}}, Range[8]}]
```

{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 , Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }

{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
{ Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }}

```
MapThread[MouseAppearance[
    EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :> (page5 = #2)}], "LinkHand"] &,
  {{{"Ejemplo 1"}, {"Ejemplo 2"}, {"Ejemplo 3"}, {"Ejemplo 4"},
    {"Ejemplo 5"}, {"Ejemplo 6"}, {"Ejemplo 7"}, {"Ejemplo 8"}}, Range[8]}]
```

{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 , Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }

```
{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
 { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }}

MapThread[MouseAppearance[
   EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :→ (page6 = #2)}], "LinkHand"] &,
  {{{"Ejemplo 1"}, {"Ejemplo 2"}, {"Ejemplo 3"}, {"Ejemplo 4"},
    {"Ejemplo 5"}, {"Ejemplo 6"}, {"Ejemplo 7"}, {"Ejemplo 8"}}, Range[8]}]

{ Ejemplo 1 , Ejemplo 2 , Ejemplo 3 , Ejemplo 4 , Ejemplo 5 , Ejemplo 6 , Ejemplo 7 , Ejemplo 8 }

{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
 { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }}

tabImage[txt_, img_] := Deploy[
   Pane[
    Grid[
     {{(* Icon *)
       Pane[Image[img, ImageSize → {Automatic, Automatic}],
        {Automatic, Automatic}]},
      {(* Text *)
       Style[Column[txt, Alignment → {Left, Center}],
        {Italic, FontFamily → "Georgia", FontSize → 15,
         FontWeight → Bold, FontColor → GrayLevel[.5]}]
      }},
     Alignment → {Center, Center}, Spacings → {.5, 0}], FrameMargins → 6]];
tabText[txt_] := Deploy[
   Pane[
    Grid[
     {{(* Text *)
       Style[Column[txt, Alignment → {Left, Center}],
        {Italic, FontFamily → "Georgia", FontSize → 15,
         FontWeight → Bold, FontColor → GrayLevel[.5]}]
      }},
     Alignment → {Center, Center}, Spacings → {.5, 0}], FrameMargins → 6]];
```

```
MapThread[MouseAppearance[
   EventHandler[tabText[#1], {"MouseClicked" :→ (page1 = #2)}], "LinkHand"] &,
 {{{"Factorización"}, {"Factor común"}, {"Diferencia", "de cuadrados"},
   {"Trinomio cuadrado"}, {"Diferencia y suma", "de cubos"}}, Range[5]}]
```

{ *Factorización* , *Factor común* , *Diferencia de cuadrados* , *Trinomio cuadrado* , *Diferencia y suma de cubos* }

» Resumen

```
In[•]:= Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
    style1, style2, style3,
    color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
    page1 = 1, page2 = 1, page3 = 1, page4 = 1, page5 = 1, page6 = 1,
    titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 600, dimen1, divid1},
   dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 20}, {1 -> 6, 2 -> 6, 3 -> 2, 4 -> 2}};
   divid1 = {{1 -> Thickness[2], 2 -> 1 -> Thickness[1],
      3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[3]}, {1 -> Thickness[2],
      2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3], 4 -> Thickness[3]}};
   (*estilos de los textos/recuadros*)
   framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
      LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}], ImageSize → {800, Automatic}, Alignment → Center];
   style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
   (*Estilos de las ventanas emergentes*)
   titlePopUp[s_String] :=
    Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
      "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
      "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
       {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
   Pane[Column[{
```

```
Grid[{{ Factorización , Factor común ,
   Diferencia de cuadrados , Trinomio cuadrado , Diferencia y suma de cubos }},
  Spacings → {1, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
  Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
Framed[
  PaneSelector[{
    1 → Column[
       {textPane["Factorizar es el proceso de reescribir una adición
           o sustracción de dos o más términos a través
           de multiplicaciones lo mas reducidas
           posibles, es el proceso inverso de la
           distribución en expresiones algebraicas."],
        Item[Image[
```

```
, ImageSize → 450], Alignment → Center],
        Grid[{
          {Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }},
             Spacings → {0, 0}, Dividers →
              {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
             Background → {None, None, Dynamic[{page2, 1}] →
                 Lighter@LightRed}],
           Framed[
            PaneSelector[{
              1 → style1["La expresión 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5  se puede
                  escribir de forma reducida como 5 × 8"],
              2 → style1["La expresión 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 se
                  puede escribir de forma reducida como
                  2 × 4 + 3 × 4 o como 4 (2 + 3) = 4 × 5"],
              3 → style1["La expresión ⏞(● + ● + ● + ... + ●)^(7 veces) se puede escribir
                  como ● × 7 = 7 ●"]}, Dynamic[page2]],
            FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7],
            ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}}, ImageSize →
```

```
        {700, 200}]]}}, Alignment → {Left, Top}],
    TextCell[style1[
      Column[{
        "Puede descargar el siguiente aplicativo para practicar ",
        Row[{
          MouseAppearance[Button[Row[{"Factorización"}],
            NotebookLocate[{URL["https://goo.gl/EkM9s3"], None}],
            ImageSize → All], "LinkHand"]}, "
           "]}, Alignment → Center]], "PildIzq"]
   }, Alignment → Center],
  2 -> Column[
   {textPane["Las estructuras  a b + a c = a (b + c) y a b - a c = a (b - c)
       se conocen con el nombre de factor común y se
       factoriza como se muestra a continuación:"],
    Item[
```

$$\overbrace{■● + ■▲ + \dots + ■▼}^{\text{suma / resta}} \xrightarrow{\textit{factorizar}} \overbrace{■(● + ▲ + \dots + ▼)}^{\text{multiplicación}},$$

```
     Alignment → Center],
    TextCell[Style[Row[{
        MouseAppearance[Button[Row[{"¿Cómo aplicar el factor común?"}],
          CreateDialog[{
            Pane[Column[{
               titlePopUp["Pasos para desarrollar un factor común"],
               textPopUp[
                "El proceso de factor común establece una estructura
                  para reducir expresiones compuestas por
                  adiciones y/o sustracciones, y para
                  aplicarlo se sugieren estos pasos:"],
               textPopUp[" 1. Reconozca el factor común;
                  para ello, observe cada uno de los
                  términos de la expesión dada y en
                  ellos identifique los factores y
                  busque el mayor común posible."],
               textPopUp[" 2. Extraiga el factor común. Puede
                  encerrarlo en un paréntesis o en un
                  corchete según la complejidad del
```

```
                mismo, si es un solo término no lo
                encierre en paréntesis, pero si son
                dos o más emplee estos elementos para
                encerrarlos. Como es un factor, después
                de él no debe haber signo alguno
                diferente al de una multiplicación, que
                usualmente se representa abriendo un
                segundo paréntesis o un corchete."],
             textPopUp[" 3. Ubique, en el segundo paréntesis
                o corchete, según corresponda, la
                misma cantidad de términos que había
                en la expresión original o inicial,
                con la diferencia que cada término
                estará conformado por los factores
                que no son comunes. En caso que
                el término extraido no tenga otro
                factor se debe ubicar el número 1."],
             textPopUp[" 4. Verifique que la expresión
                resultante sea una multiplicación
                y simplifique las expresiones
                extensas, en caso de haberlas.
                En este punto habrá finalizado
                el proceso de factorización."],
             textPopUp[" 5. Para constatar que el proceso
                quedó bien, puede multiplicar y debe
                obtener la misma expresión que daba
                el ejercicio. Este paso es opcional
                y no hace parte de la factorización,
                es solo para verificar que se haya
                factorizado adecuadamente."]}],
           ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
            {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
        ImageSize → All], "LinkHand"], "            ",
     MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 1."}],
        CreateDialog[{
          Pane[Column[{
             titlePopUp["Factor común"],
             textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión x - 2 x:
```

1. *Reconozca el factor común*. Como los términos en la expresión son x^2 y $2x$, el mayor factor común es x, pues en el primer término está dos veces la x y en el segundo solo una, lo máximo que se puede extraer es una x en cada término.

Factores que quedan al extraer el factor común: de x^2, como se extrae una x queda otra x y de $2x$, al extraer la x queda el factor 2. Así los factores no comunes son x y 2.

2. *Extraiga el factor común*. No es necesario encerrarlo entre paréntesis por ser un solo término. Ubique un paréntesis después del factor para comenzar a escribir el siguiente factor: $x^2 - 2x = x(\qquad)$.

3. *Complete* el segundo factor con la misma cantidad de términos que la expresión original pero con los factores que no son comunes: $x^2 - 2x = x(\_\_\_ - \_\_\_)$; $x^2 - 2x = x(x - 2)$.

4. *Verifique* que la expresión obtenida sea una multiplicación y que cada factor esté lo más reducido posible. La expresión es la multiplicación x por x-2 y está lo más reducida posible. Aquí termina el proceso de factorización.

5. *Pruebe*, si desea, el resultado obtenido, para ello multiplique la expresión de la factorización: $x(x - 2) = x^2 - 2x$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], "                ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 2."}],
  CreateDialog[{
    Pane[Column[{
      titlePopUp["Factor común"],
      textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión
```

$3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$:

1. *Reconozca el factor común*. Los términos en la expresión son: $3abx^2$, $2y^2$, $2x^2$ y $3aby^2$.

Al observar cada término *no hay un factor que se encuentre en todos a la vez;* sin embargo, si se agrupan convenientemente los términos, de a dos, es posible usar la estructura e incluso se requerirá más de una vez. Observe:

$$3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2 = 3abx^2 - 2x^2 + 3aby^2 - 2y^2 = \left(3abx^2 - 2x^2\right) + \left(3aby^2 - 2y^2\right).$$

En esta última expresión, los términos $3abx^2$ y $2x^2$ tienen como factor común a x^2 mientras los términos $2y^2$ y $3aby^2$ tienen a y^2.

2. *Extraiga el factor común*. Para cada agrupación no es necesario encerrar el factor común entre paréntesis porque es un solo término. Ubique un paréntesis después del factor para comenzar a escribir el siguiente factor: x^2(____ - ____) + y^2(____ - ____).

3. *Complete* el segundo factor, en cada término, con la misma cantidad de términos que había en la agrupación pero con los factores que no son

comunes: $x^2(3\,a\,b-2)+y^2(3\,a\,b-2)$.

4. Como la expresión resultante aún no
es una multiplicación, hay que
revisar si hay otro factor común
que se pueda establecer para
reducir más la expresión. Debido
a que los términos $x^2(3\,a\,b-2)$ y
$y^2(3\,a\,b-2)$ tienen como factor común
a $(3\,a\,b-2)$, se puede volver a
aplicar la técnica: $(3\,a\,b-2)$ (____
+ ____) $= (3\,a\,b-2)\left(x^2+y^2\right)$.

5. *Verifique* que la expresión obtenida
sea una multiplicación y que cada
factor esté lo más reducido posible.
La expresión es la multiplicación
$(3\,a\,b-2)$ por $\left(x^2+y^2\right)$ y está
lo más reducida posible. Aquí
termina el proceso de factorización.

6. *Pruebe*, si desea, el
resultado obtenido. Para ello
multiplique la expresión de la
factorización: $(3\,a\,b-2)\left(x^2+\right.$
$\left.y^2\right) = 3\,a\,b\,x^2-2\,x^2+3\,a\,b\,y^2-2\,y^2$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"]}], 14], "Multimedia"],
Grid[{
  {Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
    { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }},
   Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
   FrameStyle → GrayLevel[.7],
   Background → {None, None, Dynamic[{page3, 1}] →
```

```
            Lighter@LightRed}],
        Framed[
         PaneSelector[{
           1 → style1["De ser posible, factorizar la expresión: 8 t^2 + 4 t
                     8 t^2 + 4 t = 4 t (2 t + 1)                                   "]
           ,
           2 → style1["De ser posible, factorizar la
               expresión: x^2 y + x y^2
                     x^2 y + x y^2 = x y (x + y)                                   "]
           ,
           3 → style1["De ser posible, factorizar la
               expresión: 3 x^3 + 6 x^2 - 12 x
                3 x^3 + 6 x^2 - x = 3 x (x^2 + 2 x - 4)                            "]
           ,
           4 → style1["De ser posible, factorizar la
               expresión: 6 t w^2 - 12 t^3 w^4 + 8 t^2 w^3
        6 t w^2 - 12 t^3 w^4 + 8 t^2 w^3 = 2 t w^2 (3 w - 6 t^2 w^2 + 4 t)         "]
           ,
           5 → style1["De ser posible, factorizar la
               expresión: 9 x^3 y - 27 x^2
                   9 x^3 y - 27 x^2 = 9 x^2 (x y - 3)                              "]
           ,
           6 → style1["De ser posible, factorizar la expresión: x^2/3 + x/6
                      x^2/3 + x/6 = x/3 (x + 1/2)                                  "]
           ,
           7 → style1["De ser posible, factorizar la expresión:
               a^2 b^3 - n^4 + a^2 b^3 x^2 - n^4 x^2 - 3 a^2 b^3 x + 3 n^4 x
```

$$a^2 b^3 - n^4 + a^2 b^3 x^2 - n^4 x^2 - 3 a^2 b^3 x + 3 n^4 x =$$
$$a^2 b^3 + a^2 b^3 x^2 - 3 a^2 b^3 x - n^4 - n^4 x^2 + 3 n^4 x =$$
$$\left(a^2 b^3 + a^2 b^3 x^2 - 3 a^2 b^3 x\right) - \left(n^4 + n^4 x^2 - 3 n^4 x\right) =$$
$$a^2 b^3 \left(1 + x^2 - 3 x\right) - n^4 \left(1 + x^2 - 3 x\right) =$$
$$= \left(1 + x^2 - 3 x\right) \left(a^2 b^3 - n^4\right)$$

```
note que en el paso 3 se agruparon las expresiones anteponiendo un signo negativo, lo
                        cual hace que cambien de signos en
                        el interior de la factorización."],
              8 → style1["De ser posible, factorizar la expresión:
                  b (x - 3) + c (x - 3)^2 - 2 (x - 3)
           b (x - 3) + c (x - 3)^2 - 2 (x - 3) = (x - 3) (b + c - 2)                    "]
                 }, Dynamic[page3]],
            FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7],
            ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}}, ImageSize →
             {700, 265}]]}, Alignment → {Left, Top}]
       }, Alignment → Center],
     3 -> Column[
       {textPane["A la estructura  a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)  se le conoce
           con el nombre de diferencia de cuadrados. "],
```


```
        Item[                                                            ,
         Alignment → Center],
        TextCell[Style[Row[{
            MouseAppearance[
             Button[Row[{"¿Cómo aplicar la diferencia de cuadrados?"}],
              CreateDialog[{
                Pane[Column[{
                   titlePopUp["Pasos para desarrollar una
                      diferencia de cuadrados"],
                   textPopUp["El proceso de diferencia de cuadrados
                      establece una estructura para reducir
                      expresiones compuestas por una
                      diferencia de dos términos a los cuales
                      se les puede sacar raíz cuadrada
                      (que puede ser exacta o no) y para
                      aplicarlo se sugieren estos pasos:"],
                   textPopUp[" 1. Identifique si la expresión dada
                      es una diferencia de dos términos."],
```

