Matemáticas Discretas II

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

- Autómatas finitos
- Autómatas finitos deterministas
- Autómatas finitos no deterministas
- Equivalencia entre AFD y AFN

Lenguajes regulares

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \rightarrow \beta$, $\|\alpha\| \leq \|\beta\|$
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \rightarrow \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \rightarrow aB$ $A \rightarrow a$

Lenguajes regulares

- $\{a\}^*$
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$
- $\{a,bc\}^*$
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$
- $\{(ab)^n | n \geq 0\}$
- $\{a^n b^m | n \geq 0,\ m \geq 0\}$
- $\{a^l b^m c^n | l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$

Se puede construir un **autómata finito** para cada uno de estos lenguajes

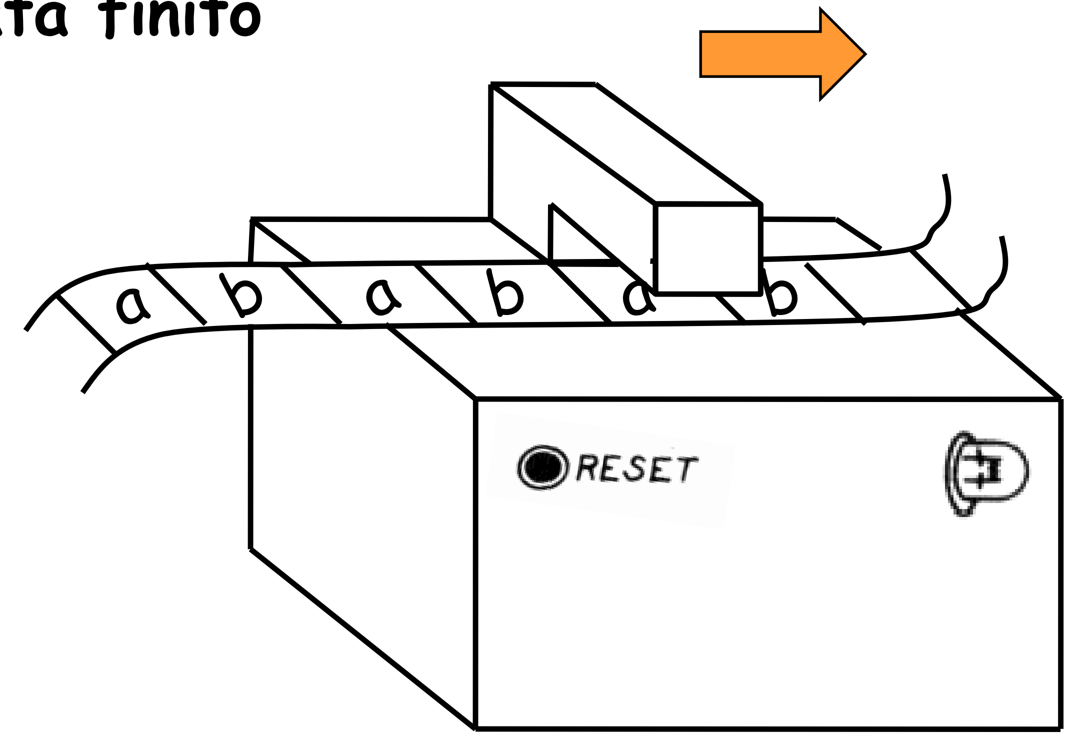
Lenguajes regulares

- $\{a^n b^n | n \geq 0\}$, no es regular
- $\{a^n b^{2n} | n \geq 0\}$, no es regular
- $\{wcw | w \in \{a,b\}^*\}$, no es regular

No se puede construir un **autómata finito** para ninguno de estos lenguajes

Lenguajes regulares

Autómata finito



Se puede diseñar un autómata finito para que **acepte**, por ejemplo, el lenguaje $\{ab\}^*=\{\varepsilon,ab,abab,ababab,\ldots\}$

Lenguajes regulares

Considere el lenguaje regular L representado por

$$c^*(a \cup bc^*)^*$$

- ¿w_1=**abc^5ab** pertenece a L? $\epsilon(b\overbrace{ccccc}^{c^5}, a, b)$ Sí
- ¿w_2=**$cabac^3bc$** pertenece a L?

$c(a, b, a, c^3 \times)$ NO

Lenguajes regulares

Considere el lenguaje regular L representado por

$$\mathbf{c^*(a \cup bc^*)^*}$$

- ¿w_1=$\mathbf{abc^5ab}$ pertenece a L?
- ¿w_2=$\mathbf{cabac^3bc}$ pertenece a L?

Se quiere conocer si una cadena w es generada por un lenguaje L, para esto se puede crear un **autómata finito**

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

• Caja negra que acepta como entrada los datos de una cinta

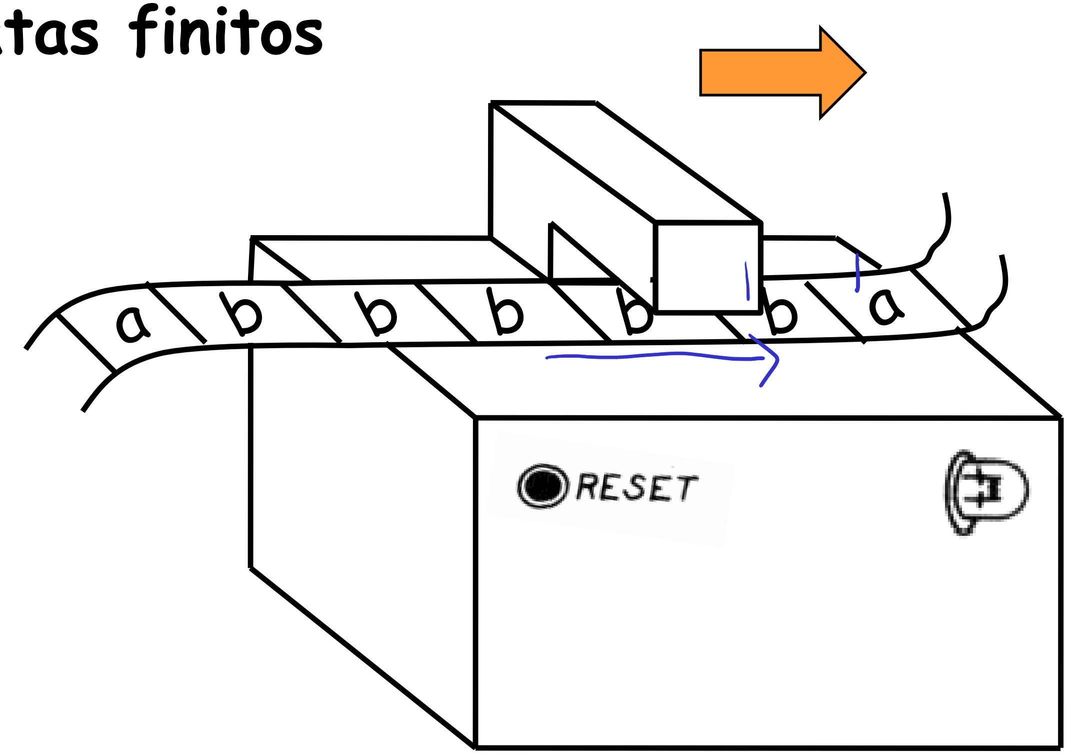
• Se tiene un bombillo que representa la salida, cuando la entrada se acepta por el autómata, éste se enciende

• Botón reset

• La operación de la máquina consiste en un conjunto de estado internos

Lenguajes regulares

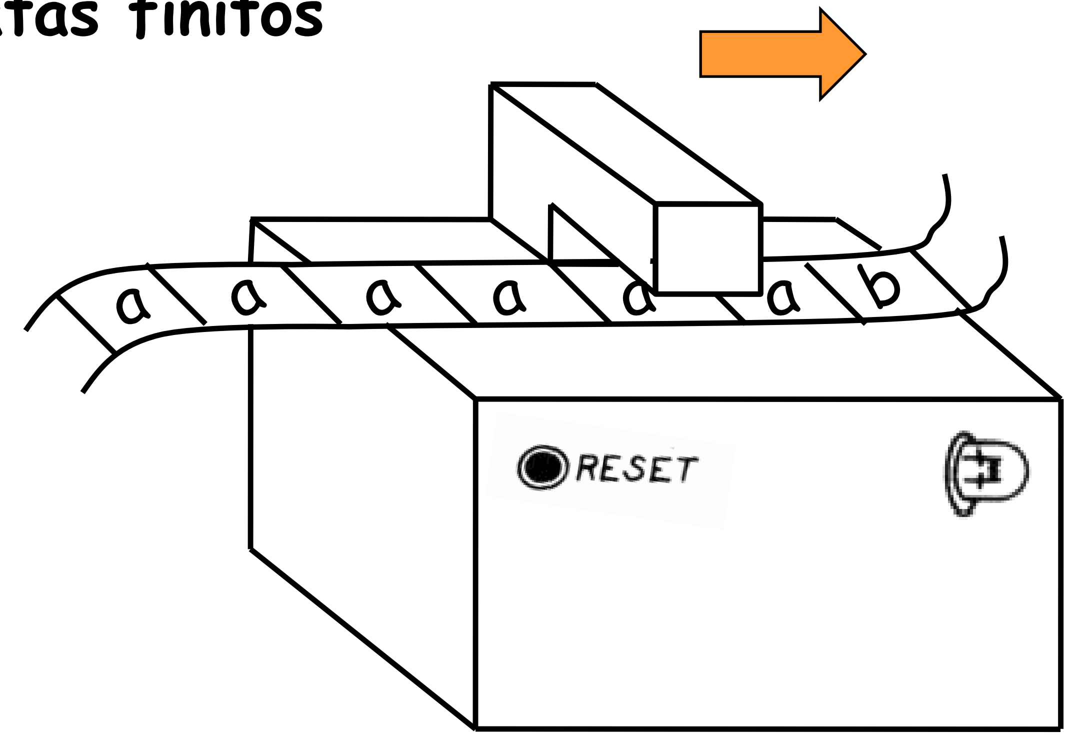
Autómatas finitos



La cabeza del autómata sólo puede **leer** (no puede escribir) y se mueve siempre a la **derecha**

Lenguajes regulares

Autómatas finitos



Considere un autómata que acepta cadenas en {a,b}* que tienen una sola **b** y está al final de la cadena

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a	a

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a	a	a

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a	a	a	b

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a	a	a	b	a

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

a	a	a	b	a	a

Lenguajes regulares

Autómatas finitos

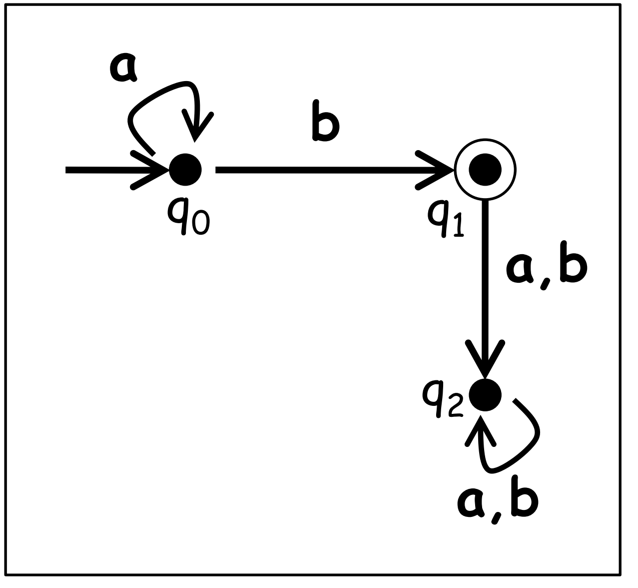
• Los autómatas se pueden representar por medio de un grafo dirigido conocido como **diagrama de transición**

• Nodos (**estados**)

Estado inicial

Estado de aceptación

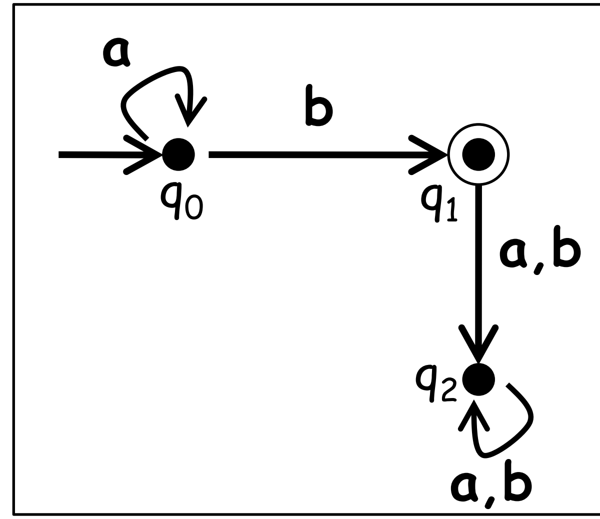
• Aristas (**transiciones**)

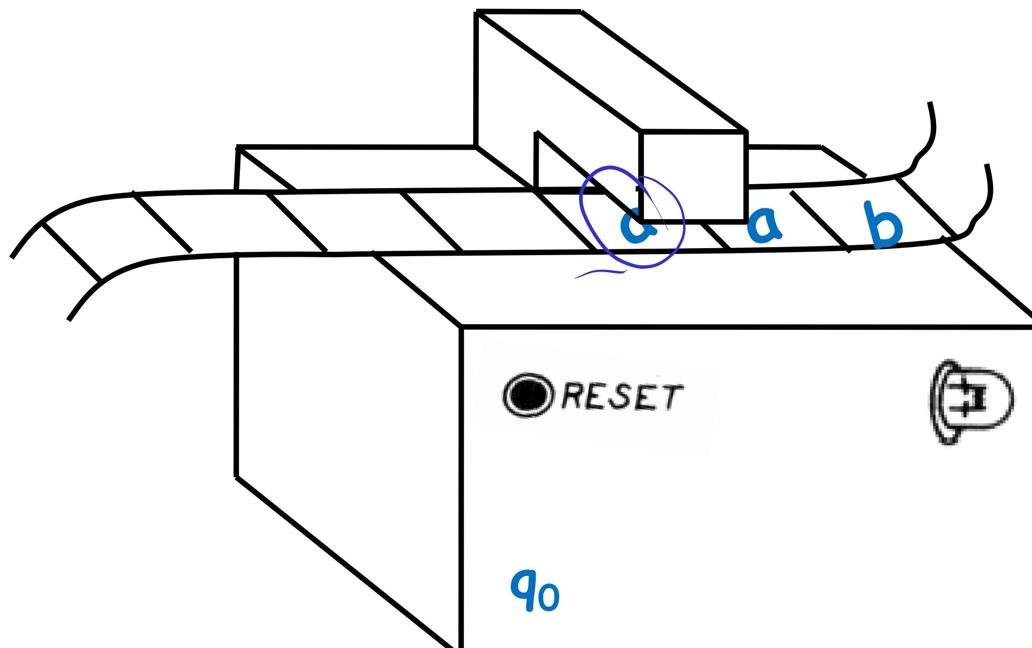


Lenguajes regulares

Cada **avance** en el autómata depende de:

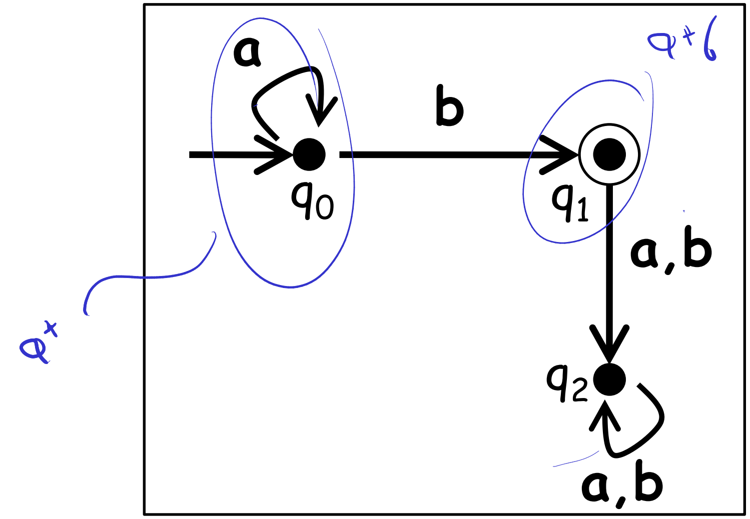
(simboloLeido, estadoActual)





