Series de tiempo

Vectores autorregresivos:

STATA:

Capítulo 5 Carol

Cluster volatilidad

Media: Cuando trabajo con datos diarios la media es diaria y en activo financiero es muy pequeño.

obs: Ver en BTC y SPY

Volatilidad = σ = desvío estándar

σ^2 = varianza

Retornos

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$$

Retorno Neto o Retorno simple.

Retorno Bruto

$$1 + R_t = \boxed{\frac{P_t}{P_{t-1}}}$$

El retorno logarítmico es el logaritmo del retorno bruto simple.

$$\boxed{r_t = \ln\left(P_t/P_{t-1}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})}$$

Por taylor vemos que $\ln(x) \cong x - 1$.

$\Rightarrow$

$$\boxed{r_t = \ln\left(P_t/P_{t-1}\right) = \ln(R_t + 1) \cong R_t}$$

- <u>obs</u>: vale para retornos pequeños

- Para los retornos logarítmicos

$\boxed{\text{El retorno acumulado en un periodo es la suma de los retornos logarítmicos.}}$

$$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=0}^{k} r_i = \ln\left(\frac{P_k}{P_0}\right)}$$

Coeficiente de asimetría

$$\text{Skewness} = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s} \right)^3 \; *$$

Momentos

μ_i : i-ésimo momento central. $E(X - E(x))^i$

$$\mu_2 = E\left[(X - E(x))^2 \right] = E\left[(X - E(x)) \, (X - E(x)) \right]$$

$$= E\left(x^2 - 2x\,E(x) + E(x)^2 \right) = E(x^2) - 2E(x)\,E(E(x)) + E(x)^2$$

$$= E(x^2) - 2\,E(x)\,E(x) + E(x)^2 = E(x^2) - 2E(x)^2 + E(x)^2$$

$$= E(x^2) - E(x)^2 \;//$$

$\mu_3 = E\left[(X - E(x))^3 \right] =$

$$[X - E(X)]^3$$

$$(X - E(X))\,(X - E(X))\,(X - E(X))$$

$$X^2 - X\,E(X) - X\,E(X) + E(X)^2$$

$$(X^2 - 2X\,E(X) + E(X)^2)(X - E(X))$$

$$X^3 - X^2 E(X) - 2\cancel{X^2}\,E(X) + 2X\,E(X)^2 + X\,E(X)^2 - E(X)^3$$

$$X^3 - 3X^2 E(X) + 3X\,E(X)^2 - E(X)^3$$

Todo E.

$$E[X^3 - 3X^2 E(X) + 3X\,E(X)^2 - E(X)^3]$$

$$E(X^3) - 3\,E(X^2)\,E(X) + 3\,E(X)\,E(X)^2 - E(X)^3$$

$$E(X^3) - 3\,E(X^2)\,E(X) + 3\,E(X)^3 - E(X)^3$$

$$= \boxed{E(X^3) - 3\,E(X^2)\,E(X) + 2\,E(X)^3}$$

Momentos (Gujarati 815)

μ^3 y μ^4 sirven para estudiar la forma de la distribución de probabilidad

$$S = \frac{E(X-\mu)^3}{\sigma^3} \qquad K = \frac{E(X-\mu)^4}{[E(X-\mu)^2]^2} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2}$$

Recordamos que

$$E(X-\mu)^2 = E(X^2) - \mu^2 = VAR(x) = \sigma^2$$

$$\boxed{\mu_i = \text{i-esimo momento alrededor de la media}}$$

Ver apunte de JB

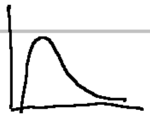
$$\boxed{JB = \frac{n}{6}\left(\text{skewness}^2 + \frac{K_E^2}{4}\right)}$$

$\boxed{\text{Valor crítico} \cong 6-9}$

BS: ...

$$\boxed{\mu^3 \text{ sirve p/ ver simetría.} \qquad \mu^4\text{: kurtosis}}$$

Cuando la **Curtosis** es mas grande se pueden cometer errores al tratarla como una normal porque las colas tienen mas peso.



cola pesada a la derecha

[En el Excel lo que muestra es curtosis en exceso. **Que es la de Fisher. p/la normal = 0**]

$\boxed{\text{Mixture de normales}}$: mezcla de las densidades

- Mezcla normales con la misma media fueron VA leptocurtica $\boxed{K_E > 0}$

Mixtura no es la CL de las variables sino de las densidades.

$$\mu_3 = E(X) - E(X)^3 = 0 \text{ Para la normal.}$$

$$\left[\text{Curtosis} = \alpha_4 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = 3 \ \forall \text{ normal}\right]$$

↳ Varianza.

$$E(X_n^2) = \int x^2 f(x) \cdot w_1 \Phi_1 + w_2 \Phi_2 \, dx$$

Sea $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ y son independientes.

$$Y = aX_1 + bX_2$$

Se demuestra que.

$$Y \sim N(a\mu_1 + b\mu_2, (a^2\sigma_1^2 + b^2\sigma_2^2)$$

La combinación lineal de 2 VA con distribución normal tiene una normal que es una CL de sus medias y sus varianzas.

Momentos Wasserman (56)

Función generadora de momentos
MGF or laplace transform

$$\psi_X(t) = E(e^{tX}) = \int e^{tx}\, dF(x)$$

Recordemos que:
$E(X)$ es "expected value" or mean or first moment.

$$E(X) = \underbrace{\int x\, dF(x)}_{} = \begin{cases} \sum_x x f(x) & X \text{ es discreta} \\ \int x f(x)\, dx & X \text{ es continua} \end{cases}$$

Notación para no tener que diferenciar en todo momento entre discreta y continua.

Derivemos

$$\left[\psi'_X(0) = \frac{d}{dt} E(e^{tx})\Big|_0 = E\left(\frac{d}{dt} e^{tx}\right)\Big|_0 = E(Xe^{tx})\Big|_0 = E(X).\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\psi^{k}(0) = E(X^{k})}$$

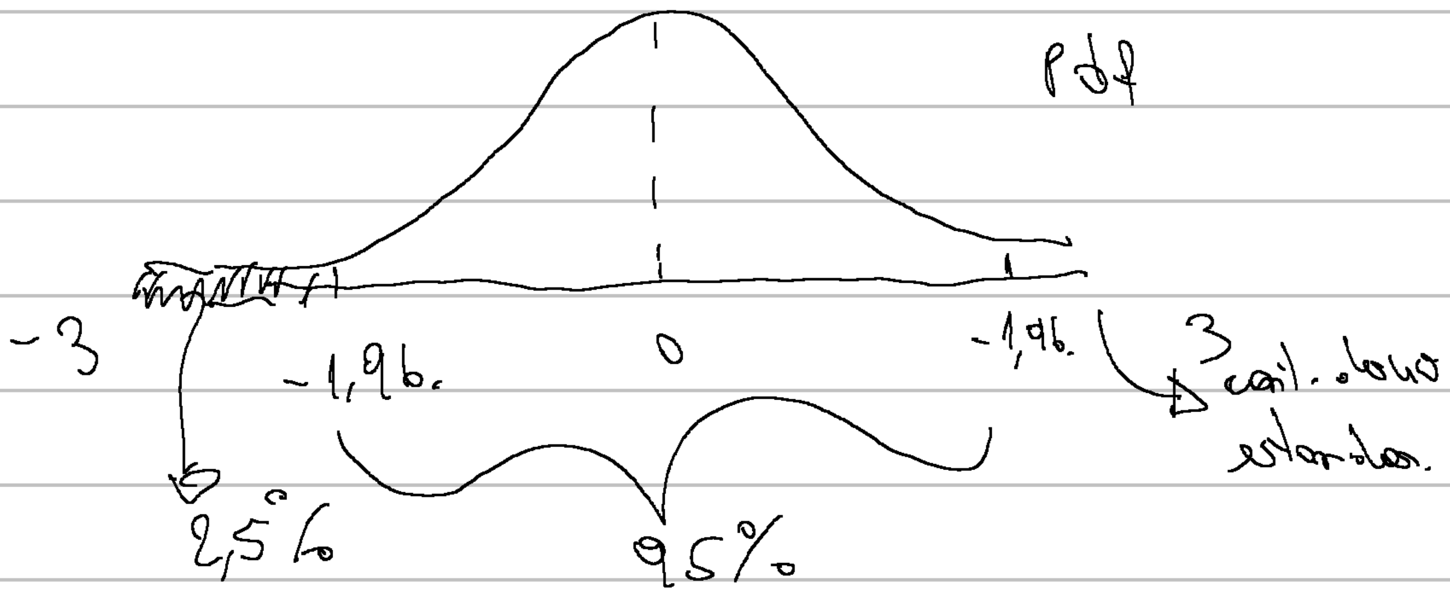
Esto nos da una forma de calcular momentos.

clase 2

QQ-Plots

$Z = \frac{X_i - \bar{x}}{S}$ ⇒ estandariza y no tiene unidad de medida.