```
textPopUp[" 2. Saque la raíz cuadrada de
    cada término. Recuerde que
    pueden ser o no exactas."],
textPopUp[" 3. Escriba un producto de dos factores
    tal que uno de ellos sea la adición de
    las raíces de los términos y el otro
    sea la sustracción de las mismas."],
textPopUp[" 4. Verifique que la expresión resultante
    sea una multiplicación y simplifique
    los factores que sean extensos, en
    caso de haberlos. En este punto
    habrá terminado la factorización."],
textPopUp[" 5. Puede constatar si el proceso
    quedó bien. Para ello, multiplique y
    revise que al reducir las expresiones
    se obtenga la expresión original."]}],
  ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
   {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
 ImageSize → All], "LinkHand"], "              ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 1."}],
 CreateDialog[{
  Pane[Column[{
   titlePopUp["Diferencia de cuadrados"],
   textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión x² - y²:
```

1. Identifique si la expresión dada es una diferencia de dos términos: Los términos de la expresión son: x^2 y y^2. Entre los términos está el signo menos que representa la sustracción. Por ende la expresión sí es una diferencia de dos términos.

2. Saque la raíz cuadrada de cada término. Recuerde que pueden no ser exactas.

$\sqrt{x^2} = x$; $\sqrt{y^2} = y$ (en este caso fueron exactas).

3. Escriba un producto de dos factores
tal que uno de ellos sea la adición
de las raíces de los términos y el
otro la sustracción de las mismas.

〉〉 Primer factor: $(x + y)$.

〉〉 Segundo factor: $(x - y)$.

〉〉 Producto de los
factores: $(x + y)\ (x - y)$.

4. Verifique que la expresión
resultante sea una multiplicación y
simplifique los factores extensos,
en caso de haberlos. En este punto
habrá terminado la factorización.

Para esto se leerá la expresión obtenida: la suma de x mas y por la resta de
x menos y; con esto se identifica que
quedó una multiplicación y cómo cada
factor está lo más reducido posible.

5. *Pruebe*, si desea, el resultado
obtenido, para ello multiplique
la expresión de la factorización:
$(x + y)\ (x - y) = x^2 - y^2$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], "              ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 2."}],
  CreateDialog[{
    Pane[Column[{
      titlePopUp["Diferencia de cuadrados"],
      textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión 1/4 - 6 z^2:
```

$\frac{1}{4} - 6z^2$:

1. Identifique si la expresión dada es una diferencia de dos términos: Los

términos de la expresión son: $\frac{1}{4}$ y $6z^2$. Entre los términos está el signo menos que representa la sustracción. Por ende la expresión sí es una diferencia de dos términos.

2. Saque la raíz cuadrada de cada término. Recuerde que pueden no ser exactas.

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt{6z^2} = \sqrt{6}\,z$. En este caso la raíz del segundo término no resultó exacta porque $\sqrt{6}$ es un número decimal infinito sin periodo, por ello se deja indicada y no se calcula.

3. Escriba un producto de dos factores tal que uno de ellos sea la adición de las raíces de los términos y el otro la sustracción de las mismas.

〉〉 Primer factor: $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{6}\,z\right)$.

〉〉 Segundo factor: $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{6}\,z\right)$.

〉〉 Producto de los factores: $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{6}\,z\right)\left(\frac{1}{2} - \sqrt{6}\,z\right)$.

4. Verifique que la expresión resultante sea una multiplicación y simplifique los factores extensos, en caso de haberlos. En este punto habrá terminado la factorización.

Para esto se leerá la expresión obtenida: la suma de $\frac{1}{2}$ mas $\sqrt{6}\,z$ por la resta de $\frac{1}{2}$ menos $\sqrt{6}\,z$; con esto se identifica que quedó una multiplicación y cómo cada factor

```
                                  está lo más reducido posible.

5. Pruebe, si desea, el resultado
                                  obtenido, para ello multiplique
                                  la expresión de la factorización:
                                  (1/2 + √6 z) (1/2 - √6 z) = 1/4 - 6 z^2."]}],
                            ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                             {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                        ImageSize → All], "LinkHand"]}], 14], "Multimedia"],
                 Grid[{
                   {Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
                       { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }},
                     Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
                     FrameStyle → GrayLevel[.7],
                     Background → {None, None, Dynamic[{page4, 1}] →
                        Lighter@LightRed}],
                    Framed[
                     PaneSelector[{
                       1 → style1["De ser posible, factorizar la expresión 8 t^2 - 4 t:
```

"\!\(TraditionalForm\`\(\(8 *SuperscriptBox[\(t\), \(3\)] − 4 t\)\(\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`4 \(t(2 *SuperscriptBox[\(t\), \(2\)] − 1)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`Factor \\ común\)"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(4\) \(t(*SqrtBox[\(2\)] t + 1)\) \((*SqrtBox[\(2\)] t − 1)\)\(\\ \)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"

"

```
                       2 → style1[
                          "De ser posible, factorizar la expresión 4 x^4 - n^2/100:
```

"\!\(TraditionalForm\`\(\(TraditionalForm\`4 *SuperscriptBox[\(x\), \(4\)] − *FractionBox[SuperscriptBox[\(n\), \(2\)], \(100\)]\)\(\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(TraditionalForm\`\((2 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + *FractionBox[\(n\), SqrtBox[\(100\)]])\) \((2 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − *FractionBox[\(n\), SqrtBox[\(100\)]])\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"

"

3 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $m^6 - \left(m^2 - 1\right)^2$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(TraditionalForm\`*SuperscriptBox[\(m\), \(6\)] − *SuperscriptBox[\((*SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 1)\), \(2\)]\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(TraditionalForm\`\((*SuperscriptBox[\(m\), \(3\)] + \((*SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 1)\))\) \((*SuperscriptBox[\(m\), \(3\)] − \((*SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 1)\))\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(TraditionalForm\`\((*SuperscriptBox[\(m\), \(3\)] + *SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 1)\) \((*SuperscriptBox[\(m\), \(3\)] − *SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 1)\)\)\)"	"Simplificación"

"

4 → style1["De ser posible, factorizar la expresión $25\,(x - y)^2 - 4\,(x + y)^2$:

"\!\(TraditionalForm\`\(TraditionalForm\`25
*SuperscriptBox[\((x − y)\),
\(2\)] − 4 *SuperscriptBox[\((x
+ y)\), \(2\)]\)\)"

"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((5
\((x − y)\) − 2 \((x + y)\))\) \((5
\((x − y)\) + 2 \((x + y)\))\)\)\)\)" "\!\(TraditionalForm\`Diferencia\\
de\\ cuadrados\)" "

"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((3
x − 7 y)\) \((7 x − 3 y)\)\)\)\)\)" "Simplificación"

5 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $4\,x^4 - \frac{n^2}{100}$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(
TraditionalForm\`4
*SuperscriptBox[\(x\),
\(4\)] −
*FractionBox[
SuperscriptBox[\(n\),
\(2\)],
\(100\)]\)\(\)\(=\)\)\)"

"\!\(TraditionalForm\`\(
TraditionalForm\`\((2
*SuperscriptBox[\(x\),
\(2\)] +
*FractionBox[\(n\),
SqrtBox[\(100\)]])\) \((2
*SuperscriptBox[\(x\),
\(2\)] −
*FractionBox[\(n\),
SqrtBox[\(100\)]])\)\)\)"

"\!\(TraditionalForm\`
Diferencia\\
de\\ cuadrados\)"

"

6 →
style1["De ser posible, factorizar la expresión $x^{14} - 5$:

```
"\!\(TraditionalForm\`\(\(      "\!\(\*FormBox[GridBox[{\n         "Expresando los términos
    TraditionalForm\`\*              {\n                                 como potencias"
    SuperscriptBox[\(x\),            RowBox[{SuperscriptBox
    \(14\)] - 5\)\(=\)\)\)"          [\n
                                     RowBox[{\"(\",
                                     SuperscriptBox[\"x\",
                                     \"7\"], \")\"}],
                                     \"2\"], \"-\",
                                     SuperscriptBox[\n
                                     RowBox[{\"(\",
                                     SqrtBox[\"5\"],
                                     \")\"}], \"2\"]}]}\n                                "
                                     },\nGridBoxAlignment->
                                     {\"Columns\"
                                     -> {{\"Center\"}}}],\n
                                     TraditionalForm]\)"
 "\!\(\(TraditionalForm\`       "\!\(TraditionalForm\`\((\*          "\!\(TraditionalForm\`
    = \)\)"                          SuperscriptBox[\(x\),               Diferencia\\
                                     \(7\)] -                            de\\ cuadrados\)"
                                     \*SqrtBox[\(5\)])\)
                                     \((\*SuperscriptBox[\(x\),
                                      \(7\)] +
                                     \*SqrtBox[\(5\)])\)\)"
```

7 →

style1["De ser posible, factorizar la expresión $x^4 - 36$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\( TraditionalForm\`*SuperscriptBox[\(x\), \(4\)] − 36\)\(=\)\)\)"	"\!\(*FormBox[GridBox[{\n {FormBox[\n RowBox[{\n RowBox[{\"(\", \n RowBox[{SuperscriptBox [\"x\", \"2\"], \"−\", \"6\"}], \")\"}], \n RowBox[{\"(\", \n RowBox[{SuperscriptBox [\"x\", \"2\"], \"+\", \"6\"}], \")\"}]}],\n TraditionalForm]}\n },\nGridBoxAlignment−> {\"Columns\" −> {{\"Center\"}}}],\n TraditionalForm]\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\((x − *SqrtBox[\(6\)])\) \((x + *SqrtBox[\(6\)])\) \((*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + 6)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"

"

8 → style1["De ser posible, factorizar la expresión $4x^2 - y^2 + 4x - 2y$:

"\!\(TraditionalForm\`4 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − *SuperscriptBox[\(y\), \(2\)] + 4 x − 2 y\)="	"\!\(TraditionalForm\`\((4 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − *SuperscriptBox[\(y\), \(2\)])\) + \((4 x − 2 y)\)\)"	"Agrupando los términos"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(2 x − y\)\(()\)\) \((2 x + y)\) + 2 \((2 x − y)\)\)"	"Diferencia de cuadrados y factor común"
"="	"\!\(TraditionalForm\`\((2 x − y)\) \((\((2 x − y)\) + 2)\)\)"	"Factor común"
"="	"\!\(TraditionalForm\`\((2 x − y)\) \((2 x − y + 2)\)\)"	"Simplificando"

"

```
        FrameMargins → 1, FrameStyle →
         GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}},
        ImageSize → {700, 265}]}}, Alignment → {Left, Top}]
   }, Alignment → Center],
 4 ->
  Column[{textPane["A la estructura  a x^2 + b x + c = (p x ± □) (q x ± ◇)
       se le conoce con el nombre de trinomio
       cuadrado, no siempre es factorizable."],
    Item[
```

$$\overbrace{a\cdot\blacksquare^2+b\blacksquare+c}^{\text{suma / resta}}\xrightarrow[\text{(no siempre se puede)}]{\textit{factorizar}}\overbrace{(p\blacksquare\pm\blacktriangle)\,(q\blacksquare\pm\blacktriangledown)}^{\text{multiplicación}},$$

```
     Alignment → Center],
    TextCell[Style[Grid[{{textPopUp["A continuación se exponen
          tres métodos de factorización, con
          sus procesos y ejemplos."], …, …},
       {MouseAppearance[Button[Row[{"Método 1"}],
          CreateDialog[{
            Pane[Column[{
               titlePopUp["Método 1"],
               textPopUp["Este método es una técnica para
                  factorizar trinomios cuadrados
                  haciendo uso del método de
                  factor común por agrupación."],
               textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que
                  se observe con la siguiente estructura:
                  a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
                  de una letra cuadrática, elegir una
                  de ellas para ordenar el trinomio."],
               textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
                  del trinomio y asociarlos con
                  las letras que se observan en la
                  estructura a x^2 + b x + c, sin el
                  signo que precede a cada uno."],
               textPopUp[" 3. Hallar el producto de a · c y
```

```
                              descomponerlo en factores primos."],
                           textPopUp[" 4. Reescribir el trinomio dado
                              descomponiendo el término con el factor
                              x en una adición o sustracción, de dos
                              términos, según las siguientes pautas:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede
                              al término con el factor x.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del
                              signo del segundo término por el del
                              término constante en el trinomio."],
                           textPopUp[" 5. Hallar los coeficientes de x
                              en los términos de la descomposición
                              anterior de modo que la suma, si
                              los signos de los términos son
                              iguales, o resta, si los signos son
                              diferentes, dé como resultado el
                              coeficiente de x en el trinomio."],
                           textPopUp[ " 6. Emplear el método de factor
                              común por agrupación para
                              factorizar la expresión obtenida
                              con la anterior descomposición."],
                           textPopUp[" 7. Verificar que cada factor
                              en la factorización esté lo
                              más reducido posible."],
                           textPopUp[" 8. Escribir la igualdad obtenida
                              de la factorización."]}],
                         ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                          {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                      ImageSize → All], "LinkHand"],
                    MouseAppearance[Button[Row[{"Método 2"}],
                      CreateDialog[{
                        Pane[Column[{
                           titlePopUp["Método 2"],
                           textPopUp["Este método es una técnica para
                              factorizar trinomios cuadrados
                              haciendo uso de las propiedades del
```

```
elemento neutro de la multiplicación
(a · 1 = a) y del cociente de
términos iguales (b/b = 1)."],
textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que
   se observe con la siguiente estructura:
   a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
   de una letra cuadrática, elegir una
   de ellas para ordenar el trinomio."],
textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
   del trinomio y asociarlos con
   las letras que se observan en la
   estructura a x^2 + b x + c, sin el
   signo que precede a cada uno."],
textPopUp[" 3. Determinar si es conveniente
   aplicar el método, para ello, verifique
   si a y c tienen raíces exactas y si
   b se puede reescribir como 2 · a · c.
   En caso de no cumplirlas prosiga."],
textPopUp[" 4. Usar las propiedades del
   elemento neutro de la multiplicación
   y del cociente de términos iguales,
   con el valor del coeficiente del
   término con mayor exponente,
   para reescribir el trinomio así:
```

$$a x^2 + b x + c = 1 \cdot \left(a x^2 + b x + c\right) = \frac{a}{a}\left(a x^2 + b x + c\right)$$

```
   "],
textPopUp[" 5. Multiplicar el faccionario
   por el trinomio así:
```

$$a x^2 + b x + c = \frac{a}{a}\left(a x^2 + b x + c\right) = \frac{(a x)^2 - b (a x) - a \cdot c}{a}$$