Lenguajes regulares

Realice el seguimiento del cómputo para la cadena **aab**



	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_2
q_2	q_2	q_2

aab

aab ← Aceptado

$(q_0, a) \rightarrow q_0$

$(q_0, a) \rightarrow q_0$

$(q_0, b) \rightarrow q_1$

aabab ← No es aceptada

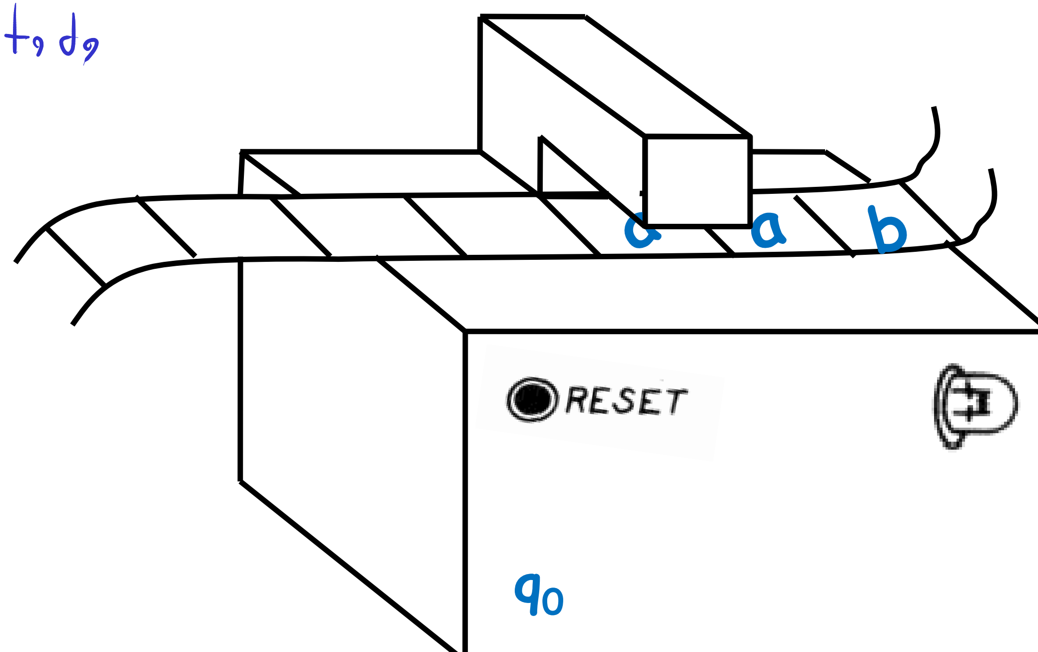
1) $(q_0, a) \rightarrow q_0$

2) $(q_0, a) \rightarrow q_0$

3) $(q_0, b) \rightarrow q_1$

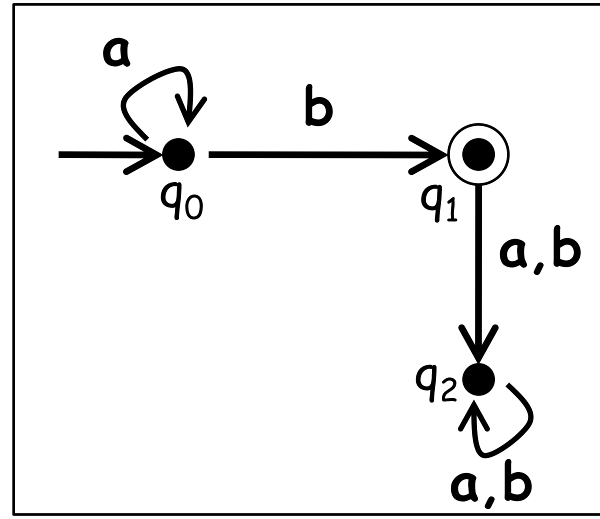
4) $(q_1, a) = q_2$

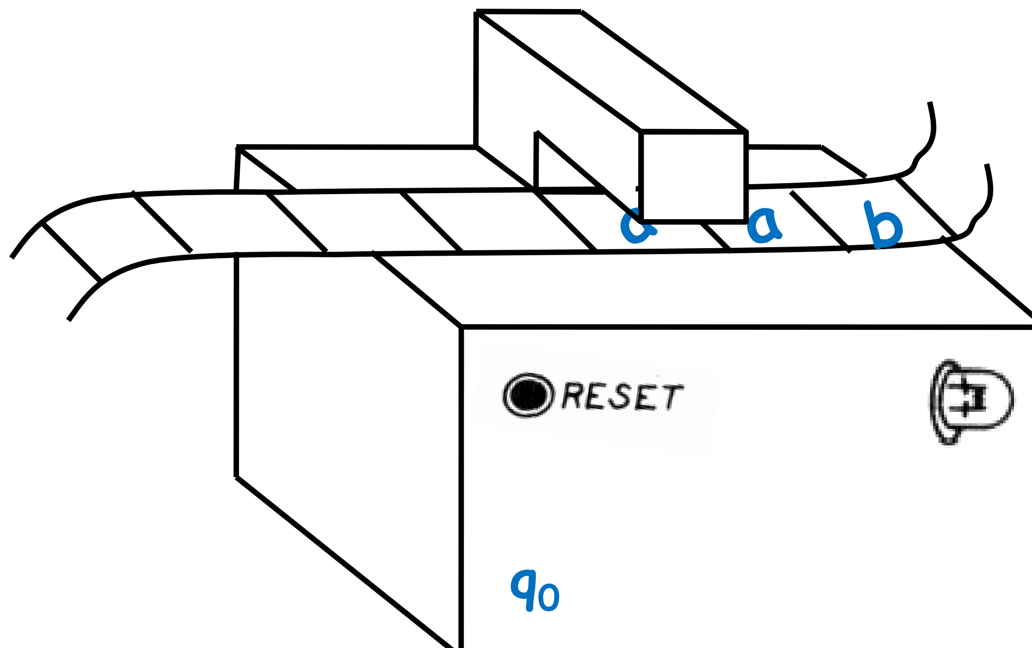
5) $(q_2, b) = q_2$



Lenguajes regulares

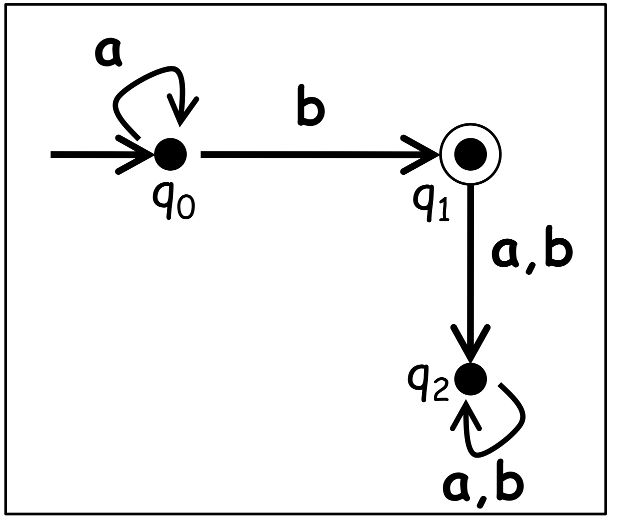
$(q_0, a) \rightarrow q_0$

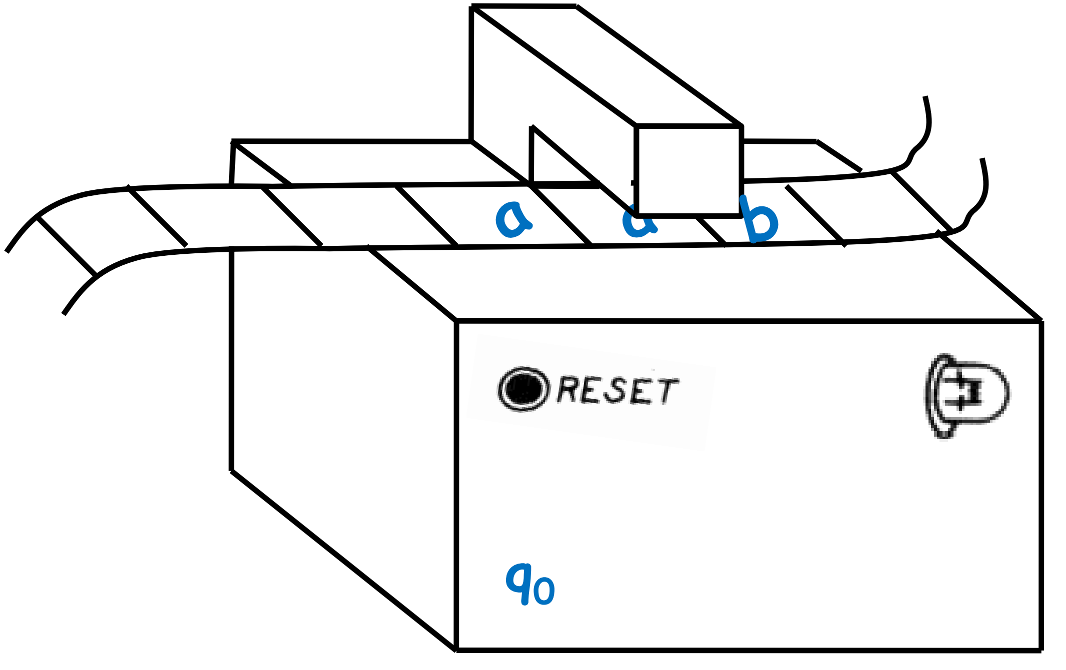




Lenguajes regulares

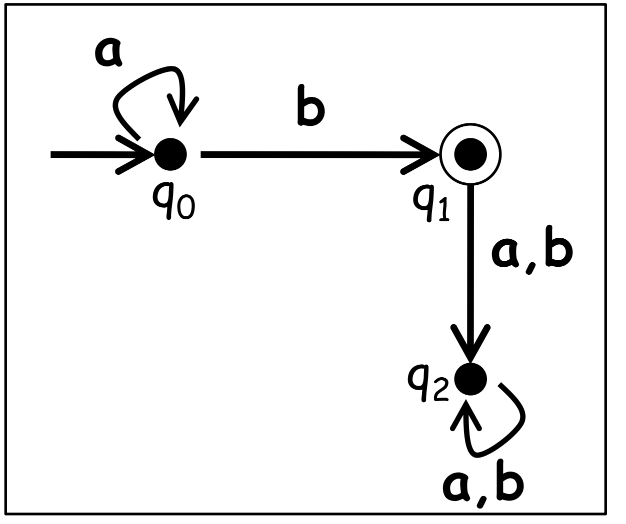
$(q_0,a) \rightarrow q_0$

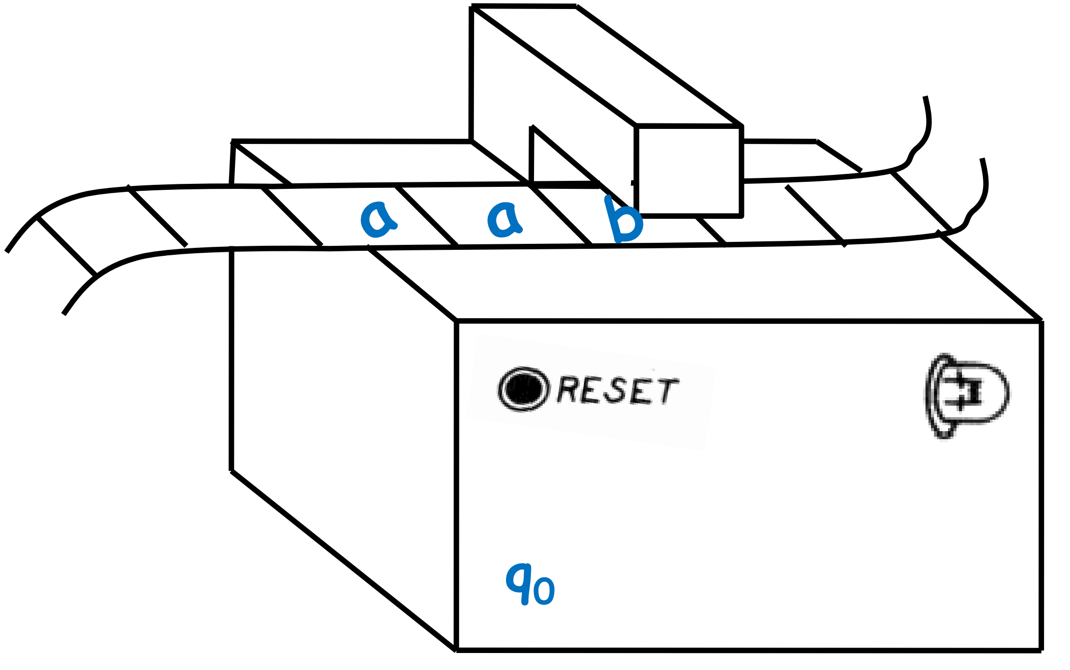




Lenguajes regulares

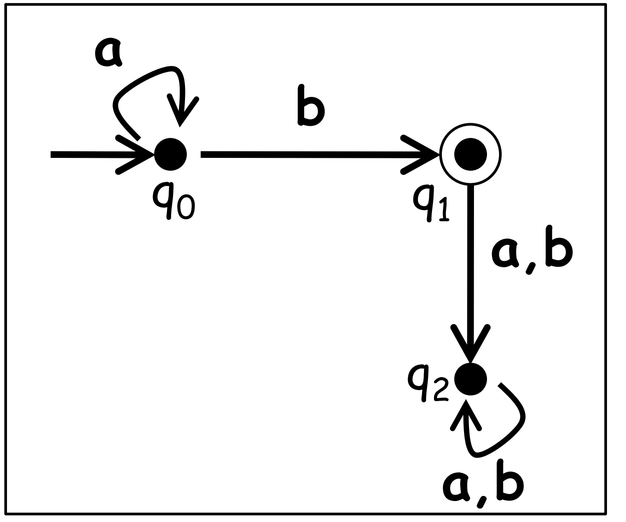
$(q_0, a) \rightarrow q_0$

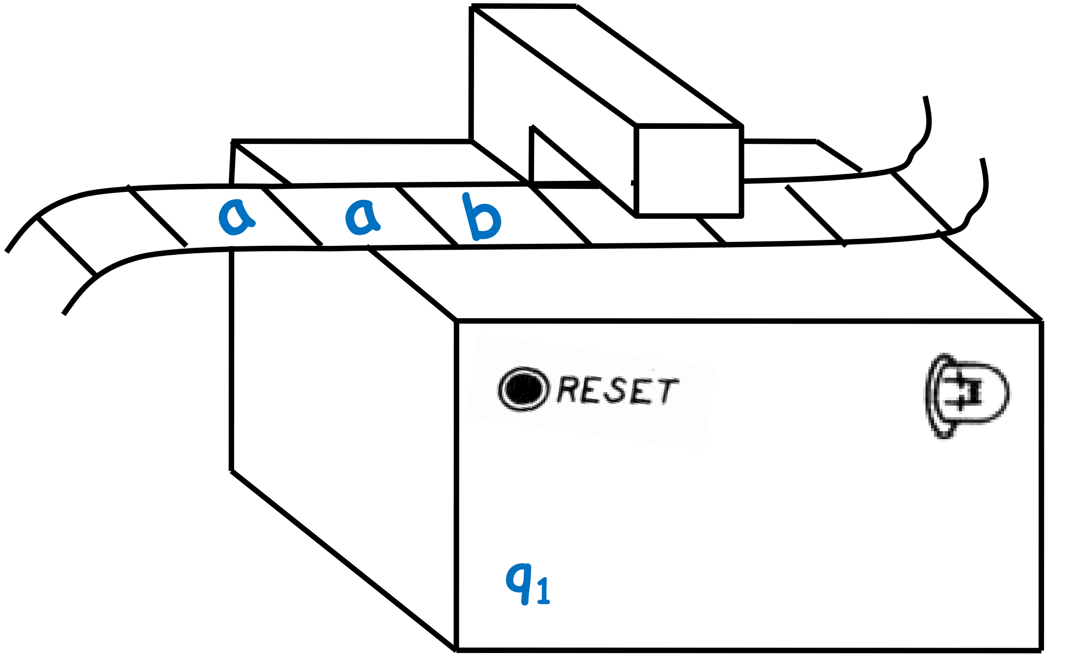




