Primer examen parcial: Conteo y combinatoria.
Matemáticas discretas II
Duración 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

25 de Febrero de 2019

Importante: Debe mostrar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no es válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [**20 puntos**] Los números de teléfono se estructuran así:

   - **Código de país:** Tiene dos dígitos y no puede comenzar en 0
   - **Código de área** Son dos o tres dígitos.
   - **Número telefónico** Son seis o siete números

   Los teléfonos se estructuran así:

   Código de país: Código de área Número telefónico. Ejemplo:

   12 352 124045

   ¿Cuantos números de teléfonos existen en el mundo?

2. [**15 puntos**] Usando principio de palomar indique ¿Cuantos habitantes deben existir en Tulua para que al menos 4 personas cumplan el mismo día, tengan la misma letra inicial de primer nombre y primer apellido?. Las letras están en alfabeto inglés y en mayúsculas.

3. [**20 puntos**] Cuantas palabras de tamaño 10 y 11 podemos formar con las letras de:
   CALCULADORA

4. [**35 puntos**] Resuelva la relación de recurrencia: $T(n) = T(n-1) + 2T(n-2) + 2n + 2^n$.
   $T(0) = 2, T(1) = 8$.

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2}$$

Combinatoria:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{3}$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \tag{4}$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1,r) \tag{5}$$

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1n + A_0$
n^2	$A_2n^2 + A_1n + A_0$
$n^t, t \in Z^+$	$A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \ldots + A_1n + A_0$
$r^n, r \in R$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$n^tr^n, t \in Z^+, r \in R$	$r^n(A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \ldots + A_1n + A_0)$
$r^n\sin(\alpha n)$	$Ar^n\sin(\alpha n) + Br^n\cos(\alpha n)$
$r^n\cos(\alpha n)$	$Ar^n\sin(\alpha n) + Br^n\cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado f(n)

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \quad es \begin{cases} O(n^{d)} & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases} \}$$

¡Éxitos!