El único término que no se multiplica es el que tiene como factor a x. Allí se deja indicada la operación y es importante que se escriba de ese modo: primero el coeficiente del término con x y luego el número que se multiplicó. "],

```
textPopUp[" 6. Reescribir el trinomio obtenido
   de la multiplicación, descomponiendo
   el término con el factor x en una
```

```
                              adición o sustracción, de dos
                              términos, según las siguientes pautas:
- el signo que antecede el primer término es el mismo que precede
                              al término con el factor x.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del
                              signo del segundo término por el del
                              término constante en el trinomio. "],
                           textPopUp[" 7. Hallar los coeficientes de x
                              en los términos de la descomposición
                              anterior de modo que la suma, si
                              los signos de los términos son
                              iguales, o resta, si los signos son
                              diferentes, dé como resultado el
                              coeficiente de x en el trinomio."],
                           textPopUp[" 8. Emplear el método de factor
                              común por agrupación para
                              factorizar la expresión obtenida
                              con la anterior descomposición."],
                           textPopUp[" 9. Reescribir la igualdad
                              obtenida con la factorización."]}],
                         ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                          {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                      ImageSize → All], "LinkHand"],
                    MouseAppearance[Button[Row[{"Método 3"}],
                      CreateDialog[{
                        Pane[Column[{
                           titlePopUp["Método 3"],
                           textPopUp[
                            "Este método es una técnica para factorizar
                              trinomios cuadrados que satisfagan
                              que a y c tienen raíces exactas y b
                              se puede reescribir como 2 · a · c."],
                           textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que
                              se observe con la siguiente estructura:
                              a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
                              de una letra cuadrática, elegir una
```

```
                              de ellas para ordenar el trinomio."],
                           textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
                              del trinomio y asociarlos con
                              las letras que se observan en la
                              estructura a x^2 + b x + c, sin el
                              signo que precede a cada uno."],
                           textPopUp[" 3. Determinar si es conveniente
                              aplicar el método, para ello, verifique
                              si a y c tienen raíces exactas y si b
                              se puede reescribir como 2 · a · c. Si
                              se cumple esto se puede continuar."],
                           textPopUp["Reescribir el trinomio obtenido
                              de la multiplicación, descomponiendo
                              el término del medio en el trinomio,
                              en una adición o sustracción,
                              de dos términos, según las
                              pautas expuestas a continuación:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al
                              término del medio en el trinomio.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto
                              del signo del segundo término
                              por el del término constante en
                              el trinomio, respecto a la letra
                              elegida para la factorización."],
                           textPopUp[" 5. Hallar los coeficientes de
                              los términos de la descomposición
                              anterior de modo que la suma, si los
                              signos de los términos son iguales, o
                              la resta, si los signos son diferentes,
                              dé como resultado el coeficiente del
                              término del medio en el trinomio."],
                           textPopUp[ " 6. Emplear el método de factor
                              común por agrupación para
                              factorizar la expresión obtenida
                              con la anterior descomposición."],
                           textPopUp[" 7. Verificar que cada factor
                              en la factorización esté lo
                              más reducido posible."],
```

```
                        textPopUp[" 8. Escribir la igualdad obtenida
                           de la factorización."],
                        textPopUp["Este método se puede abreviar y
                           generalizar de la siguiente manera.
Cuando se cumpla el numeral 3 en cualquier trinomio cuadrado, se puede
                           escribir la igualdad directamente así:
>>> Calcular las raíces del primer y último términos del trinomio
                           cuadrado dado.
>>> Escribir dentro de un paréntesis la adición de las raíces si los
                           signos del segundo término y tercer
                           del trinomio son positivos, en caso
                           contrario se hace una sustracción.
>>> Escribir la igualdad con la factorización elevando al cuadrado
                           la anterior expresión."]}],
                      ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                       {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                   ImageSize → All], "LinkHand"]},
                 {MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
                   CreateDialog[{
                     Pane[Column[{
                        titlePopUp["Ejemplo"],
                        textPopUp["Establecer una igualdad a través
                           de una factorización, para
                           la expresión 7 x^2 - 44 x - 35.

1. La expresión ya está organizada.

2. Identificar los coeficientes del trinomio y asociarlos con las letras que
                           se observan en la estructura
                           a x^2 + b x + c, sin el signo que precede
                           a cada uno: a = 7; b = 44 y c = 35.

3. Hallar el producto de a · c y descomponerlo en factores primos:
                           a · c = 7 · 35 = 245; 245 = 5 · 7 · 7.

4. Reescribir el trinomio dado descomponiendo el término con el factor x en
                           una adición o sustracción, de dos
```

términos, según las siguientes pautas:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al término con el factor x. En este caso el término del factor con x es 44x y el signo que le precede es –, luego el signo que antecederá al primer factor de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del signo del término con el factor x por el del término constante. En este caso el término del factor con x es $44x$ y el signo que le precede es –, que es el mismo signo que antecede al término constante 35, luego el signo que antecederá al segundo término de la descomposición será el más, por ser el producto de $(-)\cdot(-)$.

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$7x^2 - 44x - 35 = 7x^2 - \_\_\_\ \_\ x + \_\_\_\ \_\ x - 35$$

5. Hallar los coeficientes de x en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de x en el trinomio.

En este caso los términos son $-\_\_\_\ \_\ x$ y $+\_\_\_\ \_\ x$ por lo que los coeficientes se deben restar. Para hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del numeral 2, usándolos todos, como se muestra a continuación: $5\cdot7\cdot7$ arroja las opciones 5 y 49, 35 y 7 o 245 y 1. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su resta es -44: $-5 + 49 = 44$;

$-49+5=-44$; $-35+7=-28$; $-7+35=28$;
$-245+1=-244$ y $-1+245=244$.
Dado que la única alternativa
que satisface lo solicitado es
$-49+5=-44$, los números son 49 y 5.

6. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar
la expresión obtenida con
la anterior descomposición:

$$7x^2-49x+5x-35=7x(x-7)+5(x-7)=$$

7. Verificar que cada factor en la factorización esté lo más reducido
posible: tanto $(x-7)$ como $(7x+5)$
están lo más reducido posible.

8. Se escribe la igualdad obtenida de la factorización: $7x^2-44x-35$
$=(x-7)(7x+5)$."]}], ImageSize →
{panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars → {False,
True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"],
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
CreateDialog[{
Pane[Column[{
titlePopUp["Ejemplo"],
textPopUp["Establecer una igualdad a través
de una factorización, para
la expresión $7x^2-44x-35$.

1. La expresión ya está organizada.

3. Determinar si es conveniente aplicar el método, para ello, verifique si a
y c tienen raíces exactas y si b
se puede reescribir como $2\cdot a\cdot c$.

Para este caso, $\sqrt{7}$ y $\sqrt{35}$ no
son exactas y $44 \neq 70 = 2 \cdot 7 \cdot 5$,
luego el método es aplicable
por no cumplir las condiciones.

4. Usar las propiedades del elemento neutro de la multiplicación y del cociente de términos iguales, con el valor del coeficiente del término con mayor exponente, para reescribir el trinomio así:

$$7x^2 - 44x - 35 = 1 \cdot \left(7x^2 - 44x - 35\right) = \frac{7}{7}\left(7x^2 - 44x - 35\right)$$

Note que el coeficiente del término con mayor exponente es 7, por esto se usó dicho número en la propiedad del cociente de términos iguales.

5. Multiplicar el faccionario por el trinomio así:

$$7x^2 - 44x - 35 = \frac{7}{7}\left(7x^2 - 44x - 35\right) = \frac{(7x)^2 - 44\,(7x) - 245}{7}$$

El único término que no se multiplica es el que tiene como factor a x. Allí se deja indicada la operación y es importante que se escriba de ese modo: primero el coeficiente del término con x y luego el número que se multiplicó.

6. Reescribir el trinomio obtenido de la multiplicación, descomponiendo el término con el factor x en una adición o sustracción, de dos términos, según las siguientes pautas:

- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al término con el factor x. En este caso el término del factor con x es $44x$ y el signo que le precede es –, luego el signo que antecederá al primer factor de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del signo del término con el factor x por el del término constante. En este caso el término del factor con x es $44x$ y el signo que le precede es –, que es el mismo signo que antecede al

término constante 35, luego el signo que antecederá al segundo término de la descomposición será el más, por ser el producto de (–) · (–).

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$7x^2 - 44x - 35 = 7x^2 - \_\_\_\_ x + \_\_\_\_ x - 35$$

7. Hallar los coeficientes de x en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de x en el trinomio.

En este caso los términos son –___ y +___ por lo que los coeficientes se deben restar. Para hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del número 245, usándolos todos, como se muestra a continuación: $245 = 5 \cdot 7 \cdot 7$ arroja las opciones 5 y 49, 35 y 7 o 245 y 1. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su resta es –44: $-5 + 49 = 44$; $-49 + 5 = -44$; $-35 + 7 = -28$; $-7 + 35 = 28$; $-245 + 1 = -244$ y $-1 + 245 = 244$. Dado que la única alternativa que satisface lo solicitado es $-49 + 5 = -44$, los números son 49 y 5.

8. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar la expresión obtenida con la anterior descomposición:

$$7x^2 - 44x - 35 = \frac{(7x)^2 - 49(7x) + 5(7x) - 245}{7}$$
$$= \frac{7x(7x - 49) + 5(7x - 49)}{7}$$
$$= \frac{(7x - 49)(7x + 5)}{7}$$
$$= \frac{7(x - 7)(7x + 5)}{7}$$
$$= (x - 7)(7x + 5)$$

9. Se escribe la igualdad obtenida de la factorización:
$7x^2 - 44x - 35 = (x - 7)(7x + 5)$."]

```
}], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"],
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
CreateDialog[{
Pane[Column[{
titlePopUp["Ejemplo"],
textPopUp["Establecer una igualdad a través
```

de una factorización, para la expresión $16y^2 - 104zy + 169z^2$.

1. La expresión ya está organizada.

2. Identificar los coeficientes del trinomio y asociarlos con las letras que se observan en la estructura $ax^2 + bx + c$, sin el signo que precede a cada uno. Para este caso, como hay dos letras se elegirá una de ellas (y pero podría ser z si se gusta, solo hay que seguir el mismo proceso): $a = 16$; $b = 104$ y $c = 169$.

3. Determinar si es conveniente aplicar el método, para ello, verifique si a y c tienen raíces exactas y si b se puede reescribir como $2 \cdot a \cdot c$. Para

este caso, $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{169} = 13$ son exactas y $104 = 2 \cdot 4 \cdot 13$, luego el método es aplicable por cumplir las condiciones.

4. Reescribir el trinomio obtenido de la multiplicación, descomponiendo el término con los factores $z\,y$, en una adición o sustracción, de dos términos, según las pautas expuestas a continuación:

- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al término con el factor $z\,y$. En este caso el término del factor con z y es $104\,z\,y$ y el signo que le precede es –, luego el signo que antecederá al primer factor de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del signo del término con el factor $z\,y$ por el del término constante respecto a la letra elegida para la factorización, que en este caso es $169\,z^2$. Como el término del factor con z y es $104\,z\,y$ y el signo que le precede es – y el que antecede al término constante es +, el signo que antecederá al segundo término de la descomposición será el menos, por ser el producto de $(-) \cdot (+)$.

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$16\,y^2 - 104\,z\,y + 169\,z^2 = 16\,y^2 - \_\_\_\,\_\;z\,y - \_\_\_\,\_\;z\,y + 169\,z^2$$

5. Hallar los coeficientes de $z\,y$ en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de $z\,y$ en el trinomio.

En este caso los términos son $-\_\_\_\,\_\;z\,y$ y $-\_\_\_\,\_\;z\,y$ por lo que los coeficientes se deben adicionar. Para

hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del producto $a \cdot c$, usándolos todos, como se muestra a continuación:
$16 \cdot 169 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 13$ arroja las opciones 2 y 1352, 4 y 676, 8 y 338, 16 y 169, 208 y 13, 2704 y 1, 26 y 104 o 52 y 52. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su suma es -104:
$-2 - 1352 = -1354$, $-4 - 676 = -680$, $-8 - 338 = -346$, $-16 - 169 = -185$, $-208 - 13 = -221$, $-2704 - 1 = -2705$, $-26 - 104 = 130$ o $-52 - 52 = 104$.
Dado que la única alternativa que satisface lo solicitado es $-52 - 52 = 104$, los números son 52 y 52.

6. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar la expresión obtenida con la anterior descomposición:

$$\begin{aligned} 16\, y^2 - 104\, z\, y + 169\, z^2 &= 16\, y^2 - 52\, z\, y - 52\, z\, y + 169\, z^2 \\ &= 4\, y\, (4\, y - 13\, z) - 13\, z\, (4\, y - 13\, z) \\ &= (4\, y - 13\, z)\, (4\, y - 13\, z) \\ &= (4\, y - 13\, z)^2 \end{aligned}$$

7. Verificar que cada factor en la factorización esté lo más reducido posible.

8. Se escribe la igualdad obtenida al factorizar:
$16\, y^2 - 104\, z\, y + 169\, z^2 = (4\, y - 13\, z)^2$

Este se puede abreviar y generalizar de la siguiente manera.
Cuando se cumpla el numeral 3 en cualquier trinomio cuadrado, se puede escribir la igualdad directamente así:
>>> Calcular las raíces del primer y último términos del trinomio cuadrado

```
                    dado: √(16 y²) = 4 y; √(169 z²) = 13 z.
>>> Escribir dentro de un paréntesis la adición de las raíces si
                    los signos del segundo término y
                    tercer del trinomio son positivos,
                    en caso contrario se hace una
                    sustracción. En este caso es
                    una sustracción: (4 y - 13 z).
>>> Escribir la igualdad con la factorización elevando al cuadrado
                    la anterior expresión:
                    16 y² - 104 z y + 169 z² = (4 y - 13 z)².""]}],
                ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                 {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
              ImageSize → All], "LinkHand"]}}, Alignment → {Center},
          ItemSize → 16], 14], "Multimedia"],
        Grid[{
          {Grid[{{ Ejemplo 1 },
             { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 }, { Ejemplo 5 }},
           Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
           FrameStyle → GrayLevel[.7],
           Background → {None, None, Dynamic[{page5, 1}] →
              Lighter@LightRed}],
          Framed[
           PaneSelector[{
             1 → style1[
               "De ser posible, factorizar la expresión m² - 5 m - 14:
```

```
"\!\(TraditionalForm\`\(\(\*   "\!\(TraditionalForm\`\(          "Se descompone el
   SuperscriptBox[\(m\),          TraditionalForm\`\*                término del medio"
   \(2\)] − 5                     SuperscriptBox[\(m\),
   m − 14\)\(=\)\)\)"             \(2\)] + ___\\ m
                                  − ___\\ m − 14\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`     "\!\(TraditionalForm\`\(\*
     = \)\)"                      SuperscriptBox[\(m\),
                                  \(2\)]\(+\)\(2  m\)\(−\)\(7
                                  m\)\(−\)\(14\)\(\\ \)\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`     "\!\(TraditionalForm\`m(m         "Factor común
     = \)\)"                      + 2) − 7 \((m + 2)\)\)"            por agrupación"
  "\!\(\(TraditionalForm\`     "\!\(TraditionalForm\`\(\((m      "Factor común"
     = \)\)"                      + 2)\) \((m − 7)\)\(\\ \)\)\)"
```

