

examen_mia_carbone

April 29, 2025

```
[1]: from pylab import *  
import copy
```

```
[11]: def fun(x,y,a,b,c,s,r,t):  
    return a*(y-b*x**2+c*x-r)**2+s*(1-t)*np.cos(x)+s+5*x  
  
def grad(x,y,a,b,c,s,r,t):  
    componente1=2*a*(y-b*x**2+c*x-r)*(-2*b*x+c)-s*(1-t)*np.sin(x)+5  
    componente2=2*a*(y-b*x**2+c*x-r)  
  
    return [componente1,componente2]  
  
#Definimos los parametros  
a=1  
b=5.1/(4*np.pi**2)  
c=5/np.pi  
r=6  
s=10  
t=1/(8*np.pi)  
  
x_0=6  
y_0=12  
alpha=0.01  
  
Nsteps=400
```

```
[46]: def algoritmo_2(beta):  
  
    xk_algo2 = np.zeros(Nsteps+1)  
    yk_algo2 = np.zeros(Nsteps+1)  
    vk_x_algo2=np.zeros(Nsteps+1)  
    vk_y_algo2=np.zeros(Nsteps+1)  
  
    fK_algo2=np.zeros(Nsteps+1)  
    norma_grad_algo2=np.zeros(Nsteps+1)
```

```

xk_algo2[0] = x_0
yk_algo2[0] = y_0
vk_x_algo2[0]=0
vk_y_algo2[0]=0

fK_algo2[0]= fun(x_0,y_0,a,b,c,s,r,t)

for ii in range(Nsteps):
    calculo_gradiente=grad(xk_algo2[ii], yk_algo2[ii], a,b,c,s,r,t)
    vk_x_algo2[ii+1]=beta*vk_x_algo2[ii]+alpha*calculo_gradiente[0]
    vk_y_algo2[ii+1]=beta*vk_y_algo2[ii]+alpha*calculo_gradiente[1]
    xk_algo2[ii+1] = xk_algo2[ii] - vk_x_algo2[ii+1]
    yk_algo2[ii+1] = yk_algo2[ii] - vk_y_algo2[ii+1]

    ## calculamos la evolucion ee f y norma grad
    fK_algo2[ii+1]=fun(xk_algo2[ii],yk_algo2[ii],a,b,c,s,r,t)
    norma_grad_algo2[ii]= np.transpose(calculo_gradiente) @ vk
    ↪calculo_gradiente

    return [xk_algo2,yk_algo2,fK_algo2,norma_grad_algo2]

```

```

[98]: def algoritmo_3(beta):
    # cambia el punto donde se evalua el granditne

    xk_algo2 = np.zeros(Nsteps+1)
    yk_algo2 = np.zeros(Nsteps+1)
    vk_x_algo2=np.zeros(Nsteps+1)
    vk_y_algo2=np.zeros(Nsteps+1)

    fK_algo2=np.zeros(Nsteps+1)
    norma_grad_algo2=np.zeros(Nsteps+1)

    xk_algo2[0] = x_0
    yk_algo2[0] = y_0
    vk_x_algo2[0]=0
    vk_y_algo2[0]=0

    fK_algo2[0]= fun(x_0,y_0,a,b,c,s,r,t)

    for ii in range(Nsteps):
        calculo_gradiente=grad(xk_algo2[ii]-beta*vk_x_algo2[ii], vk
        ↪yk_algo2[ii]-beta*vk_y_algo2[ii], a,b,c,s,r,t)
        vk_x_algo2[ii+1]=beta*vk_x_algo2[ii]+alpha*calculo_gradiente[0]
        vk_y_algo2[ii+1]=beta*vk_y_algo2[ii]+alpha*calculo_gradiente[1]
        xk_algo2[ii+1] = xk_algo2[ii] - vk_x_algo2[ii+1]
        yk_algo2[ii+1] = yk_algo2[ii] - vk_y_algo2[ii+1]

```

```

    ## calculamos la evolucion ee f y norma grad
    fK_algo2[ii+1]=fun(xk_algo2[ii],yk_algo2[ii],a,b,c,s,r,t)
    calculo_gradiente=grad(xk_algo2[ii], yk_algo2[ii], a,b,c,s,r,t)

    norma_grad_algo2[ii]= np.transpose(calculo_gradiente) @ L
    ↪calculo_gradiente

    return [xk_algo2,yk_algo2,fK_algo2,norma_grad_algo2]

```

```

[43]: def plotting(fk,norma):
    plt.plot(fk)
    plt.xlabel("Iteración")
    plt.ylabel(" evolucion f(x, y)")
    plt.title("Evolucion f")
    plt.grid(True)
    plt.show()

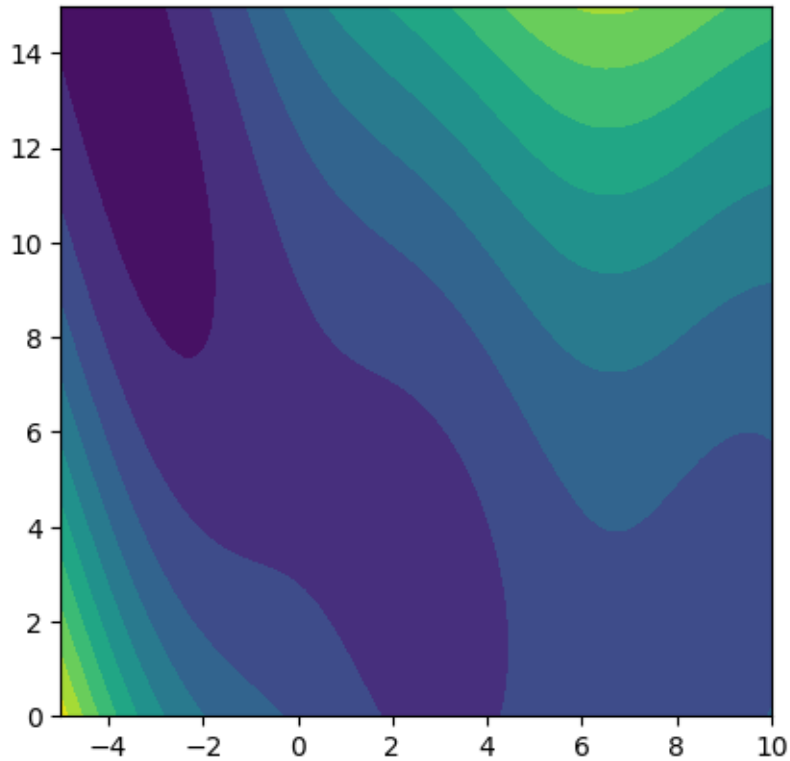
    plt.plot(norma)
    plt.xlabel("Iteración")
    plt.ylabel(" norma grad f(x, y)")
    plt.title("Evolucion Norma gradiente")
    plt.grid(True)
    plt.show()