Z: no tiene unidad de medida y permite comparar



Nota: Si es normal ⇒ calculo la media y s.
Luego el 95% de la muestra está entre -1,96 y 1,96 desvío estándar. (2 desvíos estándares a la izquierda y a la derecha)

$\pm 2,576$ — $0,5\%$
$\pm 1,96$ — $2,5\%$ — en cada cola.
$\pm 1,645$ — 5%

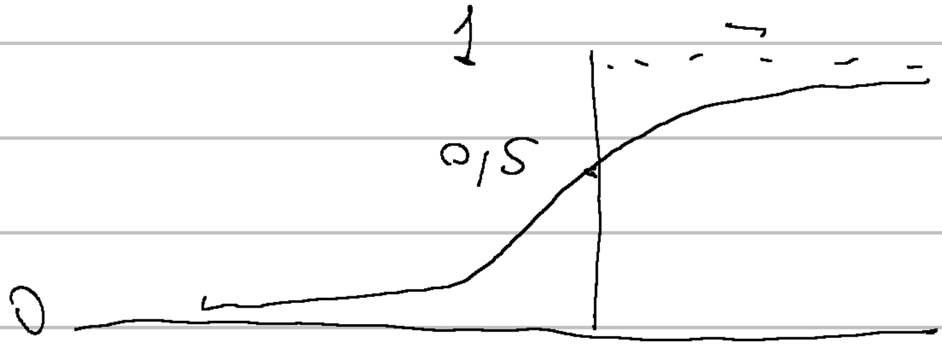
$-2,33 \rightarrow 1\%$ en la cola izq.

<u>QQ-plot</u> Quantile-Quantile (Percentiles).

$\boxed{\text{Armar QQ-plot}}$

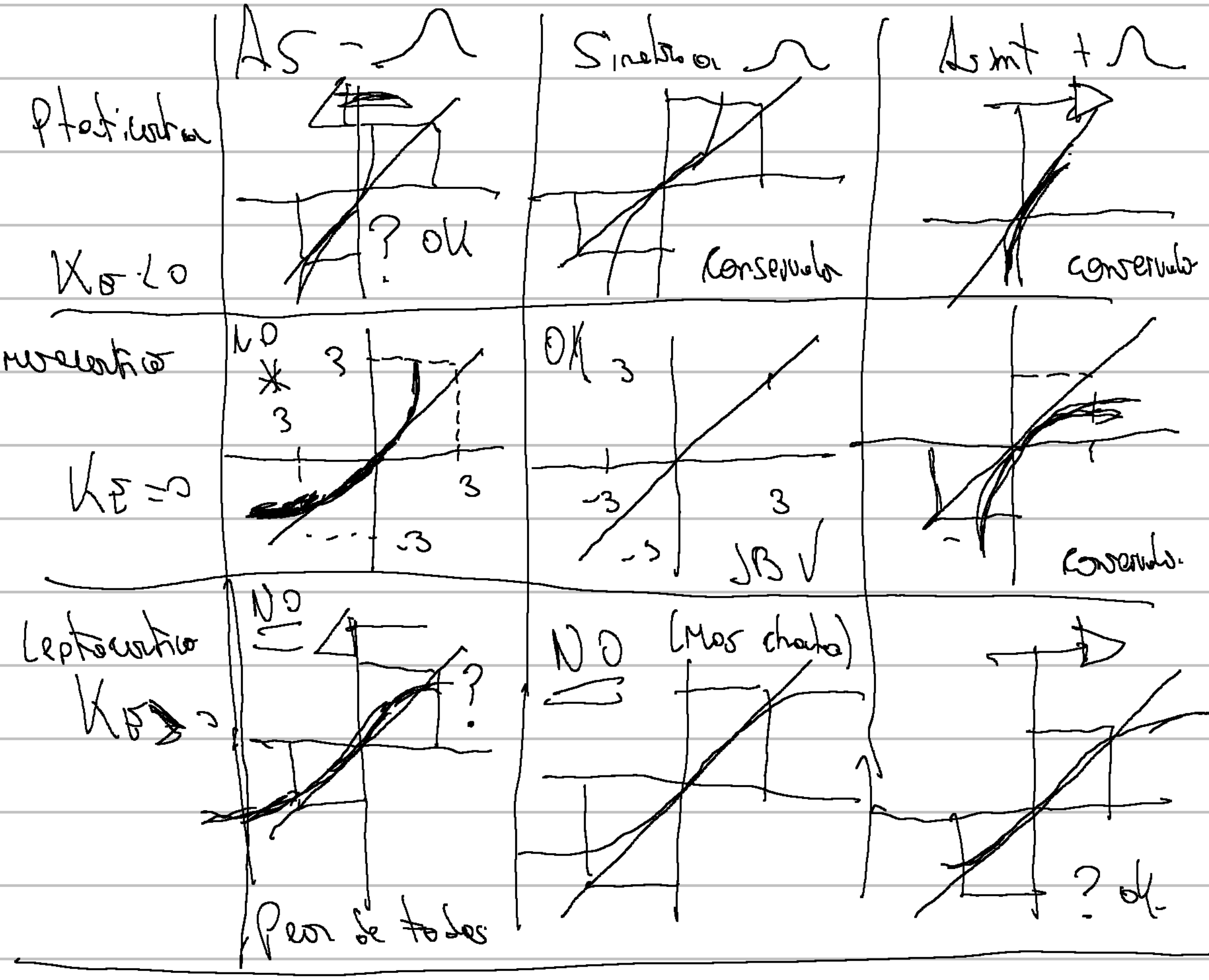
- Ordenar de menor a mayor.
- Estandarizar los datos. $(X_i - \bar{X})/S$

pdf



cdf (acumulada)

$P(Z \leq z)$



* Al tirar de la cola izq y KE=0 se hace mas chica la cola derecha. Def. Prope:

Lepto ⇒ Colas mas pesadas = | ⇒ ✓

Plati ⇒ Colas mas chicas. =

$KE = 6.$ $\quad K = 3.$ $\quad KE = K - 3 = 0.$

Muy $\quad KE + 3 = K$

Las mixturas de normales no son normales !!

Las mixturas de normales no son el de normales (las ponderaciones deben sumar 1) !!

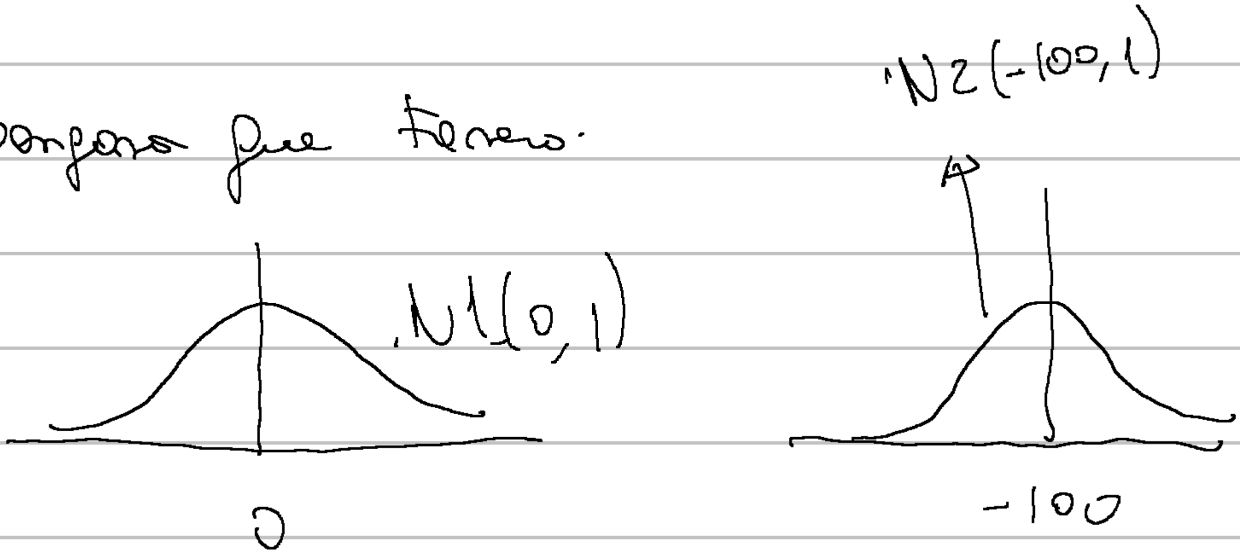
Mezclar normales con la misma μ sea μ-normal leptocúrtica siempre (según el profe) yo veo que no. !