2 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $x^4 - 5x^2 - 50$:

```
"\!\(\*FormBox[GridBox[{\n          "\!\(TraditionalForm\`\*          "Se descompone el
    {\n   RowBox[{\n                     SuperscriptBox[\(x\),                 término del medio"
    RowBox[{SuperscriptBox               \(4\)] - ___\\
    [\"x\", \"4\"],                      \*SuperscriptBox[\(x\),
    \"-\", \n                            \(2\)] - ___\\
    RowBox[{\"5\",                       \*SuperscriptBox[\(x\),
    SuperscriptBox[\"x\",                \(2\)] - 50\)"
    \"2\"]}], \"-\",
    \"50\"}], \"=\"}]}\n
    },\nGridBoxAlignment->
    {\"Columns\"
    -> {{\"=\"}}}],\n
    TraditionalForm]\)"
 "\!\(\(TraditionalForm\`         "\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)
      = \)\)"                        \(\*SuperscriptBox[\(x\),
                                     \(4\)] - 10\\
                                     \*SuperscriptBox[\(x\),
                                     \(2\)] + 5\\
                                     \*SuperscriptBox[\(x\),
                                     \(2\)] - 50\)\)\)"                                          "
 "\!\(\(TraditionalForm\`         "\!\(TraditionalForm\`\*             "Factor común
      = \)\)"                        SuperscriptBox[\(x\),                  por agrupación"
                                     \(2\)](\*SuperscriptBox[\(
                                     x\),
                                     \(2\)] - 10) + \(\(5\)
                                     \((\*SuperscriptBox[\(x\),
                                      \(2\)] -
                                     10)\)\(\\ \)\)\)"
 "\!\(\(TraditionalForm\`         "\!\(TraditionalForm\`\((\*          "Factor común"
      = \)\)"                        SuperscriptBox[\(x\),
                                     \(2\)] - 10)\)
                                     \((\*SuperscriptBox[\(x\),
                                      \(2\)] + 5)\)\)"
 "\!\(\(TraditionalForm\`         "\!\(TraditionalForm\`\(\((x          "Diferencia de cuadrados"
      = \)\)"                        - \*SqrtBox[\(10\)])\) \((x
                                     + \*SqrtBox[\(10\)])\)
                                     \((\*SuperscriptBox[\(x\),
                                      \(2\)] +
                                     5)\)\(\\ \)\)\)"
```

3 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $4n^2 + n - 33$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(4 *SuperscriptBox[\(n\), \(2\)] + n − 33\)\(=\)\)\)"	"\!\(*FractionBox[\(4\), \(4\)]\)(4\!\(*SuperscriptBox[\(n\), \(2\)]\)+n−33) "	"Propiedad elem. neutro multiplicación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`*FractionBox[\(*SuperscriptBox[\((4 n)\), \(2\)] + 1 \((4 n)\) − 132\), \(4\)]\)"	"Se opera como indica el método"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`*FractionBox[\(*SuperscriptBox[\((4 n)\), \(2\)] + ___ _ \((4 n)\) − \\ ___ _ \((4 n)\) − 132\), \(4\)]\)"	"Se descompone el término del medio" "
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(*FractionBox[\(4 \(n(4 n + 12)\) − 11 \((4 n + 12)\)\), \(4\)]\(\\ \\ \)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(\(\\ \)*FractionBox[\(4 n·4 \((n + 3)\) − 11·4 \((n + 3)\)\), \(4\)]\)\)"	"Factor común"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`4 \(n(n + 3)\) − 11 \((n + 3)\)\)"	"Simplificación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\((n + 3)\) \((4 n − 11)\)\)"	"Factor común"

4 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $3 + 11\,a + 10\,a^2$:

```
"\!\(TraditionalForm\`\(\(3      "\!\(TraditionalForm\`10        "Se ordena el trinomio"
    + 11  a + 10                     \*SuperscriptBox[\(a\),
    \*SuperscriptBox[\(a\),          \(2\)] + 11  a + 3\)"
    \(2\)]\)\(=\)\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`        "\!\(TraditionalForm\`10        "Se descompone el
      = \)\)"                        \*SuperscriptBox[\(a\),         término del medio"
                                     \(2\)] + ___\\ a +
                                     ___\\ a\\  + 3\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`        "\!\(TraditionalForm\`\(\(10
      = \)\)"                        \*SuperscriptBox[\(a\),                                 "
                                     \(2\)]\)\(+\)\(6\\
                                     a\)\(+\)\(5\\ a\)\(\\
                                     \)\(+\)\(3\)\(\\ \)\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`        "\!\(TraditionalForm\`2         "Factor común
      = \)\)"                        \( a(5  a + 3)\) + 1            por agrupación"
                                     \((5\\ a\\  + 3)\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`        "\!\(TraditionalForm\`\(\((5     "Factor común"
      = \)\)"                        a + 3)\) \((2  a
                                     + 1)\)\(\\ \)\)\)"

                 5 → style1["De ser posible, factorizar la expresión
                     (a - 1)^2 + 3 (a - 1) - 108:

"\!\(TraditionalForm\`6 \*SuperscriptBox[\((a
    − 1)\), \(2\)] + 3 \((a − 1)\) − 108\)="
"=\!\(TraditionalForm\`\*SuperscriptBox[\((a − 1)\),   "Se descompone el término del medio"
    \(2\)] + __ \((a − 1)\) − __ \((a − 1)\) − 108\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\*SuperscriptBox[\((a
    − 1)\), \(2\)] + 12 \((a − 1)\)
    − 9 \((a − 1)\) − 108\)\)\)"                                                          "
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((a − 1)\) \((\((a          "Factor común por agrupación"
    − 1)\) + 12)\) − 9 \((\((a − 1)\) + 12)\)\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((\((a                       "Factor común"
    − 1)\) + 12)\) \((\((a − 1)\) − 9)\)\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\\                            "Factor común"
    \)\(\((a + 11)\) \((a − 10)\)\)\)\)"

               FrameMargins → 1, FrameStyle →
                GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}},
               ImageSize → {700, 265}]}}, Alignment → {Left, Top}]
```

```
            }, Alignment → Center],
         5 ->
          Column[{textPane["A la estructura a^3 - b^3 = (a - b) (a^2 + a b + b^2) se le
                conoce con el nombre de diferencia de cubos.
A la estructura a^3 + b^3 = (a + b) (a^2 - a b + b^2) se le conoce con el
                nombre de suma de cubos."],
```

Item[$\overbrace{\blacksquare^3 - \bullet^3}^{\text{resta}} \xrightarrow{\textit{factorizar}} \overbrace{(\blacksquare - \bullet)\,(\blacksquare^2 + \blacksquare\,\bullet + \bullet^2)}^{\text{multiplicación}} \quad \overbrace{\blacksquare^3 + \bullet^3}^{\text{suma}} \xrightarrow{\textit{factorizar}} \overbrace{(\blacksquare + \bullet)}^{\text{mu}}$

```
            TextCell[Style[Row[{
                MouseAppearance[Button[
                  Row[{"¿Cómo aplicar la diferencia o suma de cubos?"}],
                  CreateDialog[{
                    Pane[Column[{
                       titlePopUp["Pasos para desarrollar una
                          diferencia o suma de cubos"],
                       textPopUp["Las palabras diferencia y suma en
                          los nombres de los procesos, indican
                          que las expresiones deben tener dos
                          términos sustraídos o adicionados,
                          respectivamente, mientras la palabra
                          cubos hace referencia a que el
                          mayor exponente de la parte literal
                          debe ser 3 o un múltiplo de 3
                          (figura 4). Observe las estructuras.
El proceso consiste en expresar una diferencia o una suma de términos
                          al cubo como multiplicaciones lo
                          más reducidas posible. En ellos,
                          un factor es la sustracción de las
                          raíces cúbicas de los términos de la
                          expresión original o la suma según
                          sea el caso, mientras el otro factor
                          es un trinomio cuadrado irreducible,
                          es decir, que no es factorizable.
                          Estas estructuras se aplican así:"],
                       textPopUp[" 1. Identifique si la expresión
```

```
                                  dada es una diferencia o suma
                                  de dos términos al cubo."],
                              textPopUp[" 2. Saque la raíz cúbica de cada
                                  término (recuerde que pueden
                                  ser o no exactas)."],
                              textPopUp[" 3. Escriba un producto de dos
                                  factores tal que:
 - Para el caso de diferencia de cubos: uno de ellos sea la sustracción
                                  de las raíces cúbicas de los términos
                                  y el otro sea la suma de los cuadrados
                                  de los términos con el producto
                                  de las raíces cúbicas, esto es:
                              (a^3 - b^3) = (a - b) (a^2 + 2 a b + b^3)
 - Para el caso de suma de cubos: uno de ellos sea la suma de las raíces
                                  cúbicas de los términos y el otro sea
                                  la sustracción del producto de las
                                  raíces cúbicas con la suma de los
                                  cuadrados de los términos, esto es:
                              (a^3 + b^3) = (a + b) (a^2 - 2 a b + b^3)                    "]
                               ,
                              textPopUp[" 4. Puede constatar si el proceso
                                  quedó bien. Para ello, multiplique y
                                  revise que al reducir las expresiones
                                  se obtenga la expresión original."]
                             }], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                             {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                      ImageSize → All], "LinkHand"], "                ",
                  MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 1."}],
                      CreateDialog[{
                          Pane[Column[{
                              titlePopUp["Diferencia de cubos"],
                              textPopUp[
                               " Ejemplo: Factorizar la expresión 1 - 216 m^3:
```

1. Identifique si la expresión dada es una diferencia de dos términos:

Como hay dos términos (1 y $216\ m^3$) `y entre ellos está el signo` menos, es una diferencia.

2. Saque la raíz cuadrada
de cada término. Recuerde
que pueden no ser exactas.

$\sqrt[3]{1} = 1$; $\sqrt[3]{216\,m^3} = 6\,m$ (en este caso fueron exactas).

3. Escriba un producto de dos factores
tal que uno de ellos sea la
sustracción de las raíces cúbicas de
los términos y el otro sea la suma
de los cuadrados de los términos con
el producto de las raíces cúbicas:

〉〉 Primer factor: $(1 - 6\,m)$.

〉〉 Segundo factor: $\left(1^2 + 1 \cdot 6\,m + (6\,m)^2\right)$

〉〉 Producto de los factores: $(1 - 6\,m)\left(1^2 + 1 \cdot 6\,m + (6\,m)^2\right)$.

4. Verifique que la expresión
resultante sea una multiplicación y
simplifique los factores extensos,
en caso de haberlos. En este punto
habrá terminado la factorización.
$(1 - 6\,m)\left(1 + 6\,m + 36\,m^2\right)$

5. *Pruebe*, si desea, el resultado
obtenido, para ello multiplique la
expresión de la factorización: $(1 - 6\,m)\left(1 + 6\,m + 36\,m^2\right) = 1 + 6\,m + 36\,m^2 - 6\,m - 36\,m^2 - 216\,m^3 = 1 - 236\,m^3$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], "                ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 2."}],
  CreateDialog[{
    Pane[Column[{
```

titlePopUp["*Suma de cubos*"],
textPopUp[
" Ejemplo: Factorizar la expresión $27 m^6 + 343 n^9$:

1. **Identifique si la expresión dada es una suma de dos términos:**
Como hay dos términos ($27 m^6$ **y** $343 n^9$) y entre ellos está el signo más, es una suma.

2. Saque la raíz cuadrada de cada término. Recuerde que pueden no ser exactas.
$\sqrt[3]{27 m^6} = 3 m^2$; $\sqrt[3]{343 n^9} = 7 n^3$ (en este caso fueron exactas).

3. **Escriba un producto de dos factores tal que uno de ellos sea la sustracción de las raíces cúbicas de los términos y el otro sea la sustracción del producto de las raíces cúbicas con la suma de los cuadrados de los términos:**
〉〉 Primer factor: $((3 m^2 + 7 n^3)$.
〉〉 Segundo factor: $((3 m^2)^2 - 3 m^2 \cdot 7 n^3 + (7 n^3)^2)$
〉〉 Producto de los factores: $(3 m^2 + 7 n^3)((3 m^2)^2 - 3 m^2 \cdot 7 n^3 + (7 n^3)^2)$.

4. Verifique que la expresión resultante sea una multiplicación y simplifique los factores extensos, en caso de haberlos. En este punto habrá terminado la factorización.
$(3 m^2 + 7 n^3)(9 m^4 - 21 m^2 n^3 + 49 n^6)$

5. *Pruebe*, si desea, el resultado obtenido, para ello multiplique la expresión de la factorización: $(3 m^2 + 7 n^3)(9 m^4 - 21 m^2 n^3 + 49 n^6) = 27 m^6 - 63 m^4 n^3 + 147 m^2 n^6 + 63 m^4 n^3 - 147 m^2 n^6 + 343 n^9 = 27$

```
                    m^6 + 343 n^9
                "]}], ImageSize ->
            {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars -> {False, True}]},
        Background -> White, Deployed -> True],
       ImageSize -> All], "LinkHand"]}], 14], "Multimedia"],

Grid[{
  {Grid[{{ Ejemplo 1 },
     { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 }, { Ejemplo 5 }},
    Spacings -> {0, 0}, Dividers -> {All, All},
    FrameStyle -> GrayLevel[.7],
    Background -> {None, None, Dynamic[{page6, 1}] ->
       Lighter@LightRed}],
   Framed[
    PaneSelector[{
      1 -> style1["De ser posible, factorizar la expresión a^3 - 125:

           a^3 - 125 = (a - 5) (a^2 + 5 a + 25)                    "]
       ,
      2 -> style1["De ser posible, factorizar la
          expresión 216 - x^12:
```

$$
\begin{aligned}
216 - x^{12} &= \left(6 - x^4\right)\left(36 + 6x^4 + x^8\right)\\
&= \left(\sqrt{6} - x^2\right)\left(\sqrt{6} + x^2\right)\left(36 + 6x^4 + x^8\right)\\
&= \left(\sqrt{\sqrt{6}} - x\right)\left(\sqrt{\sqrt{6}} + x\right)\left(\sqrt{6} + x^2\right)\left(36 + 6x^4 + x^8\right)\\
&= \left(\sqrt[4]{6} - x\right)\left(\sqrt[4]{6} + x\right)\left(\sqrt{6} + x^2\right)\left(36 + 6x^4 + x^8\right)
\end{aligned}
$$

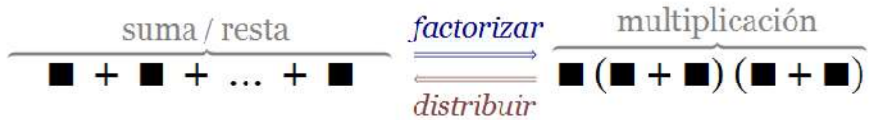
$$216 - x^{12} = \left(\sqrt[4]{6} - x\right)\left(\sqrt[4]{6} + x\right)\left(\sqrt{6} + x^2\right)\left(36 + 6x^4 + x^8\right)$$