```

```

[12]: xx = np.linspace(-5 ,10, num=100)
    yy = np.linspace(0,15, num=200)
    X, Y = np.meshgrid(xx, yy, indexing='ij')
    contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
    gca().set_aspect('equal')

```



```
[27]: xk_algo1 = np.zeros(Nsteps+1)
yk_algo1 = np.zeros(Nsteps+1)

fK_algo1=np.zeros(Nsteps+1)
norma_grad_algo1=np.zeros(Nsteps+1)

xk_algo1[0] = x_0
yk_algo1[0] = y_0
fK_algo1[0]= fun(x_0,y_0,a,b,c,s,r,t)

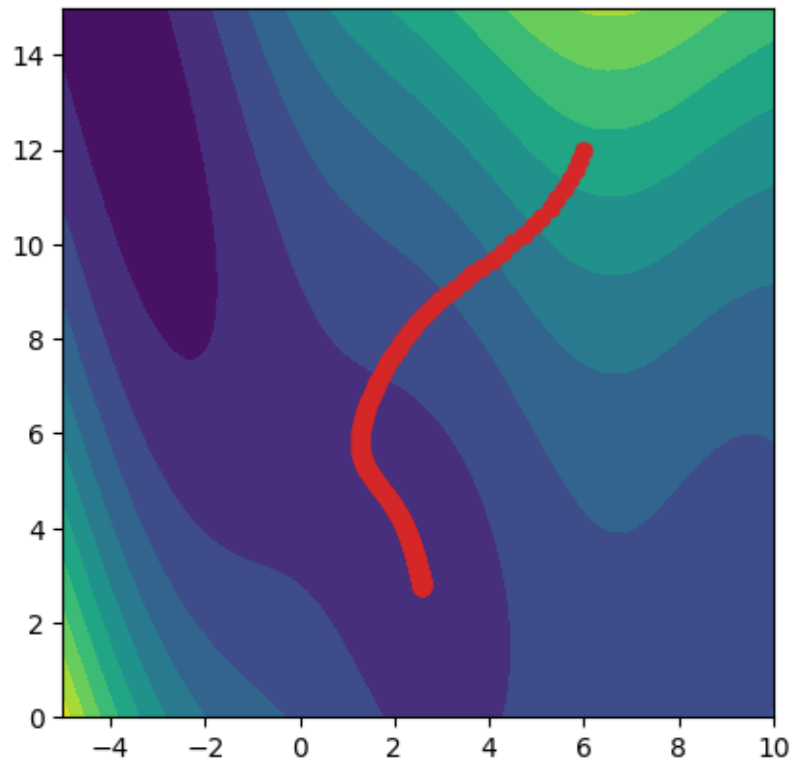
for ii in range(Nsteps):

    calculo_gradiente=grad(xk_algo1[ii], yk_algo1[ii], a,b,c,s,r,t)
    xk_algo1[ii+1] = xk_algo1[ii] - alpha*calculo_gradiente[0]
    yk_algo1[ii+1] = yk_algo1[ii] - alpha*calculo_gradiente[1]

    ## calculamos la evolucion ee f y norma grad
    fK_algo1[ii+1]=fun(xk_algo1[ii],yk_algo1[ii],a,b,c,s,r,t)
    norma_grad_algo1[ii]= np.transpose(calculo_gradiente) @ calculo_gradiente

[25]: contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
plot(xk_algo1, yk_algo1, color='C3', marker='o')
```

```
gca().set_aspect('equal')
```