Ej: genera data aleatoria con una t-student estandarizada y nos lleva fuerte con el QQplot. Observa lo simétrica y leptocúrtica

- Como genera valores aleatorios de una mixtura.

Mixture ejemplo

Supongamos que tenemos:



y hacemos un mix de $0,1\, N2 + 0,99\, N1$.

Esto da: leptocúrtico y asimétrico negativo

Uniforme: simétrica y platicúrtica

Tendencia ciclo   Estudiaremos bien retornos simples
- bruto
- log

- Tasa promedio anual

35 años:
$(1+g_a) = (1+g)^n$ $\Rightarrow$ $(1+g)^{35} = 111\%$
Despejamos y queda la cuenta

La tasa de crecimiento es la pendiente de $\ln(x)$.

$\lambda = 100$ dato anual
$\lambda = 300$ trimestral sin desestacionalizar
$\lambda = 400-800$

Descomponemos en la tendencia y la diferencia que es un ciclo.

ano base.

$$PIB_i \text{ Real} = \sum P_i^0 Q_i^t$$

$$PIB \text{ nominal} = \sum P_i^t Q_i^t$$

$$\boxed{1 + g_{acum} = (1+g)^n}$$

Taxa de c/ período

Taxa acumulada de n períodos.

<u>Exemplo:</u> Taxa de crescimento acumulada

$$= 1 + \frac{PIB \text{ Real } t}{PIB \text{ Real } t-1}$$

$$\text{Taxa média} = \left[1 + \frac{PIB \text{ Real } t}{PIB \text{ Real } t-1}\right] = (1+g)^n$$

$$= \left(1 + \frac{PIB \text{ Real } t}{PIB \text{ Real } t-1}\right)^{1/n} = 1 + g$$

Taxa média n anos.

Grafica en escala logarítmica

Cuando está en escala logarítmica la pendiente es la tasa de crecimiento:

$$\frac{\partial \ln(f(t))}{\partial t} = \frac{\dot{f}(t)}{f(t)} \approx g.$$

$$\left(1+g_{acum}\right)^{1/n} = 1+g. \quad \text{por tasa}$$

$$1+g_{acum} = \left(1+\frac{PBI_t}{PBI_{t-1}}\right) = \lg\left(\frac{PBI_t}{PBI_{t-1}}\right)$$

Reemplazando.

$$\lg\left(\frac{PBI_t}{PBI_{t-1}}\right)^{1/n} = 1+g.$$

Tener gráfico en log permite partir en periodos p/ determinar la tasa de crecimiento entre periodos.

Formas de descompon.

1) Siempre se trabaja en log. (1)

$$y_t = y_t^{f} + y_t^{c}$$

$y_t^{f} \to$ Tendencia

$y_t^{c} \to$ cíclica.

Media movil (2)

HP1 $\underbrace{\left(y_{t+1}^{f} - y_t^{f}\right)}_{\text{Tasa de crecimiento periodo } t+1} - \underbrace{\left(y_t^{f} - y_{t-1}^{f}\right)}_{\text{Tasa de crecim. periodo } t}$

Clase 3

Observaciones

calculo de los momentos (media varianza curtosis)

Teorico

Tambien se le puede calcular los momentos clase 3

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \text{ pdf. } \varphi_1$$
$$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2) \text{ pdf. } \varphi_2$$

$$E(X) = \int x f(x)\, dx$$

$$E(X^2) = \int x^2 f(x)\, dx$$

→ no centrado.

$$E(X^2_{\text{mixtura}}) = \int x^2 f(x) \quad \text{donde } f(x) = p_1 \varphi_1 + p_2 \varphi_2$$
$$p_1 + p_2 = 1$$

Misma cuenta para $E(X)$, $E(X^2)$

$$= \int x^2 (p_1 \varphi_1 + p_2 \varphi_2)\, dx$$

$$= p_1 \underbrace{\int x^2 \varphi_1(x)\, dx}_{E(X_1^2)} + p_2 \underbrace{\int x^2 \varphi_2(x)\, dx}_{E(X_2^2)}$$

$$\ddot{E}(X_1) = \mu_1 \qquad E(X_2) = \mu_2$$

$$\boxed{\text{Por lo tanto el } E(X_n) \text{ es el promedio ponderado de los momentos.}}$$

Esto vale para cualquier momento no centrado

$\boxed{\text{Momento centrado}}$

$$VAR(X_M) = E(X_M - E(X_M))^2$$

$$= E(X_M^2) - E(X_M)^2$$

$E(X_M^2)$ ↳ segundo momento no centrado

$E(X_M)$ ↳ primer momento

Para una normal

$$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

Por definición

$$VAR(X_1) = \sigma_1^2 = E(X_1^2) - \mu_1^2 \quad * \Rightarrow E(X_1^2) = \sigma_1^2 + \mu_1^2$$

$$\hookrightarrow E(X_1^2) - E(X_1)^2$$

* El segundo momento no centrado es igual a la varianza $+ \mu^2$

$$\mu_3 = \text{Tercer momento centrado} = E(X-\mu)^3$$

$$= E\left[X^3 - 3X^2\mu + 3X\mu^2 - \mu^3\right]$$

$E(3X\mu^2)$

$3E(X)\mu^2$

$3\mu\mu^2 = 3\mu^3$

$$= E(X^3) - 3\mu E(X^2) + 2\mu^3$$

Si es normal ($\mu_3 = 0$ porque los normales son simétricos)

$$\boxed{0 = E(X^3) - 3\mu E(X^2) + 2\mu^3}$$

Curtosis

$$\mu_4 = E(X-\mu)^4 = E\left(X^4 - 4X^3\mu + 6X^2\mu^2 - 4X\mu^3 + \mu^4\right)$$

$$3\,Var(X)^2 = E(X^4) - \mu 4 E(X^3) + 6\mu^2 E(X^2) - 3\mu^4$$

si es normal.

Normal curtosis: $\dfrac{E(X-\mu)^4}{VAR(X)^2} = E(X-\mu)^4 = 3\,VAR(X)^2$

Para $X_1 \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow E(X-\mu_1)^4 = 3(\sigma^2)^2 = 3\sigma^4$

VA:

$$\text{curtosis} = \frac{E(X-\mu)^4}{(VAR(X))^2}$$

muestra

$$\text{curtosis} = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^4 = \frac{1}{s^4} \cdot \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^4$$

Obs

Para una mixture de normales podemos usar la misma cuenta que antes para calcular el momento 3 (μ_3)

$$E(X_M^3) = \int x^3 f_M(x) \qquad \text{si } f_M(x) = p_1 \phi_1(x) + p_2 \phi_2(x)$$

$$\Rightarrow E(X_M^3) = \int x^3 \, p_1 \phi_1(x) + p_2 \phi_2(x)$$

Propiedades de integrales

$$p_1 \int x^3 \phi(x) + p_2 \int x^3 \phi_2(x)$$

$$\boxed{E(X_M^3) = p_1 \mu_1^3 + p_2 \mu_2^3}$$

→ No centrado

Mundo teorico	Mundo práctico

$$K = \frac{E(X-\mu)^4}{[Var(X)]^4}$$

$$\frac{1}{n}\sum\left(\frac{x_i-\bar{x}}{s}\right)^4$$

$$= \underbrace{\frac{1}{s^4}}_{Var(x)^2}\underbrace{\frac{1}{n}\sum(x_i-\bar{x})^4}_{E(x-\bar{x})^4}$$

