

Ejercicios raices

1. Métodos cerrados

Ejercicio 1. Determine las raices reales de $f(x) = -0.5x^2 + 2.5x + 4.5$

- a) Gráficamente
- b) Empleando formula cuadrática
- c) Utilizando el método de la bisección con tres iteraciones en el rango [5,10]. Calcule el valor estimado aproximado relativo y el error relativo para cada iteración

En la tercera iteración:

Error relativo: 7.25%

Error de aproximación: 9.09%

Ejercicio 2. Calcule las raíces reales de $f(x) = -12 - 21x - 18x^2 - 2.75x^3$

- a) Gráficamente
- b) Con el método de la falsa posición con un valor de error aproximado menor al 1% para determinar la raíz más pequeña.

Solución

Las raíces son:

-0.4 2.25 y 4.7

Debido a que queremos la raíz más pequeña establecemos como rango [-1,0]

En total se requieren 8 iteraciones, la raíz estimada es -0.417969, con un error aproximado de 0.93%.

2. Métodos abiertos.

Ejercicio 3. Determine la raíz real más grande de $f(x) = 2x^3 - 11.7x^2 + 17.7x - 5$

- a) De forma gráfica
- b) Con el método de iteración simple de punto fijo (tres iteraciones, $X_0 = 3$).

i	x_i	ε_a
0	3	
1	3.180791	5.68%
2	3.333959	4.59%
3	3.442543	3.15%

c) Con el método de Newton Raphson (tres iteraciones, $X_0 = 3$, delta = 0.001)

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	ε_a
0	3	-3.2	1.5	
1	5.133333	48.09007	55.68667	41.56%
2	4.26975	12.95624	27.17244	20.23%
3	3.792934	2.9476	15.263433	12.57%

d) Con el método de la secante (tres iteraciones, $X_{-1} = 3$, $X_0 = 4$)

i	x_{i-1}	$f(x_{i-1})$	x_i	$f(x_i)$	ε_a
0	3	-3.2	4	6.6	
1	4	6.6	3.326531	-1.96885	20.25%
2	3.326531	-1.96885	3.481272	-0.79591	4.44%
3	3.481272	-0.79591	3.586275	0.24786	2.93%

Las raíces de la ecuación son:

1.94174, 0.356316, 0.365098.

Ejercicio 4. Para la ecuación $f(x) = -x^2 - 1.8x + 2.5$ con el uso de $X_0 = 5$. Use los métodos cerrados de punto fijo y Newton Raphson para determinar una raíz. Haga que el error relativo de aproximación sea menor que el 0.05%

Para punto fijo: En total se requieren 8 iteraciones, se obtiene un error aproximado del 0.02%.

i	x_i	\mathcal{E}_a
0	5	
1	3.391165	47.44%
2	2.933274	15.61%
3	2.789246	5.16%
4	2.742379	1.71%
5	2.726955	0.57%
6	2.721859	0.19%
7	2.720174	0.06%
8	2.719616	0.02%

Para Newton-Raphson se requieren en total 5 iteraciones y el error aproximado es prácticamente 0%.

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	ε_a
0	5	-13.5	-8.2	
1	3.353659	-2.71044	-4.90732	49.09%
2	2.801332	-0.30506	-3.80266	19.72%
3	2.721108	-0.00644	-3.64222	2.95%
4	2.719341	-1.6E-06	-3.63868	0.06%
5	2.719341	-1.7E-06	-3.63868	0.00%

Ejercicio 5. Determine la menor raíz positiva de $f(x)=8\operatorname{sen}(x)e^x-1$

a) De forma gráfica

b) Con el uso del método de Newton-Raphson (tres iteraciones, $x_i = 0.3$)

i	x_i	$f(x)$	$f'(x)$	ε_a
0	0.3	0.751414	3.91043	
1	0.107844	-0.22695	6.36737	178.180%
2	0.143487	-0.00895	5.868388	24.841%
3	0.145012	-1.6E-05	5.84748	1.052%

c) Con el método de la secante (cinco iteraciones $x_{i-1}=0.5$ y $x_i=0.3$)

i	x_{i-1}	$f(x_{i-1})$	x_i	$f(x_i)$	ε_s
0	0.5	1.32629	0.4	1.088279	
1	0.4	1.088279	-0.05724	-1.48463	798.812%
2	-0.05724	-1.48463	0.206598	0.334745	127.706%
3	0.206598	0.334745	0.158055	0.075093	30.713%
4	0.158055	0.075093	0.144016	-0.00585	9.748%
5	0.144016	-0.00585	0.14503	0.000088	0.699%