A2

Carlos A. García

March 30, 2019

Càrrega del fitxer

Carregueu l'arxiu de dades en R. Independentment del fitxer que vàreu obtenir en l'activitat 1, useu el fitxer "rawData_clean.csv". Un cop carregat el fitxer, valideu que els tipus de dades són els correctes. Si no és així, feu les conversions de tipus oportunes.

```
Primer establim el directori de feina
```

Cho_initial

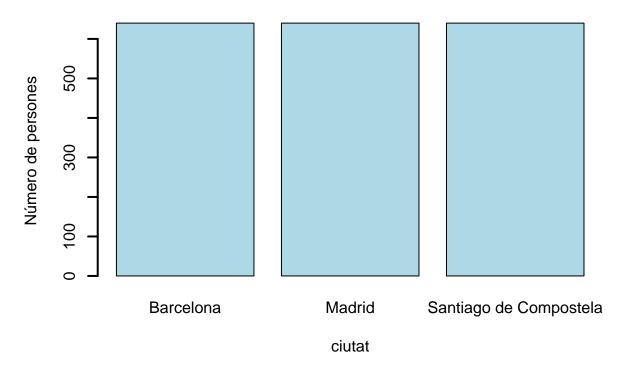
Cho_final

```
setwd("D:/Users/cagarcia/uoc/M2.954 - Estadística avançada/A2")
Llegim el fitxer proporcionat a la pràctica
satisfaccioLaboral <- read.csv2("rawData_clean.csv", header = TRUE, sep = ",", dec = ".")</pre>
attach(satisfaccioLaboral)
summary(satisfaccioLaboral)
##
                          city
                                   sex
                                            educ_level job_type
                                                                   happiness
##
    Barcelona
                            :640
                                   F:960
                                            N:480
                                                       C:960
                                                                 Min.
                                                                         : 1.900
                                            P:480
                                                       PC:960
##
    Madrid
                            :640
                                   M:960
                                                                 1st Qu.: 4.900
##
                                            S:480
                                                                 Median : 5.900
    Santiago de Compostela:640
##
                                            U:480
                                                                 Mean
                                                                         : 5.883
                                                                 3rd Qu.: 6.800
##
##
                                                                 Max.
                                                                         :10.000
##
                       seniority
                                        sick_leave
                                                          sick_leave_b
         age
           :18.00
                            : 0.00
                                             : 0.000
                                                                :0.0000
    Min.
                                      Min.
                                                         1st Qu.:0.0000
    1st Qu.:33.00
                     1st Qu.:15.00
                                      1st Qu.: 0.000
##
    Median :40.00
                     Median :20.00
                                      Median : 0.000
                                                        Median : 0.0000
##
##
    Mean
            :40.33
                     Mean
                            :19.03
                                      Mean
                                             : 6.667
                                                        Mean
                                                                :0.2464
##
    3rd Qu.:47.00
                     3rd Qu.:24.00
                                      3rd Qu.: 0.000
                                                         3rd Qu.:0.0000
    Max.
            :67.00
                             :35.00
                                              :78.000
                                                                :1.0000
##
                     Max.
                                      Max.
                                                        Max.
##
      work_hours
                      Cho_initial
                                       Cho_final
                             :0.95
                                             :0.990
##
   Min.
            :26.20
                     Min.
                                     Min.
                                     1st Qu.:1.250
##
   1st Qu.:35.50
                     1st Qu.:1.15
## Median :38.20
                                     Median :1.350
                     Median:1.25
##
    Mean
            :38.29
                     Mean
                             :1.20
                                     Mean
                                             :1.351
    3rd Qu.:40.90
                     3rd Qu.:1.25
##
                                     3rd Qu.:1.450
   Max.
            :88.00
                             :1.45
                     Max.
                                     Max.
                                             :1.680
Validem que els tipus de dades (classes) són correctes
sapply(satisfaccioLaboral, class)
##
           city
                          sex
                                 educ level
                                                 job_type
                                                              happiness
##
       "factor"
                     "factor"
                                   "factor"
                                                 "factor"
                                                              "numeric"
##
                                 sick_leave sick_leave_b
                                                             work_hours
                    seniority
            age
##
      "integer"
                                  "integer"
                                                "integer"
                                                              "numeric"
                    "integer"
```

Gràfic de totes les variables:

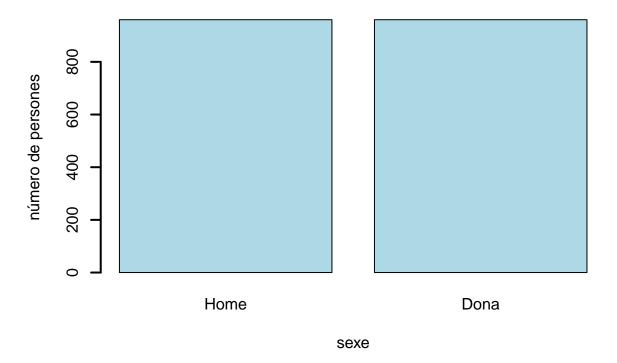
```
plot(city, main="Distribució de persones per ciutat", xlab="ciutat",
   ylab="Número de persones", col="#ADD8E6", lwd = 2)
```

Distribució de persones per ciutat

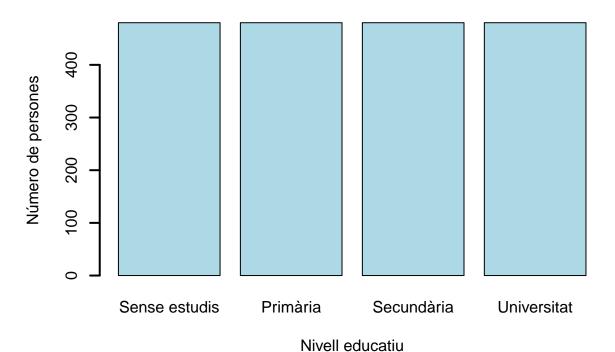


```
sexDesc <- factor(sex, levels=c("M","F"), labels=c("Home","Dona"))
plot(sexDesc, main="Distribució de persones per sexe", xlab="sexe",
    ylab="número de persones", col="#ADD8E6", lwd = 2)</pre>
```