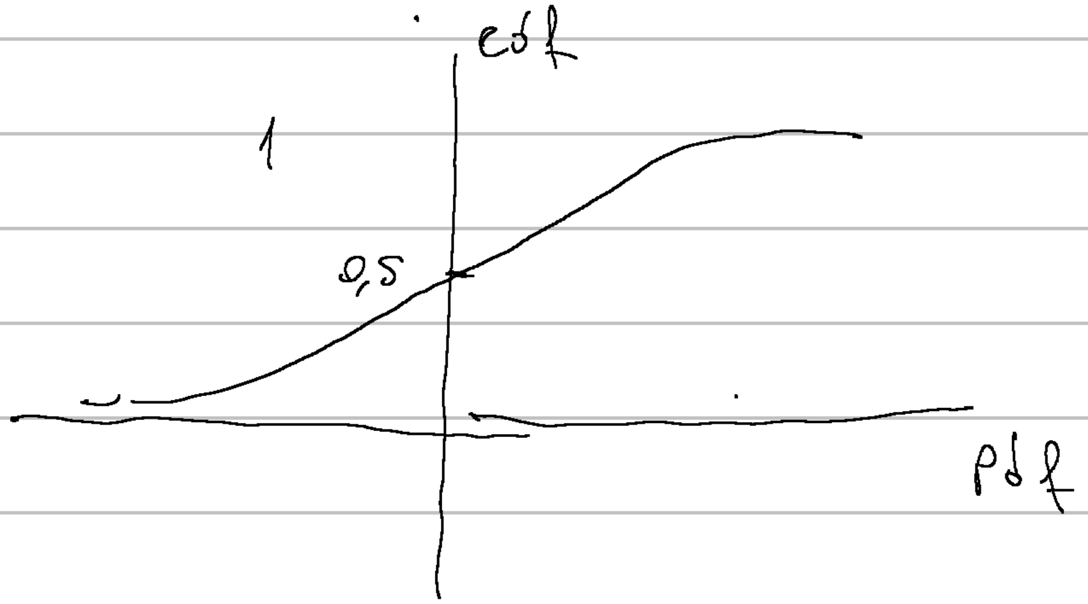
No se le toma K y simetría a la pdf

Si se puede graficar y ver kurtosis

Mixtura

Porque la prob. acumulada es entre 0 y 1

1) genero nº aleatorio entre 0,1 que es la imagen de la acumulada cdf.



cdf $\quad pdf_1 \quad pdf_2 \quad p.df_n \quad$ RND(0,1)

si la mixtura es $0,75\,\Phi_1 + 0,25\,\Phi_2$.
genero un nº aleatorio entre 0~100 si es < a 75 tomo una realización (aleatoria) de Φ_1 si no tomo una realización pdf_2.

Regresion lineal

Supuestos

$E(Y_i) = \alpha + \beta x_i$ $\left[E(Y_i|x_i)\right]$ ① linealidad

Sumando Y_i en cada lado.

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \underbrace{Y_i - E(Y_i)}_{\text{Error} = V_i}$$

$$Y_i = \overbrace{\alpha + \beta}^{\text{Parametro}} x_i + V_i$$

V_i → variable aleatoria

Y_i → variable aleatoria

No observamos α, β, V_i

Observamos Y_i, X_i

Usamos MCO/OLS para estimar α, β y V_i

Solo V_i es una VA y por lo tanto Y_i

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ estimadores de α y β por MCO

$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$ $\qquad$ $\hat{Y}$: valor sobre la recta

$e_i = y_i - \hat{y}_i$ Residuo. e_i es observado

se observan los residuos y no los errores U_i

$\boxed{\alpha \text{ y } \beta \text{ son parámetros}}$

MCO

MCO: Minimiza la suma de los residuos al cuadrado

Sea $S(a,b) = \sum (Y_i - a - bx_i)^2$

Minimizando.

$$\frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum Y_i - a - bx_i$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = (-2) \sum (Y_i - a - bx_i) x_i$$

$\Rightarrow$ ① $\sum y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i = 0$

② $\sum (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i) x_i = 0$ } ecuaciones normales.

① son los residuos y son 0 por como la construy.

② es la suma de los residuos por la variable explicativa es 0

Obs: si no hay intercepto la fórmula de $\hat{\beta}$ cambia.

$\beta = \frac{cov(x,y)}{var \ldots}$

Corolario

la recta estimada pasa siempre por $\bar{X}, \bar{Y}$. ✓

si $X_i = \bar{x} \Rightarrow \hat{y}_i = \bar{Y}$

Dem

$$\hat{y}_i = \alpha + \hat{\beta} x_i = \alpha + \hat{\beta} \bar{x}$$
$$= (\bar{Y} - \beta \cancel{\bar{x}}) + \cancel{\hat{\beta} x}$$
$$= \bar{Y}$$

3) $\sum e_i = 0$ por construcción de los residuos

4)

5) signo de $\hat{\beta}$ es el de la cov(x, y)

$$TSS = \sum (y_i - \bar{y})^2$$ Variabilidad total de la variable dependiente.

$$TSS = ESS + RSS.$$

$$RSS = \sum e_i^2$$

↳ son ortogonales

$$\frac{ESS}{TSS} = R^2$$ (bondad de ajuste) siempre que hay intercepto $0 \leq R^2 \leq 1$

$$= 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

$$R^2 = \operatorname{corr}(y,x)^2$$

<u>Insesgadez</u>

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

$$E(\hat{\alpha}) = \alpha.$$

Supuesto 2

Homocedasticidad

1) $Var(U_i) = \sigma^2$ se rompe en cortes transversales

2b) $Cov(u_i, u_j) = 0$ No autocorrelación
se rompe en series de tiempo.

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Para que la $Var(\hat{\beta})$ necesito que $(x_i - \bar{x})^2$ sea grande, por lo tanto los x_i deben estar lejos de la media.

Ejercicio: probar que si están cerca de $\bar{X}$ al agregar una nueva $\hat{\beta}$ cambia mucho

muy lejos de $\bar{X}$

$$\mathrm{Var}(\hat{\alpha}) = \sigma^2 \left[\frac{1}{n} \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]$$

para que sea bajo n grande o $\bar{X} \simeq 0$.

$\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son variables aleatorias.

$$\mathrm{Cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = -\frac{\bar{x}\,\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}.$$

si $\bar{x} = 0 \Rightarrow \mathrm{Cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ es negativo.

Teorema de Gauss Markov

Los MCO son MELI

$\Rightarrow$ no hay otros estimadores insesgados de menor varianza..

Fin clase 3

Supuesto 3

$U_i \sim N(0, \sigma^2)$ iid

Clase 4: Usar statsmodels

Regresión lineal simple

$$\hat{\beta} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$$

[Sale del supuesto 1]

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ son insesgados

$\Rightarrow$

$E(\hat{\alpha}) = \alpha.$

$E(\hat{\alpha}) - \alpha =$ sesgo estimador

Colorolios

MCO minimizaba $\sum e_i^2$

$e = Y - \hat{Y}_i$ Residuos.

↳ predicho

↳ observado.

⇒ • $\sum e_i = 0$ siempre que ∃ cte α

• $\sum e_i X_i = 0$ ⇒ $cov(X e) =$ $corr(X, e) = 0$.

$$cov(X,e) = \sum X_i e_i - n \underbrace{\bar{e}}_{=0} \bar{X}$$

cov entre X y los residuos $= 0$

Supuesto 2

a) Homocedasticidad de los errores.

$Var(U_i) = \sigma^2$ Todos los U_i son iguales

b) No autocorrelación $cov(U_i U_j) = 0 \; \forall i, j$

Corolario:

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

$$Var(\hat{\alpha}) = \hat{\sigma} \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right.$$

Nota: U_i es una va $\Rightarrow$ Y_i es una va
$\Rightarrow$ $\hat{\beta}$ es va $\Rightarrow$ $\hat{\alpha}$ es va.

Supuesto 3.

