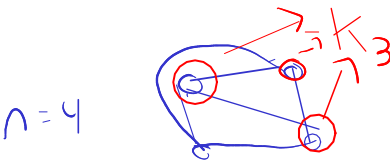
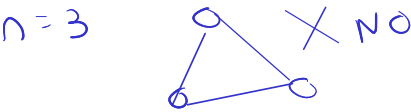
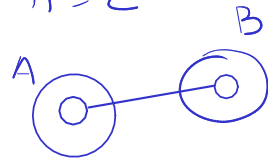


Opcional 2: Grafos

1. [25 puntos] Indique bajo que condiciones estos grafos son bipartitos:

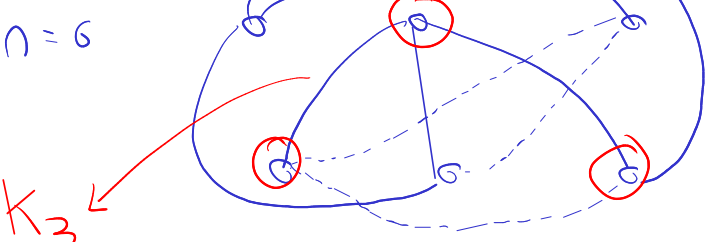
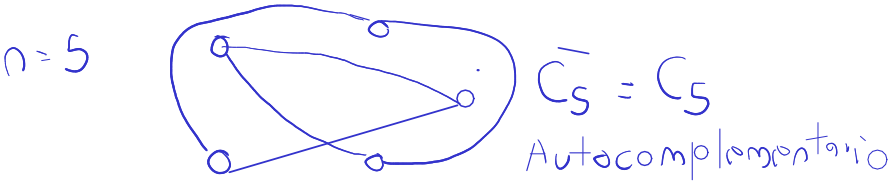
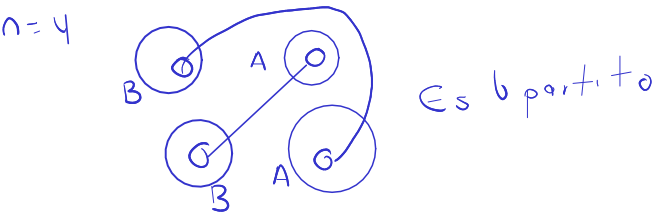
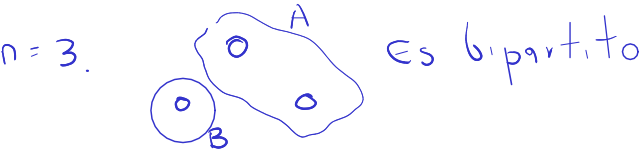
- $\overline{C_n}, n \geq 3$
- K_n

K_n sólo para $n=2$



todo $n \geq 3$ contiene al menos un K_3

1) $\overline{C_n} \quad n \geq 3$

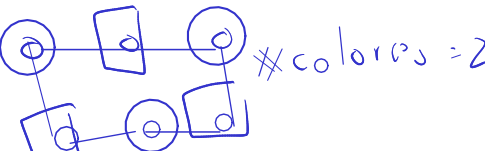
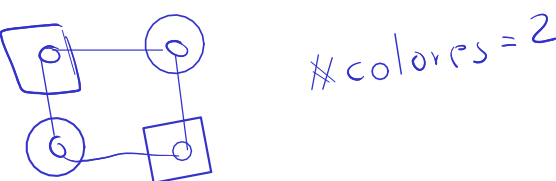


Con $n > 5$ se tienen cliques o K_3 presentes, los cuales no pueden ser bipartitos. Un K_3 son 3 vértices totalmente conectados entre sí