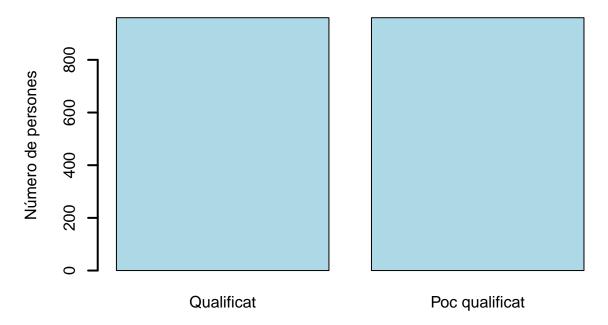
Distribució de persones per sexe



Distribució de persones per nivell d'educació

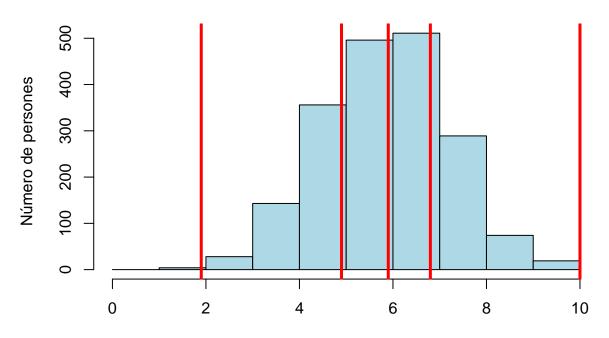


Distribució de persones per qualificació professional



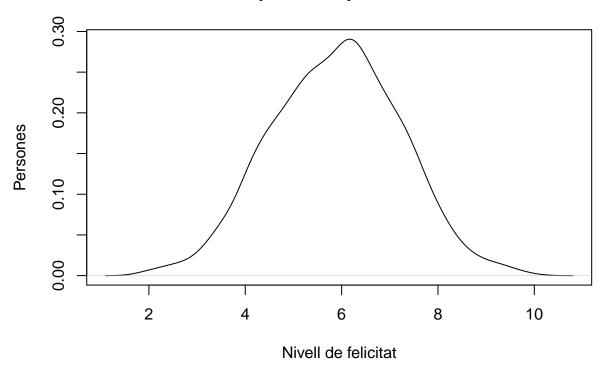
Qualificació professional

Distribució de persones per nivell de felicitat

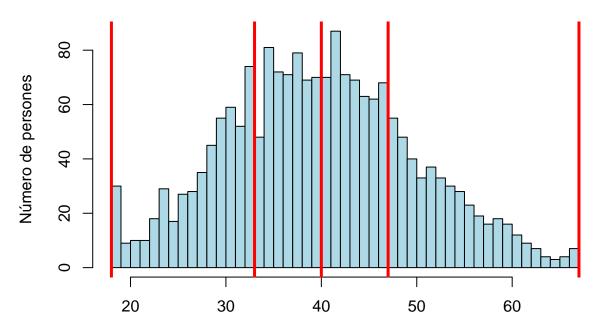


Nivell de felicitat (0-10). En vermell els quantils

Densitat de persones per nivell de felicitat

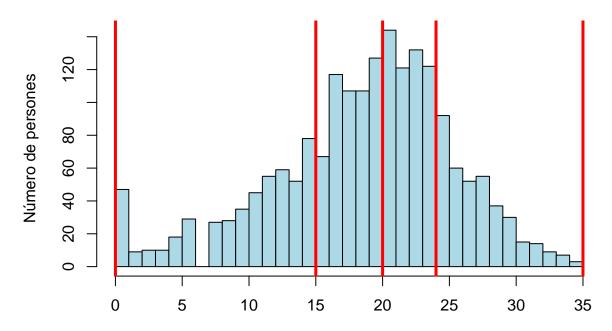


Distribució de persones per edat



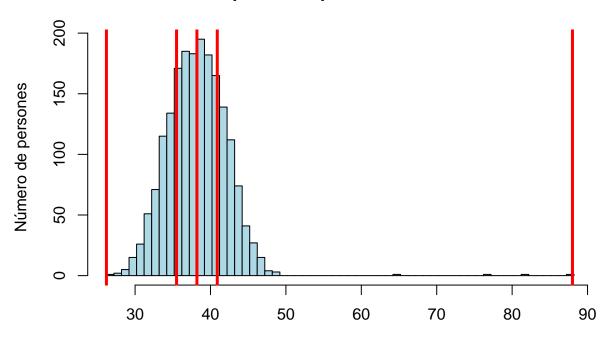
Edat de les persones de la mostra. En vermell els quantils

Distribució de persones per anys d'experiència



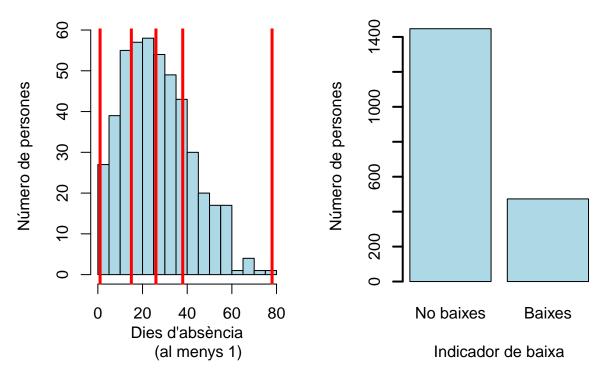
Experiència de les persones de la mostra. En vermell els quantils

Distribució de persones per hores de feina setmanals



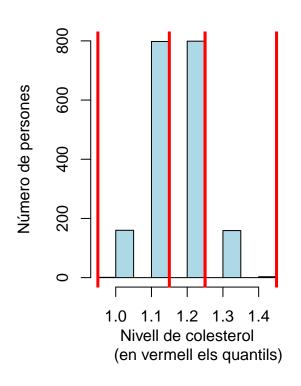
Hores setmanals. En vermell els quantils

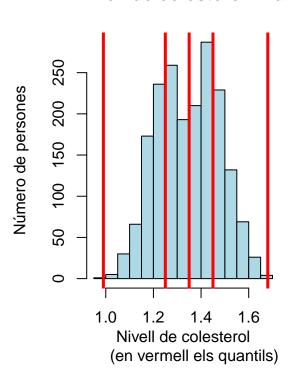
Persones per dies d'absència



Nivell de colesterol inicial

Nivell de colesterol final





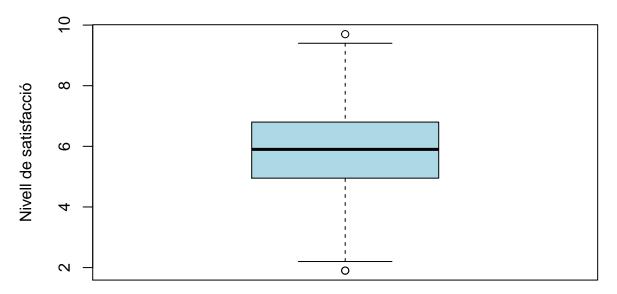
```
dev.off()
## null device
## 1
```

Satisfacció en el treball en relació al sexe

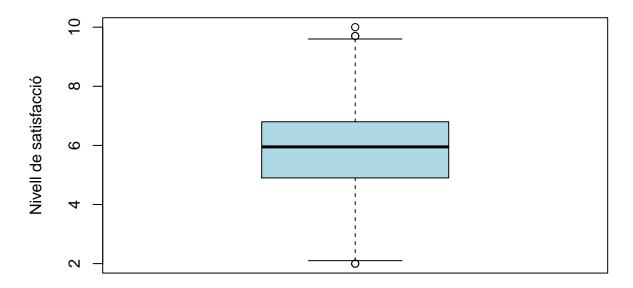
Boxplot

Càlcul de happiness en funció del sexe Primer desglosem l'informació en funció del sexe

Satisfacció laboral (dones)



Satisfacció laboral (homes)



```
boxplot.stats(satisfaccioLaboral.homes$happiness)$out

## [1] 10.0 9.7 2.0 2.0 9.7

summary(satisfaccioLaboral.homes$happiness)

## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.

## 2.000 4.900 5.950 5.883 6.800 10.000

sd(satisfaccioLaboral.homes$happiness)
```

[1] 1.343949

A nivell visual no hi ha una gran diferència per sexe. Els interquantils són pràcticament els mateixos. Sí que tenim més valors outliers per adalt en el cas d'homes (3 vs 1) i més per abaix en cas de dones (2 vs 1).