$U_i \sim N(0, \sigma^2)$ e independientes

Corolario

$\Rightarrow Y_i \sim N(\alpha + \beta X_i, \sigma^2)$

$\Rightarrow \hat{\beta} \sim N\left(\beta, \frac{\sigma^2}{\sum (x - \bar{x})^2}\right)$

$$\hat{\alpha} \sim N\left(\alpha, \sigma^2 \left[1/n \left[\frac{x^2}{\sum (x_i - x)^2} \right] \right.\right.$$

Estimador σ^2.

$$S = \frac{\sum e_i^2}{n-k}$$

K = # parámetros (intercepto + pendiente)

$$E(S^2) = \sigma^2$$

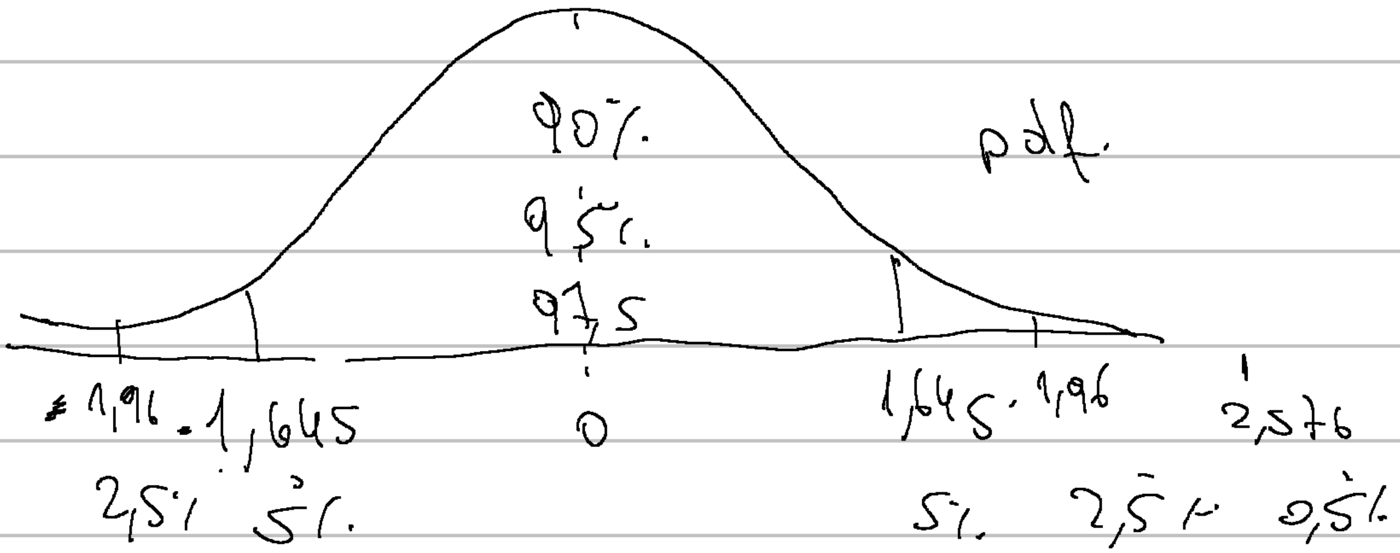
Se puede demostrar que.

$$\frac{(n-k)\,S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-k}$$

$$t = \frac{N(0,1)}{\sqrt{\frac{\chi^2_{n-k}}{n-k}}} \sim t \text{ de student}_{n-k}$$

Test de hipótesis

Pero uso normal (0,1)



$P(Z < 1,96) = 2,5\%$ en cada cola $= 95\%$ $\alpha = 0,05$ $[0,025; 0,975]$ (0,025)

$P(Z > 1,645) = 5\%$ (0,05) " " " $= 90\%$ $\alpha = 0,1$

$P(Z < 2,576) = 0,5\%$ (0,005) (99%) $\alpha = 0,01$

obs

$1,96 \cong 2$ ∴ 2 desvío estándar a la derecha

" " " a la izq.

la prob de caer dentro es el 95%.

$\mu = 0,2 \wedge \sigma = 2$ (std) $\Rightarrow$ $[0,20 \pm 2 \times 2]$ (4) es del 95%

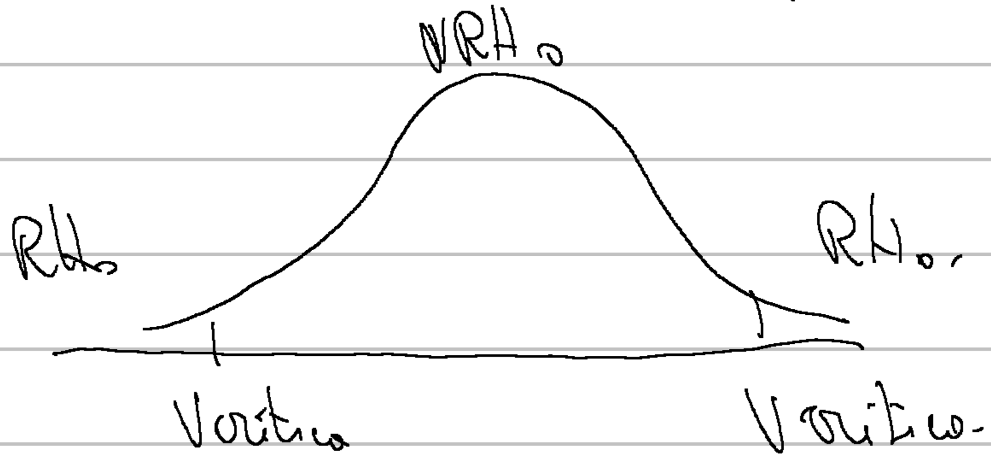
define el intervalo

Test de hipótesis

$H_0: \beta = 0$ $(\Rightarrow$ X no explica a Y$)$

$H_1: \beta \neq 0.$

Prob error tipo I = nivel de significancia =



Verificar.

$\boxed{\bar{x} + \sigma \cdot t_{\alpha - n}}$

① Fijar el nivel de significancia (Prob de error tipo I)

② Dado el nivel de significancia encontrar los valores críticos.

③ Calcular el estadístico bajo Ho * $\frac{\hat{\beta} - \beta_0}{se(\hat{\beta})}$ $\Rightarrow$ valor de β bajo Ho.

$\boxed{\text{P-valor}}$

nivel significancia

Rechazo Ho si p-valor $< \alpha$.

No Rechazo Ho si p-valor $> \alpha$.

* en prob bajo Ho $\beta_0 = 0$.

Intervalo de confianza

$$\hat{\beta} \pm |t_{97,5\%}| \cdot se(\hat{\beta})$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{En regresión } \underline{\text{single}}: \\ \qquad\qquad\qquad\quad \underline{\text{multiple}} \end{array}}$$

$$R^2 = (\text{corr}(Y, X))^2$$

$$R^2 = (\text{corr}(Y, \hat{Y}))^2$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Intervalo de confianza p/ la regresión} \\ \hat{Y} \pm t_{\alpha/2, gl} \cdot se(\hat{Y}) = \end{array}}$$

→ desvío estándar

$$VAR(\hat{Y}_i) = Var(\hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i)$$

$$= Var(\hat{\alpha}) + Var(\hat{\beta} x_i) + 2 Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta} x_i)$$

$$\left[= Var(\hat{\alpha}) + x_i^2 Var(\hat{\beta}) + 2 x_i Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) \right]$$

$$\hat{Y} \pm t \sqrt{VAR(\hat{Y})}$$

obs

$y_i = \hat{y}_i + e_i$ $\quad$ $\Leftarrow$ la $cov(\hat{y}, e) = 0$.

$VAR(y_i) = Var(\hat{y}_i) + Var(e_i)$

Bandas de confianza p/ $\hat{y}$ y para y_i

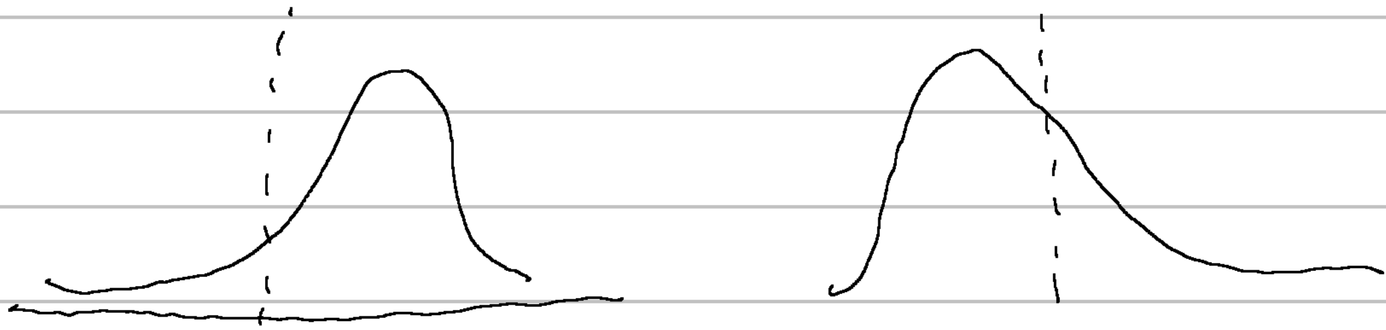
Clase 5

Asim -

Media < Mediana

Asim +

Media > Mediana



Regresión Multiple

Modelo:

$$Y_i = \alpha + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

$U_i = y_i - E(y_i)$ = errores ; donde $E(U_i) = 0$ por el supuesto 1

$e_i = y_i - \hat{y}$ Residuos.