Lenguajes regulares

$(q_0, b) \rightarrow q_1$

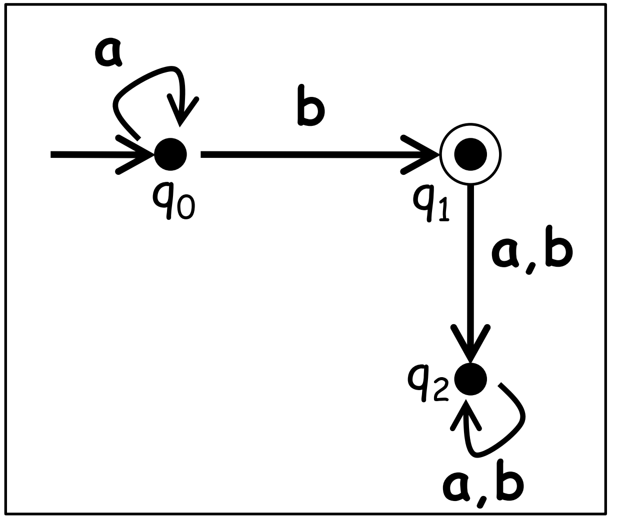


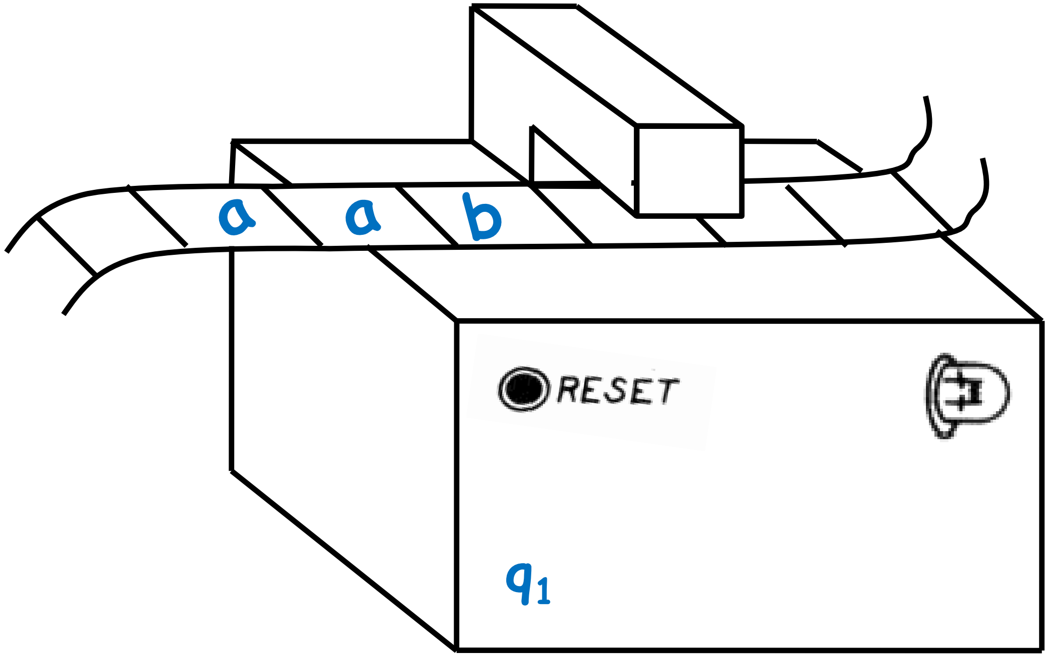


Lenguajes regulares

$(q_0,b) \rightarrow q_1$

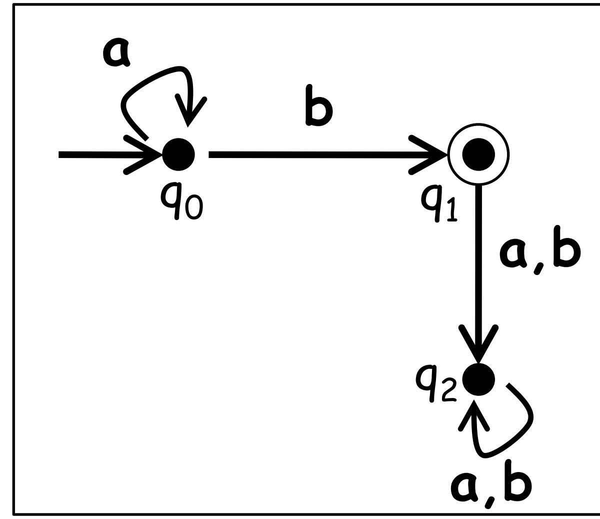
Como se consumen los símbolos en la cinta y q_1 es un estado de aceptación, se dice que el autómata reconoce **aab**

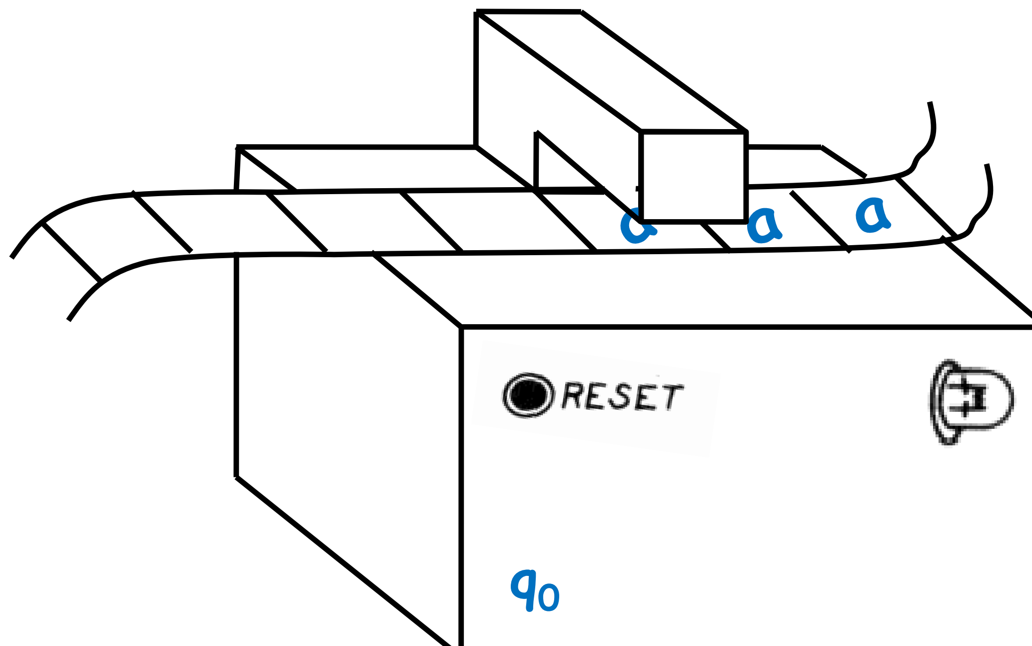




Lenguajes regulares

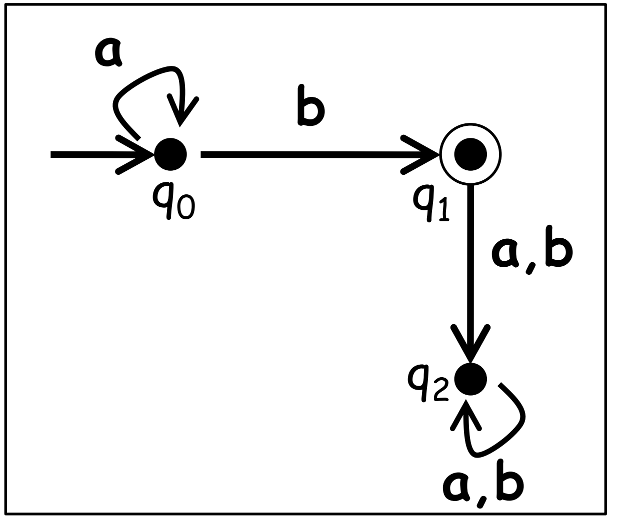
Indique si se acepta la cadena
aaa

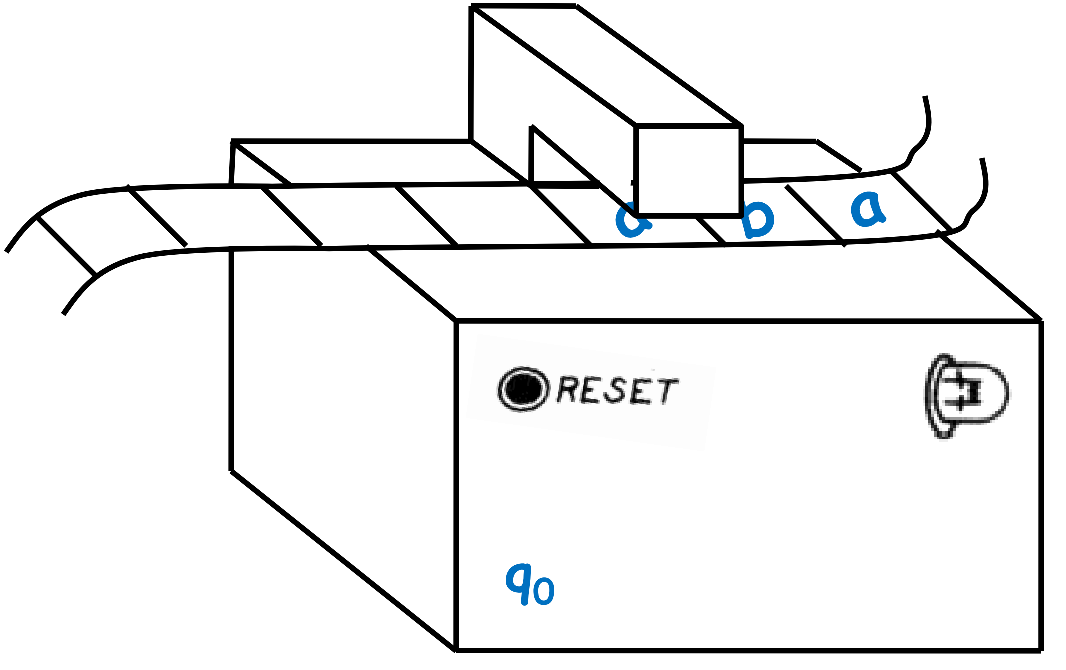




Lenguajes regulares

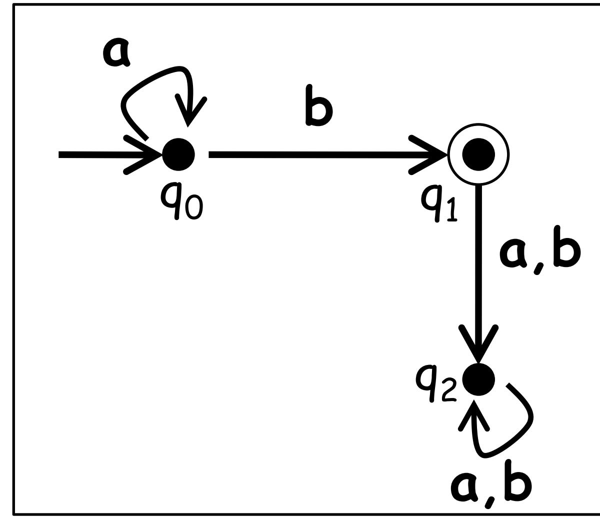
Indique si se acepta la cadena **aba**

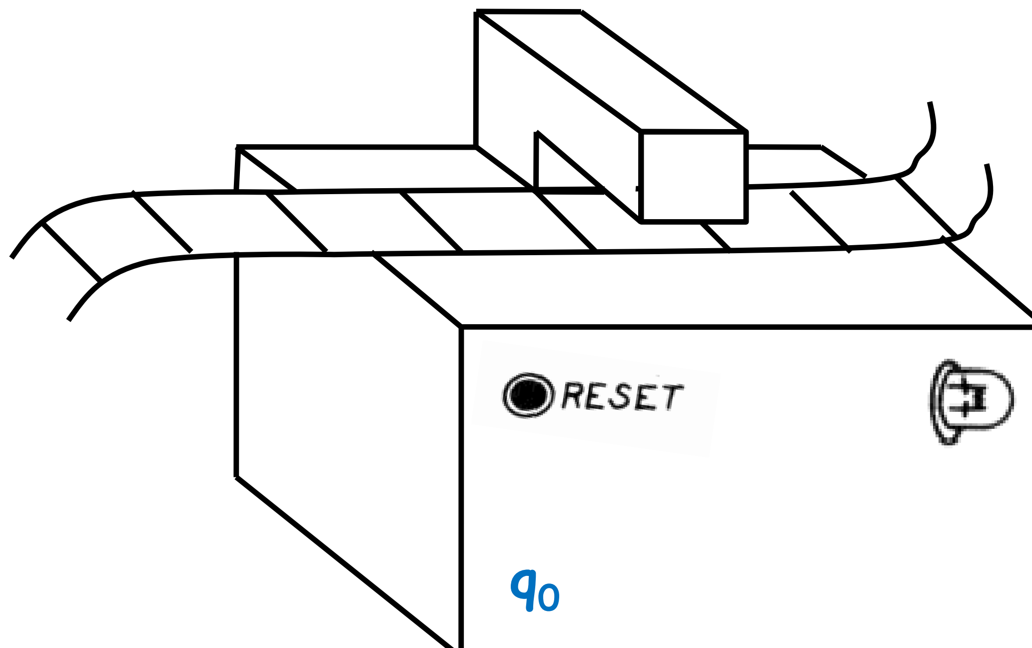




Lenguajes regulares

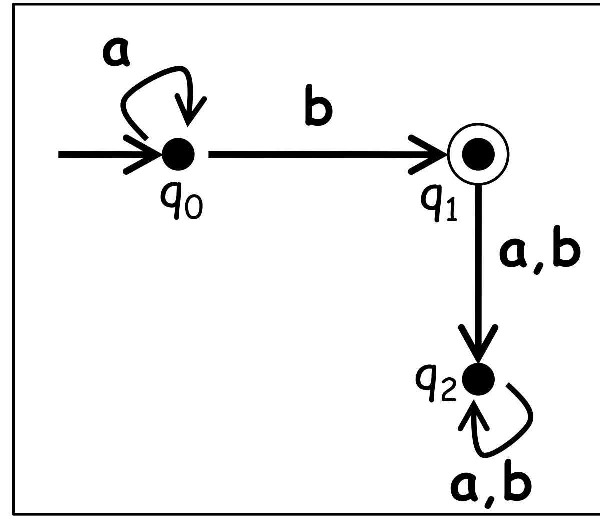
Indique si se acepta la cadena vacía ε

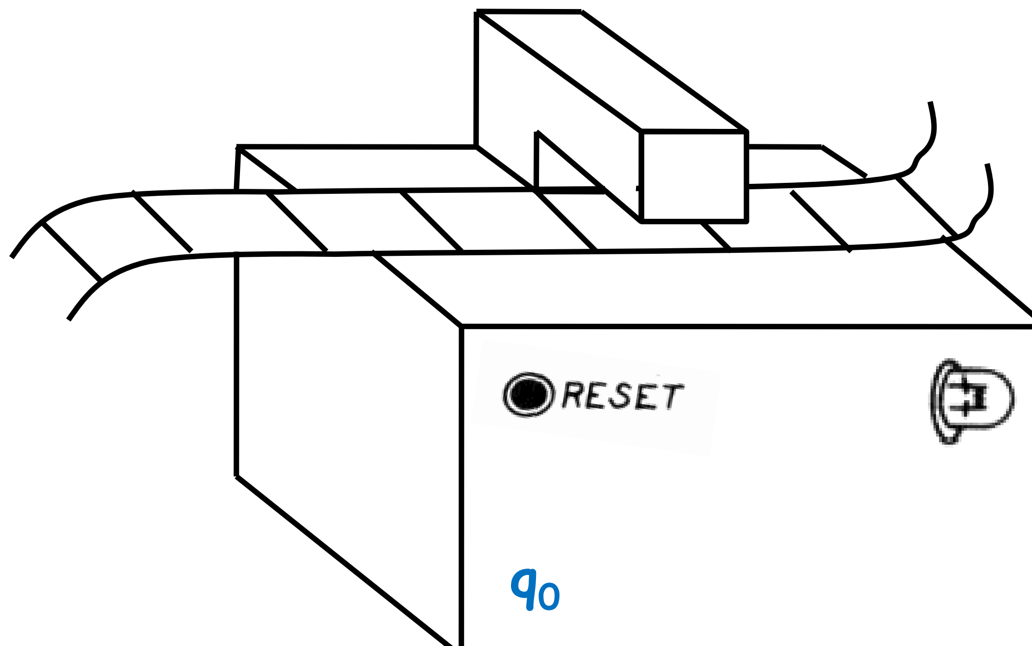




Lenguajes regulares

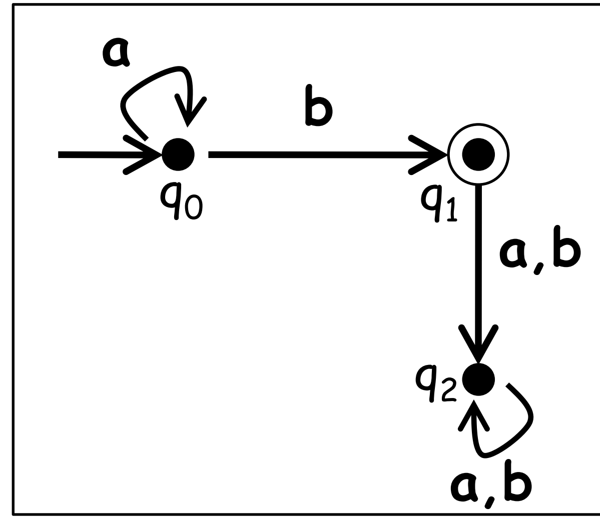
- Indique una expresión regular para el autómata