```
                                                                   "]
       ,
      3 -> style1["De ser posible, factorizar la
```

```
expresión a^3 x^3 y^3 + 1:

a^3 x^3 y^3 + 1 = (a x y + 1) (a^2 x^2 y^2 - a x y + 1)                    "]
,
4 → style1["De ser posible, factorizar la
    expresión (x + 1)^3 + (x - 1)^3:

(x + 1)^3 + (x - 1)^3 = ((x + 1) + (x - 1)) ((x + 1)^2 - (x + 1) (x - 1) + (x - 1)^2)
                      = (2 x) ((x + 1)^2 - (x + 1) (x - 1) + (x - 1)^2)

        (x + 1)^3 + (x - 1)^3 = (2 x) ((x + 1)^2 - (x + 1) (x - 1) + (x - 1)^2)
(si se desea, se puede seguir simplificando)"],
5 → style1[
  "De ser posible, factorizar la expresión (2 a - b)^3 - 27:

(2 a - b)^3 - 27 = ((2 a - b) - 3) ((2 a - b)^2 + 3 (2 a - b) + 9)
                 = (2 a - b - 3) ((2 a - b)^2 + 3 (2 a - b) + 9)

        (2 a - b)^3 - 27 = (2 a - b - 3) ((2 a - b)^2 + 3 (2 a - b) + 9)
(si se desea, se puede seguir simplificando)"]}, Dynamic[page6]],
              FrameMargins → 1, FrameStyle →
               GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}},
              ImageSize → {700, 265}]]}, Alignment → {Left, Top}]
        }, Alignment → Center]
      }, Dynamic[page1]],
     FrameMargins → 2, FrameStyle → GrayLevel[.7]]},
   Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {Automatic, Automatic}],
 SaveDefinitions → True, (* Expert Content, Initialization Code *)
 Initialization :→ (page1 = 1;
   page2 = 1)]
```

Factorización	Factor común	Diferencia de cuadrados	Trinomio cuadrado	Diferencia y suma de cubos

Factorizar es el proceso de **reescribir una adición o sustracción** de dos o más términos **a través de multiplicaciones** lo mas reducidas posibles, es el **proceso inverso** de la distribución en expresiones algebraicas.



Ejemplo 1

Ejemplo 2

Ejemplo 3

La expresión $5+5+5+5+5+5+5+5$ se puede escribir de forma reducida como 5×8

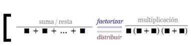
Puede descargar el siguiente aplicativo para practicar

Factorización

2.1 Significado de factorizar

```
Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
   style1, style2, style3,
   color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
   page1 = 1, page2 = 1, page3 = 1, page4 = 1, page5 = 1, page6 = 1,
   titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 600, dimen1, divid1},
  dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 20}, {1 -> 6, 2 -> 6, 3 -> 2, 4 -> 2}};
  divid1 = {{1 -> Thickness[2], 2 -> 1 -> Thickness[1],
     3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[3]}, {1 -> Thickness[2],
     2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3], 4 -> Thickness[3]}};
  (*estilos de los textos/recuadros*)
  framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
```

```
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
    LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}], ImageSize → {800, Automatic}, Alignment → Center];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
    "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
    "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
     {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{
   Grid[{{ Factorización }},
    Spacings → {1, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
   Framed[
    PaneSelector[{
      1 → Column[
        {textPane["Factorizar es el proceso de reescribir una adición
            o sustracción de dos o más términos a través
            de multiplicaciones lo mas reducidas
            posibles, es el proceso inverso de la
            distribución en expresiones algebraicas."],
         Item[Image[
```

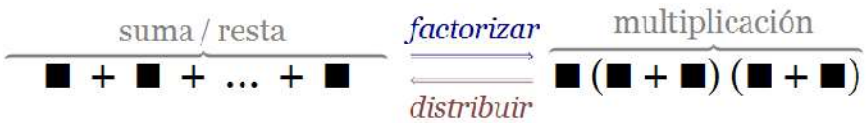



```
         , ImageSize → 450], Alignment → Center],
         Grid[{
           {Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }},
              Spacings → {0, 0}, Dividers →
               {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
              Background → {None, None, Dynamic[{page2, 1}] →
                 Lighter@LightRed}],
```

```
            Framed[
             PaneSelector[{
               1 → style1["La expresión 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5  se puede
                   escribir de forma reducida como 5 × 8"],
               2 → style1["La expresión 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 se
                   puede escribir de forma reducida como
                   2 × 4 + 3 × 4 o como 4 (2 + 3) = 4 × 5"],
                                          7 veces
               3 → style1["La expresión ● + ● + ● + ... + ● se puede escribir
                   como ● × 7 = 7 ●"]}, Dynamic[page2]],
             FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7],
             ImageMargins → {{0, 1}, {1, 0}}, ImageSize →
              {700, 200}]}}, Alignment → {Left, Top}],
         TextCell[style1[
           Column[{
             "Puede descargar el siguiente aplicativo para practicar ",
             Row[{
               MouseAppearance[Button[Row[{"Factorización"}],
                 NotebookLocate[{URL["https://goo.gl/EkM9s3"], None}],
                 ImageSize → All], "LinkHand"]}, "
                "]}, Alignment → Center]], "PildIzq"]
        }, Alignment → Center]}, Dynamic[page1]],
     FrameMargins → 2, FrameStyle → GrayLevel[.7]]},
   Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {Automatic, Automatic}],
  SaveDefinitions → True,
  (* Expert Content, Initialization Code *)
  Initialization :→ (page1 = 1;
    page2 = 1)]
```

Factorización

Factorizar es el proceso de **reescribir una adición o sustracción** de dos o más términos **a través de multiplicaciones** lo mas reducidas posibles, es el **proceso inverso** de la distribución en expresiones algebraicas.



Ejemplo 1
Ejemplo 2
Ejemplo 3

La expresión $5+5+5+5+5+5+5+5$ se puede escribir de forma reducida como 5×8

Puede descargar el siguiente aplicativo para practicar

Factorización

Factor común

```
Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
   style1, style2, style3,
   color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
   page1 = 2, page2 = 1, page3 = 1, page4 = 1, page5 = 1, page6 = 1,
   titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 600, dimen1, divid1},
  dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 20}, {1 -> 6, 2 -> 6, 3 -> 2, 4 -> 2}};
  divid1 = {{1 -> Thickness[2], 2 -> 1 -> Thickness[1],
     3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[3]}, {1 -> Thickness[2],
     2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3], 4 -> Thickness[3]}};
  (*estilos de los textos/recuadros*)
  framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}], ImageSize → {800, Automatic}, Alignment → Center];
```

```
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{
   Grid[{{ Factor común }},
    Spacings → {1, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
   Framed[
    Column[
     {textPane["Las estructuras  a b + a c = a (b + c) y a b - a c = a (b - c) se
         conocen con el nombre de factor común y se
         factoriza como se muestra a continuación:"],
      Item[
```


```
       ,
       Alignment → Center],
      TextCell[Style[Row[{
          MouseAppearance[Button[Row[{"¿Cómo aplicar el factor común?"}],
            CreateDialog[{
              Pane[Column[{
                 titlePopUp["Pasos para desarrollar un factor común"],
                 textPopUp[
                  "El proceso de factor común establece una estructura
                    para reducir expresiones compuestas por
                    adiciones y/o sustracciones, y para
                    aplicarlo se sugieren estos pasos:"],
                 textPopUp[" 1. Reconozca el factor común; para
```

```
        ello, observe cada uno de los
        términos de la expesión dada y en
        ellos identifique los factores y
        busque el mayor común posible."],
      textPopUp[" 2. Extraiga el factor común. Puede
        encerrarlo en un paréntesis o en un
        corchete según la complejidad del
        mismo, si es un solo término no lo
        encierre en paréntesis, pero si son
        dos o más emplee estos elementos para
        encerrarlos. Como es un factor, después
        de él no debe haber signo alguno
        diferente al de una multiplicación, que
        usualmente se representa abriendo un
        segundo paréntesis o un corchete."],
      textPopUp[" 3. Ubique, en el segundo paréntesis
        o corchete, según corresponda, la
        misma cantidad de términos que había
        en la expresión original o inicial,
        con la diferencia que cada término
        estará conformado por los factores
        que no son comunes. En caso que
        el término extraido no tenga otro
        factor se debe ubicar el número 1."],
      textPopUp[" 4. Verifique que la expresión
        resultante sea una multiplicación
        y simplifique las expresiones
        extensas, en caso de haberlas.
        En este punto habrá finalizado
        el proceso de factorización."],
      textPopUp[" 5. Para constatar que el proceso
        quedó bien, puede multiplicar y debe
        obtener la misma expresión que daba
        el ejercicio. Este paso es opcional
        y no hace parte de la factorización,
        es solo para verificar que se haya
        factorizado adecuadamente."]}],
    ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
```

```
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], "               ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 1."}],
  CreateDialog[{
    Pane[Column[{
      titlePopUp["Factor común"],
      textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión x - 2 x:
```

1. *Reconozca el factor común*. Como los términos en la expresión son x^2 y $2x$, el mayor factor común es x, pues en el primer término está dos veces la x y en el segundo solo una, lo máximo que se puede extraer es una x en cada término.

Factores que quedan al extraer el factor común: de x^2, como se extrae una x queda otra x y de $2x$, al extraer la x queda el factor 2. Así los factores no comunes son x y 2.

2. *Extraiga el factor común*. No es necesario encerrarlo entre paréntesis por ser un solo término. Ubique un paréntesis después del factor para comenzar a escribir el siguiente factor: $x^2 - 2x = x(\quad)$.

3. *Complete* el segundo factor con la misma cantidad de términos que la expresión original pero con los factores que no son comunes: $x^2 - 2x = x(\_\_\_ - \_\_\_)$; $x^2 - 2x = x(x - 2)$.

4. *Verifique* que la expresión obtenida sea una multiplicación y que cada factor esté lo más reducido posible. La expresión es la multiplicación x por x-2 y está

```
                              lo más reducida posible. Aquí
                              termina el proceso de factorización.

5. Pruebe, si desea, el resultado
                              obtenido, para ello multiplique
                              la expresión de la factorización:
                              x (x - 2) = x^2 - 2 x."]}],
                       ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                        {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                   ImageSize → All], "LinkHand"], "              ",
                MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 2."}],
                  CreateDialog[{
                    Pane[Column[{
                       titlePopUp["Factor común"],
                       textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión
                              3 a b x^2 - 2 y^2 - 2 x^2 + 3 a b y^2:

1. Reconozca el factor común. Los términos en la expresión son:
                              3 a b x^2, 2 y^2, 2 x^2 y 3 a b y^2.
Al observar cada término no hay un factor que se encuentre en todos
                              a la vez; sin embargo, si se
                              agrupan convenientemente los
                              términos, de a dos, es posible
                              usar la estructura e incluso se
                              requerirá más de una vez. Observe:
 3 a b x^2 - 2 y^2 - 2 x^2 + 3 a b y^2 = 3 a b x^2 - 2 x^2 + 3 a b y^2 - 2 y^2 =
                                (3 a b x^2 - 2 x^2) + (3 a b y^2 - 2 y^2).
 En esta última expresión, los términos 3 a b x^2 y 2 x^2 tienen como
                              factor común a x^2 mientras los
                              términos 2 y^2 y 3 a b y^2 tienen a y^2.

2. Extraiga el factor común. Para
                              cada agrupación no es necesario
                              encerrar el factor común entre
                              paréntesis porque es un solo
                              término. Ubique un paréntesis
                              después del factor para comenzar
```

a escribir el siguiente factor:
x^2(___ _ - ___ _) + y^2(___ _ - ___ _).

3. *Complete* el segundo factor, en
cada término, con la misma cantidad de
términos que había en la agrupación
pero con los factores que no son
comunes: $x^2(3\,a\,b - 2) + y^2(3\,a\,b - 2)$.

4. Como la expresión resultante aún no
es una multiplicación, hay que
revisar si hay otro factor común
que se pueda establecer para
reducir más la expresión. Debido
a que los términos $x^2(3\,a\,b - 2)$ y
$y^2(3\,a\,b - 2)$ tienen como factor común
a $(3\,a\,b - 2)$, se puede volver a
aplicar la técnica: $(3\,a\,b - 2)$ (___ _
+ ___ _) = $(3\,a\,b - 2)\left(x^2 + y^2\right)$.

5. *Verifique* que la expresión obtenida
sea una multiplicación y que cada
factor esté lo más reducido posible.
La expresión es la multiplicación
$(3\,a\,b - 2)$ por $\left(x^2 + y^2\right)$ y está
lo más reducida posible. Aquí
termina el proceso de factorización.

6. *Pruebe*, si desea, el
resultado obtenido. Para ello
multiplique la expresión de la
factorización: $(3\,a\,b - 2)\left(x^2 + y^2\right) = 3\,a\,b\,x^2 - 2\,x^2 + 3\,a\,b\,y^2 - 2\,y^2$."]}],
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"]}], 14], "Multimedia"],
Grid[{

```
{Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
    { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }},
   Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
   FrameStyle → GrayLevel[.7],
   Background → {None, None, Dynamic[{page3, 1}] →
      Lighter@LightRed}],
  Framed[
   PaneSelector[{
     1 → style1["De ser posible, factorizar la expresión: 8 t^2 + 4 t
                 8 t^2 + 4 t = 4 t (2 t + 1)                         "]
      ,
     2 → style1["De ser posible, factorizar la expresión: x^2 y + x y^2
                 x^2 y + x y^2 = x y (x + y)                         "]
      ,
     3 → style1["De ser posible, factorizar la
        expresión: 3 x^3 + 6 x^2 - 12 x
             3 x^3 + 6 x^2 - x = 3 x (x^2 + 2 x - 4)                 "]
      ,
     4 → style1["De ser posible, factorizar la expresión:
        6 t w^2 - 12 t^3 w^4 + 8 t^2 w^3
      6 t w^2 - 12 t^3 w^4 + 8 t^2 w^3 = 2 t w^2 (3 w - 6 t^2 w^2 + 4 t)  "]
      ,
     5 → style1["De ser posible, factorizar la
        expresión: 9 x^3 y - 27 x^2
              9 x^3 y - 27 x^2 = 9 x^2 (x y - 3)                     "]
      ,
     6 → style1["De ser posible, factorizar la expresión: x^2/3 + x/6
                   x^2/3 + x/6 = x/3 (x + 1/2)                       "]
      ,
     7 → style1["De ser posible, factorizar la expresión:
        a^2 b^3 - n^4 + a^2 b^3 x^2 - n^4 x^2 - 3 a^2 b^3 x + 3 n^4 x
```

$$a^2 b^3 - n^4 + a^2 b^3 x^2 - n^4 x^2 - 3 a^2 b^3 x + 3 n^4 x =$$
$$a^2 b^3 + a^2 b^3 x^2 - 3 a^2 b^3 x - n^4 - n^4 x^2 + 3 n^4 x =$$
$$\left(a^2 b^3 + a^2 b^3 x^2 - 3 a^2 b^3 x\right) - \left(n^4 + n^4 x^2 - 3 n^4 x\right) =$$
$$a^2 b^3 \left(1 + x^2 - 3 x\right) - n^4 \left(1 + x^2 - 3 x\right) =$$
$$= \left(1 + x^2 - 3 x\right) \left(a^2 b^3 - n^4\right)$$

note que en el paso 3 se agruparon las expresiones anteponiendo un signo negativo,
lo cual hace que cambien de signos en
el interior de la factorización."],