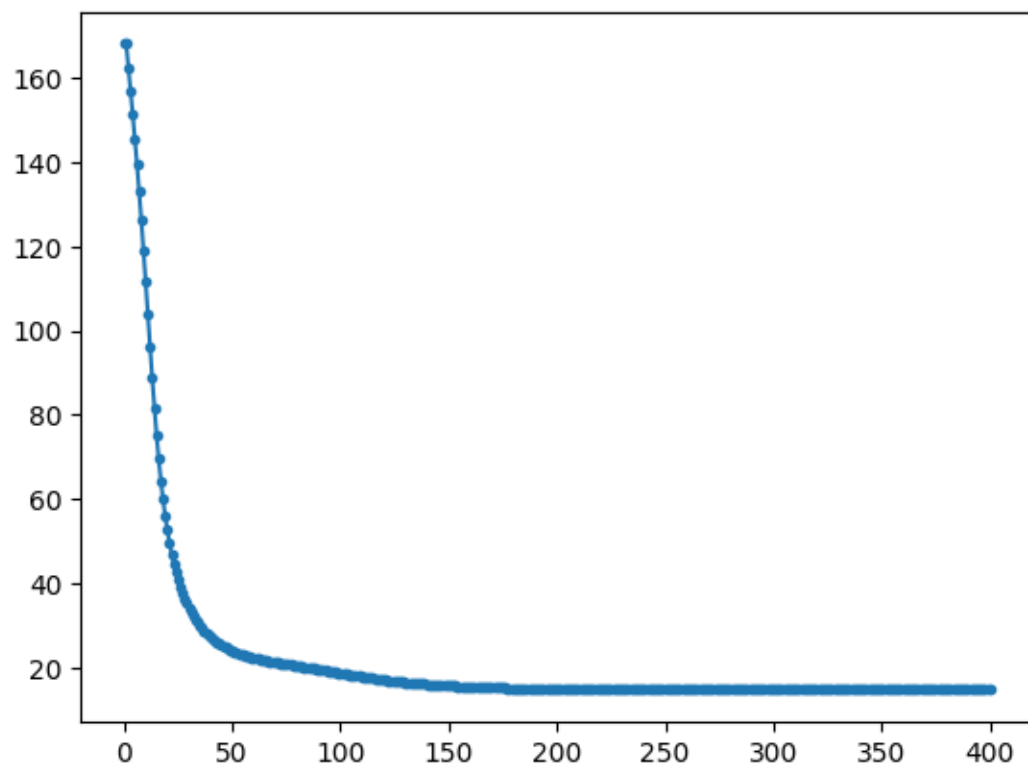


```
[ ]:
```

1 Evolucion de F

```
[20]: plot(fK_algo1, marker='.'))
```

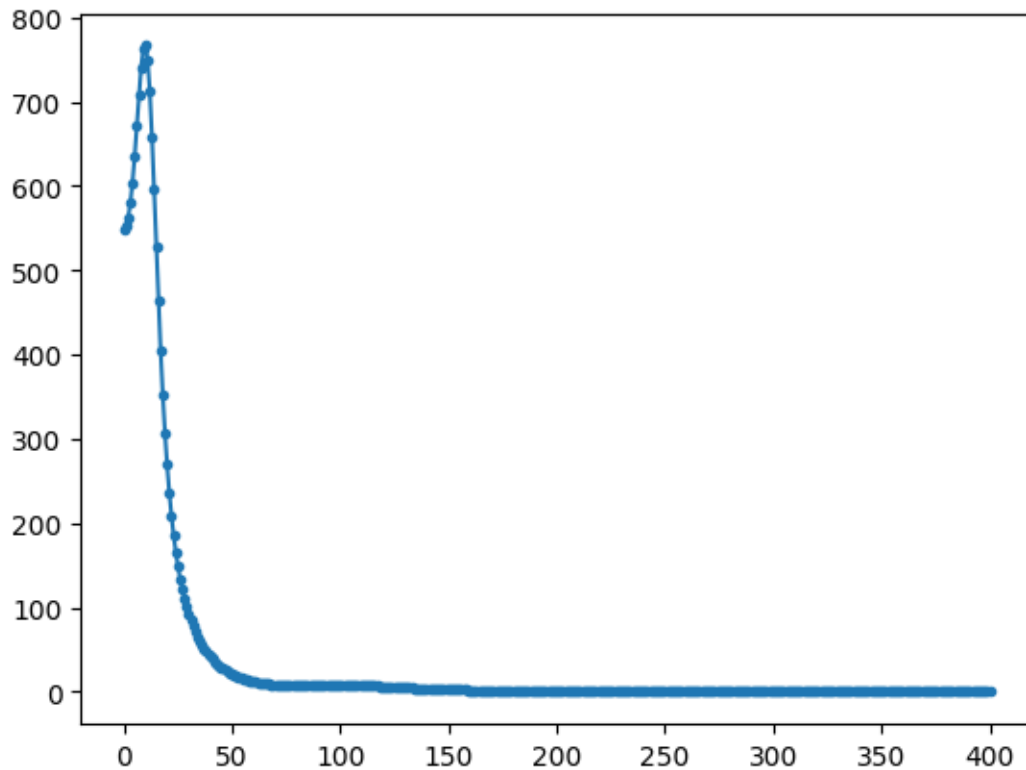
```
[20]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x116f0e5d0>]
```



2 Evolución de norma $\|\nabla f\|$

```
[28]: plot(norma_grad_algo1, marker='.')
```

```
[28]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x123b25410>]
```



3 Pregunta 1

El método 1 comparado con el resto tiene como un lag para converger. El gradiente y la función es más estable, pero convergen más lento

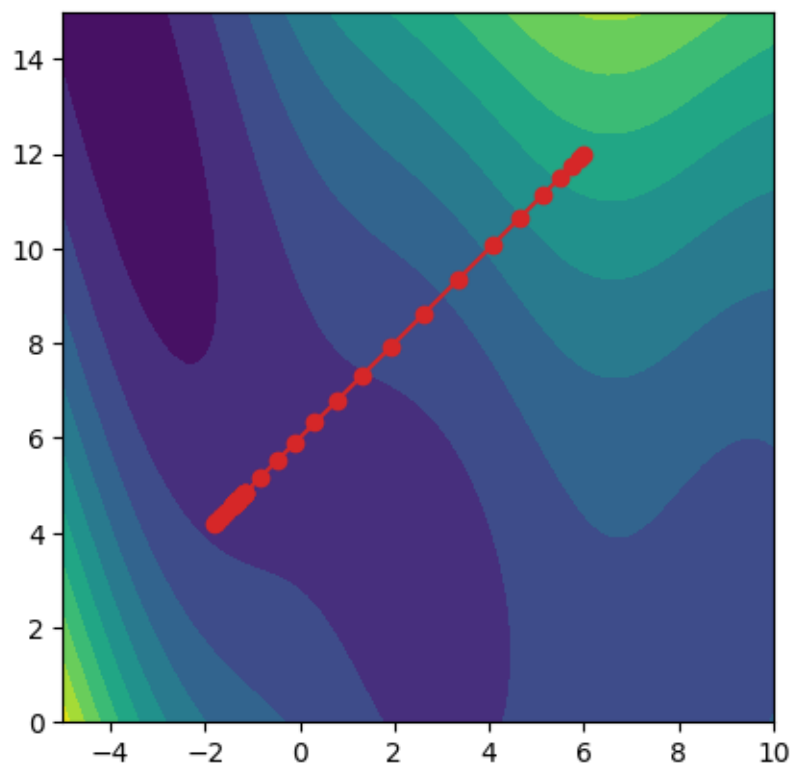
4 Evolución de norma $\|\nabla f\|$

5 Algoritmo 2

Modificamos el primero para agregarle un vector ponderado con el beta y luego restarlo.