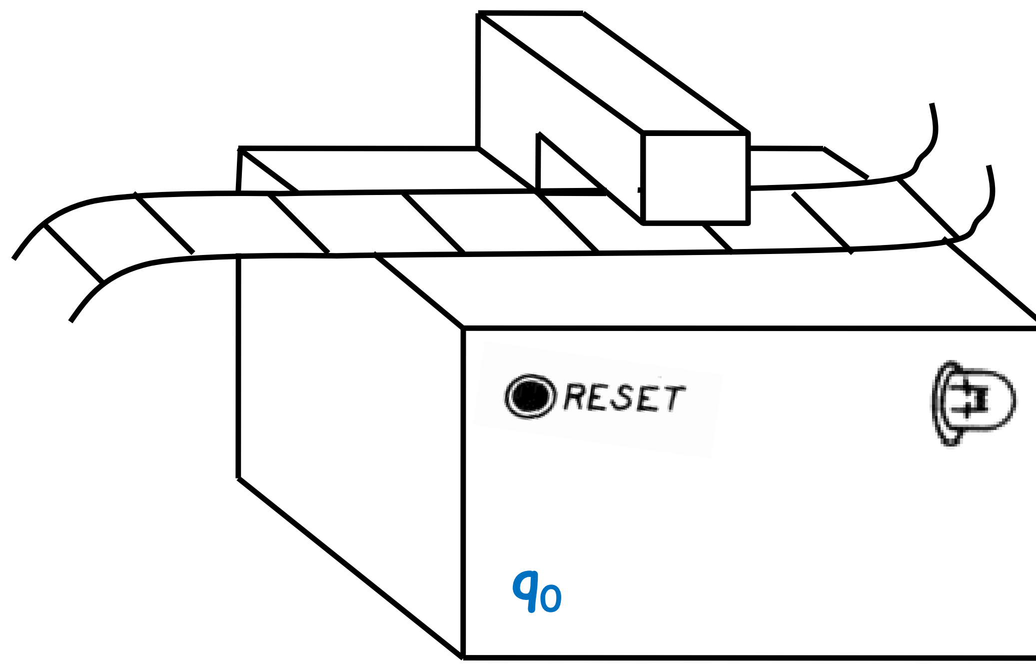




Lenguajes regulares

- El autómata acepta el lenguaje dado por **a*b**

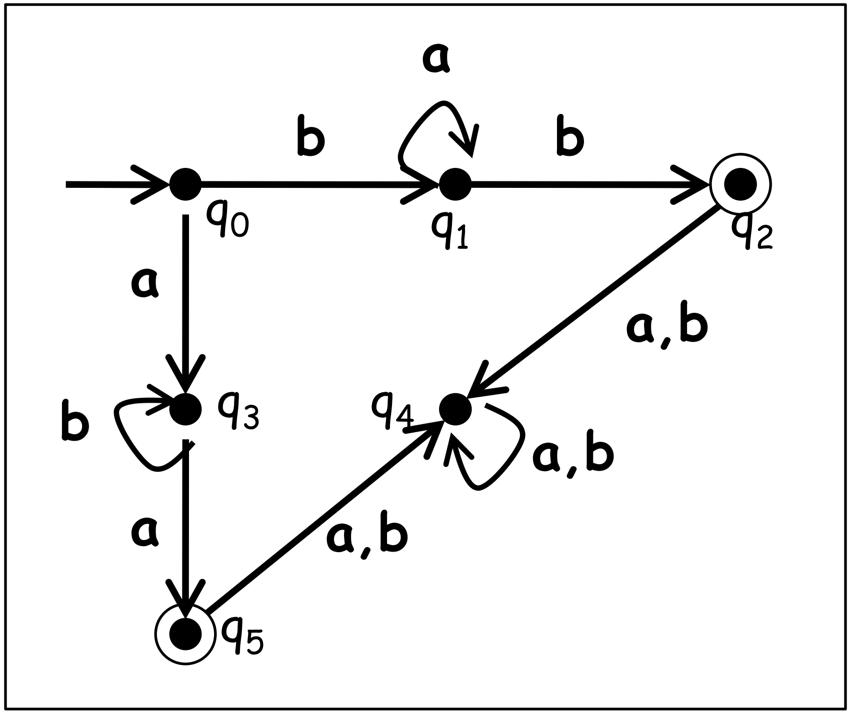




Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

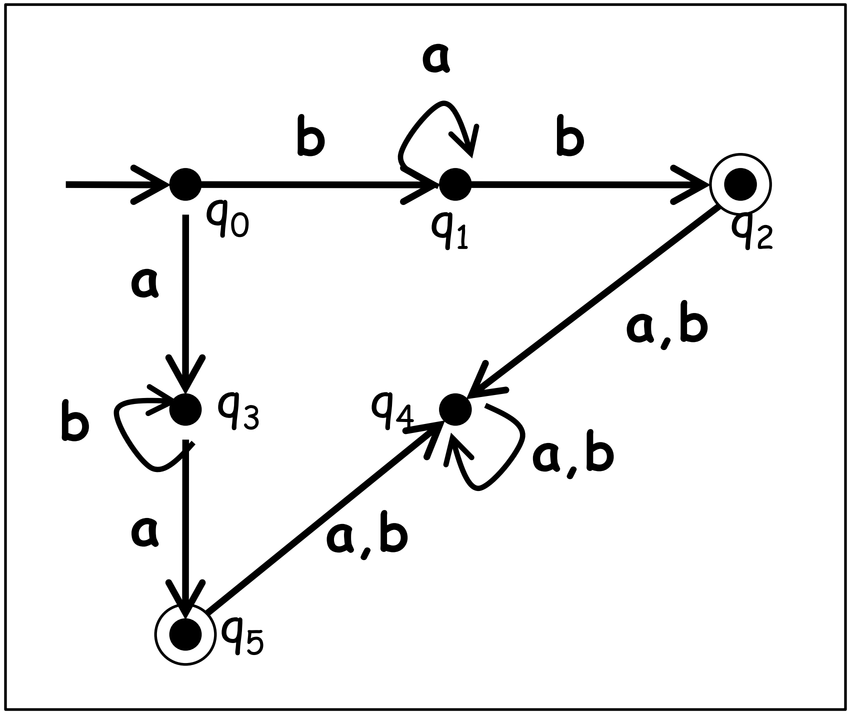
- ε
- ab
- bab
- ba^4b
- ab^3a



Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- ε
- ab
- bab
- ba^4b
- ab^3a



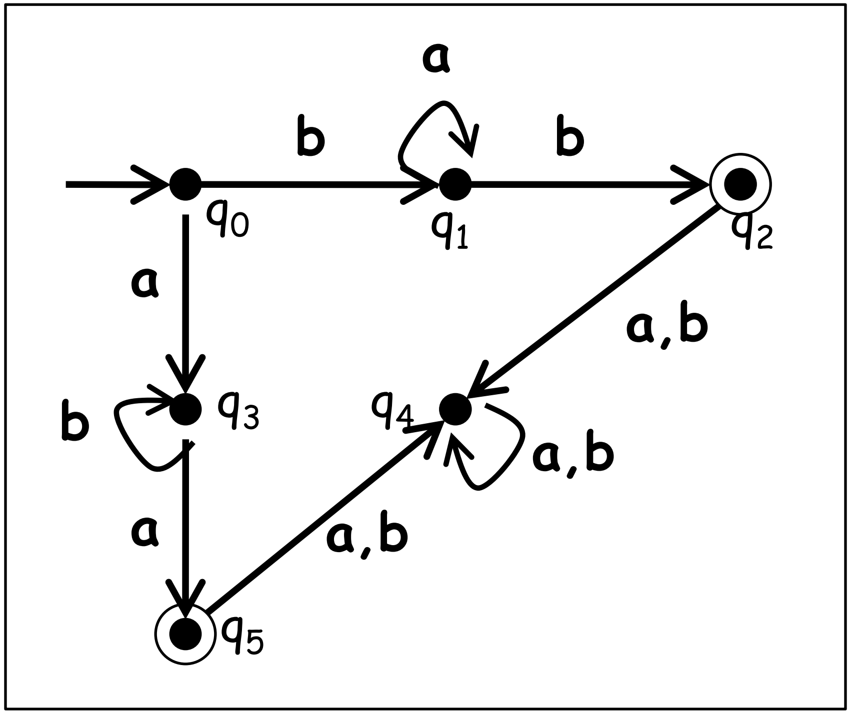
Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- ε
- ab
- bab
- ba^4b
- ab^3a

Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

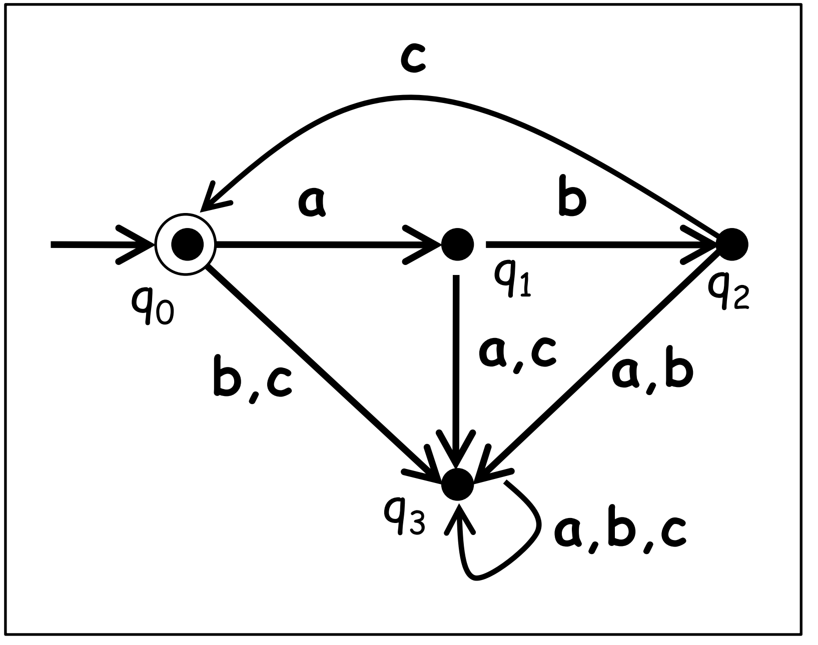


ab*a∪ba*b

Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- ε
- abc
- $(abc)^2$
- aabc
- aba
- abca



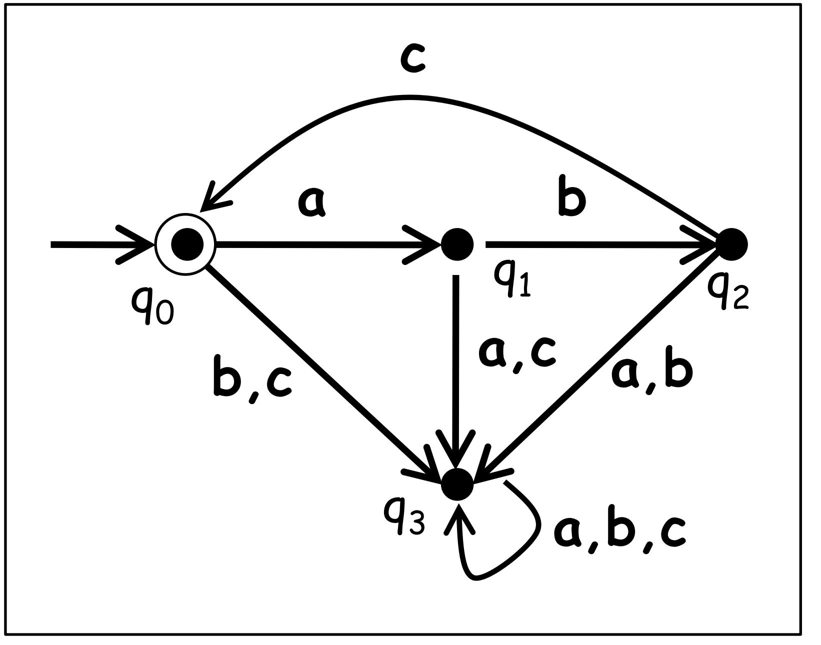
Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- ε
- abc
- $(abc)^2$
- aabc
- aba
- abca

Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

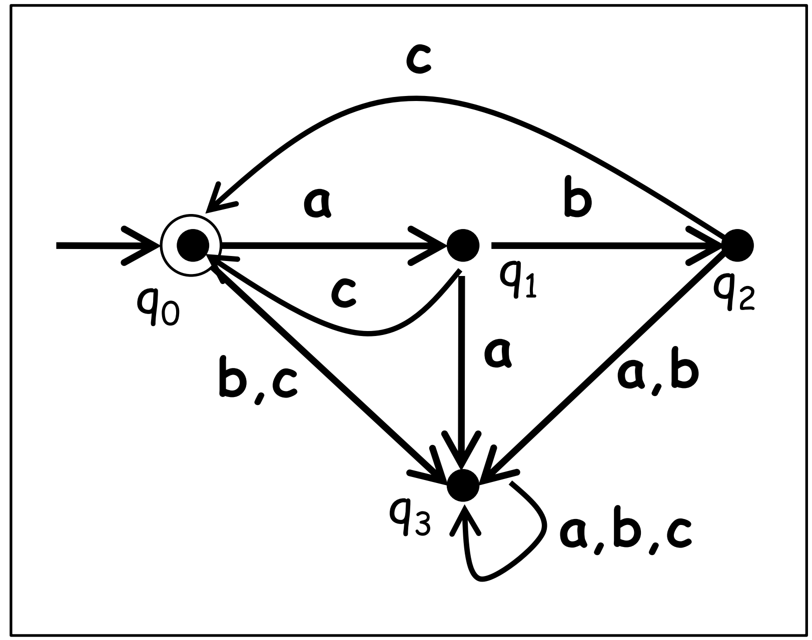


(abc)*

Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- ε
- abc
- abcac
- $(ac)^{10}$
- $a^2b^2c^2$
- $(abc)^2$
- $(abc)^2(ac)^3$