Existen siempre $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$? $\boxed{\text{Rta: si.}}$ Para $r_{12} \neq 1$

Cuando el denominador = 0 ⟹ Multicolinealidad perfecta

$$\text{corr}(X_1, X_2) = \frac{\text{cov}(X_1, X_2)}{\sqrt{\text{var}X_1}\sqrt{\text{var}X_2}}$$

De los condiciones de primer orden obtenemos:

$$\underbrace{\sum e_i = 0 \qquad \sum e_i x_{1i} = 0 \qquad \sum e_i x_{2i} = 0}_{\text{Ecuaciones normales}}$$

A mayor correlación entre las variables explicativas mayor será la varianza de los estimadores $\hat{\beta}$

Alta multicolinealidad

Si en una salida de la regresión se observan dos o más variables con estadístico t bajo, puede que estemos frente a multicolinealidad.

Posible solución, eliminarlas de a una y ver si supera el estadístico t.

Insesgadez

$$E(\hat{\beta}_i) = \beta_i$$

[a mayor correlación entre las X_i mayor varianza y mayor multicolinealidad]

$VAR(\hat{\beta}_i)$: si es infinita $\Rightarrow$ es **Multicolinealidad Perfecta**; si es alta $\Rightarrow$ hay multicolinealidad

STD_error.

P-valor alto $\Rightarrow$
1) problema de multicolinealidad
2) no explica a la predicción

$$\boxed{\sum e_i \hat{y}_i = 0}$$

$Y \begin{cases} \hat{Y} \\ e_i \end{cases}$ residuos. $\hat{Y}$ es $\perp$ a e_i

$$\boxed{\sum e_i = 0}$$

sale de las ecc normales.

$\boxed{\text{Multicolinealidad}}$ perfecta: $X_i = \underbrace{\sum \alpha_k X_j}_{\text{combinación lineal}}$ $\quad k,j \neq i$

Agrego más variables explicativas ⇒ que el RSS cae
⇒ ESS sube porque el TSS no cambia

$$\left[\begin{array}{c} \text{Total} \quad \text{explained} \quad \sum e_i^2 \quad * \\ TSS = ESS + RSS \\ \sum (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 \quad \hookrightarrow \text{residual.} \end{array}\right]$$

∴ R^2 sube al agrega variables explicativas por más que sean irrelevantes y RSS ↓ !!

por lo tanto no es correcto mirar R^2

Se mira $\boxed{\bar{R}^2 \text{ ajustado}}$ que lo que hace es agrega una penalización por la variable explicativa agregada.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS/(n-k)}{TSS/(n-1)}$$

Distribución s^2

Supuesto 2.a homocedasticidad

La distribución del $s^2 \sim \chi_{n-k}$

incluye el intercepto
↑
k: n° de parámetros a estimar.

n: n° de observaciones.

* Ver nota otra página

Detección de multicolinealidad (Gujarati)

- R^2 elevado y t poco significativos
  - Altas correlaciones entre parejas de regresores
- Número de condición.

Interpretación de las pendientes

Son derivadas parciales ∴ es lo que cambia y cada x aumenta en 1 unidad manteniendo todo lo demás cte.

Gauss-Markov

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}_i$ son MELI|BLUE

Nota:

$$\frac{TSS}{TSS} = \frac{ESS}{TSS} + \frac{RSS}{TSS}$$

$$\boxed{R^2 = \frac{ESS}{TSS}} \qquad \boxed{1 = R^2 + \frac{RSS}{TSS}}$$

Para regresión simple $\boxed{R^2 = \text{corr}(y_i, \hat{y}_i)^2}$.

Test de hipótesis

$H_0: \beta_1 - \beta_2 = 0$ o $H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$

$H_1: \beta_1 - \beta_2 \neq 0$ $\quad H_1: \beta_1 \neq \beta_2$.

• Esto es lo que se usa para testear la multicolinealidad

VAR $\hat{\beta}$ es síntoma de multicolinealidad

Estadístico F

$$F = \frac{(RRSS - URSS)/q}{URSS/(n-k)} \sim F(\underbrace{q}_{\#\text{ restricciones bajo } H_0}, \underbrace{n}_{\#\text{ observaciones}} - \underbrace{k}_{\#\text{ parámetros}})$$

RRSS: Restricted RSS.

URSS: Unrestricted RSS

[Si $\beta_1 = 0 \Rightarrow$ el regresor no explica

Si $\beta_1 \wedge \beta_2 = 0 \Rightarrow$ conjuntamente no explican ∴ hay multicolinealidad]

Variables Dummy

$$Y = \alpha + u_i \Rightarrow \hat{\alpha} = \bar{Y}$$

Modelo 1

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 M_i + U_i \qquad M \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \qquad H \begin{cases} 1 \\ 0. \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 + u_i & \text{si es mujer} \\ \beta_0 + u_i & \text{sino.} \end{cases}$$

Hay dos interceptos, Uno p/hombres Uno p/mujeres.

- $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 = \bar{Y}$ mujeres.
- $\hat{\beta}_0 = \bar{Y}$ hombres.

$$\left[\hat{\beta}_1 = \bar{Y}_{\text{mujeres}} - \bar{Y}_{\text{hombres}}.\right]$$

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 \geq 0 \\ H_1: \beta_1 < 0. \end{cases}$$

test de hipótesis

Modelo 2

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 H_0 + u_i$$

$$y_i = \begin{cases} \gamma_0 + \gamma_1 + u_i & \text{si es hombre} \\ \gamma_0 + v_i & \text{sino.} \end{cases}$$

$\hat{\gamma}_0 = \bar{Y}_{mujeres}$ $\Rightarrow$ $\hat{\gamma}_1 = \bar{Y}_{hombres} - \bar{Y}_{mujeres}$

$\hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 = \bar{Y}_{hombres}$

Modelo 3

$$y_i = \delta_0 M_i + \delta_1 H_i + v_i$$

$$y_i = \begin{cases} \delta_0 + u_i & \text{si es mujer} \\ \delta_1 + u_i & \text{sino} \end{cases}$$

$\hat{\delta}_0 = \bar{Y}_{mujeres}$ Modelo 1, 2, 3 son válidos.

$\hat{\delta}_1 = \bar{Y}_{hombres}$

$\hat{\delta}_1 - \hat{\delta}_0 = \bar{Y}_{hombres} - \bar{Y}_{mujeres}$

$\boxed{\text{Modelo 4}}$ Este modelo quedaría mal especificado

$$Y_i = \theta_0 + \theta_1 M_i + \theta_2 H_i + u_i$$

$$Y_i = \begin{cases} \theta_0 + \theta_1 + u_i & \text{si es mujer} \\ \theta_0 + \theta_2 + u_i & \text{si es hombre} \end{cases}$$

$$\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_1 = \bar{Y}_{\text{mujeres}}$$
$$\hat{\theta}_0 + \hat{\theta}_2 = \bar{Y}_{\text{hombres}}$$

3 incógnitas y 2 ecuaciones ∴ infinitas soluciones y el modelo está mal especificado y hay un problema de multicolinealidad perfecta

Transformaciones de variables

$$y_i = A x_i^{\beta} v_i.$$

$$\log(y_i) = \log(A x_i^{\beta} u_i)$$

$$= \log(A) + \beta \log(x_i) + \log(u_i)$$

Esto es log-log?

Transformaciones de variables

log: si x aumenta en 1% Y aumenta en β porciento

Test F ???

En el software testan que todos los parámetros son iguales a 0

[Si el test F tiene asociado un P-value Alto
$\Rightarrow$ el modelo no sirve]

condition number que es? ??

Variables relevantes omitidas

Cuando se omiten variables relevantes se puede demostrar que el estimador pasa a ser sesgado.

Cuando se incluyen variables irrelevantes los estimadores siguen siendo insesgados pero ineficientes porque VAR( ) es mayor.

Variables omitidas o no observadas

Si hay variables no observadas:
$\Rightarrow$ el estimador es sesgado.