Calculem els tres intervals (happiness de la mostra total, happiness de les dones i happiness dels homes):

```
## [1] 5.832026 5.932974
```

L'interval de confiança ens dóna un 90% de probabilitats de que la mitjana poblacional es trobi en el rang indicat.

Escriure la hipòtesi nul·la i alternativa

Si mirem les dades anteriors, podem apreciar que els valors estadístics descriptius són molt similars: la mitja i la mediana són pràcticament idèntiques. La major diferència la trobem a la variança.

Analitzarem dues possibles hipòtesis nul·les (i en conseqüència dues alternatives) per intentar veure si el nivell de happiness és diferent en homes que en dones:

- $1. \ \ Hipòtesi \ nul \cdot la: \ Les \ mitjanes \ s\'on \ diferents. \ \ Alternativa: \ s\'on \ iguals \ i, \ per \ tant, \ indistinguibles.$
- 2. Hipòtesi nul·la: Les variances són diferents. Alternativa: són iguals i, per tant, indistinguibles.

Mètode

En el nostre cas, no coneixem ni la mitjana ni la variança poblacional. Només coneixem la mitjana i la variança de la mostra. El nostre objectiu és comprovar si el nivell de felicitat (happiness) depèn del sexe de la persona. Això ho podrem validar comparant les mitjanes i variances mostrals. En aquest cas, per a contrastar les mitjanes, un mètode adequat és el t de Student. El mateix és aplicable al contrast de variances.

Calcular l'estadístic de contrast, el valor crític i el valor p

Per lo que podem veure, hem de rebutjar ambdues hipòtesis nules. El rang de la mitjana inclou el valor 0 i el de la variança l'1.

```
var.test(happiness ~ sex, alternative='two.sided', conf.level=.95, var.equal=FALSE,
    data=satisfaccioLaboral)
```

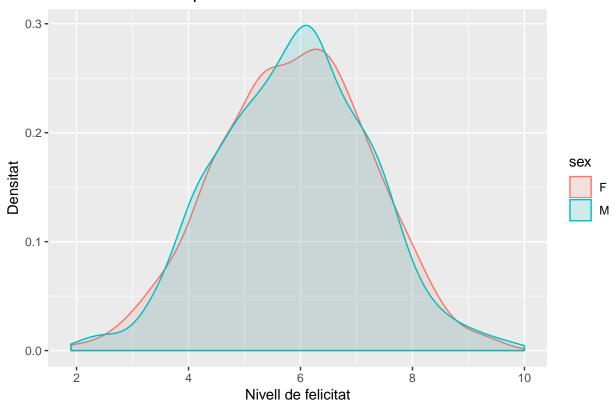
```
##
## Welch Two Sample t-test
```

```
##
## data: happiness by sex
## t = 0.018623, df = 1917.9, p-value = 0.9851
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
## -0.1195195  0.1218111
## sample estimates:
## mean in group F mean in group M
## 5.883646  5.882500
```

Com es pot veure adalt, els respectius valors de p són p-value = 0.8536 i p-value = 0.9851.

Gràficament, podem veure que les funcions de densitat se semblen:

Satisfacció laboral per sexe



Si considerem ambdues distribucions per separat (dones i homes), podem calcular els valors crítics de la mitja amb la distribució Khi-quadrat i calcular l'interval de confiança:

```
qchisq(c(0.975,0.025), df=nrow(satisfaccioLaboral), lower.tail=TRUE)

## [1] 2043.338 1800.451

((nrow(satisfaccioLaboral) - 1)*mean(satisfaccioLaboral.dones$happiness)) /
   qchisq(c(0.975,0.025), df=nrow(satisfaccioLaboral), lower.tail=TRUE)

## [1] 5.525625 6.271050

((nrow(satisfaccioLaboral) - 1)*mean(satisfaccioLaboral.homes$happiness)) /
   qchisq(c(0.975,0.025), df=nrow(satisfaccioLaboral), lower.tail=TRUE)
## [1] 5.524549 6.260920
```

[1] 5.524548 6.269829

Interpretar el resultat

Segons la mostra de dades, podem afirmar que no hi ha diferència de happiness depenent del sexe de la persona. Les mostres són molt similars i els indicadors no ens permeten afirmar que hi ha cap diferència entre ambdues mostres (dones i homes).