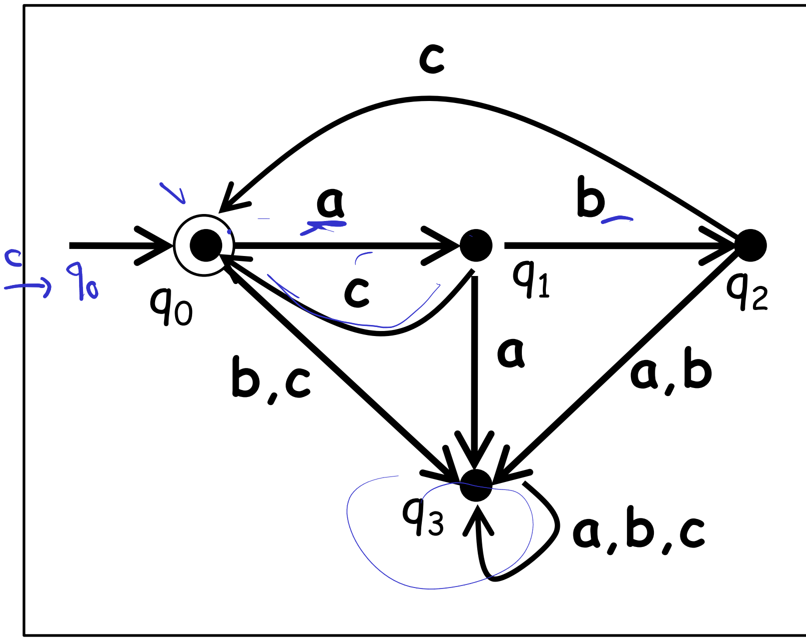


Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

Lenguajes regulares

Indique si se aceptan las siguientes cadenas:

- SI • ε $\quad q_0 \quad$ SI
- SI • abc $\quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{c} q_0$ SI
- SI • abcac $\quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{c} q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{c} q_0$
- SI • $(ac)^{10}$ $\quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{c} q_0$
- NO • $a^2b^2c^2$ $\quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{a} q_3 \rightarrow q_3 \rightarrow q_3$
- SI • $(abc)^2$ $\quad q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{c} q_0$
- SI • $(abc)^2(ac)^3$ $\quad q_0 \xrightarrow{a}$

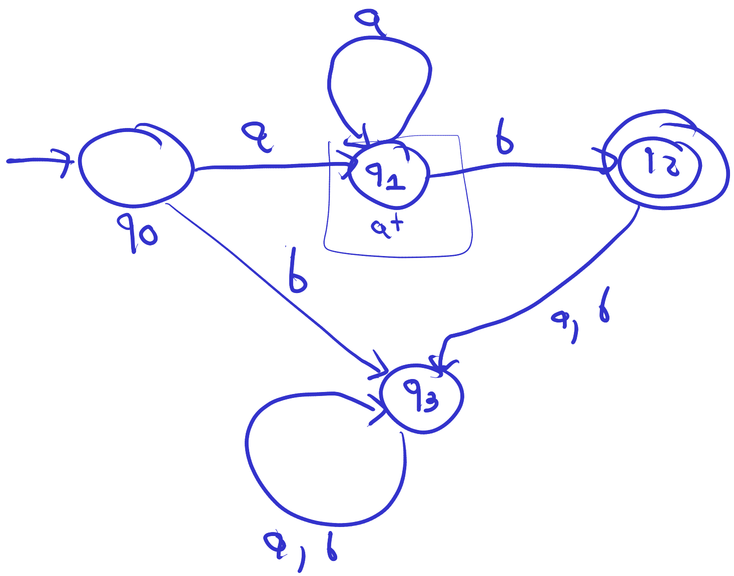


$(abc \cup ac)^*$

Indique un expresión regular que represente el lenguaje aceptado por el autómata

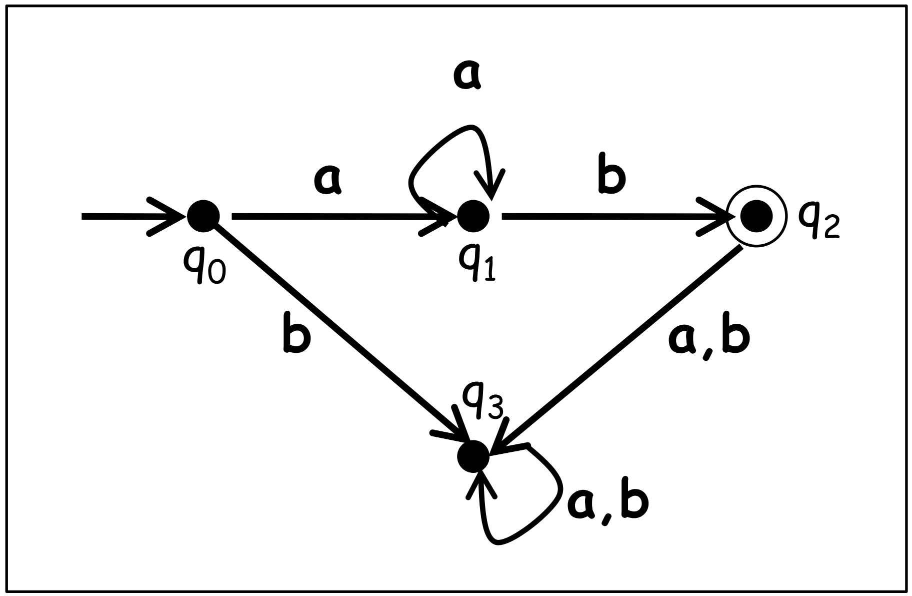
Diseñe un autómata finito que acepte $\mathbf{a^+b}$

q_1 q_2



Lenguajes regulares

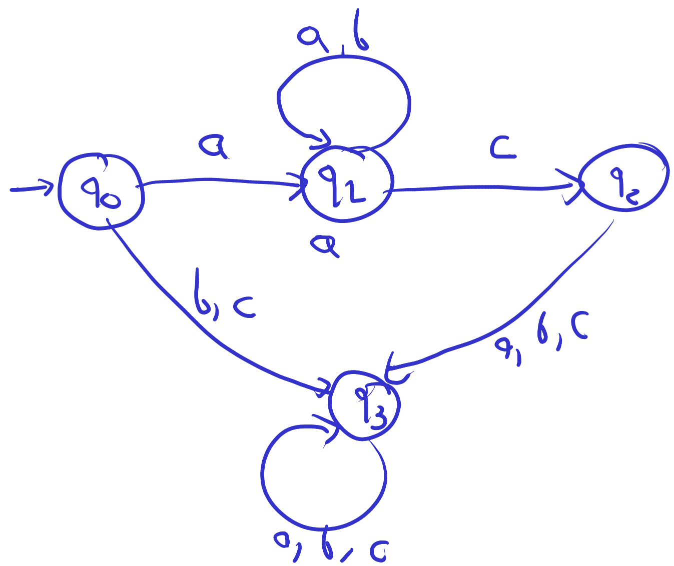
Diseñe un autómata finito que acepte $\mathbf{a^+b}$



Expresión regular: a^+b
Lenguaje: {ab, aab, aaab, ...}

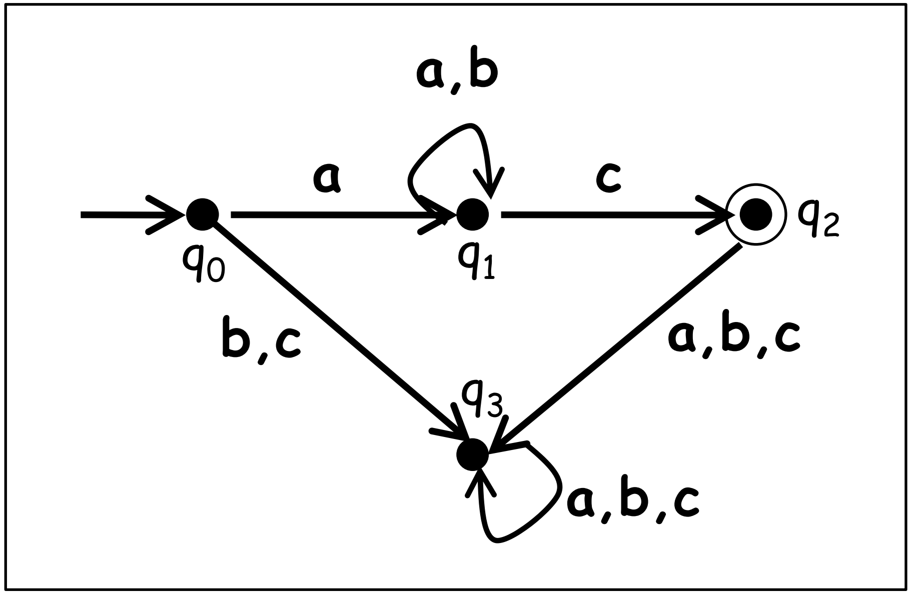
Lenguajes regulares

Diseñe un autómata finito que acepte **a(a∪b)*c**



Lenguajes regulares

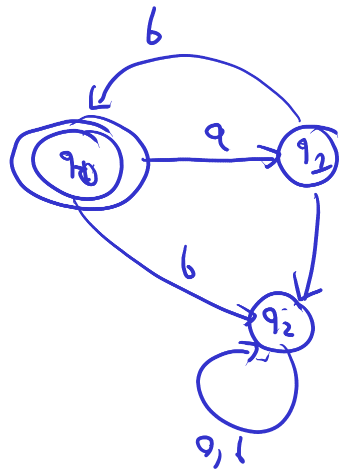
Diseñe un autómata finito que acepte **a(a∪b)*c**



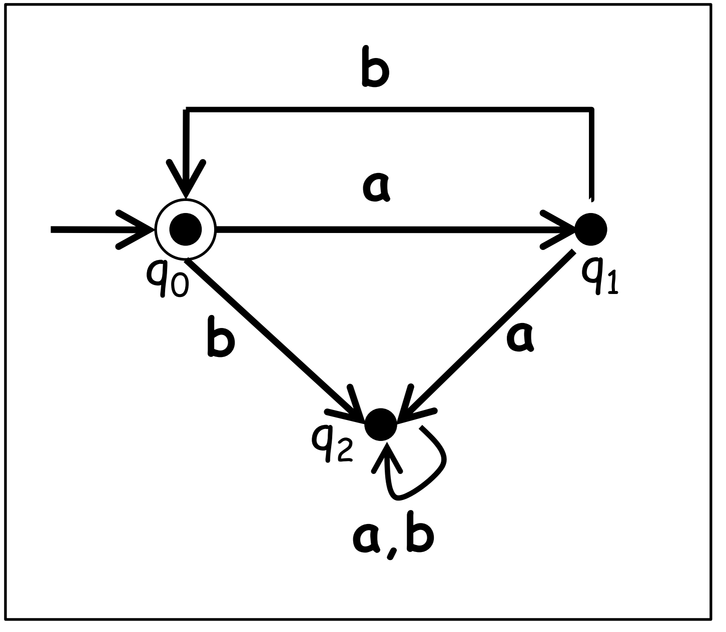
Expresión regular: a(a∪b)*c
Lenguaje: {ac, aac, abc, aabc, ...}

Lenguajes regulares

Diseñe un autómata finito que acepte **(ab)***



Diseñe un autómata finito que acepte **(ab)***



Expresión regular:(ab)*
Lenguaje: {ε, ab, abab, ababab,...}

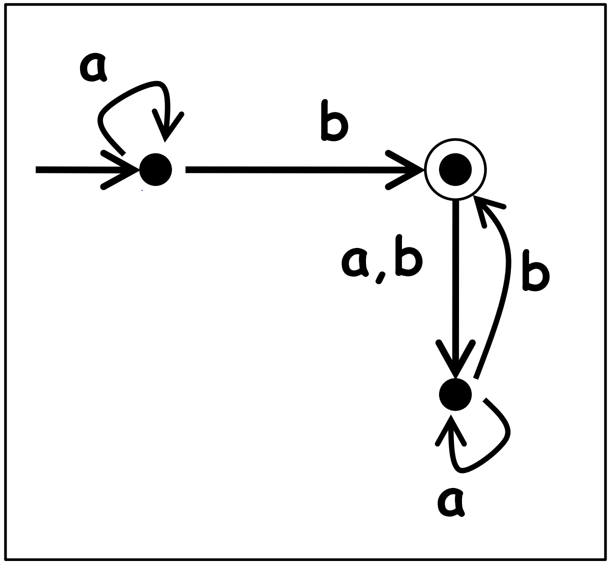
Lenguajes regulares

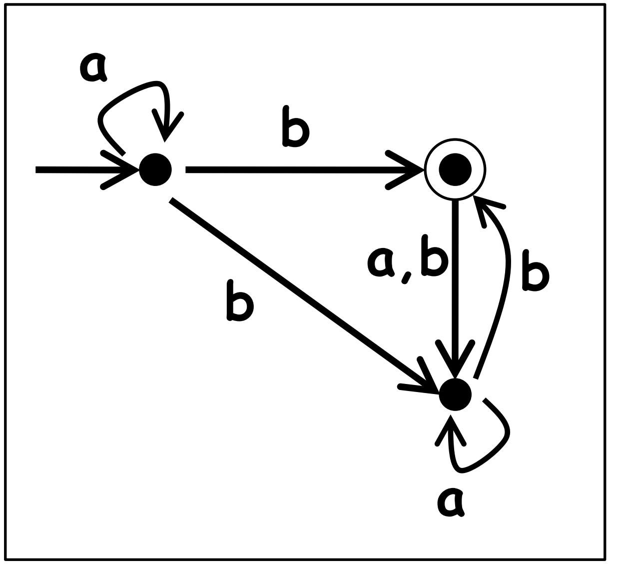
Teorema de Kleene

- Un lenguaje es regular si y sólo si es aceptado por un autómata finito

Autómatas finitos

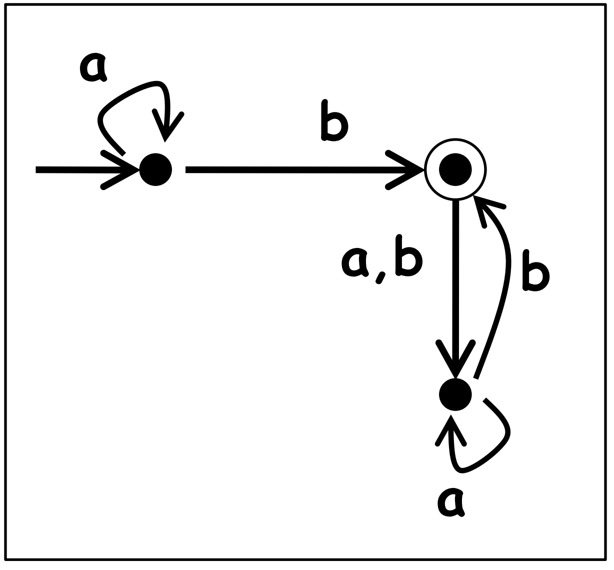
• Los autómatas finitos se dividen en autómatas finitos deterministas (**AFD**) y en no deterministas (**AFN**)



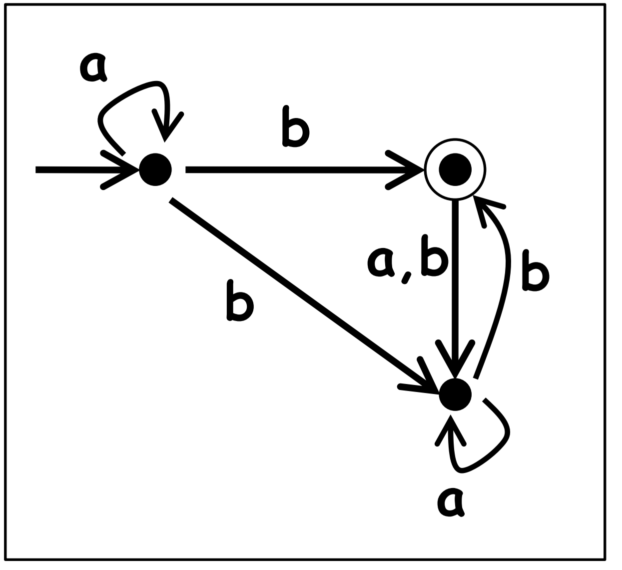


Autómatas finitos

• Los autómatas finitos se dividen en autómatas finitos deterministas (**AFD**) y en no deterministas (**AFN**)