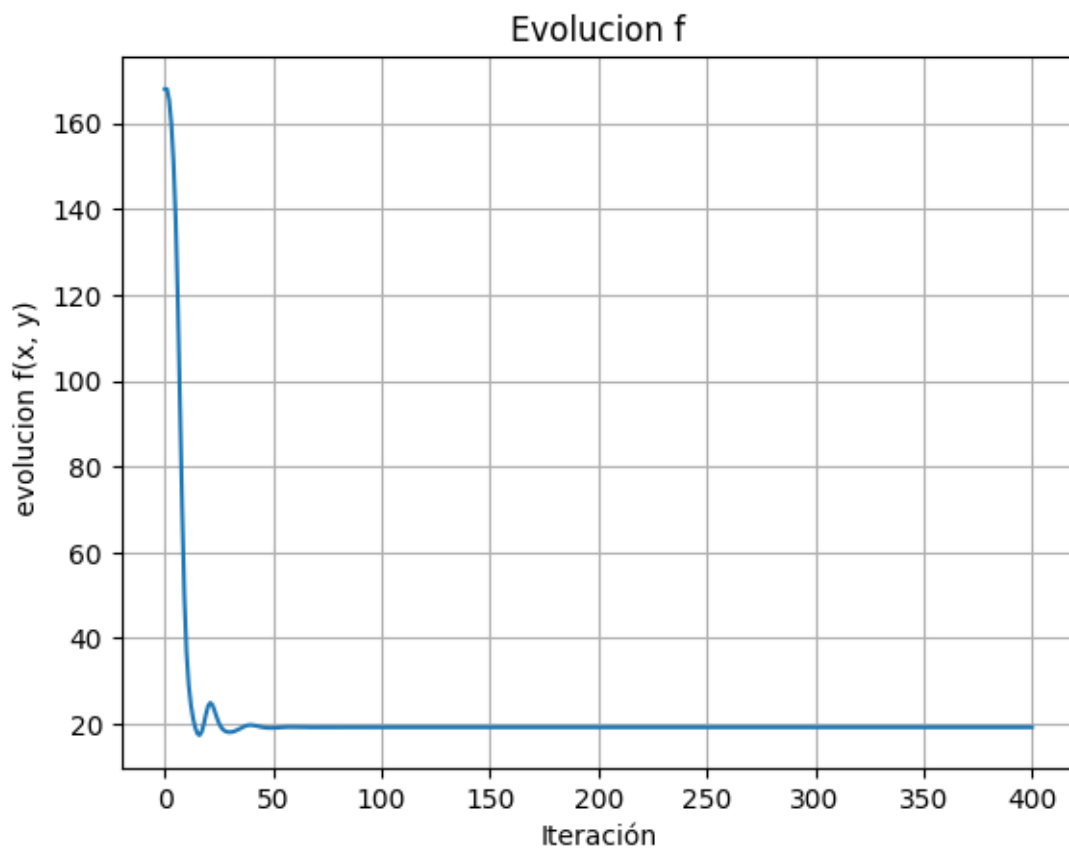
```
[47]: datos=algoritmo_2(0.8)
```

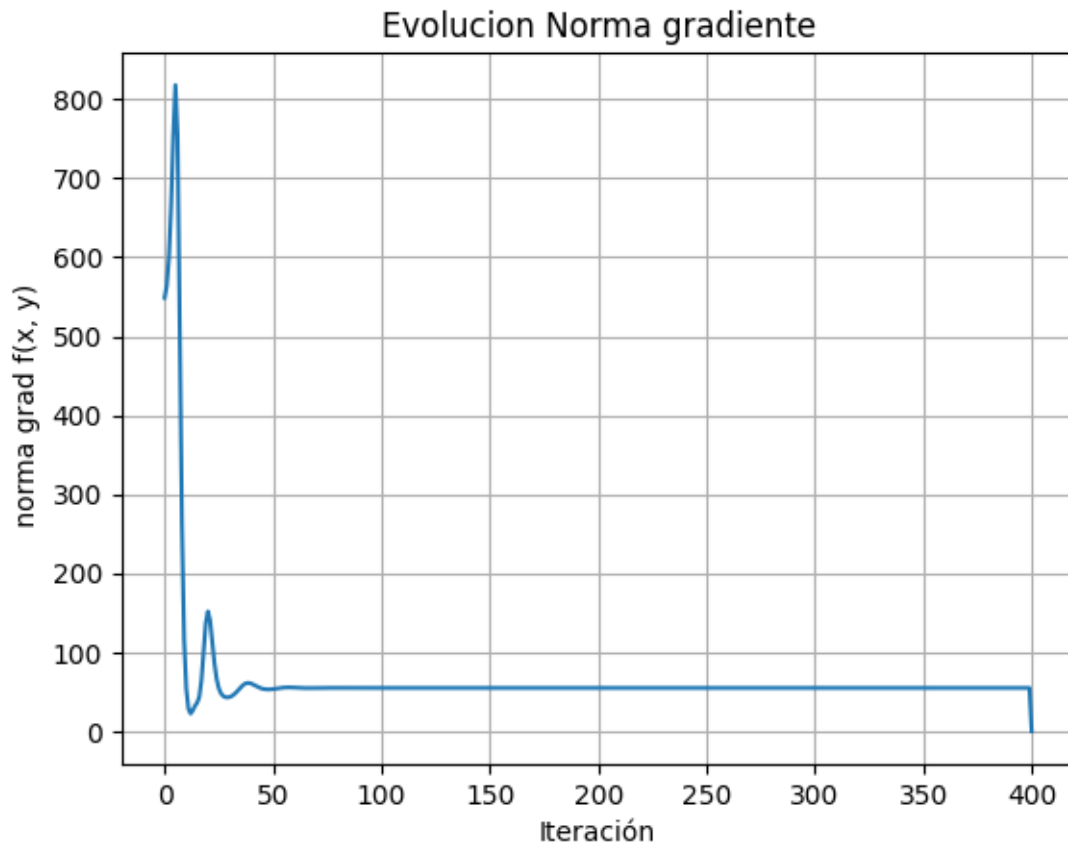
```
[ ]: contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
plot(datos[0], datos[1], color='C3', marker='o')
gca().set_aspect('equal')
```