Test no paramètric

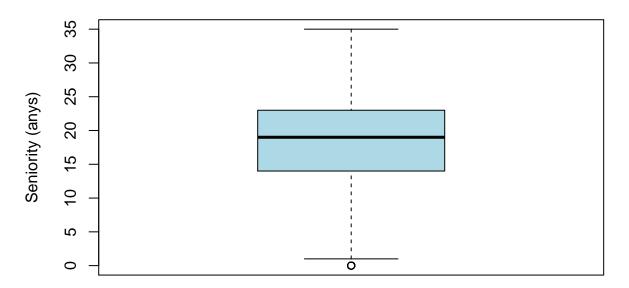
Calcular si hi ha diferències de seniority entre els treballadors qualificats (C) i poc qualificats(PC)

Hipòtesi nul·la i alternativa

Mirem si realment hi ha diferències entre els boxplot de les dues mostres (C i PC). Això ens donarà una pista de com de disperses són les dades.

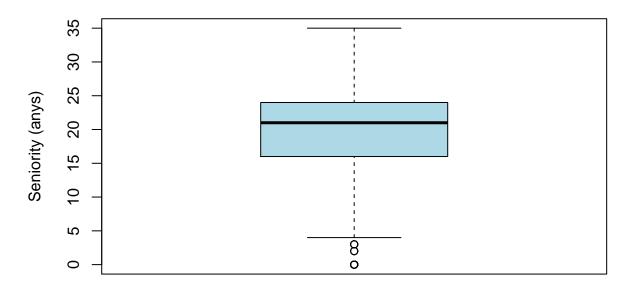
```
satisfaccioLaboral.seniorityC <- satisfaccioLaboral[job_type=="C",]
satisfaccioLaboral.seniorityPC <- satisfaccioLaboral[job_type=="PC",]
boxplot(satisfaccioLaboral.seniorityC$seniority, main="Seniority (nivell C)",
    xlab="", ylab="Seniority (anys)", col="#ADD8E6")</pre>
```

Seniority (nivell C)



boxplot(satisfaccioLaboral.seniorityPC\$seniority, main="Seniority (nivell PC)",
 xlab="", ylab="Seniority (anys)", col="#ADD8E6")

Seniority (nivell PC)



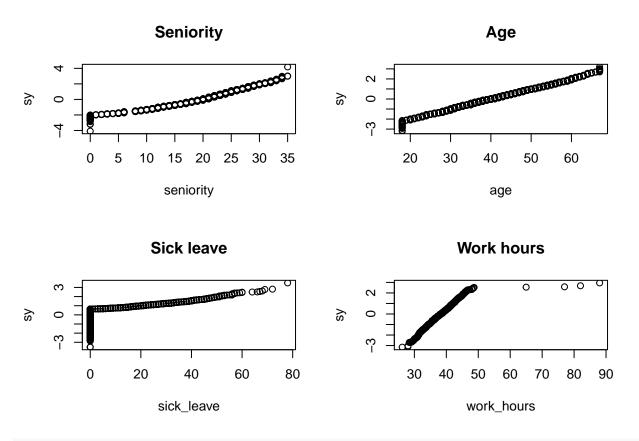
```
boxplot.stats(satisfaccioLaboral.seniorityPC$seniority)$out
```

1. Hipòtesi nul·la: Les mitjanes són diferents. Alternativa: són iguals i, per tant, indistinguibles.

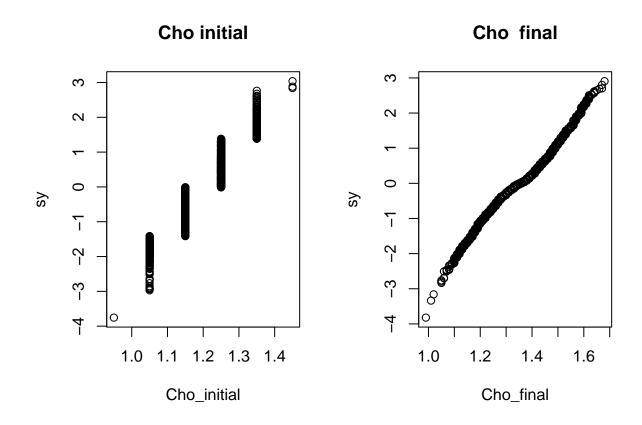
Assumpció de normalitat

Tests de normalitat de les variables numèriques

```
par(mfrow=c(2,2))
qqplot(seniority, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Seniority", ylab = NULL)
qqplot(age, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Age", ylab = NULL)
qqplot(sick_leave, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Sick leave", ylab = NULL)
qqplot(work_hours, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Work hours", ylab = NULL)
```