```
8 → style1["De ser posible, factorizar la expresión:
      b (x - 3) + c (x - 3)^2 - 2 (x - 3)
b (x - 3) + c (x - 3)^2 - 2 (x - 3) = (x - 3) (b + c - 2)                    "]
    }, Dynamic[page3]],
  FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0,
     1}, {1, 0}}, ImageSize → {700, 265}]]}, Alignment → {Left, Top}]
  }, Alignment → Center],
 FrameMargins → 2, FrameStyle → GrayLevel[.7]]},
Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {Automatic, Automatic}],
SaveDefinitions → True,
(* Expert Content, Initialization Code *)
Initialization :→ (page1 = 1;
 page2 = 1)]
```

Factor común

Las estructuras $a\,b + a\,c = a(b + c)$ y $a\,b - a\,c = a(b - c)$ se conocen con el nombre de **factor común** y se factoriza como se muestra a continuación:

¿Cómo aplicar el factor común? | Ejemplo 1. | Ejemplo 2.

Ejemplo 1
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5
Ejemplo 6
Ejemplo 7
Ejemplo 8

De ser posible, factorizar la expresión: $8\,t^2 + 4\,t$

$$8\,t^2 + 4\,t = 4\,t(2\,t + 1)$$

Diferencia de cuadrados

```
Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
   style1, style2, style3,
   color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
   tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
   page1 = 1, page2 = 1, page3 = 1, page4 = 1, page5 = 1, page6 = 1,
   titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 600, dimen1, divid1},
  dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 20}, {1 -> 6, 2 -> 6, 3 -> 2, 4 -> 2}};
  divid1 = {{1 -> Thickness[2], 2 -> 1 -> Thickness[1],
     3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[3]}, {1 -> Thickness[2],
     2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3], 4 -> Thickness[3]}};
  (*estilos de los textos/recuadros*)
  framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
      {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
  textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
     LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
```

```
    {0.9, 100, 0, 0, 0}], ImageSize → {800, Automatic}, Alignment → Center];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{
   Grid[{{ Diferencia
           de cuadrados }},
    Spacings → {1, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
   Framed[
    Column[
     {textPane["A la estructura  a^2 - b^2 = (a + b) (a - b)  se le conoce con
         el nombre de diferencia de cuadrados. "],
      Item[
```


```
       ,
       Alignment → Center],
      TextCell[Style[Row[{
           MouseAppearance[
            Button[Row[{"¿Cómo aplicar la diferencia de cuadrados?"}],
             CreateDialog[{
               Pane[Column[{
                  titlePopUp[
                   "Pasos para desarrollar una diferencia de cuadrados"],
                  textPopUp["El proceso de diferencia de cuadrados
                     establece una estructura para reducir
```

```
                    expresiones compuestas por una
                    diferencia de dos términos a los cuales
                    se les puede sacar raíz cuadrada
                    (que puede ser exacta o no) y para
                    aplicarlo se sugieren estos pasos:"],
                 textPopUp[" 1. Identifique si la expresión dada
                    es una diferencia de dos términos."],
                 textPopUp[" 2. Saque la raíz cuadrada de cada
                    término. Recuerde que
                    pueden ser o no exactas."],
                 textPopUp[" 3. Escriba un producto de dos factores
                    tal que uno de ellos sea la adición de
                    las raíces de los términos y el otro
                    sea la sustracción de las mismas."],
                 textPopUp[" 4. Verifique que la expresión resultante
                    sea una multiplicación y simplifique
                    los factores que sean extensos, en
                    caso de haberlos. En este punto
                    habrá terminado la factorización."],
                 textPopUp[" 5. Puede constatar si el proceso
                    quedó bien. Para ello, multiplique y
                    revise que al reducir las expresiones
                    se obtenga la expresión original."]}],
               ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
            ImageSize → All], "LinkHand"], "            ",
          MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 1."}],
            CreateDialog[{
              Pane[Column[{
                 titlePopUp["Diferencia de cuadrados"],
                 textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión x² - y²:

  1. Identifique si la expresión dada es una diferencia de dos términos: Los
                    términos de la expresión son: x²
                    y y². Entre los términos está el
                    signo menos que representa la
                    sustracción. Por ende la expresión
```

sí es una diferencia de dos términos.

2. Saque la raíz cuadrada
de cada término. Recuerde
que pueden no ser exactas.

$\sqrt{x^2} = x$; $\sqrt{y^2} = y$ (en este caso fueron exactas).

3. Escriba un producto de dos factores
tal que uno de ellos sea la adición
de las raíces de los términos y el
otro la sustracción de las mismas.

〉〉 Primer factor: $(x + y)$.

〉〉 Segundo factor: $(x - y)$.

〉〉 Producto de los
factores: $(x + y)\ (x - y)$.

4. Verifique que la expresión
resultante sea una multiplicación y
simplifique los factores extensos,
en caso de haberlos. En este punto
habrá terminado la factorización.

Para esto se leerá la expresión obtenida: la suma de x mas y por la resta de
x menos y; con esto se identifica que
quedó una multiplicación y cómo cada
factor está lo más reducido posible.

5. *Pruebe*, si desea, el resultado
obtenido, para ello multiplique
la expresión de la factorización:
$(x + y)\ (x - y) = x^2 - y^2$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
  {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"], "                ",
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo 2."}],
  CreateDialog[{
```

Pane[Column[{

titlePopUp["*Diferencia de cuadrados*"],

textPopUp[" Ejemplo: Factorizar la expresión $\frac{1}{4} - 6\,z^2$:

1. Identifique si la expresión dada es una diferencia de dos términos: Los términos de la expresión son: $\frac{1}{4}$ y $6\,z^2$. Entre los términos está el signo menos que representa la sustracción. Por ende la expresión sí es una diferencia de dos términos.

2. Saque la raíz cuadrada de cada término. Recuerde que pueden no ser exactas.

$\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$; $\sqrt{6\,z^2} = \sqrt{6}\,z$. En este caso la raíz del segundo término no resultó exacta porque $\sqrt{6}$ es un número decimal infinito sin periodo, por ello se deja indicada y no se calcula.

3. Escriba un producto de dos factores tal que uno de ellos sea la adición de las raíces de los términos y el otro la sustracción de las mismas.

〉〉 Primer factor: $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{6}\,z\right)$.

〉〉 Segundo factor: $\left(\frac{1}{2} - \sqrt{6}\,z\right)$.

〉〉 Producto de los factores: $\left(\frac{1}{2} + \sqrt{6}\,z\right)\left(\frac{1}{2} - \sqrt{6}\,z\right)$.

4. Verifique que la expresión resultante sea una multiplicación y simplifique los factores extensos, en caso de haberlos. En este punto habrá terminado la factorización.

```
Para esto se leerá la expresión obtenida: la suma de 1/2 mas √6 z
                        por la resta de 1/2 menos √6 z; con
                        esto se identifica que quedó una
                        multiplicación y cómo cada factor
                        está lo más reducido posible.

5. Pruebe, si desea, el resultado
                        obtenido, para ello multiplique
                        la expresión de la factorización:
                        (1/2 + √6 z) (1/2 - √6 z) = 1/4 - 6 z^2."]}],
                  ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                   {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
               ImageSize → All], "LinkHand"]}], 14], "Multimedia"],
         Grid[{
            {Grid[{{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 },
                 { Ejemplo 5 }, { Ejemplo 6 }, { Ejemplo 7 }, { Ejemplo 8 }},
               Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
               FrameStyle → GrayLevel[.7],
               Background → {None, None, Dynamic[{page4, 1}] →
                  Lighter@LightRed}],
             Framed[
               PaneSelector[{
                 1 → style1["De ser posible, factorizar la expresión 8 t^2 - 4 t:
```

"\!\(TraditionalForm\`\(\(8 *SuperscriptBox[\(t\), \(3\)] − 4 t\)\(\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`4 \(t(2 *SuperscriptBox[\(t\), \(2\)] − 1)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`Factor\\ común\)"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(4\) \(t(*SqrtBox[\(2\)] t + 1)\) \((*SqrtBox[\(2\)] t − 1)\)\(\\ \)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"

"

```
2 → style1[
  "De ser posible, factorizar la expresión 4 x^4 - n^2/100:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(
  TraditionalForm\`4
  \*SuperscriptBox[\(x\),
  \(4\)] -
  \*FractionBox[
  SuperscriptBox[\(n\),
  \(2\)],
  \(100\)]\)\(\)\(=\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(
  TraditionalForm\`\((2
  \*SuperscriptBox[\(x\),
  \(2\)] +
  \*FractionBox[\(n\),
  SqrtBox[\(100\)]])\) \((2
  \*SuperscriptBox[\(x\),
  \(2\)] -
  \*FractionBox[\(n\),
  SqrtBox[\(100\)]])\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`
  Diferencia\\
  de\\ cuadrados\)"
                                                  "

3 → style1[
  "De ser posible, factorizar la expresión m^6 - (m^2 - 1)^2:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(
  TraditionalForm\`\*
  SuperscriptBox[\(m\),
  \(6\)] -
  \*SuperscriptBox[\((\*
  SuperscriptBox[\(m\),
  \(2\)] - 1)\),
  \(2\)]\)\(=\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(
  TraditionalForm\`\((\*
  SuperscriptBox[\(m\),
  \(3\)] +
  \((\*SuperscriptBox[\(m\)
  , \(2\)] - 1)\))\)
  \((\*SuperscriptBox[\(m\)
  , \(3\)] -
  \((\*SuperscriptBox[\(m\)
  , \(2\)] - 1)\))\)\)\)"
"\!\(TraditionalForm\`
  Diferencia\\
  de\\ cuadrados\)"
                                                  "
"\!\(\(TraditionalForm\`
  = \)\)"
"\!\(TraditionalForm\`\(
  TraditionalForm\`\((\*
  SuperscriptBox[\(m\),
  \(3\)] +
  \*SuperscriptBox[\(m\),
  \(2\)] - 1)\)
  \((\*SuperscriptBox[\(m\)
  , \(3\)] -
  \*SuperscriptBox[\(m\),
  \(2\)] - 1)\)\)\)"
"Simplificación"
```

4 → style1["De ser posible, factorizar la expresión 25 $(x-y)^2 - 4\,(x+y)^2$:

"\!\(TraditionalForm\`\(TraditionalForm\`25 *SuperscriptBox[\((x − y)\), \(2\)] − 4 *SuperscriptBox[\((x + y)\), \(2\)]\)\)"

"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((5 \((x − y)\) − 2 \((x + y)\))\) \((5 \((x − y)\) + 2 \((x + y)\))\)\)\)\)" "\!\(TraditionalForm\`Diferencia\\ de\\ cuadrados\)" "

"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((3 x − 7 y)\) \((7 x − 3 y)\)\)\)\)" "Simplificación"

5 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $4\,x^4 - \frac{n^2}{100}$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\( TraditionalForm\`4 *SuperscriptBox[\(x\), \(4\)] − *FractionBox[SuperscriptBox[\(n\), \(2\)], \(100\)]\)\(\)\(=\)\)\)" "\!\(TraditionalForm\`\( TraditionalForm\`\((2 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + *FractionBox[\(n\), SqrtBox[\(100\)]])\) \((2 *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − *FractionBox[\(n\), SqrtBox[\(100\)]])\)\)\)" "\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)" "

6 → style1["De ser posible, factorizar la expresión $x^{14} - 5$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\( TraditionalForm\`* SuperscriptBox[\(x\), \(14\)] − 5\)\(=\)\)\)"	"\!\(*FormBox[GridBox[{\n {\n RowBox[{SuperscriptBox [\n RowBox[{\"(\", SuperscriptBox[\"x\", \"7\"], \")\"}], \"2\"], \"−\", SuperscriptBox[\n RowBox[{\"(\", SqrtBox[\"5\"], \")\"}], \"2\"]}]}\n },\nGridBoxAlignment−> {\"Columns\" −> {{\"Center\"}}}],\n TraditionalForm]\)"	"Expresando los términos como potencias"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\((* SuperscriptBox[\(x\), \(7\)] − *SqrtBox[\(5\)])\) \((*SuperscriptBox[\(x\), \(7\)] + *SqrtBox[\(5\)])\)\)"	"\!\(TraditionalForm\` Diferencia\\ de\\ cuadrados\)"

"

7 → style1["De ser posible, factorizar la expresión x^4 − 36:

```
"\!\(TraditionalForm\`\(\(          "\!\(\*FormBox[GridBox[{\n              "\!\(TraditionalForm\`
    TraditionalForm\`\*                 {FormBox[\n                          Diferencia\\
    SuperscriptBox[\(x\),               RowBox[{\n                           de\\ cuadrados\)"
    \(4\)] − 36\)\(=\)\)\)"             RowBox[{\"(\", \n
                                        RowBox[{SuperscriptBox
                                        [\"x\", \"2\"],
                                        \"−\", \"6\"}],
                                        \")\"}], \n
                                        RowBox[{\"(\", \n
                                        RowBox[{SuperscriptBox
                                        [\"x\", \"2\"],
                                        \"+\", \"6\"}],                                                  "
                                        \")\"}]}],\n
                                        TraditionalForm]}\n
                                        },\nGridBoxAlignment−>
                                        {\"Columns\"
                                        −> {{\"Center\"}}}],\n
                                        TraditionalForm]\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`            "\!\(TraditionalForm\`\((x −         "\!\(TraditionalForm\`
    = \)\)"                             \*SqrtBox[\(6\)])\) \((x             Diferencia\\
                                        + \*SqrtBox[\(6\)])\)                de\\ cuadrados\)"
                                        \((\*SuperscriptBox[\(x\),
                                        \(2\)] + 6)\)\)"
```

8 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $4\,x^2 - y^2 + 4\,x - 2\,y$:

```
"\!\(TraditionalForm\`4             "\!\(TraditionalForm\`\((4           "Agrupando los términos"
    \*SuperscriptBox[\(x\),             \*SuperscriptBox[\(x\),
    \(2\)] −                            \(2\)] −
    \*SuperscriptBox[\(y\),             \*SuperscriptBox[\(y\),
    \(2\)] + 4  x − 2  y\)="            \(2\)])\) + \((4
                                        x − 2  y)\)\)"
  "\!\(\(TraditionalForm\`            "\!\(TraditionalForm\`\(\(2          "Diferencia de cuadrados        "
    = \)\)"                             x − y\)\(()\)\) \((2  x +            y factor común"
                                        y)\) + 2 \((2  x − y)\)\)"
                              "="   "\!\(TraditionalForm\`\((2           "Factor común"
                                        x − y)\) \((\((2
                                        x − y)\) + 2)\)\)"
                              "="   "\!\(TraditionalForm\`\((2  x        "Simplificando"
                                        − y)\) \((2  x − y + 2)\)\)"
```

```
            FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0,
              1}, {1, 0}}, ImageSize → {700, 265}]]}, Alignment → {Left, Top}]
      }, Alignment → Center],
     FrameMargins → 2, FrameStyle → GrayLevel[.7]]},
   Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {Automatic, Automatic}],
  SaveDefinitions → True, (* Expert Content, Initialization Code *)
  Initialization :→ (page1 = 1;
    page2 = 1)]
```

Diferencia de cuadrados

A la estructura $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ se le conoce con el nombre de **diferencia de cuadrados.**

¿Cómo aplicar la diferencia de cuadrados? | Ejemplo 1. | Ejemplo 2.

