Beamer テンプレート

20xx 年 x 月 xx 日

目次

目次

目次

Definition 1 (Shannon エントロピー)

Shannon エントロピー $H(x)$ を以下のように定義する.

$$H(x) := -\sum_i P_i \ln P_i.$$

目次

状況設定

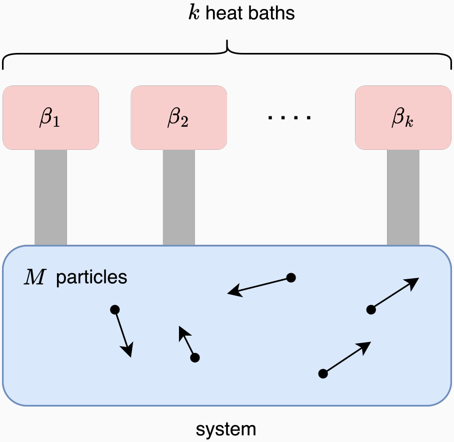
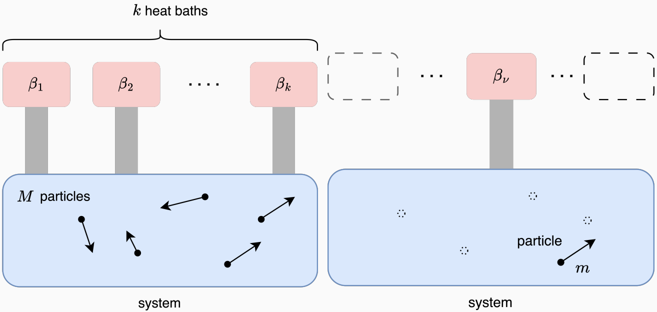


Figure 1: 系の概念図

状況設定



(a) 系全体 (b) 重ね合わせの要素

Figure 2: 概念図

Theorem 2 (熱流とエントロピー生成率とのトレードオフ)

以上の setting の下で,

$$\sum_{\nu=1}^{k} |J_\nu^q| \leq \sqrt{\Theta^{(1)} \dot{\sigma}}.$$

ここで,

$$\Theta^{(1)} := \frac{1}{c_0} \sum_{\mu} \sum_{i \neq j} \left(\Delta E_i^\mu\right)^2 \left(R_{ij}^\mu p_j + R_{ji}^\mu p_i\right) =: \sum_{\mu} \Theta_\mu^{(1)},$$

であり,

$$c_0 = \frac{8}{9}, \quad \Delta E_i^\mu := E_m^i - \langle E \rangle_{t, w^{-m}}$$

とする.

Theorem 3 (熱流とエントロピー生成率とのトレードオフ（局所詳細つりあいがある場合）)

さらに, 任意の w, w', ν について局所詳細つりあい

$$R_{ij}^{\mu} e^{-\beta_\nu E_j} = R_{ji}^{\mu} e^{-\beta_\nu E_i},$$

が成立するとき,

$$\sum_{\nu=1}^{k} |J_\nu^q| \leq \sqrt{\Theta^{(2)} \dot{\sigma}}.$$

ここで,

$$\Theta^{(2)} := \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left(E_i - E_j\right)^2 R_{ij} p_j =: \sum_{\mu} \Theta_\mu^{(2)},$$

最後の $=:$ では R_{ij} の分解を使っている.

目次

パワーと効率のトレードオフ

Theorem 4 (パワーと効率のトレードオフ)

上で定義した notation の下で

$$\frac{W}{\tau} \le \bar{\Theta}^{(i)} \beta_L \eta(\eta_C - \eta), \quad \bar{\Theta}^{(i)} := \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{d}t \Theta(t)^{(i)}.$$

remark

$\Theta^{(i)}$ は経路に依存した量なので, 上の関係式で $\bar{\Theta}^{(i)}$ を定数だと思ってパワーの上界を与える引数として効率をもつ二次関数を想起するのは危険である.

Thm.4 の導出

先に以下のように不等式を示しておくと,

$$
\begin{aligned}
(Q_H + Q_L)^2 &= \left(-\int_0^\tau \mathrm{d}t J_1^q(t) + \int_0^\tau J_2^q(t) \right)^2 \\
&\le \left(\int_0^\tau \mathrm{d}t \sum_\nu |J_\nu^q(t)| \right)^2 \\
\boxed{\text{Thm.2, Thm.3}} \longrightarrow &\le \left(\int_0^\tau \mathrm{d}t \sqrt{\Theta^{(i)} \dot{\sigma}(t)} \right)^2 \\
\boxed{\text{Cauchy-Schwarz}} \longrightarrow &\le \left(\int_0^\tau \mathrm{d}t \Theta^{(i)}(t) \right) \cdot \left(\int_0^\tau \mathrm{d}t \dot{\sigma}(t) \right) \\
&= \tau \bar{\Theta} \Delta S
\end{aligned}
$$

あとは W/τ を上から抑えれば,

Thm.4 の導出（続き）

$$\begin{aligned}
\frac{W}{\tau} &= \frac{Q_H\eta}{\tau}\cdot\frac{\beta_H Q_H-\beta_L Q_L}{\Delta S}\cdot\frac{\beta_L Q_H}{\beta_L Q_H} \\
&= \eta(\eta_C-\eta)\frac{\beta_L Q_H^2}{\tau\Delta S} \\
\text{上の不等式} \longrightarrow &\leq \eta(\eta_C-\eta)\frac{\beta_L Q_H^2\bar{\Theta}}{(Q_H+Q_L)^2} \\
&\leq \eta(\eta_C-\eta)\beta_L\bar{\Theta}.
\end{aligned}$$

となり, 示された.

おわりに

ご清聴ありがとうございました.

目次（補足資料）

$\Theta^{(1)}$ の評価

$$
\begin{aligned}
\Theta^{(1)}_\mu &= \frac{1}{c_0} \sum_{w \neq w'} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 \left(R^\mu_{ww'} p_{w'} + R^\mu_{w'w} p_w\right) \\
&= \frac{1}{c_0} \sum_{w} \left(\sum_{w' \neq w} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 R^\mu_{ww'} p_{w'} + \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 (-R^\mu_{ww}) p_w \right) \\
&= \frac{1}{c_0} \left(\sum_{w', w} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 R^\mu_{ww'} p_{w'} - 2 \sum_{w} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 R^\mu_{ww} p_w \right) \\
&= \frac{1}{c_0} \left(\sum_{w} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 \left[\frac{\mathsf{d}}{\mathsf{d}t}\right]_\mu p_w + 2 \sum_{w} \left(\Delta E^\mu_w\right)^2 |R^\mu_{ww}| p_w \right) \\
&\leq \frac{1}{c_0} \sum_{w^{-m}} p_{w^{-m}} \left(\left[\frac{\mathsf{d}}{\mathsf{d}t}\right]_\mu \left\langle (E^\mu_w)^2 \right\rangle_{t, w^{-m}} + 2 R_{max} \left\langle (E^\mu_w)^2 \right\rangle_{t, w^{-m}} \right).
\end{aligned}
$$

上式で 1 項目が発散することはなさそうなので，R_{max} が有界であれば $\Theta^{(1)}$ も有界だとわかる．