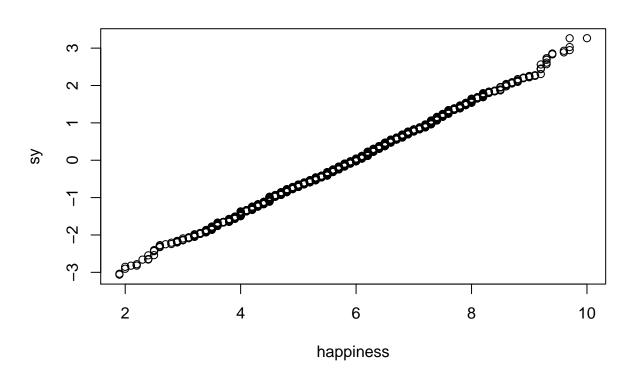


par(mfrow=c(1,2))
qqplot(Cho_initial, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Cho initial", ylab = NULL)
qqplot(Cho_final, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Cho final", ylab = NULL)



qqplot(happiness, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Happiness", ylab = NULL)

Happiness



Com es pot veure visualment, la variable que més segueix la distribució normal és Happiness. Recordem que:

- 1. Si la línia és recta, llavors la variable segueix totalment la distribució normal
- 2. Si la línia fa curva, llavors les dades poden estar esbiaixades (podem veure, per exemple, una lleu corva a la variable seniority)
- 3. Si hi ha valors que no segueixen la línia, llavors aquests no segueixen la distribució normal. És el cas de seniority, age, sick leave, inici i final de happiness, ...

Ho podem validar executant el test de Shapiro-Wilk per a totes les variables. Si el valor és proper a 1, llavors s'accepta l'hipòtesi de que la variable segueix una distribució normal. Com es pot veure a continuació, happiness o age segueixen molt fortament la distribució normal.

```
shapiro.test(seniority)

##

## Shapiro-Wilk normality test

##

## data: seniority

## W = 0.96881, p-value < 2.2e-16

shapiro.test(age)

##

## Shapiro-Wilk normality test

##

## data: age

## W = 0.9946, p-value = 1.887e-06</pre>
```

```
shapiro.test(sick_leave)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: sick_leave
## W = 0.55292, p-value < 2.2e-16
shapiro.test(work_hours)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: work_hours
## W = 0.89675, p-value < 2.2e-16
shapiro.test(Cho_initial)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: Cho_initial
## W = 0.85874, p-value < 2.2e-16
shapiro.test(Cho_final)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: Cho_final
## W = 0.98553, p-value = 5.142e-13
shapiro.test(happiness)
##
##
   Shapiro-Wilk normality test
##
## data: happiness
## W = 0.99829, p-value = 0.04441
```

Test U de Mann-Whitney

Hipòtesi alternativa (Ha): Els valors de seniority depenen del tipus de treball (qualificat o no qualificat). Hipòtesi nul·la (Ho): Els valors de seniority no depenen del tipus de treball. Nivell de significació. Per a tot valor de probabilitat igual o menor que 0.05, s'accepta Ha y se rebutja Ho.

```
\alpha = 0.05
```

Podem afirmar que la hipòtesi alternativa és correcta; hi ha relació entre el job type i el seniority, ja que el resultat és inferior a α .

Càlculs manuals

Recordem que per a una mostra suficientment gran, la mostra produïda pel test es distribueix de forma normal, on:

 $Z = \frac{U - \overline{U}}{\sigma_u}$

On:

$$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} R_1$$

$$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2 + 1)}{2} - \sum R_2$$

[1] 971810.5

 R_2

[1] 872349.5

Calculem els Valors de U_1 i U_2 :

```
U_1 \leftarrow n_1 * n_2 + (n_1 * (n_1 + 1)/2) - R_1

U_2 \leftarrow n_1 * n_2 + (n_2 * (n_2 + 1)/2) - R_2

U_1
```

[1] 411069.5

U_2

[1] 510530.5

La fórmula simplificada de σ_u és:

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

[1] 12146.31

Calculem \overline{U} com:

$$\overline{U} = \frac{n_1 n_2}{2}$$

```
Mitja_U <-(n_1*n_2)/2
Mitja_U
```

[1] 460800

I finalment calculem la distribució (com es pot veure, el valor absolut de z és el mateix tant si feim servir U_1 com U_2):

$$Z = \frac{U - \overline{U}}{\sigma_u}$$

```
z <- (U_1-Mitja_U)/sigma_u
z
## [1] -4.094289
z2 <- (U_2-Mitja_U)/sigma_u
z2
```