Dado un estado **q** y un símbolo **x**, se tiene una sola arista de transición



Dado un estado **q** y un símbolo **x**, se tienen varias transiciones posibles

Autómatas finitos deterministas (AFD)

Un AFD es una colección de cinco elementos:

- Un alfabeto Σ
- Una colección finita de estados **Q**
- Un estado inicial $\mathbf{q_0}$
- Una colección finita de estados de aceptación **T**
- Una función δ**:Q**xΣ**→Q** que determina el único estado siguiente para el par (q_i,σ) correspondiente al estado actual q_i y la entrada σ

Lenguajes regulares

Autómatas finitos deterministas (AFD)

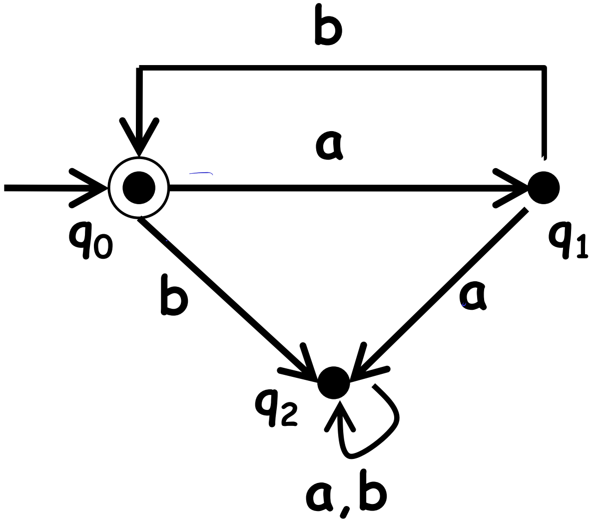
Un AFD es una colección de cinco elementos:

- Un alfabeto Σ
- Una colección finita de estados **Q**
- Un estado inicial $\mathbf{q_0}$
- Una colección finita de estados de aceptación **T**
- Una función δ:$\mathbf{Q}\mathbf{x}\Sigma \rightarrow \mathbf{Q}$ que determina el único estado siguiente para el par (q_i,σ) correspondiente al estado actual q_i y la entrada σ

δ debe ser una **función** para que exista el determinismo

Autómatas finitos deterministas (AFD)

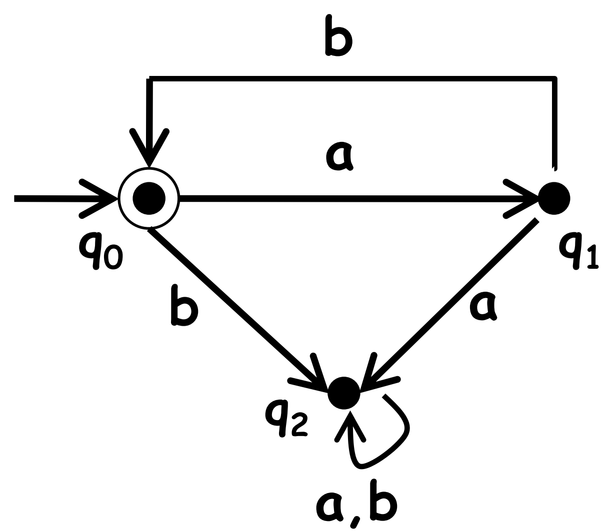
- Un alfabeto Σ
- Una colección finita de estados $\mathbf{Q}$
- Un estado inicial $\mathbf{q_0}$
- Una colección finita de estados de aceptación $\mathbf{T}$
- Una función $\delta: \mathbf{Q} \times \Sigma \rightarrow \mathbf{Q}$



Autómatas finitos deterministas (AFD)

- Σ
- Q
- Estado inicial
- T
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$

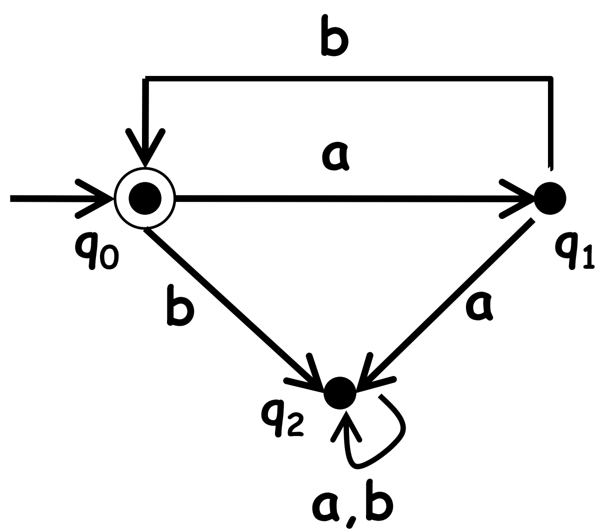
δ	a	b
q_0	q_2	q_2
q_1	q_2	q_0
q_2	q_2	q_2



Autómatas finitos deterministas (AFD)

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	a	b
q_0		
q_1		
q_2		

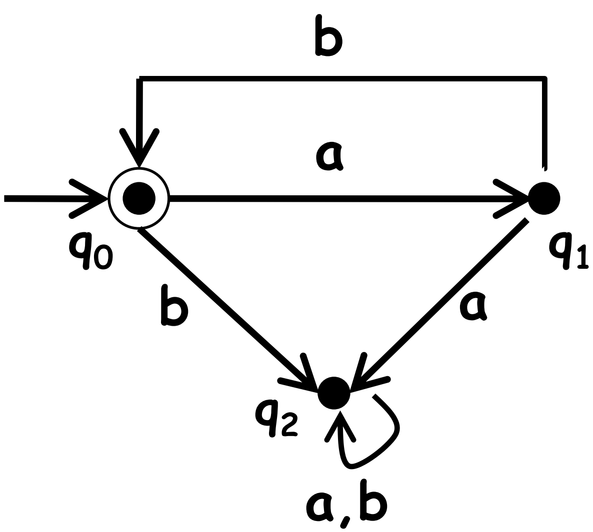


Lenguajes regulares

Autómatas finitos deterministas (AFD)

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta: Q \times \Sigma \to Q$

δ	**a**	**b**
$\mathbf{q_0}$	q_1	q_2
$\mathbf{q_1}$	q_2	q_0
$\mathbf{q_2}$	q_2	q_2

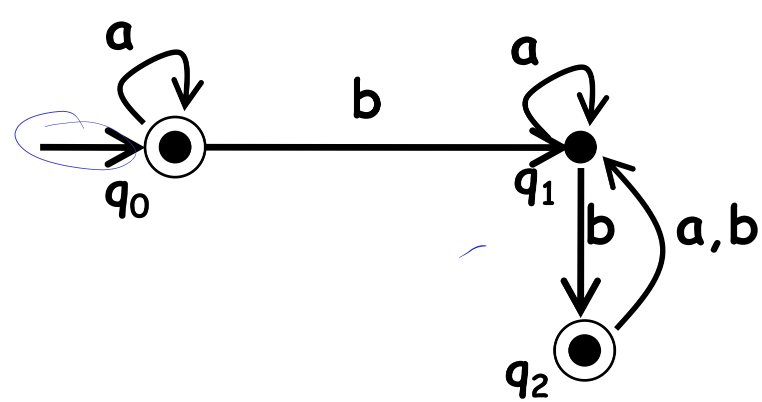


Lenguajes regulares

Indique los 5 elementos que definen el siguiente autómata:

- Σ
- Q
- Estado inicial
- T
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$

δ	a	b
q_0		
q_1		
q_2		

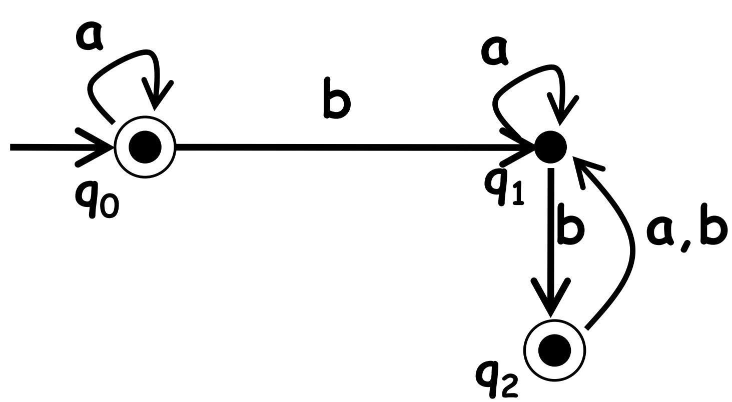


Lenguajes regulares

Indique los 5 elementos que definen el siguiente autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0,q_2\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_0	q_1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_1



Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
$\mathbf{q_0}$	q_0	q_1
$\mathbf{q_1}$	q_1	q_1

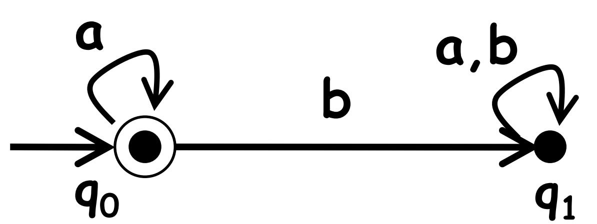
Indique el lenguaje aceptado

Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_0	q_1
q_1	q_1	q_1



Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_1\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
$\mathbf{q_0}$	q_1	q_2
$\mathbf{q_1}$	q_1	q_2
$\mathbf{q_2}$	q_2	q_2

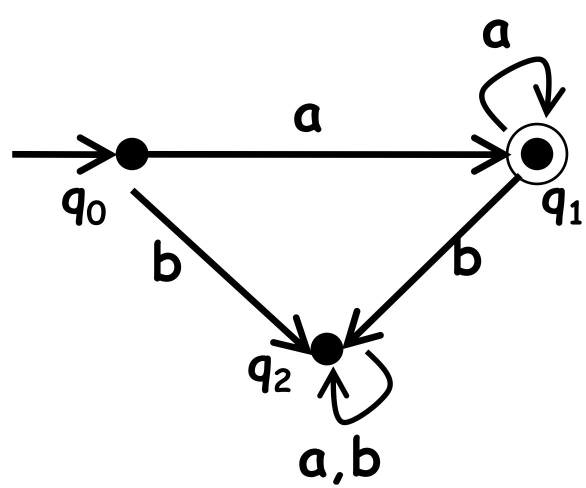
Indique el lenguaje aceptado

Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_1\}$
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_2
q_2	q_2	q_2



Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
$\mathbf{q_0}$	q_1	q_3
$\mathbf{q_1}$	q_1	q_2
$\mathbf{q_2}$	q_3	q_2
$\mathbf{q_3}$	q_3	q_3

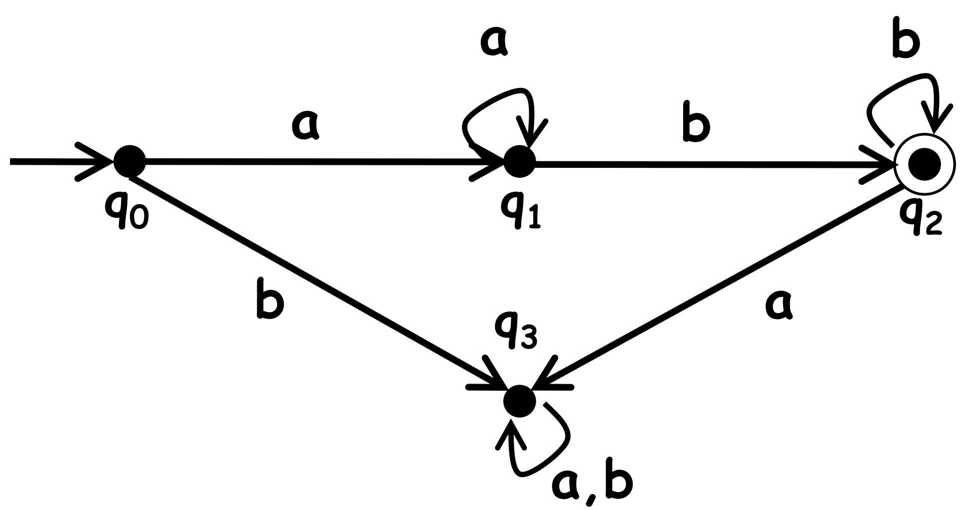
Indique el lenguaje aceptado

Lenguajes regulares

Muestre el diagrama de transición para el autómata:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_3
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_3	q_3



Lenguajes regulares

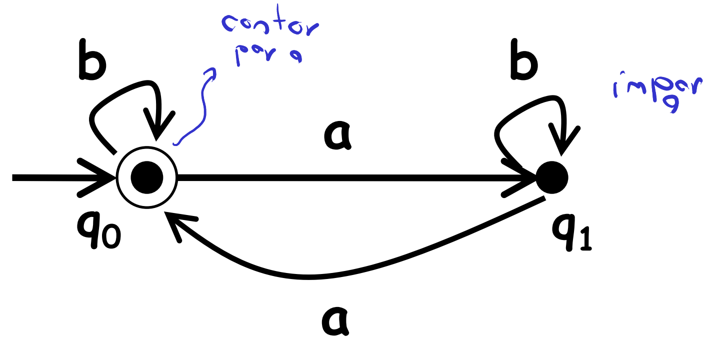
Diseñe un AFD sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca el lenguaje de todas las palabras que contienen un número par de a's. Se aceptan cadenas que tienen cero a's

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente
- Indique la expresión regular

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_0	q_1

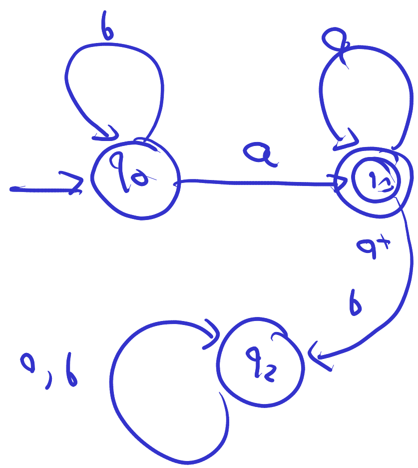


El autómata acepta: $(b^*\cup(ab^*a)^*)^*$

Lenguajes regulares

Diseñe un AFD sobre Σ={a,b} que reconozca b^*a^+

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente



$\Sigma = \{a, b\}$

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$

$F = \{q_1\}$

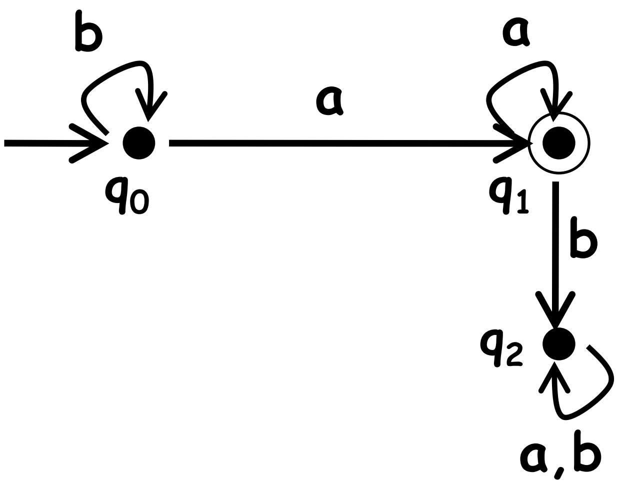
$f =$

	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
q_2	q_2	q_2

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_1\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_2
q_2	q_2	q_2



Lenguajes regulares

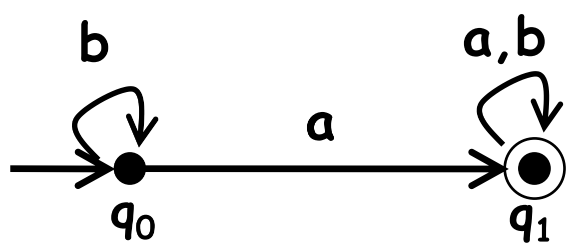
Diseñe un AFD sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca el lenguaje de todas las palabras que tienen al menos una a

- Muestre el diagrama de transición
- Indique la expresión regular

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_1\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	a	b
q_0	q_1	q_0
q_1	q_1	q_1