Notación Matricial

$$y = X\beta + u.$$

$y \in \mathbb{R}^{n \times 1}$

$X \in \mathbb{R}^{n \times k}$

$\beta \in \mathbb{R}^{k \times 1}$

$u \in \mathbb{R}^{n \times 1}$

$$\hat{y} = X\hat{\beta}$$

$$\Rightarrow y = X\hat{\beta} + e$$

$$X^T y = X^T X \hat{\beta} + \underbrace{X^T e}_{=0}.$$

$$\Rightarrow (X^T X)^{-1} X^T y = \underbrace{(X^T X)^{-1} X^T X}_{I} \hat{\beta}$$

$$\Rightarrow \boxed{\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y.}$$

$$\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \beta_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \hat{\beta}_3 (X_{2i})^2$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = \hat{\beta}_2 + 2\beta_3 X_{2i}$$ } se interpreta como derivada parcial

Un aumento en 1 unidad de X_2 incrementa y en β_2 y $2\beta_3$ "ceteris paribus"

No linealidades en las variables explicativas

$$\hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_1 X_{i1} + \hat{\beta}_2 X_{i2} + \hat{\beta}_3 (X_{2i})^2$$

Acá deben interpretarse juntas X_2, usando el mismo criterio de derivada para

$$\frac{\partial \hat{Y}}{\partial X_2} = \hat{\beta}_2 + 2\hat{\beta}_3 X_2$$

[Para la interpretación X_2 debe tomar un valor, que puede ser la media, la mediana u otro valor si se quiere.]

Variables Dummies (Variables Categoricas)

Cuando las categorias son multiples (1,2,3) y eso se llama a variables dummies
el caso base esta incluido en el intercepto.

One-hot-encoding

clase 6

Variables Dumies

$\hat{Precio} = \ldots \quad 13840\ DB2 + 27390\ DB3$

Interpretación

el paso de 1 BAÑO a 2 incrementó el precio en 13840

Como saber cuanto se valora cada baño?

Test f: $\beta_{DB3} - \beta_{DB2}$

$TSS = \Sigma (y_i - \bar{y})^2$

$RSS = \Sigma e_i^2$

$ESS = \Sigma (\hat{y}_i - \bar{y})^2$

Bandas de confianza : Refleja un intervalo al 95%
para el $\hat{Y}$

$\hat{Y} \pm se(\hat{Y})\, t.$ 3ra 4ta columna

Bandas de predicción 5ta 6ta columna

$\hat{Y} \pm se(Y)\, t.$ Intervalo para Y.

$\rightarrow \sqrt{var(\hat{Y}+e)} = \sqrt{var(\hat{Y}) + var(e)}$

Nota: Regresar en X y en Y.

$$\beta = \frac{cov(x,y)}{var(x)} \qquad \hat{\beta} = \frac{cov(x,y)}{var(y)}$$

$$\hat{\beta}\hat{\beta} = \frac{cov(x,y)}{var(x)} \frac{cov(x,y)}{var(y)} = \rho_{xy}^2 = R^2 \leq 1$$

$$\rho_{xy} = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{VAR(x) \cdot VAR(y)}}$$

Heterocedasticidad

Se da en general en cortes transversales
(series de tiempo)

Sin el supuesto de homocedasticidad no está bien
usar mínimos cuadrados.

- Mínimos cuadrados generalizados
- Mínimo cuadrado ponderados

- Test White

$$\begin{cases} H_0: \text{Errores homocedásticos} \\ H_1: \text{"} \quad \text{heterocedásticos} \end{cases}$$

- Test Goldfeld y Quandt
- Breusch Pagan

Aplicación de Reg. simple

Beta activo financiero.

r_j: retorno de un activo financiero.
contra r_m (r_{SPY500})

Notación matricial

$$e = Y - \hat{Y} = Y - X\hat{\beta}$$
$$= Y - X(X'X)^{-1}X'Y$$

$$= \underbrace{\left[I - \underbrace{X(X'X)^{-1}X'}_{P_X}\right]}_{M}$$

$$\hat{Y} = X\hat{\beta} = \underbrace{X(X'X)^{-1}X'}_{P_X}Y$$

$$P = X(X'X)^{-1}X'$$

$P \cdot P = P$ (Idempotente)

Examen 30 Agosto

Clase 7

Series de tiempo

$$\left[y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \right]$$

Se rompe el supuesto 2B (de autocorrelación)
$\Rightarrow$ los errores están correlacionados
$\Rightarrow$ MCO no es MELI, o sea son insesgados pero no los mejores.

Como la matriz Ω (Var y Cov) es muy grande $\frac{T(T+1)}{2}$ se reparametriza para poder estimar.

1) Ruido blanco
- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon \; \forall t.$ Varianza cte
- $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0 \; \forall \; t, j$

Ruido blanco fuerte vs débil

Covarianza | Independencia

$\underbrace{\text{Covarianza} \quad \text{Independencia}}_{\text{condición anterior.}}$ $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$

2) Autorregresivos.

AR(1).

$$u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t : \text{ruido blanco.}$$

$$AR(2) = u_t = \rho_1 u_{t-1} + \rho_2 u_{t-2} + \varepsilon_t.$$

$$\boxed{AR(p) = u_t = \sum \rho_i u_{t-i} + \varepsilon_i}$$

3) Medias móviles

MA(1)

$$u_t = \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

$$MA(2) = u_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t.$$

$$\boxed{MA(p): u_t = \sum \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t}$$

4) ARMA.

ARMA(1,1).

$$u_t = \rho u_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\boxed{\text{ARMA}(p,q): \quad u_t = \sum_{i=1}^{p} \rho_i u_{t-i} + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t}$$

5) Random Walk

Cuando $\boxed{\rho = 1}$ $\Rightarrow$ u_t sigue un Random Walk

$$\boxed{u_t = u_{t-1} + \varepsilon_t}$$

6) MA integrada, IMA.

$$u_t = u_t - u_{t-1} \Rightarrow \Delta u_t = MA(1)$$

$$u_t - u_{t-1} = \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t.$$

7) ARIMA $(p,1,q)$.

Proposición: $\boxed{\text{Un AR(1) se puede escribir como un MA infinito: probar.}}$

AR(1)

. **Autocovarianza**

$$\gamma_s = cov(u_t, u_{t-s})$$

. autocorrelación

$$\rho_s = corr(u_t, u_{t-s}) = \frac{\gamma_s}{\gamma_0}$$

Se puede ver que para un proceso MA(q) a partir del $q+1$ la función de autocorrelación se anula 0

AR(1)

$E(u_t) = 0$

Notar que

$$VAR(u_t) = E(u_t - \underbrace{E(u_t)}_{=0})^2$$

Autocorrelación parcial / Correlograma parcial

Propiedad esta con la de autocorrelación.

Segundas diferencias:

$D^2 = Diff(Diff)$.

$\text{inf} = \underbrace{D.IPC}$

$L.IPC \longrightarrow Log.$

Estacionariedad

- $E(Y_t) = \mu$
- $Var(y_t) = \sigma^2$

- $Cov(Y_t, Y_{t-1}) = \gamma_j$

...) si la dif. es de 1 todas las autocorrelaciones son iguales.

- Ver cointegración

Clase 8

Series. tiempo:

1) Ver si es estacionaria
2) si no es ⇒ ver el orden de integración

Regresión espúria:
Cuando las series no son estacionarias ⇒ lo que pasa es que las variables explicativas y explicada están cointegradas ~~cuanto~~ no están...

Estacionariedad

Lo que buscamos es que sea estacionaria

si no es estacionario se toman diferencias

$I(0)$ vs estacionaria

$Y_t = C + \delta t + \text{error}$

$E(Y_t) = C + \delta t$.

$\Rightarrow$ Tendencia determinista
El paso del tiempo explica la variable.

Estacionariedad

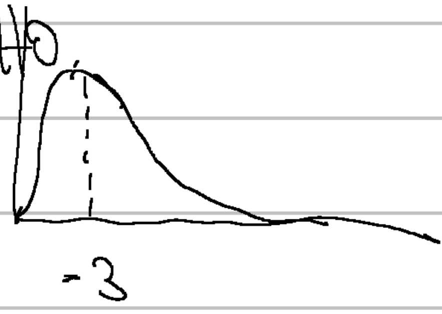
$\boxed{AR(1) = Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ si } |\rho| < 1 \text{ es estacionario}}$

$\Rightarrow$ Un Random Walk es no estacionario porque tiene una varianza infinita.

DF

Usa una distribución particular.

Si hay autocorrelación los valores críticos de DF no están bien calculados $\Rightarrow$ se usa el DF-aumentado.



Tendencia determinística

$\boxed{\text{DF GLS}}$ esto es el que usa Stata

Quitas la tendencia determinística.