[1] 4.094289

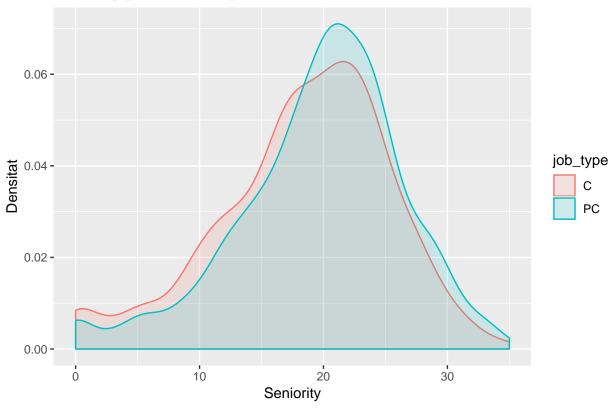
Si calculem l'àrea associada a aquesta z, podem veure que efectivament es troba a la zona de rebuig de l'hipòtesi nul \cdot la:

```
pnorm(z)
```

```
## [1] 2.117326e-05
```

Gràficament es pot veure que les gràfiques són semblants:





Interpretació

El test U de Mann-Whitney ens permet entendre si dues mostres tenen la mateixa distribució. Si la mostra és prou gran, podem afirmar que, aplicant el test, els resultats s'acosten a una distribució Normal. Això ens permet definir fàcilments les àrees d'acceptació i de rebuig. En el nostre cas, ha estat de rebuig de l'hipòtesi nul·la i acceptació de l'alterna.

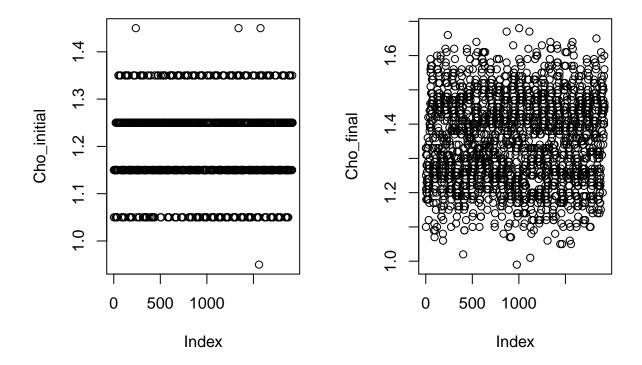
Reflexió sobre tests paramètrics i no paramètrics

Les distibuicions conegudes (com evidentment és la Normal) tenen un sèrie de característiques i propietats que faciliten el seu tractament. Per exemple, tenim perfectament definit el càlcul de les àrees d'acceptació o rebuig. Una prova és la funció pnorm. No necessita informació de la distribucio per a calcular l'àrea associada. En definitiva: els càlculs són més senzills, més intuitius i més coneguts. A més, les comparacions entre distriucions són més senzilles si són conegudes.

Test sobre el nivell de colesterol

Com ja hem vist, les dues distribucions són molt diferents. De fet, abans ja hem vist que Cho_final s'acosta molt a una distribució normal mentres que cho_initial té molt poca varietat de valors:

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(Cho_initial)
plot(Cho_final)
```



A primer cop d'ull, si restem al colesterol final el colesterol inicial, podem apreciar que la mitja és major que 0. A més, visualment es pot veure que el 0 és fora de l'interval de confiança de la mitja. La primera impresió és que sí sembla que el colesterol final és major que el colesterol inicial.

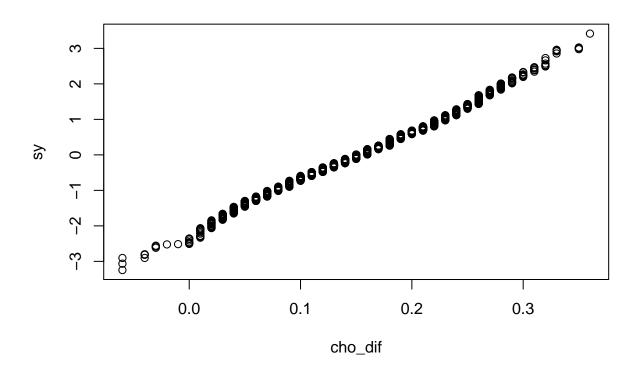
```
cho_dif <- Cho_final - Cho_initial</pre>
summary(cho_dif)
      Min. 1st Qu.
                     Median
                               Mean 3rd Qu.
                                                Max.
## -0.0600 0.1000
                    0.1500
                             0.1511
                                    0.2000
                                              0.3600
S_dif <- sd(cho_dif)
S_dif
## [1] 0.07112589
M_dif <- mean(cho_dif)</pre>
M_dif
## [1] 0.1511146
boxplot.stats(cho_dif)
## $stats
## [1] -0.04
              0.10 0.15 0.20 0.33
##
## $n
##
   [1] 1920
##
## $conf
## [1] 0.1463942 0.1536058
```

```
## ## $out
## [1] 0.35 -0.06 -0.06 -0.06 0.35 0.35 0.36
```

Comprovem si la resta entre el colesterol final i l'inicial s'adequa a la distribució Normal.Com podem veure, és aprop però no arriba a adjustar-se a una distribució Normal.