6 Evolucion de $f()$

```
[49]: plotting(datos[2],datos[3])
```

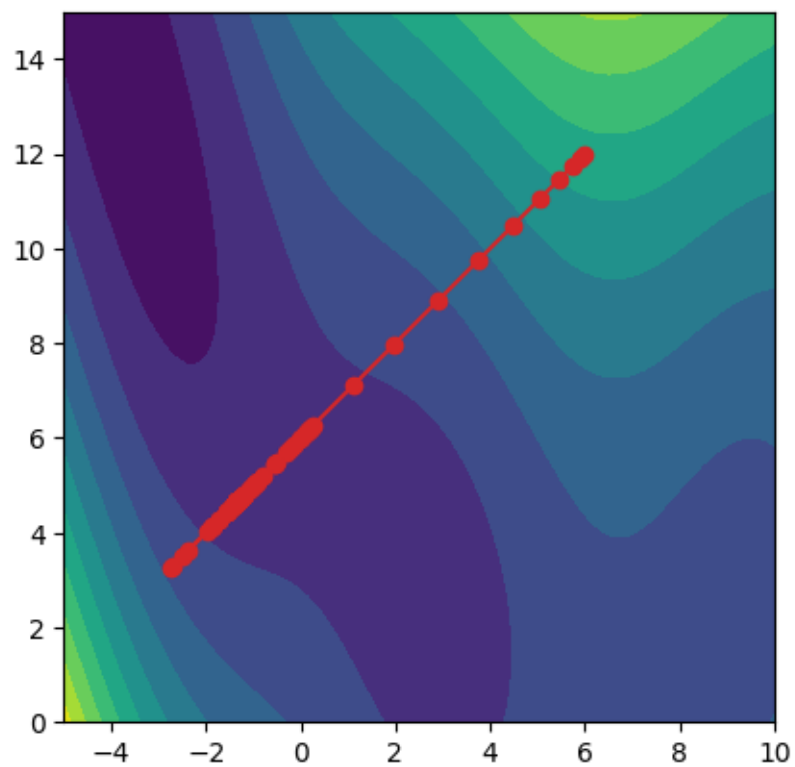





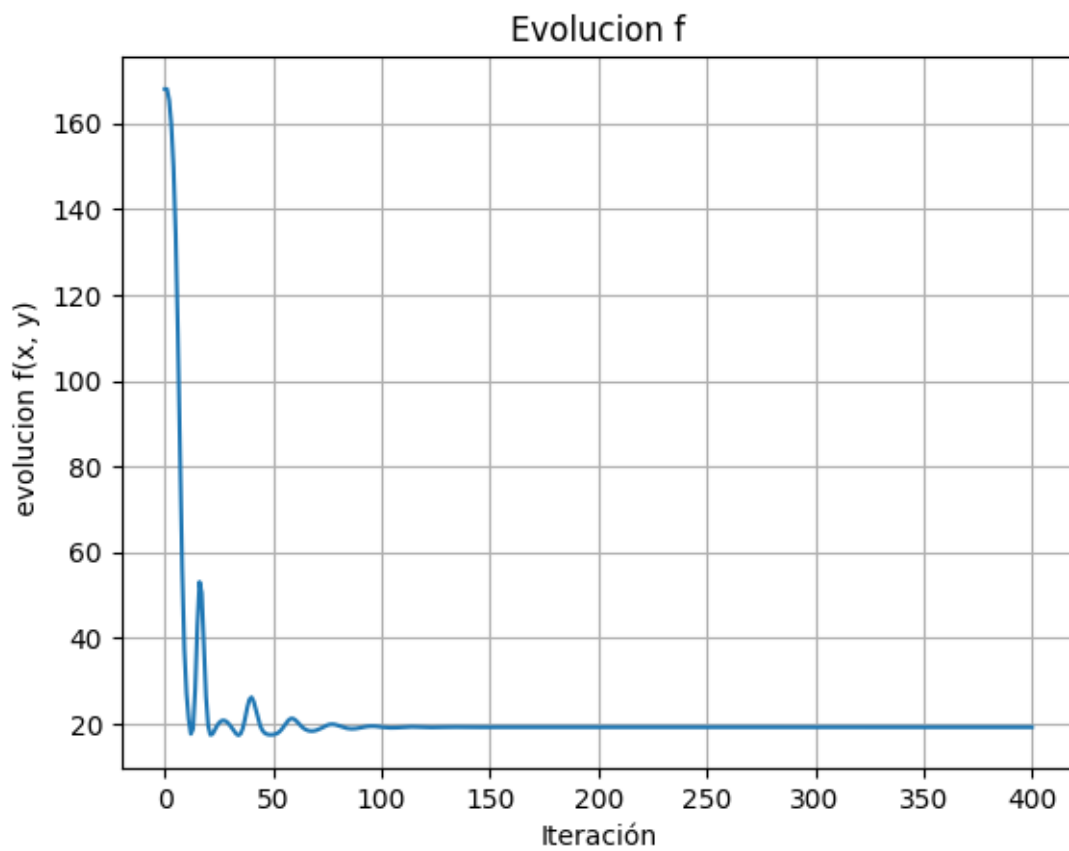
7 Algoritmo 2 con $\beta = 0.9$

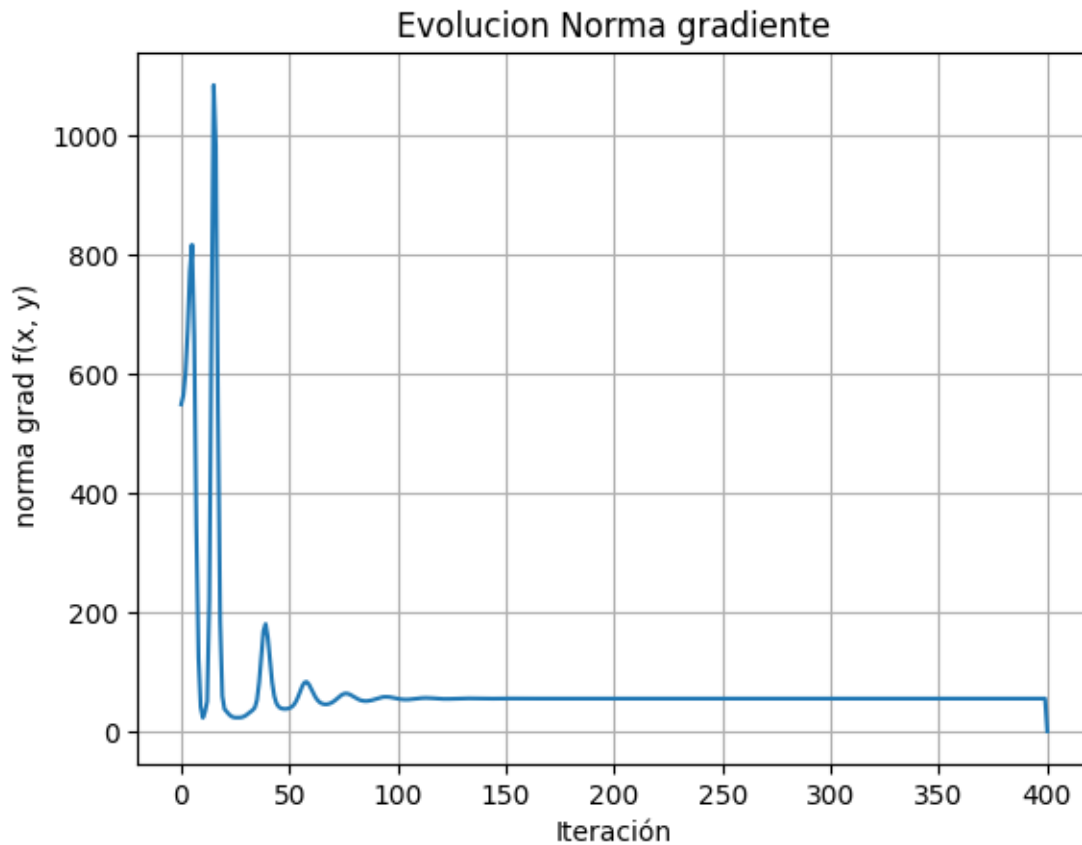
```
[52]: datos_09=algoritmo_2(0.9)
```

```
[53]: contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)  
plot(datos_09[0], datos_09[1], color='C3', marker='o')  
gca().set_aspect('equal')
```



```
[ ]: plotting(datos_09[2],datos_09[3])
```