Ejemplo 1
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5
Ejemplo 6
Ejemplo 7
Ejemplo 8

De ser posible, factorizar la expresión $8\,t^2 - 4\,t$:

$$\begin{aligned} 8\,t^3 - 4\,t &= 4\,t(2\,t^2 - 1) && \text{Factor común} \\ &= 4\,t\left(\sqrt{2}\;t + 1\right)\left(\sqrt{2}\;t - 1\right) && \text{Diferencia de cuadrados} \end{aligned}$$

Trinomio cuadrado

```
In[•]:= Deploy@DynamicModule[{framePane, textPane, tabImage, tabText,
    style1, style2, style3,
    color1 = ■, color2 = ■, color3 = ■,
    tama1 = 15, tama2 = 18, tama3 = 25, font1 = "Georgia",
    page1 = 1, page2 = 1, page3 = 1, page4 = 1, page5 = 1, page6 = 1,
```

```
 titlePopUp, textPopUp, panelWidth = 750, bodyWidth = 600, dimen1, divid1},
dimen1 = {{1 → 10, 2 → 20, 3 → 20}, {1 -> 6, 2 -> 6, 3 -> 2, 4 -> 2}};
divid1 = {{1 -> Thickness[2], 2 -> 1 -> Thickness[1],
   3 -> Thickness[1], 4 -> Thickness[3]}, {1 -> Thickness[2],
   2 -> Thickness[5], 3 -> Thickness[3], 4 -> Thickness[3]}};
(*estilos de los textos/recuadros*)
framePane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "Cuadro/Titulo",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPane[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1], "EmphasisText",
   LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}], ImageSize → {800, Automatic}, Alignment → Center];
style1[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style2[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
style3[txt_] := Style[txt, {FontFamily → font1, FontSize → 15}];
(*Estilos de las ventanas emergentes*)
titlePopUp[s_String] :=
 Pane[TextCell[Style[s, tama2, FontFamily → font1, color3, Italic],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
textPopUp[s_String] := Pane[TextCell[Style[s, tama1, FontFamily → font1],
   "Text", LineIndent → 0, TextJustification → 0, LinebreakAdjustments →
    {0.9, 100, 0, 0, 0}]];
Pane[Column[{
   Grid[{{ Trinomio cuadrado }},
    Spacings → {1, 0}, Dividers → {All, All}, FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{1, page1}] → Lighter@LightBlue}],
   Framed[
    Column[
     {textPane["A la estructura  a x^2 + b x + c = (p x ± □) (q x ± ◇) se le
         conoce con el nombre de trinomio
         cuadrado, no siempre es factorizable."],
      Item[ (suma / resta) a·■^2 + b■ + c  ==factorizar (no siempre se puede)==>  (multiplicación) (p■ ± ▲)(q■ ± ▼),
```

```
        Alignment → Center],
      TextCell[Style[Grid[{{textPopUp[
            "A continuación se exponen tres métodos de factorización,
              con sus procesos y ejemplos."], …, …},
          {MouseAppearance[Button[Row[{"Método 1"}],
             CreateDialog[{
               Pane[Column[{
                  titlePopUp["Método 1"],
                  textPopUp[
                   "Este método es una técnica para factorizar trinomios
                     cuadrados haciendo uso del método
                     de factor común por agrupación."],
                  textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que se
                     observe con la siguiente estructura:
                     a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
                     de una letra cuadrática, elegir una
                     de ellas para ordenar el trinomio."],
                  textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
                     del trinomio y asociarlos con
                     las letras que se observan en la
                     estructura a x^2 + b x + c, sin el
                     signo que precede a cada uno."],
                  textPopUp[" 3. Hallar el producto de a · c y
                     descomponerlo en factores primos."],
                  textPopUp[" 4. Reescribir el trinomio dado
                     descomponiendo el término con el factor
                     x en una adición o sustracción, de dos
                     términos, según las siguientes pautas:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede
                     al término con el factor x.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del
                     signo del segundo término por el del
                     término constante en el trinomio."],
                  textPopUp[" 5. Hallar los coeficientes de x en
                     los términos de la descomposición
                     anterior de modo que la suma, si
```

```
            los signos de los términos son
            iguales, o resta, si los signos son
            diferentes, dé como resultado el
            coeficiente de x en el trinomio."],
         textPopUp[" 6. Emplear el método de factor
            común por agrupación para
            factorizar la expresión obtenida
            con la anterior descomposición."],
         textPopUp[" 7. Verificar que cada factor en
            la factorización esté lo
            más reducido posible."],
         textPopUp[" 8. Escribir la igualdad obtenida
            de la factorización."]}],
      ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
       {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
   ImageSize → All], "LinkHand"],
 MouseAppearance[Button[Row[{"Método 2"}],
   CreateDialog[{
     Pane[Column[{
         titlePopUp["Método 2"],
         textPopUp["Este método es una técnica para factorizar
            trinomios cuadrados haciendo uso
            de las propiedades del elemento
            neutro de la multiplicación
            (a · 1 = a) y del cociente de
            términos iguales (b/b = 1)."],
         textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que se
            observe con la siguiente estructura:
            a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
            de una letra cuadrática, elegir una
            de ellas para ordenar el trinomio."],
         textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
            del trinomio y asociarlos con
            las letras que se observan en la
            estructura a x^2 + b x + c, sin el
```

signo que precede a cada uno."],

textPopUp[" 3. Determinar si es conveniente
aplicar el método, para ello, verifique
si a y c tienen raíces exactas y si
b se puede reescribir como $2 \cdot a \cdot c$.
En caso de no cumplirlas prosiga."],

textPopUp[" 4. Usar las propiedades del elemento
neutro de la multiplicación y del
cociente de términos iguales,
con el valor del coeficiente del
término con mayor exponente,
para reescribir el trinomio así:

$$a x^2 + b x + c = 1 \cdot \left(a x^2 + b x + c\right) = \frac{a}{a} \left(a x^2 + b x + c\right)$$

"],

textPopUp[" 5. Multiplicar el faccionario
por el trinomio así:

$$a x^2 + b x + c = \frac{a}{a} \left(a x^2 + b x + c\right) = \frac{(a x)^2 - b (a x) - a \cdot c}{a}$$

El único término que no se multiplica es el que tiene como factor a x. Allí se deja indicada la operación y
es importante que se escriba de ese modo:
primero el coeficiente del término con x y
luego el número que se multiplicó. "],

textPopUp[" 6. Reescribir el trinomio obtenido
de la multiplicación, descomponiendo
el término con el factor x en una
adición o sustracción, de dos
términos, según las siguientes pautas:

- el signo que antecede el primer término es el mismo que precede
al término con el factor x.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del
signo del segundo término por el del
término constante en el trinomio. "],

textPopUp[" 7. Hallar los coeficientes de x en
los términos de la descomposición
anterior de modo que la suma, si
los signos de los términos son
iguales, o resta, si los signos son
diferentes, dé como resultado el

```
                coeficiente de x en el trinomio."],
            textPopUp[" 8. Emplear el método de factor común
                por agrupación para factorizar
                la expresión obtenida con la
                anterior descomposición."],
            textPopUp[" 9. Reescribir la igualdad obtenida
                con la factorización."]}],
          ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
           {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
      ImageSize → All], "LinkHand"],
    MouseAppearance[Button[Row[{"Método 3"}],
      CreateDialog[{
        Pane[Column[{
            titlePopUp["Método 3"],
            textPopUp["Este método es una técnica para factorizar
                trinomios cuadrados que satisfagan
                que a y c tienen raíces exactas y b
                se puede reescribir como 2 · a · c."],
            textPopUp[" 1. Ordenar el trinomio para que se
                observe con la siguiente estructura:
                a x^2 + b x + c. En caso de que haya más
                de una letra cuadrática, elegir una
                de ellas para ordenar el trinomio."],
            textPopUp[" 2. Identificar los coeficientes
                del trinomio y asociarlos con
                las letras que se observan en la
                estructura a x^2 + b x + c, sin el
                signo que precede a cada uno."],
            textPopUp[" 3. Determinar si es conveniente
                aplicar el método, para ello, verifique
                si a y c tienen raíces exactas y si b
                se puede reescribir como 2 · a · c. Si
                se cumple esto se puede continuar."],
            textPopUp["Reescribir el trinomio obtenido de
                la multiplicación, descomponiendo el
                término del medio en el trinomio,
```

```
                        en una adición o sustracción,
                        de dos términos, según las
                        pautas expuestas a continuación:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al
                        término del medio en el trinomio.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto
                        del signo del segundo término
                        por el del término constante en
                        el trinomio, respecto a la letra
                        elegida para la factorización."],
                     textPopUp[" 5. Hallar los coeficientes de los
                        términos de la descomposición anterior
                        de modo que la suma, si los signos
                        de los términos son iguales, o la
                        resta, si los signos son diferentes,
                        dé como resultado el coeficiente del
                        término del medio en el trinomio."],
                     textPopUp[ " 6. Emplear el método de factor
                        común por agrupación para
                        factorizar la expresión obtenida
                        con la anterior descomposición."],
                     textPopUp[" 7. Verificar que cada factor en
                        la factorización esté lo
                        más reducido posible."],
                     textPopUp[" 8. Escribir la igualdad obtenida
                        de la factorización."],
                     textPopUp["Este método se puede abreviar y
                        generalizar de la siguiente manera.
 Cuando se cumpla el numeral 3 en cualquier trinomio cuadrado, se puede
                        escribir la igualdad directamente así:
 >>> Calcular las raíces del primer y último términos del trinomio
                        cuadrado dado.
 >>> Escribir dentro de un paréntesis la adición de las raíces si los
                        signos del segundo término y tercer
                        del trinomio son positivos, en caso
                        contrario se hace una sustracción.
 >>> Escribir la igualdad con la factorización elevando al cuadrado
                        la anterior expresión."]}],
```

```
                    ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
                     {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
                 ImageSize → All], "LinkHand"]},
              {MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
                 CreateDialog[{
                   Pane[Column[{
                      titlePopUp["Ejemplo"],
                      textPopUp[
                       "Establecer una igualdad a través de una factorización,
                         para la expresión 7 x^2 - 44 x - 35.

 1. La expresión ya está organizada.

 2. Identificar los coeficientes del trinomio y asociarlos con las letras que
                         se observan en la estructura
                         a x^2 + b x + c, sin el signo que precede
                         a cada uno: a = 7; b = 44 y c = 35.

 3. Hallar el producto de a · c y descomponerlo en factores primos:
                         a · c = 7 · 35 = 245; 245 = 5 · 7 · 7.

 4. Reescribir el trinomio dado descomponiendo el término con el factor x en
                         una adición o sustracción, de dos
                         términos, según las siguientes pautas:
- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al
                         término con el factor x. En este caso
                         el término del factor con x es 44x y
                         el signo que le precede es –, luego el
                         signo que antecederá al primer factor
                         de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto
                         del signo del término con el factor x
                         por el del término constante. En este
                         caso el término del factor con x es
                         44 x y el signo que le precede es –,
                         que es el mismo signo que antecede al
                         término constante 35, luego el signo
```

que antecederá al segundo término
de la descomposición será el más,
por ser el producto de (–) · (–).

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$7x^2 - 44x - 35 = 7x^2 - \_\_\_\_\, x + \_\_\_\_\, x - 35$$

5. Hallar los coeficientes de x en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de x en el trinomio.

En este caso los términos son $-\_\_\_\_\, x$ y $+\_\_\_\_\, x$ por lo que los coeficientes se deben restar. Para hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del numeral 2, usándolos todos, como se muestra a continuación: $5 \cdot 7 \cdot 7$ arroja las opciones 5 y 49, 35 y 7 o 245 y 1. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su resta es -44: $-5 + 49 = 44$; $-49 + 5 = -44$; $-35 + 7 = -28$; $-7 + 35 = 28$; $-245 + 1 = -244$ y $-1 + 245 = 244$. Dado que la única alternativa que satisface lo solicitado es $-49 + 5 = -44$, los números son 49 y 5.

6. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar la expresión obtenida con la anterior descomposición:

$$7x^2 - 49x + 5x - 35 = 7x(x - 7) + 5(x - 7) = (x -$$

```
    7. Verificar que cada factor en la factorización esté lo más reducido
                posible: tanto (x - 7) como (7 x + 5)
                están lo más reducido posible.

    8. Se escribe la igualdad obtenida de la factorización: 7 x^2 - 44 x - 35
                 = (x - 7) (7 x + 5)."]}],
              ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
               {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
            ImageSize → All], "LinkHand"],
          MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
            CreateDialog[{
              Pane[Column[{
                titlePopUp["Ejemplo"],
                textPopUp[
                 "Establecer una igualdad a través de una factorización,
                  para la expresión 7 x^2 - 44 x - 35.

    1. La expresión ya está organizada.

    3. Determinar si es conveniente aplicar el método, para ello, verifique si a
                y c tienen raíces exactas y si b
                se puede reescribir como 2 · a · c.
                Para este caso, √7 y √35  no
                son exactas y 44 ≠ 70 = 2 · 7 · 5,
                luego el método es aplicable
                por no cumplir las condiciones.

    4. Usar las propiedades del elemento neutro de la multiplicación y del
                cociente de términos iguales,
                con el valor del coeficiente del
                término con mayor exponente,
                para reescribir el trinomio así:
           7 x^2 - 44 x - 35 = 1 · (7 x^2 - 44 x - 35) = 7/7 (7 x^2 - 44 x - 35)
   Note que el coeficiente del término con mayor exponente es 7, por esto se usó
                dicho número en la propiedad del
                cociente de términos iguales.
```

5. Multiplicar el faccionario por el trinomio así:

$$7x^2 - 44x - 35 = \frac{7}{7}\left(7x^2 - 44x - 35\right) = \frac{(7x)^2 - 44\,(7x) - 245}{7}$$

El único término que no se multiplica es el que tiene como factor a x. Allí se deja indicada la operación y es importante que se escriba de ese modo: primero el coeficiente del término con x y luego el número que se multiplicó.