El test de DF depende de la cant. de rezagos que se tome

$$\Delta y_t = c + (\rho - 1) y_{t-1} + \delta t + \text{rezagos} + \varepsilon_t$$

Cuantos rezagos incluir? Hay tests de optimalidad

Cuando hay una serie de tiempo con tendencia determinística, lo que hay que hacer es restarla

$y_t = \mu + \varepsilon_t$ tiene esperanza cte

$E(y_t) = \mu = cte$

pero $y_t = \beta t + \varepsilon_t$ $\quad E(y_t) = \beta t \neq cte$

crece/decrece en el tiempo

Si $y_t \sim$ tendencia determinística.

$$\begin{cases} y_t = \mu + \delta t + \varepsilon_t \\ y_t - \delta t \text{ ahora es } I(0) \text{ y estacionario.} \end{cases}$$

$e_t = Y - \hat{Y}_t = Y - \hat{\mu} - \delta t$.

$\Rightarrow \boxed{e_t + \hat{\mu} = Y_t - \delta t}$ $\boxed{\text{serie detrending}}$

Acá se elimina la tendencia determinística

En general cuando se corre un DF se usa que siga una tendencia determinística.

¿Cuántos lags usar en ADF?

Se arranca con un lag alto y se va bajando

$$P_{max} = \left[12 \left(T/100 \right)^{1/4} \right]$$

criterio de Schwert

Se para cuando el estadístico t tenga un valor de 1,6 o más.

Lag operator

$$\boxed{L^k x_t = x_{t-k}}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta y_t = y_t - y_{t-1} = (1-L)\, y_t$$

AR(p)

$$y_t\,(1-\rho_1 L-\rho_2 L^2-\dots-\rho_p L^p)=\varepsilon_t$$

AR(1) = $y_t(1-\rho L) = \varepsilon_t$

AR(2) = $y_t(1-\rho_1 L-\rho_2 L^2) = \varepsilon_t$.

AR(1) es estacionario si $|\rho| < 1$ o $1-\rho z = 0 \Rightarrow 1 = \rho z$

$\Rightarrow \boxed{1/\rho = z > 1}$

AR(2) es estacionario

si $1-\rho_1 z-\rho_2 z^2 = 0$ y las estan fuera del círculo unitario, si esta sobre ya es estacionario

Si $Y_t \sim MA(1)$

$$Y_t = \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

Este proceso es estacionario si θ es finito

Lag. Operator

ARMA: si la parte A (autorregresiva) es estacionaria => es estacionario porque MA es estacionario siempre.

Si los residuos no son estacionarios => regresión espúrea

$$C^* = c\,A(L)^{-1} \qquad \underbrace{y_t = c^* + G(L)\,\varepsilon_t}_{MA(\infty)}$$

Obs: Cuando un ARMA(p,q) es estacionario se puede escribir como un $MA(\infty)$

En un AR(2) $\boxed{\sum |\beta_i| < 1}$

$$\underbrace{y_t A(L) B(L)^{-1}}_{AR(p)} = \tilde{c} + \varepsilon_t \Big\} AR(\infty)$$

Cointegración

I(1) se pueden regresar sii los residuos son estacionarios, eso se llama cointegración.

⇒ van juntos.

Cuando una serie de tiempo es estacionaria ⇒ revierte a la media

Si los residuos no son estacionarios es una regresión espúrea

Que pasa si la serie es estacionaria?

Estimación:

Box - Jenkins

1) Determino y trasformo a que sea estacionaria para el GUESS, usar el correlación y autocorrelación
MA
AR

2) Estimamos p, q   2, 2 son 4 parámetros a estimar.

3) Test sobre los residuos para ver si es ruido blanco.

VER clase 8 Python

ADF ⇒ Tendencia estocástica

- Corriendo con la tendencia determinista ADF et.

- Correr la regresión x detrás

Clase 9

. Lunes 8 entrega TP//

VAR's (acá: las series son estacionarias)

$$y_t = m + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$$

VAR(p)
↳ cant. de rezagos.

$$\boxed{\text{Cada variable se expresa como una CL del rezago de sí misma y de las demás}}$$

$$y_t = \begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}_{A} + \underbrace{\begin{pmatrix} y_{1t-1} \\ y_{2t-1} \end{pmatrix}}_{y_{t-1}} + \underbrace{\begin{matrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{matrix}}_{\varepsilon_t}$$

ambas variables endógenas

Caso 1

$|\lambda_1| < 1 \quad |\lambda_2| < 1$

$\Rightarrow z_{1t} \wedge z_{2t} \sim I(0)$

Como $Y_t = C Z_t = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_{1t} \\ z_{2t} \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ si z_{1t} y $z_{2t} \sim I(0)$

$\quad$ ξ_{1t} y $\xi_{2t} \sim I(0)$

Ho: Estudio No Ecua equation

No tiene que haber autocorrelación al hacer pronósticos

DB:

Ho: No hay autocorrelación de orden 1

H1: Hay $\quad$ ''

$$DW = \frac{\sum (e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2}$$

2 $\Rightarrow$ No hay autocorrelación

+ AC(1)

$d_w \in [0,4]$

AC(1) -

0,01 1%

0,10 10%

Probit y logit

Clase 10

Hoja de ruta:

ADF DFGLS

Paso 0: Testeo x estacionariedad

Paso 1: Bio series estacionarias ↗ ACF ↘ PACF

AR, ARMA

se aplica a series o regresiones

ARIMA — Regresión

→ regresión
→ DARMA
→ VAR
→ VEC

Causalidad de Granger

X "granger" causa Y
si rezagos de X permiten explicar a Y

VEC

Metodología Engle - Granger

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + U_t$$

Regresión usando MCO es válida si $e_t \sim I(0)$. } Y, X están cointegradas

$$e_t = Y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_t$$

si $e_t \sim I(1) \Rightarrow$ regresión espurea (no sirve a nada)

Cointegración: $\Rightarrow$ una relación de largo plazo de las variables

$\Rightarrow$ a largo plazo se mueven "juntos"

Ejemplo de cointegración

$$\underbrace{y_{2t} = y_{2t-1} + U_t}$$

AR(1) = random walk : probar esto.

Variables = # rel de cointegración
+ # Tendencias estocásticas

Test de Johansen (ver si hay cointegración)

El test es un test sobre el rango de la matriz Π

si tenemos 6 variables $\Rightarrow$ $\alpha R(\Pi) < 6$.

- **Test de traza**

\# de rel. de cointegración

0, 1, 2, ...

$$\left.\begin{array}{l} H_0 : r \leq R \\ H_a : r > R \end{array}\right\} \text{secuencial}$$

- $R = 0$

$H_0 : r = 0$

$H_a : r > 0$

$RH_0 \Rightarrow$ paso a considerar que $r > 0 \Rightarrow R = 1$ y paso al otro test

si $NRH_0 \Rightarrow r = 0$ ∴ termino y $r = 0$ y no hay cointegración

- $R = 1$

$H_0 : r \leq 1$

$H_1 : r > 1$

$NRH_0 : \Rightarrow r \leq 1$ como $r > 0 \Rightarrow r = 1 \Rightarrow$ el \# de relaciones de cointegración es 1

Si RH$_0$ $\Rightarrow$ $r > 1$ $\therefore$ $R = 2$

- $\underline{R = 2}$

$H_0: r \leq 2$

$H_1: r > 2.$

Si RH$_0$ $\Rightarrow$ $r \leq 2$ como $r > 1$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{r = 2}}$

RH$_0$ $\Rightarrow$ $r > 2$ $\Rightarrow$ $R = 3.$

- $\underline{\underline{R = 3}}$

Si el $R = 6$ $\Rightarrow$ no puede haber cointegración porque eso es inconsistente con series de $I(1)$.

Ejemplos

$$MTH1_t = 3{,}34\, MTH9 - 2{,}41\, MTH12 + \varepsilon_t$$

$MTH1 \sim I(1)$, $MTH9 \sim I(1)$, $MTH12 \sim I(1)$, $\varepsilon_t \sim I(0)$

Cointegración: sólo se puede decir que hay una relación de largo plazo.

. Correlograma

Autocorrelación

El eje vertical mide que tan correlacionados están con sus versiones rezagadas, cerca del 0 no hay relación con el rezago.

- Ruido blanco: esta casi todo dentro de la banda
- Serie con tendencia: Autocorrelaciones altas que van decayendo lentamente
- Estacional: picos significativos en rezagos de múltiples periodos.