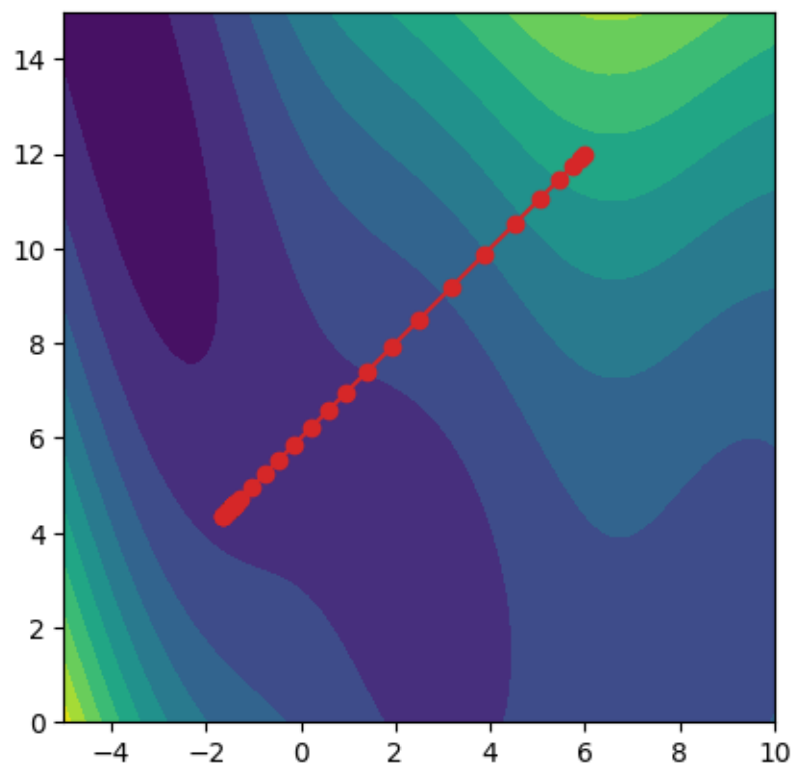




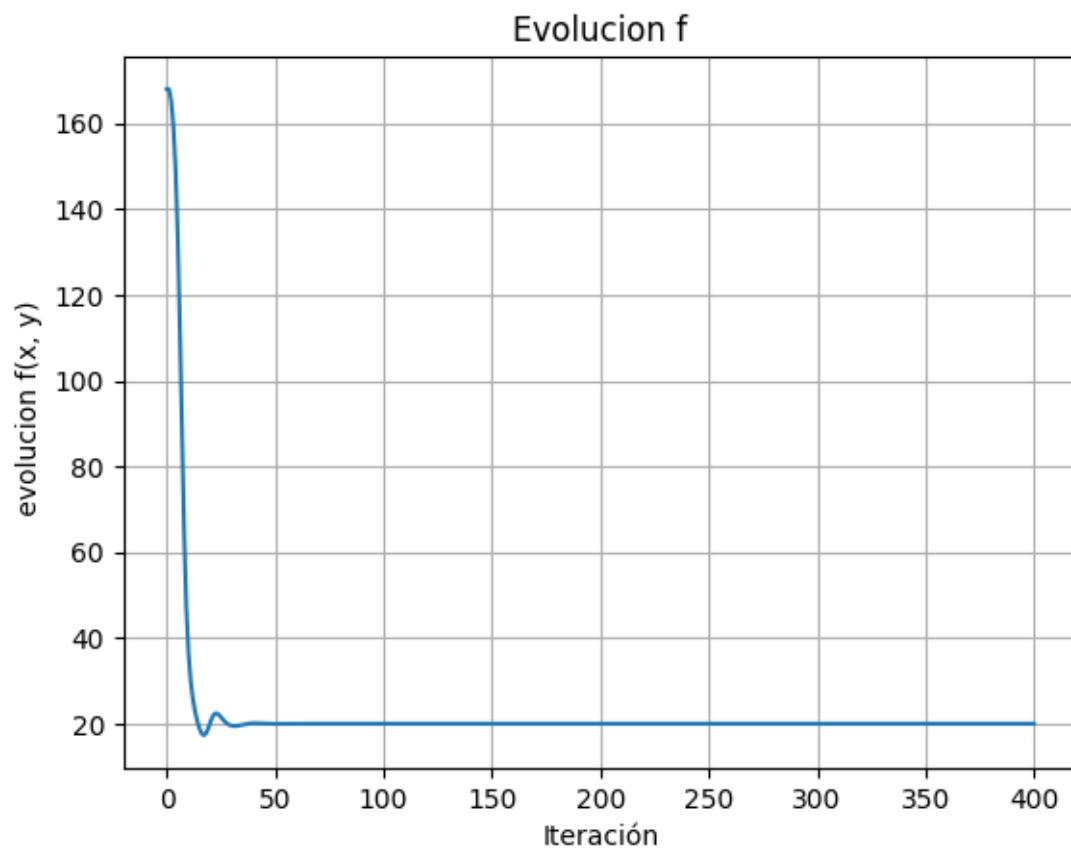
8 Algoritmo 3 con $\beta = 0.8$

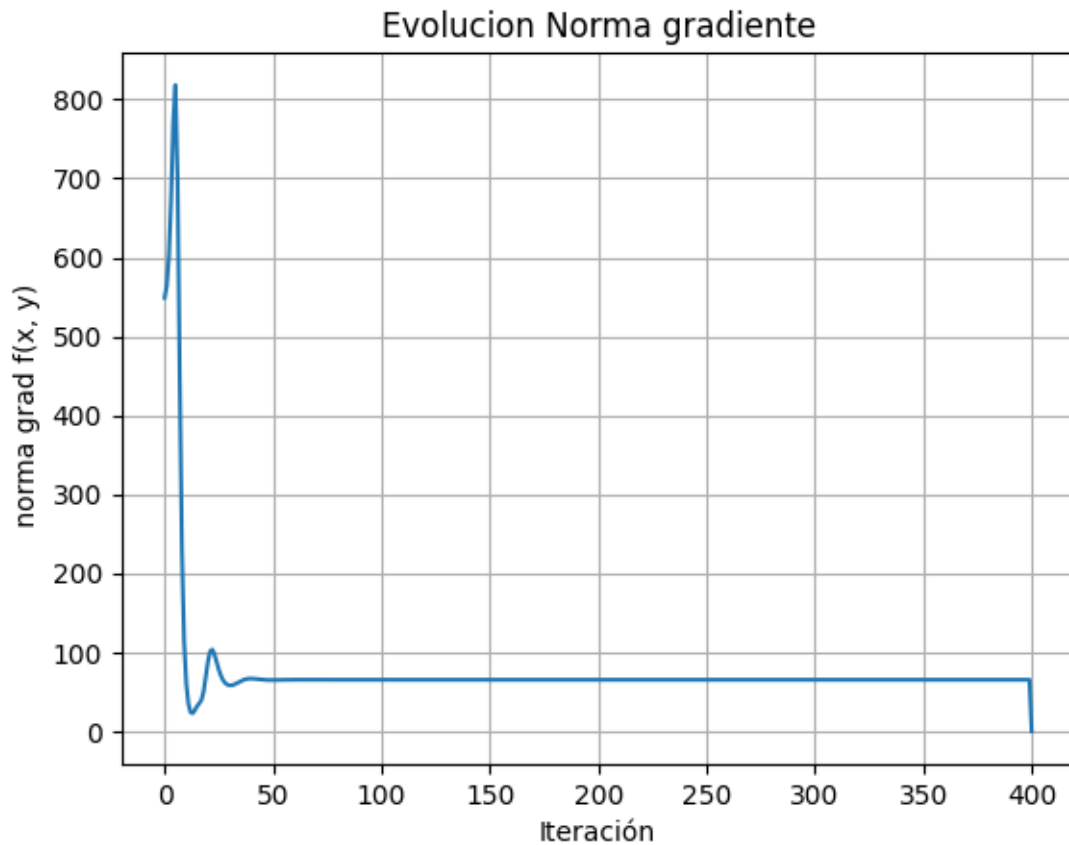
Respuesta pregunta 2. Este algoritmo parece converger mas rapido, no llegue a correr el ejemplo 4 y en teste caso llega apenas ante (parece) que el algoritmo 1

```
[99]: datos_algo3_0_8=algoritmo_3(0.8)
      contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
      plot(datos_algo3_0_8[0], datos_algo3_0_8[1], color='C3', marker='o')
      gca().set_aspect('equal')
```