El autómata acepta: $b^*a(a\cup b)^*$

Lenguajes regulares

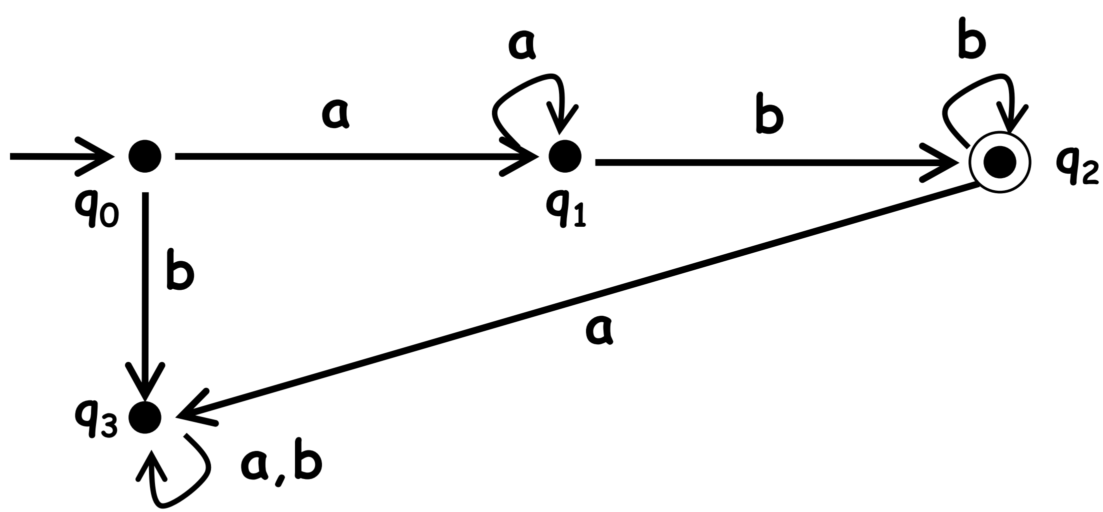
Diseñe un AFD sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca a^+b^+

- Muestre el diagrama de transición
- Indique la expresión regular

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	a	b
q_0	q_1	q_3
q_1	q_1	q_2
q_2	q_3	q_2
q_3	q_3	q_3



El autómata acepta: a^+b^+

Lenguajes regulares

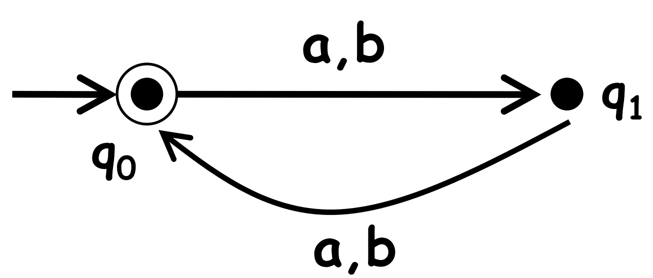
Diseñe un AFD sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca el lenguaje de todas las cadenas que tienen un número par de símbolos (incluida la cadena vacía)

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente
- Indique la expresión regular

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

δ	**a**	**b**
q_0	q_1	q_1
q_1	q_0	q_0



El autómata acepta: $((a\cup b)(a\cup b))^*$
o lo que es lo mismo, $(aa\cup ab\cup ba\cup bb)^*$

Lenguajes regulares

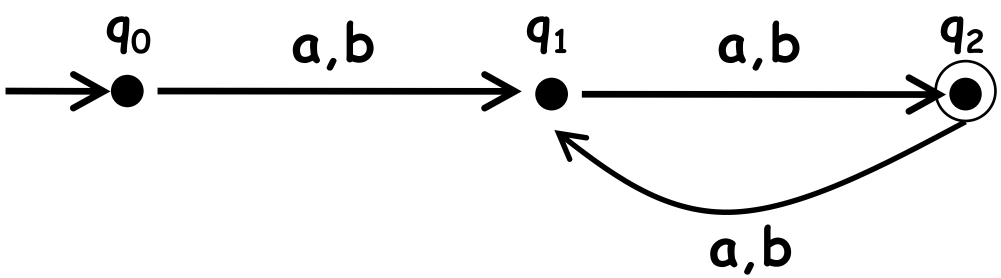
Diseñe un AFD sobre Σ={a,b} que reconozca el lenguaje de todas las cadenas que tienen un número par de símbolos (sin incluir la cadena vacía)

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente
- Indique la expresión regular

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$

δ	a	b
q_0	q_1	q_1
q_1	q_2	q_2
q_2	q_1	q_1



El autómata acepta: $((a\cup b)\cdot(a\cup b))^+$
o lo que es lo mismo, $(aa\cup ab\cup ba\cup bb)^+$

Lenguajes regulares

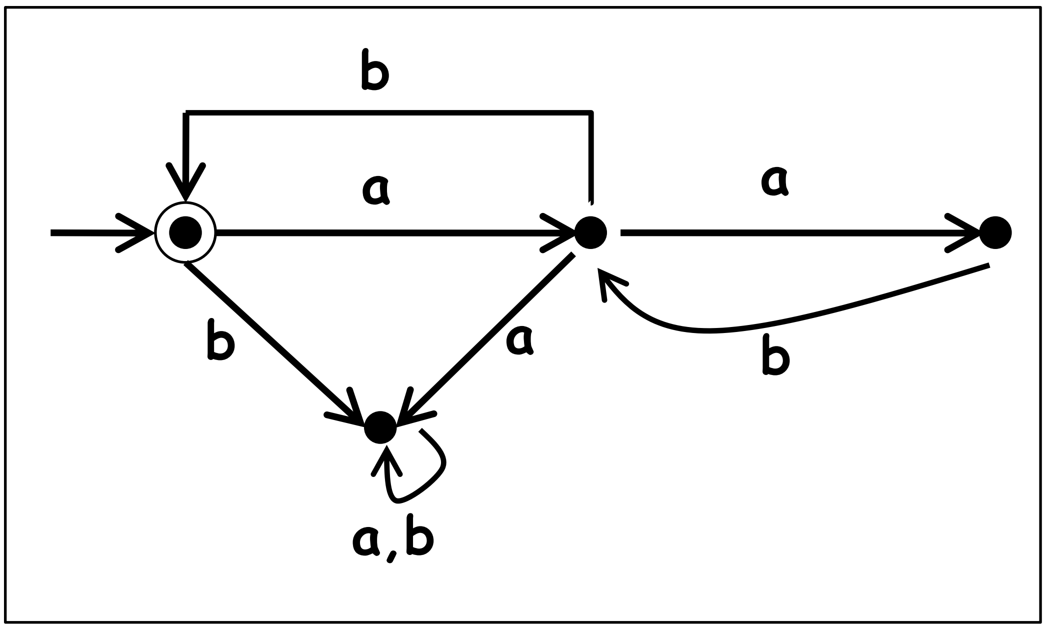
Autómatas finitos no deterministas (AFN)

• Si se permite que desde algún estado se realicen cero, dos o más transiciones mediante el mismo símbolo de entrada, se dice que el **autómata finito es no determinista**

Lenguajes regulares

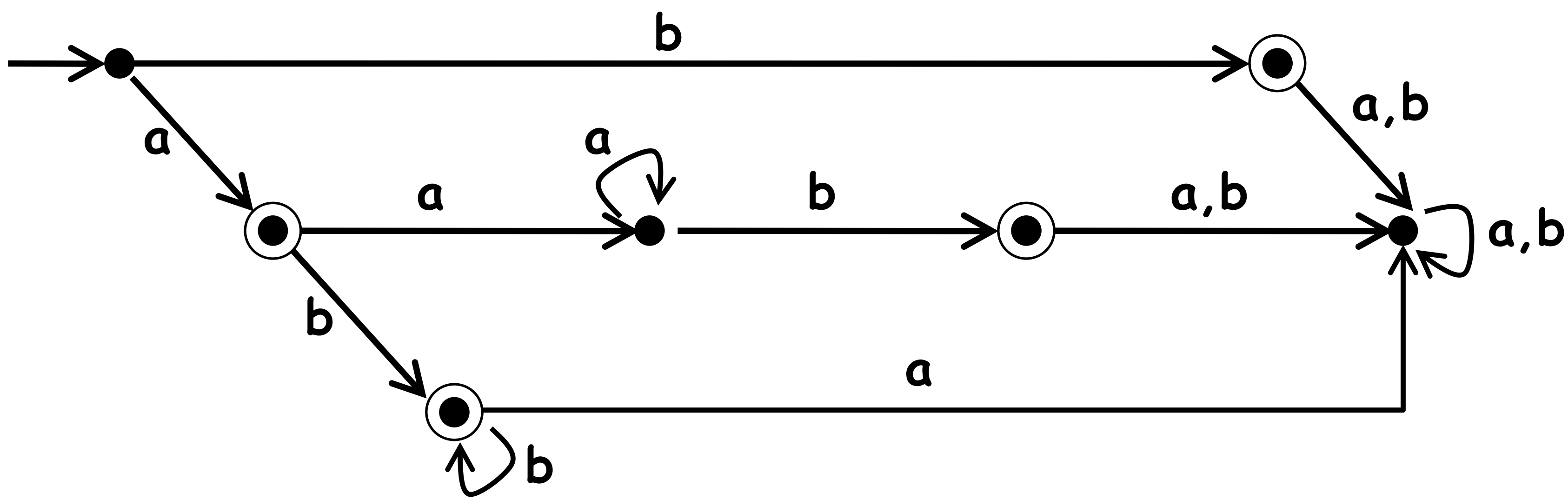
Autómatas finitos no deterministas (AFN)

• Si se permite que desde algún estado se realicen cero, dos o más transiciones mediante el mismo símbolo de entrada, se dice que el **autómata finito es no determinista**



Autómatas finitos no deterministas (AFN)

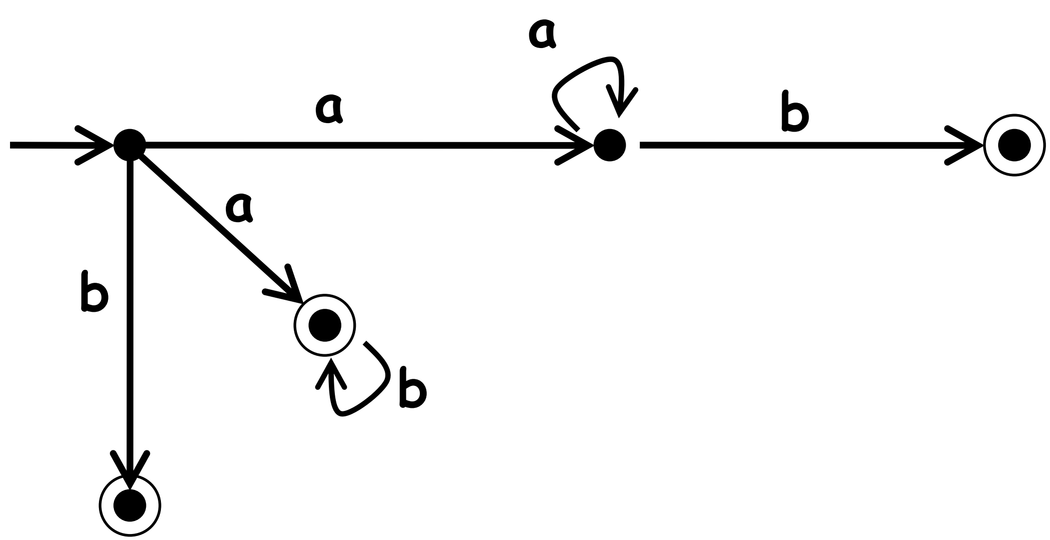
- Los AFN se utilizan porque pueden ser más simples que los AFD



AFD que acepta a*b∪ab*

Autómatas finitos no deterministas (AFN)

- Los AFN se utilizan porque pueden ser más simples que los AFD

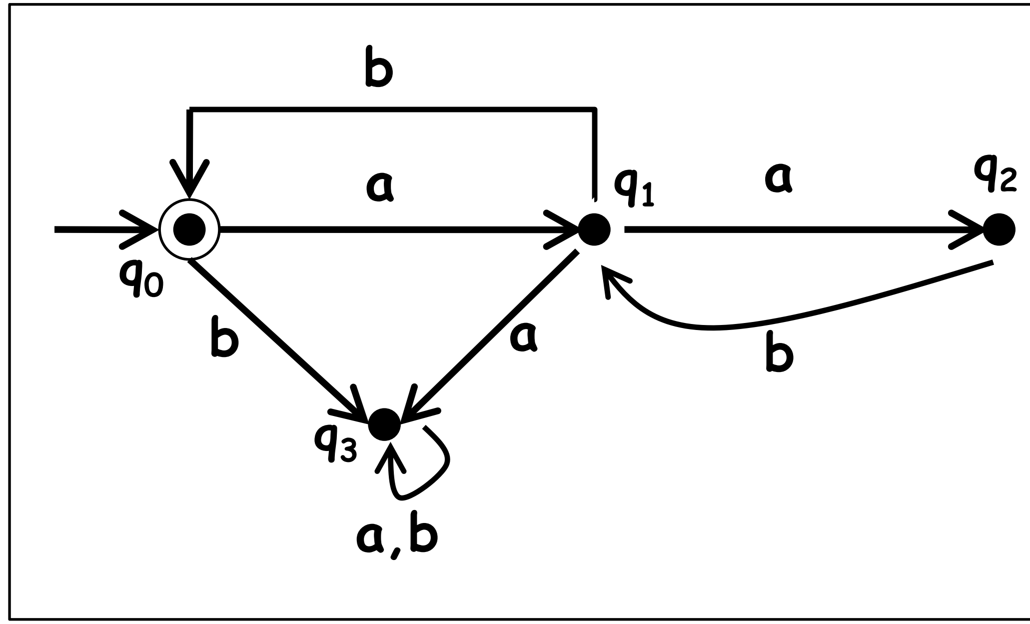


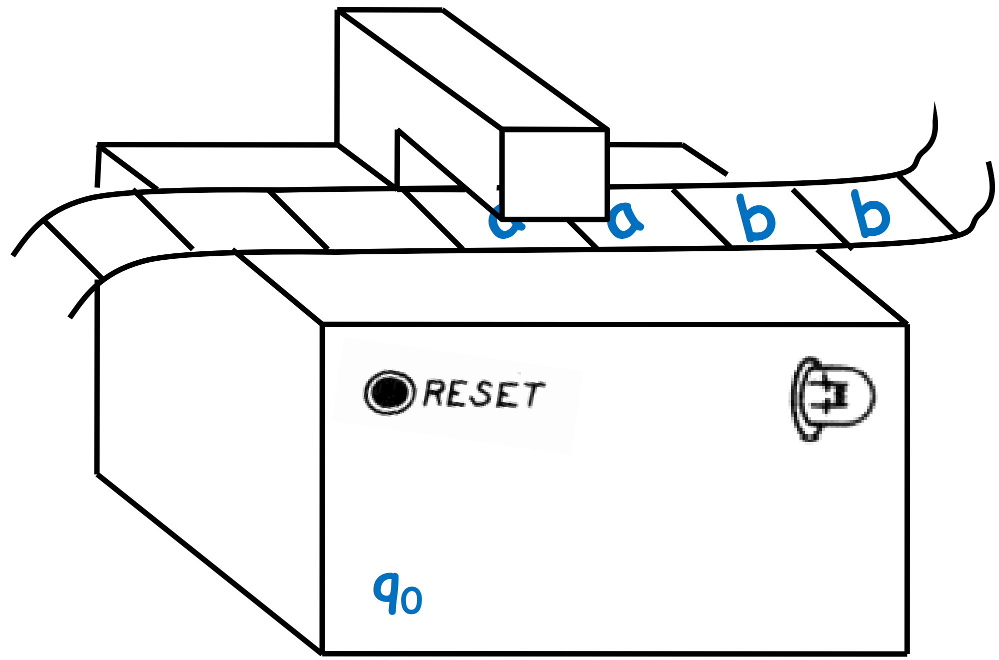
AFN que acepta a*b∪ab*

- ¿El autómata finito acepta o rechaza la cadena **aabb**?