```
qqplot(cho_dif, rnorm(nrow(satisfaccioLaboral)), main="Cho diferential", ylab = NULL)
```

Cho diferential



shapiro.test(cho_dif)

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: cho_dif
## W = 0.99422, p-value = 8.166e-07
```

Utilitzarem, doncs, la distribució t de Student per a calcular l'interval de cofiança:

$$\overline{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Per a un interval de confiança de 0.1 i 5 graus de llibertat, obtenim els valors de t de Student:

[1] -2.015048 2.015048

Calculem l'interval de confiança:

```
M_dif + (qt(0.05, df=5) * (S_dif/sqrt(nrow(satisfaccioLaboral))))
## [1] 0.1478437
M_dif - (qt(0.05, df=5) * (S_dif/sqrt(nrow(satisfaccioLaboral))))
```

[1] 0.1543854

Com es pot veure, l'interval és clarament damunt del 0. Això vol dir que la mostra cho_final és més alta que cho_inicial i que pertanyen a distribucions distintes.

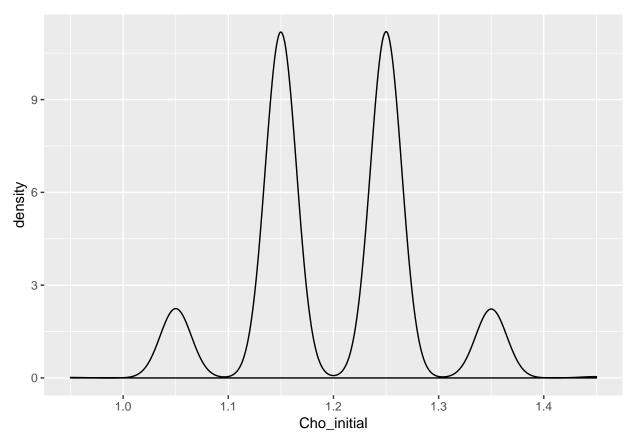
Hipòtesi nul·la i alternativa

 H_0 : La distribució de la mostra del colesterol final és superior a la del colesterol inicial

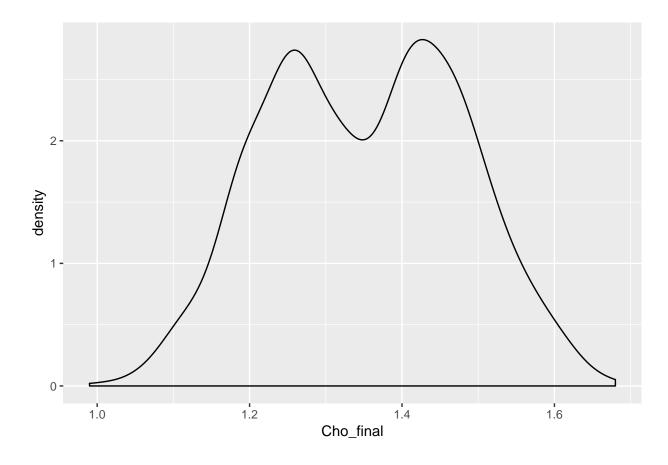
 H_a : Les diferències són degudes a l'atzar

Gràficament, es pot veure que les funcions de distribució no se semblen:

```
ggplot(satisfaccioLaboral, aes(Cho_initial)) +
  geom_density(alpha=0.15)
```



```
ggplot(satisfaccioLaboral, aes(Cho_final)) +
  geom_density(alpha=0.15)
```



Mètode

El ja aplicat. Com es pot veure, els càlculs s'han aplicat sobre la resta de colesterol final - colesterol inicial. Està clar que si el valor és positiu és perque cho_final > cho_inicial. Si és 0, són iguals. Si és negatiu, cho_final < cho_inicial. El primer que hem fet és veure si aquesta resta segueix una distribució Normal. No és així per poc. Apliquem el test t de Student, que ens permet determinar l'interval de confiança per a una població amb mitja i variança poblacional desconeguda. L'interval NO inclou el 0 i és positiu. Això vol dir que cho_final > cho_inicial.

Càlculs

Els ja fets.

Interpretació

S'accepta l'hip'tesi nul·la. El nivell de colesterol s'ha incrementat entre mostres.