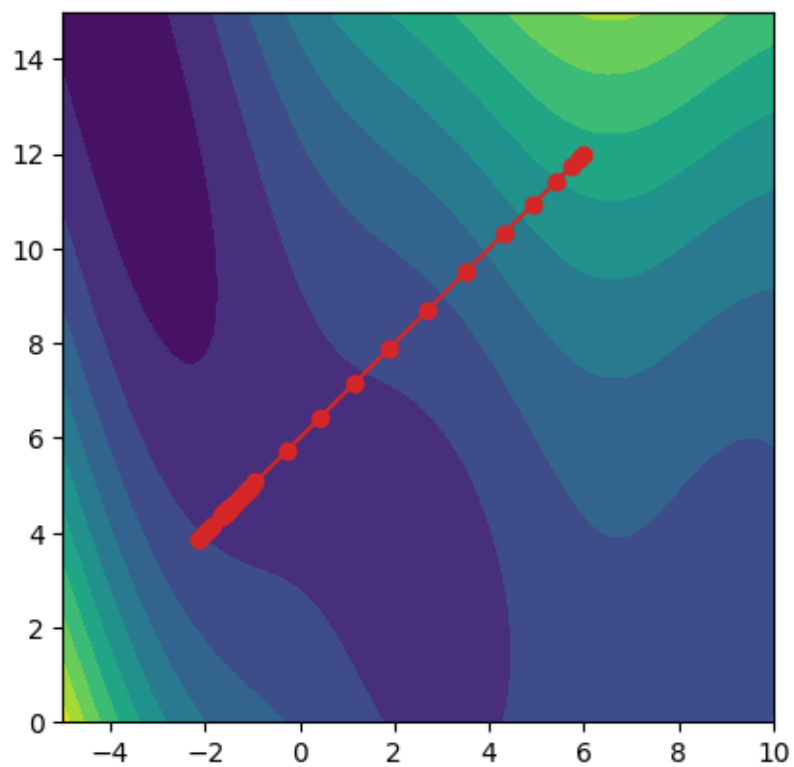
```
[100]: plotting(datos_algo3_0_8[2],datos_algo3_0_8[3])
```



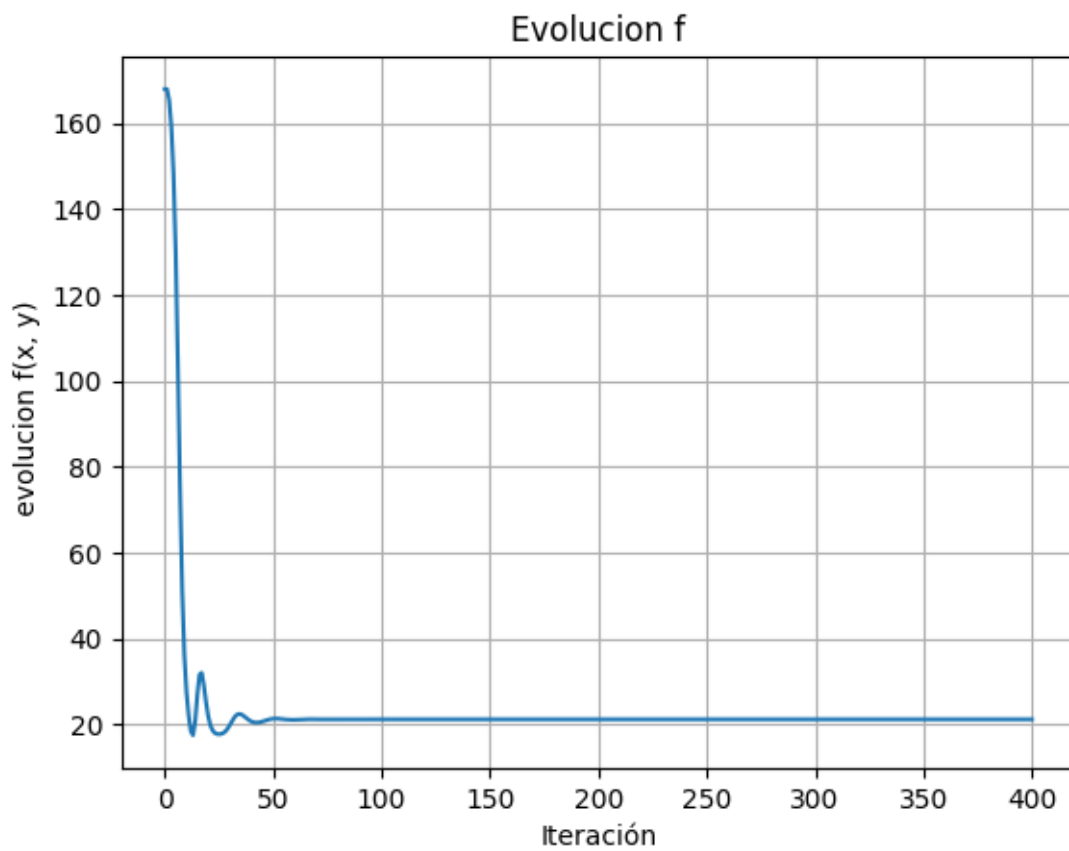


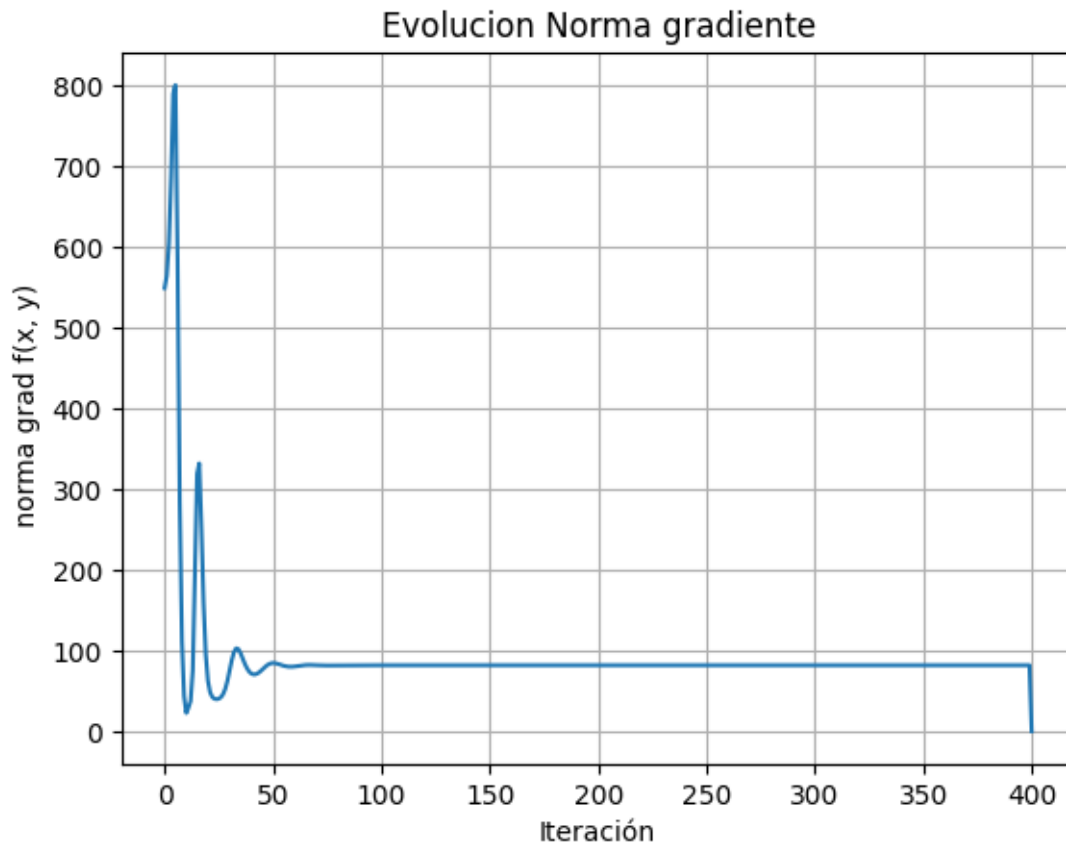
9 Algoritmo 3 con $\beta = 0.9$

```
[101]: datos_algo3_0_9=algoritmo_3(0.9)
contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
plot(datos_algo3_0_9[0], datos_algo3_0_9[1], color='C3', marker='o')
gca().set_aspect('equal')
```

```
[102]: plotting(datos_algo3_0_9[2],datos_algo3_0_9[3])
```