6. Reescribir el trinomio obtenido de la multiplicación, descomponiendo el término con el factor x en una adición o sustracción, de dos términos, según las siguientes pautas:

- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al término con el factor x. En este caso el término del factor con x es $44x$ y el signo que le precede es –, luego el signo que antecederá al primer factor de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto del signo del término con el factor x por el del término constante. En este caso el término del factor con x es $44x$ y el signo que le precede es –, que es el mismo signo que antecede al término constante 35, luego el signo que antecederá al segundo término de la descomposición será el más, por ser el producto de (–) · (–).

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$7x^2 - 44x - 35 = 7x^2 - \_\_\_\_\,x + \_\_\_\_\,x - 35$$

7. Hallar los coeficientes de x en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de x en el trinomio.

En este caso los términos son –___ y +___ por lo que los coeficientes se deben restar. Para hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del número 245, usándolos todos, como se muestra a continuación: $245 = 5 \cdot 7 \cdot 7$ arroja las opciones 5 y 49, 35 y 7 o 245 y 1. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su resta es -44: $-5 + 49 = 44$; $-49 + 5 = -44$; $-35 + 7 = -28$; $-7 + 35 = 28$; $-245 + 1 = -244$ y $-1 + 245 = 244$. Dado que la única alternativa que satisface lo solicitado es $-49 + 5 = -44$, los números son 49 y 5.

8. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar la expresión obtenida con la anterior descomposición:

$$\begin{aligned} 7x^2 - 44x - 35 &= \frac{(7x)^2 - 49\,(7x) + 5\,(7x) - 245}{7} \\ &= \frac{7x\,(7x-49) + 5\,(7x-49)}{7} \\ &= \frac{(7x-49)\,(7x+5)}{7} \\ &= \frac{7\,(x-7)\,(7x+5)}{7} \\ &= (x-7)\,(7x+5) \end{aligned}$$

9. Se escribe la igualdad obtenida de la factorización:

$7x^2 - 44x - 35 = (x-7)\,(7x+5)$."],

```
}], ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
{False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"],
MouseAppearance[Button[Row[{"Ejemplo"}],
CreateDialog[{
```

```
Pane[Column[{
   titlePopUp["Ejemplo"],
   textPopUp[
    "Establecer una igualdad a través de una factorización,
      para la expresión 16 y^2 - 104 z y + 169 z^2.
```

1. La expresión ya está organizada.

2. Identificar los coeficientes del trinomio y asociarlos con las letras que se observan en la estructura $a x^2 + b x + c$, sin el signo que precede a cada uno. Para este caso, como hay dos letras se elegirá una de ellas (y pero podría ser z si se gusta, solo hay que seguir el mismo proceso): $a = 16$; $b = 104$ y $c = 169$.

3. Determinar si es conveniente aplicar el método, para ello, verifique si a y c tienen raíces exactas y si b se puede reescribir como $2 \cdot a \cdot c$. Para este caso, $\sqrt{16} = 4$ y $\sqrt{169} = 13$ son exactas y $104 = 2 \cdot 4 \cdot 13$, luego el método es aplicable por cumplir las condiciones.

4. Reescribir el trinomio obtenido de la multiplicación, descomponiendo el término con los factores $z y$, en una adición o sustracción, de dos términos, según las pautas expuestas a continuación:

- El signo que antecede el primer término es el mismo que precede al término con el factor $z y$. En este caso el término del factor con z y es $104 z y$ y el signo que le precede es $-$, luego el signo que antecederá al primer factor de la descomposición será el menos.
- El signo que antecede el segundo término es el signo del producto

del signo del término con el factor $z\,y$ por el del término constante respecto a la letra elegida para la factorización, que en este caso es $169\,z^2$. Como el término del factor con z y es $104\,z\,y$ y el signo que le precede es – y el que antecede al término constante es +, el signo que antecederá al segundo término de la descomposición será el menos, por ser el producto de $(-)\cdot(+)$.

De acuerdo con lo anterior, el trinomio se reescribe así:

$$16\,y^2 - 104\,z\,y + 169\,z^2 = 16\,y^2 - \_\_\_\_\,z\,y - \_\_\_\_\,z\,y + 169\,z^2$$

5. Hallar los coeficientes de $z\,y$ en los términos de la descomposición anterior de modo que la suma, si los signos de los términos son iguales, o resta, si los signos son diferentes, dé como resultado el coeficiente de $z\,y$ en el trinomio.

En este caso los términos son $-\_\_\_\_\,z\,y$ y $-\_\_\_\_\,z\,y$ por lo que los coeficientes se deben adicionar. Para hallar estos coeficientes se deben encontrar dos números, que resultan de multiplicar los números de la descomposición en factores primos del producto $a\cdot c$, usándolos todos, como se muestra a continuación: $16\cdot 169 = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 13\cdot 13$ arroja las opciones 2 y 1352, 4 y 676, 8 y 338, 16 y 169, 208 y 13, 2704 y 1, 26 y 104 o 52 y 52. De esas opciones hay que buscar la que cumple que su suma es -104: $-2-1352=-1354$, $-4-676=-680$, $-8-338=-346$, $-16-169=-185$, $-208-13=-221$, $-2704-1=-2705$, $-26-104=130$ o $-52-52=104$. Dado que la única alternativa

que satisface lo solicitado es
$-52 - 52 = 104$, los números son 52 y 52.

6. Emplear el método de factor común por agrupación para factorizar
la expresión obtenida con
la anterior descomposición:

$$\begin{aligned}16 y^2 - 104 z y + 169 z^2 &= 16 y^2 - 52 z y - 52 z y + 169 z^2 \\ &= 4 y (4 y - 13 z) - 13 z (4 y - 13 z) \\ &= (4 y - 13 z) (4 y - 13 z) \\ &= (4 y - 13 z)^2\end{aligned}$$

7. Verificar que cada factor en la factorización esté
lo más reducido posible.

8. Se escribe la igualdad obtenida al factorizar:
$16 y^2 - 104 z y + 169 z^2 = (4 y - 13 z)^2$

Este se puede abreviar y generalizar de la siguiente manera.
Cuando se cumpla el numeral 3 en cualquier trinomio cuadrado, se puede
escribir la igualdad directamente así:
>>> Calcular las raíces del primer y último términos del trinomio cuadrado
dado: $\sqrt{16 y^2} = 4 y$; $\sqrt{169 z^2} = 13 z$.
>>> Escribir dentro de un paréntesis la adición de las raíces si
los signos del segundo término y
tercer del trinomio son positivos,
en caso contrario se hace una
sustracción. En este caso es
una sustracción: $(4 y - 13 z)$.
>>> Escribir la igualdad con la factorización elevando al cuadrado
la anterior expresión:
$16 y^2 - 104 z y + 169 z^2 = (4 y - 13 z)^2$."]}],

```
ImageSize → {panelWidth, bodyWidth}, Scrollbars →
 {False, True}]}, Background → White, Deployed → True],
ImageSize → All], "LinkHand"]}}, Alignment → {Center},
ItemSize → 16], 14], "Multimedia"],
```

```
Grid[{
  {Grid[
    {{ Ejemplo 1 }, { Ejemplo 2 }, { Ejemplo 3 }, { Ejemplo 4 }, { Ejemplo 5 }},
    Spacings → {0, 0}, Dividers → {All, All},
    FrameStyle → GrayLevel[.7],
    Background → {None, None, Dynamic[{page5, 1}] →
       Lighter@LightRed}],
   Framed[
    PaneSelector[{
      1 → style1["De ser posible, factorizar la expresión m^2 - 5 m - 14:
```

"\!\(TraditionalForm\`\(\(* SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] − 5 m − 14\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\( TraditionalForm\`* SuperscriptBox[\(m\), \(2\)] + ___\\ m − ___\\ m − 14\)\)"	"Se descompone el término del medio"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(* SuperscriptBox[\(m\), \(2\)]\(+\)\(2 m\)\(−\)\(7 m\)\(−\)\(14\)\(\\ \)\)\)"	
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`m(m + 2) − 7 \((m + 2)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\((m + 2)\) \((m − 7)\)\(\\ \)\)\)"	"Factor común"

```
      2 → style1[
        "De ser posible, factorizar la expresión x^4 - 5 x^2 - 50:
```

"\!\(*FormBox[GridBox[{\n {\n RowBox[{\n RowBox[{SuperscriptBox [\"x\", \"4\"], \"−\", \n RowBox[{\"5\", SuperscriptBox[\"x\", \"2\"]}], \"−\", \"50\"}], \"=\"}]}\n },\nGridBoxAlignment-> {\"Columns\" -> {{\"=\"}}}],\n TraditionalForm]\)"	"\!\(TraditionalForm\`*SuperscriptBox[\(x\), \(4\)] − ___\\ *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − ___\\ *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − 50\)"	"Se descompone el término del medio"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\) \(*SuperscriptBox[\(x\), \(4\)] − 10\\ *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + 5\\ *SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − 50\)\)\)"	"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)](*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − 10) + \(\(5\) \((*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − 10)\)\(\\ \)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\((*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] − 10)\) \((*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + 5)\)\)"	"Factor común"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\((x − *SqrtBox[\(10\)])\) \((x + *SqrtBox[\(10\)])\) \((*SuperscriptBox[\(x\), \(2\)] + 5)\)\(\\ \)\)\)"	"Diferencia de cuadrados"

3 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $4\,n^2 + n - 33$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(4 *SuperscriptBox[\(n\), \(2\)] + n − 33\)\(=\)\)\)"	"\!\(*FractionBox[\(4\), \(4\)]\)(4\!\(* SuperscriptBox[\(n\), \(2\)]\)+n−33) "	"Propiedad elem. neutro multiplicación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`* FractionBox[\(* SuperscriptBox[\((4 n)\), \(2\)] + 1 \((4 n)\) − 132\), \(4\)]\)"	"Se opera como indica el método"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`* FractionBox[\(* SuperscriptBox[\((4 n)\), \(2\)] + ___ _ \((4 n)\) − \\ ___ _ \((4 n)\) − 132\), \(4\)]\)"	"Se descompone el término del medio"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(* FractionBox[\(4 \(n(4 n + 12)\) − 11 \((4 n + 12)\)\), \(4\)]\(\\ \\ \)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(\\ \)*FractionBox[\(4 n·4 \((n + 3)\) − 11·4 \((n + 3)\)\), \(4\)]\)\)"	"Factor común"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`4 \(n(n + 3)\) − 11 \((n + 3)\)\)"	"Simplificación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\((n + 3)\) \((4 n − 11)\)\)"	"Factor común"

"

4 → style1[

"De ser posible, factorizar la expresión $3 + 11\,a + 10\,a^2$:

"\!\(TraditionalForm\`\(\(3 + 11 a + 10 *SuperscriptBox[\(a\), \(2\)]\)\(=\)\)\)"	"\!\(TraditionalForm\`10 *SuperscriptBox[\(a\), \(2\)] + 11 a + 3\)"	"Se ordena el trinomio"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`10 *SuperscriptBox[\(a\), \(2\)] + ___\\ a + ___\\ a\\ + 3\)"	"Se descompone el término del medio"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\(10 *SuperscriptBox[\(a\), \(2\)]\)\(+\)\(6\\ a\)\(+\)\(5\\ a\)\(\\ \)\(+\)\(3\)\(\\ \)\)\)"	"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`2 \(a(5 a + 3)\) + 1 \((5\\ a\\ + 3)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(\(TraditionalForm\` = \)\)"	"\!\(TraditionalForm\`\(\((5 a + 3)\) \((2 a + 1)\)\(\\ \)\)\)"	"Factor común"

```
5 → style1["De ser posible, factorizar la
    expresión (a - 1)^2 + 3 (a - 1) - 108:
```

"\!\(TraditionalForm\`6 *SuperscriptBox[\((a − 1)\), \(2\)] + 3 \((a − 1)\) − 108\)="	
"=\!\(TraditionalForm\`*SuperscriptBox[\((a − 1)\), \(2\)] + __ \((a − 1)\) − __ \((a − 1)\) − 108\)"	"Se descompone el término del medio"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(*SuperscriptBox[\((a − 1)\), \(2\)] + 12 \((a − 1)\) − 9 \((a − 1)\) − 108\)\)\)"	"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((a − 1)\) \((\((a − 1)\) + 12)\) − 9 \((\((a − 1)\) + 12)\)\)\)\)"	"Factor común por agrupación"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\((\((a − 1)\) + 12)\) \((\((a − 1)\) − 9)\)\)\)\)"	"Factor común"
"\!\(TraditionalForm\`\(\(=\)\(\\ \)\(\((a + 11)\) \((a − 10)\)\)\)\)"	"Factor común"

```
FrameMargins → 1, FrameStyle → GrayLevel[.7], ImageMargins → {{0,
   1}, {1, 0}}, ImageSize → {700, 265}]}}, Alignment → {Left, Top}]
```

```
        }, Alignment → Center],
      FrameMargins → 2, FrameStyle → GrayLevel[.7]]]},
    Alignment → {Center, Top}], ImageSize → {Automatic, Automatic}],
  SaveDefinitions → True, (* Expert Content, Initialization Code *)
  Initialization :→ (page1 = 1;
    page2 = 1)]
```

Trinomio cuadrado

A la estructura $a\,x^2 + b\,x + c = (p\,x \pm \square)\,(q\,x \pm \diamond)$ se le conoce con el nombre de **trinomio cuadrado**, no siempre es factorizable.

$$\overbrace{a \cdot \blacksquare^2 + b\,\blacksquare + c}^{\text{suma / resta}} \xrightarrow[\textit{(no siempre se puede)}]{\textit{factorizar}} \overbrace{(p\,\blacksquare \pm \blacktriangle)\,(q\,\blacksquare \pm \blacktriangledown)}^{\text{multiplicación}}$$

A continuación se exponen tres métodos de factorización, con sus procesos y ejemplos.

Método 1	Método 2	Método 3
Ejemplo	Ejemplo	Ejemplo

Ejemplo 1
Ejemplo 2
Ejemplo 3
Ejemplo 4
Ejemplo 5

De ser posible, factorizar la expresión $m^2 - 5\,m - 14$:

$m^2 - 5\,m - 14 =$	$m^2 + \_\_\_\,m - \_\_\_\,m - 14$	Se descompone el término del medio
$=$	$m^2 + 2\,m - 7\,m - 14$	
$=$	$m(m+2) - 7\,(m+2)$	Factor común por agrupación
$=$	$(m+2)\,(m-7)$	Factor común