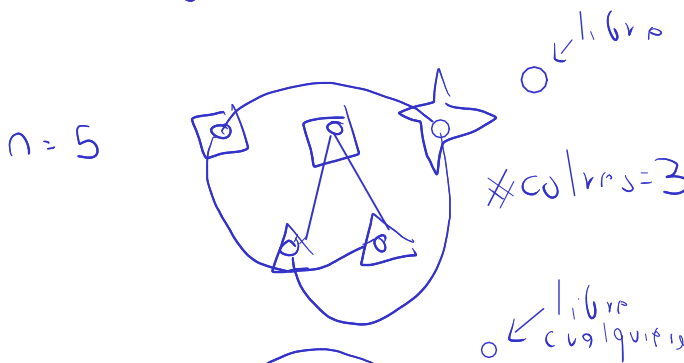
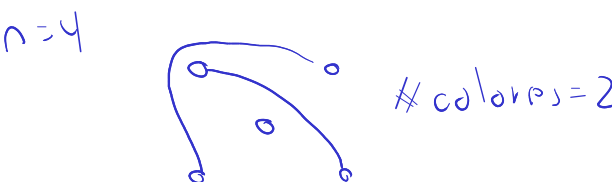
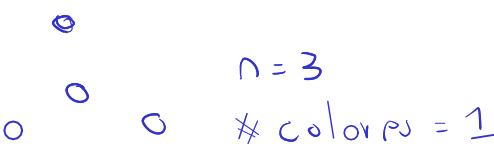
[25 puntos] Indique en términos n cómo es el número cromático de:

- $\overline{W_n}, n \geq 3$
- $C_n, n \geq 3$

$C_n \quad n \geq 3$



$\overline{W_n} \quad n \geq 3$



Para $n \geq 3$, sólo uno de los que eran vecinos en el grafo original W_n pueden tener el mismo color, por lo que aproximadamente se tienen $\lceil n/2 \rceil$ colores

$$\chi(\overline{C_n}) = \begin{cases} 2 & n \text{ par} \\ 3 & n \text{ impar} \end{cases}$$

$$\chi(\overline{W_n}) = \begin{cases} 1 & \text{si } n=3 \\ \lceil \frac{n}{2} \rceil & \text{si } n > 3 \end{cases}$$

3. [25 puntos] Indique las condiciones para que en los siguientes grafos existan circuitos eulerianos o caminos eulerianos. Si no existe alguno sustente porque.

- $K_{n,m}, n, m \geq 1$ Circuito
- $\overline{W}_n, n \geq 3$

$$K_{n+1} = \{n, n, n, \dots, n\}$$
$$W_n = \{3, 3, 3, \dots, n\}$$

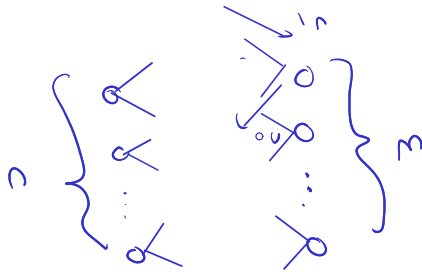
$$\overline{W}_n = \{n-3, n-3; n-3, \dots, 0\}$$

Con n par y $n \geq 5$

$n=3$ no es conexo

Camino NO es posible
porque todos son grado par
o impar

1) $K_{n,m}$
Circuito
Sólo si $n=m$ par



Deben existir igual número de nodos e igual número de caminos de entrada y de salida

Camino

Solo $n=2$ m impar

4. [25 puntos] Indique bajo que condiciones existen circuitos o caminos hamiltonianos en:

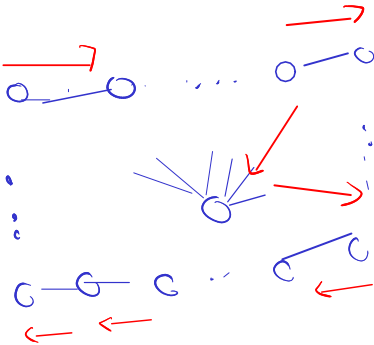
- $\overline{K_{n,m}}$
- $W_n, n \geq 3$

$K_{n,m}$



No existe
camino ni circuito
hamiltoniano debido
a que NO ES CONEXO

Circuito
 W_n para todo n debido
a que existe C_n dentro
de el



Camino

Si, inicio o fin
el del centr