10 Algoritmo 4

```
[114]: beta=0.9
epsilon=1e-3
xk_algo4 = np.zeros(Nsteps+1)
yk_algo4 = np.zeros(Nsteps+1)

rk_x_algo4=np.zeros(Nsteps+1)
rk_y_algo4=np.zeros(Nsteps+1)

dk_x_algo4=np.zeros(Nsteps+1)
dk_y_algo4=np.zeros(Nsteps+1)

pk_x_algo4=np.zeros(Nsteps+1)
pk_y_algo4=np.zeros(Nsteps+1)

fK_algo4=np.zeros(Nsteps+1)
norma_grad_algo4=np.zeros(Nsteps+1)
```

```

xk_algo4[0] = x_0
yk_algo4[0] = y_0
rk_x_algo4[0]=0
rk_y_algo4[0]=0
dk_x_algo4[0]=0
dk_y_algo4[0]=0
pk_x_algo4[0]=0
pk_y_algo4[0]=0

fK_algo4[0]= fun(x_0,y_0,a,b,c,s,r,t)

for ii in range(Nsteps):
    calculo_gradiente=grad(xk_algo4[ii], yk_algo4[ii], a,b,c,s,r,t)
    rk_x_algo4[ii+1]=beta*rk_x_algo4[ii]+(1-beta)*(calculo_gradiente[0]**2)
    rk_y_algo4[ii+1]=beta*rk_y_algo4[ii]+(1-beta)*(calculo_gradiente[1]**2)

    sqr_val1=np.sqrt(dk_x_algo4[ii]+epsilon)
    sqr_val2=np.sqrt(rk_x_algo4[ii]+epsilon)

    pk_x_algo4[ii+1]=-(sqr_val1/sqr_val2)*calculo_gradiente[0]
    pk_y_algo4[ii+1]=-(np.sqrt(dk_y_algo4[ii]+epsilon)/np.
    sqrt(rk_y_algo4[ii]+epsilon))*calculo_gradiente[1]

    dk_x_algo4[ii+1]=beta*dk_x_algo4[ii]+(1-beta)*pk_x_algo4[ii+1]**2
    dk_y_algo4[ii+1]=beta*dk_y_algo4[ii]+(1-beta)*pk_y_algo4[ii+1]**2

    xk_algo4[ii+1] = xk_algo4[ii] +pk_x_algo4[ii+1]
    yk_algo4[ii+1] = yk_algo4[ii] +pk_y_algo4[ii+1]

    ## calculamos la evolucion ee f y norma grad
    fK_algo4[ii+1]=fun(xk_algo4[ii],yk_algo4[ii],a,b,c,s,r,t)
    norma_grad_algo4[ii]= np.transpose(calculo_gradiente) @ calculo_gradiente

```

```

/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/2846722976.py:5
: RuntimeWarning: overflow encountered in scalar multiply
  componente1=2*a*(y-b*x**2+c*x-r)*(-2*b*x+c)-s*(1-t)*np.sin(x)+5
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/3750894222.py:3
2: RuntimeWarning: overflow encountered in scalar power
  rk_y_algo4[ii+1]=beta*rk_y_algo4[ii]+(1-beta)*(calculo_gradiente[1]**2)
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/3750894222.py:4
1: RuntimeWarning: overflow encountered in scalar power
  dk_y_algo4[ii+1]=beta*dk_y_algo4[ii]+(1-beta)*pk_y_algo4[ii+1]**2
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/2846722976.py:2
: RuntimeWarning: overflow encountered in scalar power
  return a*(y-b*x**2+c*x-r)**2+s*(1-t)*np.cos(x)+s+5*x
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/3750894222.py:4
8: RuntimeWarning: overflow encountered in matmul
  norma_grad_algo4[ii]= np.transpose(calculo_gradiente) @ calculo_gradiente

```

```

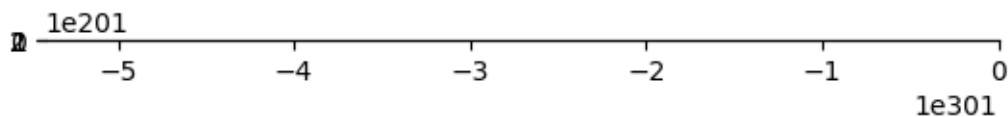
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/2846722976.py:5
: RuntimeWarning: invalid value encountered in sin
    componente1=2*a*(y-b*x**2+c*x-r)*(-2*b*x+c)-s*(1-t)*np.sin(x)+5
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/3750894222.py:3
7: RuntimeWarning: invalid value encountered in scalar divide
    pk_x_algo4[ii+1]=-(sqr_val1/sqr_val2)*calculo_gradiente[0]
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/3750894222.py:3
8: RuntimeWarning: invalid value encountered in scalar divide
    pk_y_algo4[ii+1]=-
    (np.sqrt(dk_y_algo4[ii]+epsilon)/np.sqrt(rk_y_algo4[ii]+epsilon))*calculo_gradie
nte[1]
/var/folders/jr/t_k402pj3bg57t7p56rgmknr0000gn/T/ipykernel_27795/2846722976.py:2
: RuntimeWarning: invalid value encountered in cos
    return a*(y-b*x**2+c*x-r)**2+s*(1-t)*np.cos(x)+s+5*x

```

```

[108]: contourf(X, Y, fun(X, Y, a,b,c,s,r,t), levels=10)
       plot(xk_algo4, yk_algo4, color='C3', marker='o')
       gca().set_aspect('equal')

```



10.1 Respuesta pregunta 3.

Con 400 iteraciones no le veo mucho sentido, convergen bastante rápido y el algoritmo 1 parece haber sido una opción simple y válida.

10.2 Respuesta pregunta 3.

El algoritmo 2 al pasar a 0.9 converge “mucho” mas lento y se hace algo inestable sobre el punto de convergencia. Con el algoritmo 3 pasa lo mismo pero se hace menos inestable y no converge tan lento