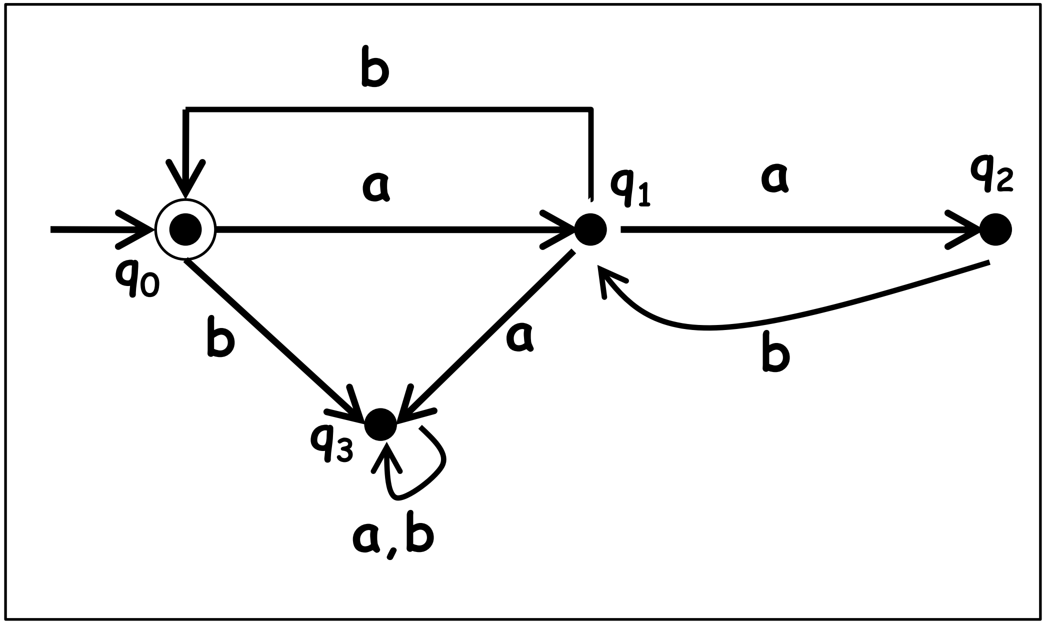
$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \to q_2 \xrightarrow{b} q_1 \xrightarrow{b} q_0$

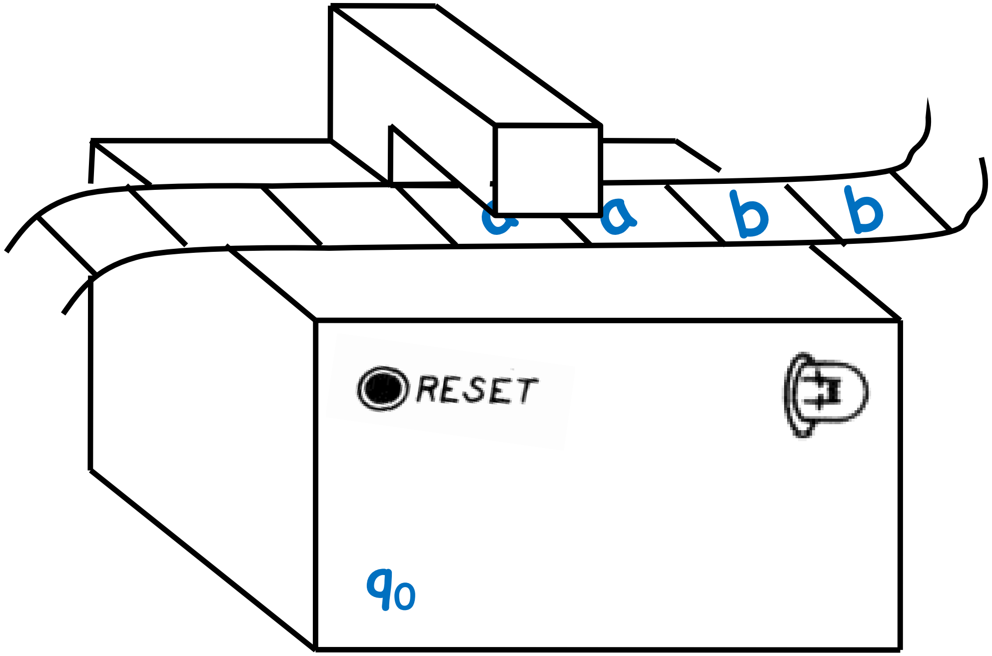
$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \to q_3 \xrightarrow{b} q_3 \xrightarrow{b} q_3$





• En un AFN se puede suponer que si existe un recorrido en el diagrama de transición que termine en un estado de aceptación, el autómata lo encuentra





Autómatas finitos no deterministas (AFN)

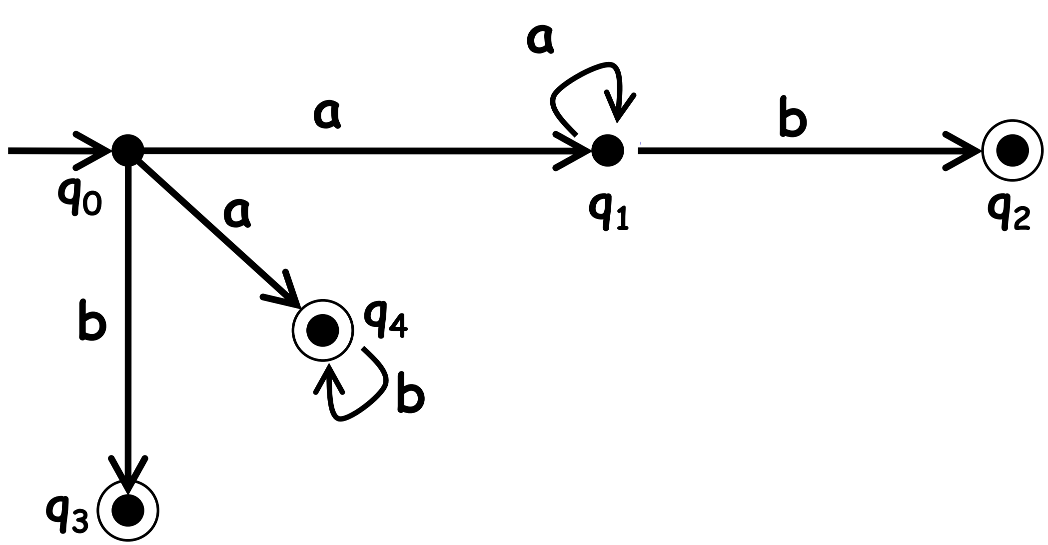
Un AFN es una colección de cinco elementos:

- Un alfabeto Σ
- Una colección finita de estados $\mathbf{Q}$
- Un estado inicial $\mathbf{q_0}$
- Una colección finita de estados de aceptación $\mathbf{T}$
- Una relación Δ sobre $\mathbf{(Q \times \Sigma) \rightarrow 2^Q}$ denominada **relación de transición.** 2^Q es el conjunto potencia de Q (subconjuntos de Q)

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_3,q_4\}$
- $\Delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

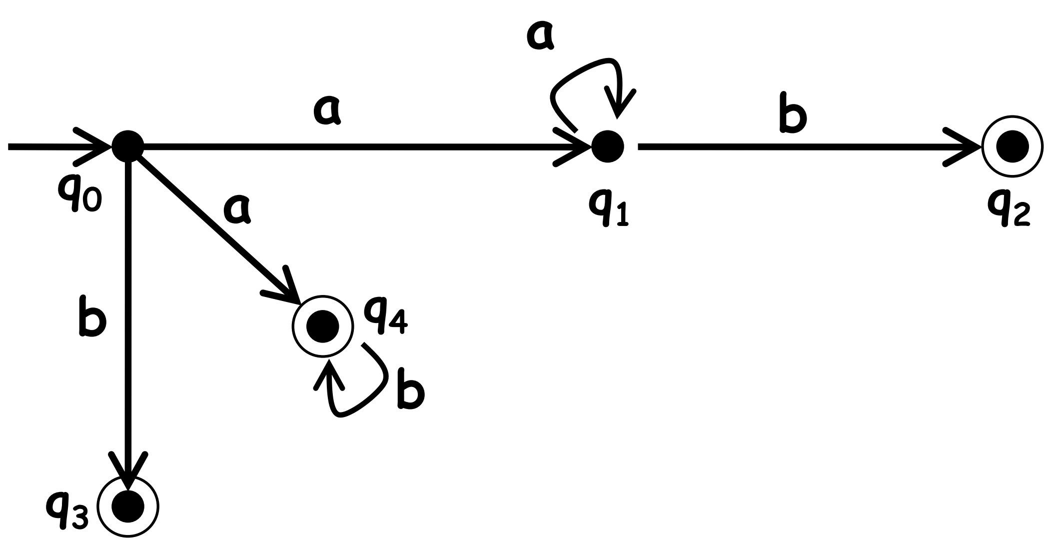
Δ	a	b
q_0	$\{q_1, q_4\}$	q_3
q_1	q_1	q_2
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$
q_4	$\emptyset$	q_4



Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_3,q_4\}$
- $\Delta: Q\times\Sigma \rightarrow 2^Q$

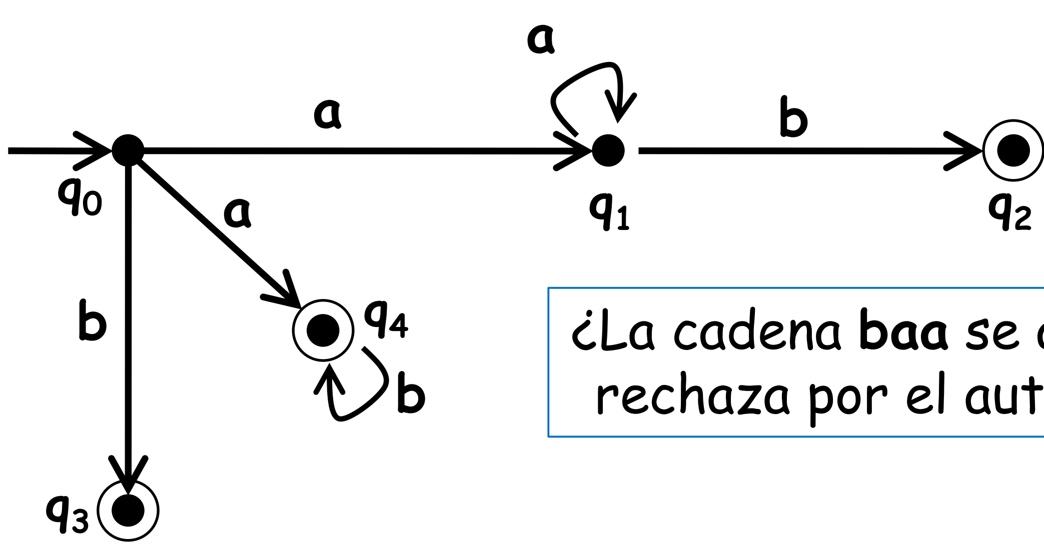
Δ	a	b
q_0	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$
q_3	$\varnothing$	$\varnothing$
q_4	$\varnothing$	$\{q_4\}$



Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_3,q_4\}$
- $\Delta:Q\times\Sigma\rightarrow 2^Q$

Δ	a	b
q_0	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$
q_3	$\varnothing$	$\varnothing$
q_4	$\varnothing$	$\{q_4\}$

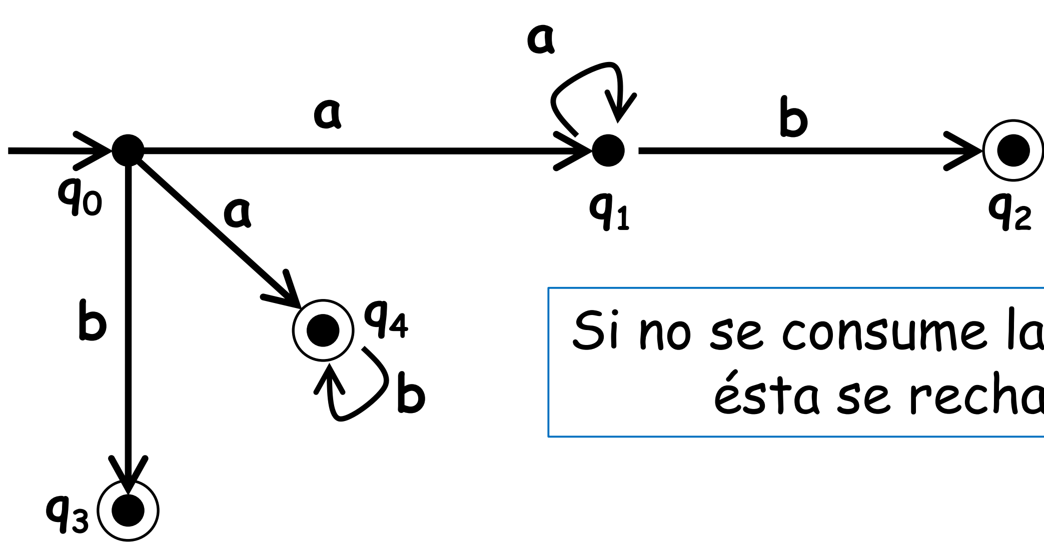


¿La cadena **baa** se acepta o rechaza por el autómata?

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_3,q_4\}$
- $\Delta:Q\times\Sigma\rightarrow 2^Q$

Δ	a	b
q_0	$\{q_1, q_4\}$	$\{q_3\}$
q_1	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$
q_3	$\varnothing$	$\varnothing$
q_4	$\varnothing$	$\{q_4\}$



Si no se consume la cadena,
ésta se rechaza

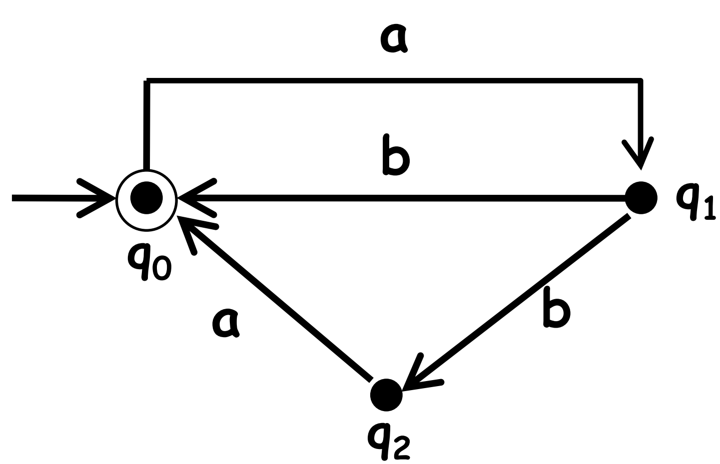
Lenguajes regulares

Representente formalmente el AFN

- Σ
- Q
- Estado inicial
- T
- Δ

Δ	a	b
q_0		
q_1		
q_2		

Indique el lenguaje aceptado



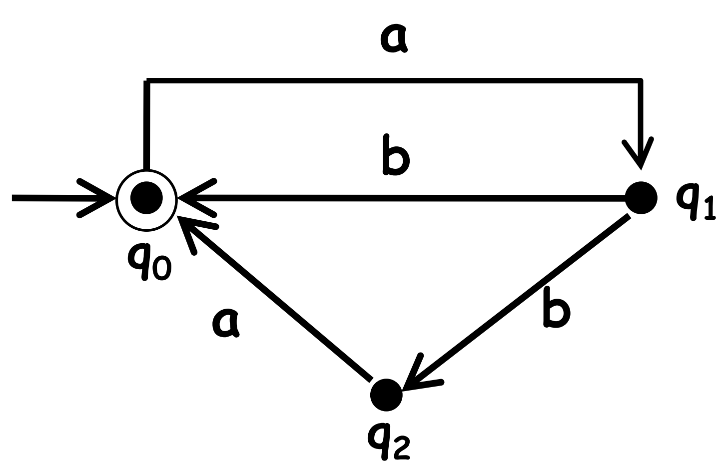
Lenguajes regulares

Represente formalmente el AFN

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_0\}$
- $\Delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

Δ	a	b
q_0	$\{q_1\}$	$\varnothing$
q_1	$\varnothing$	$\{q_0, q_2\}$
q_2	$\{q_0\}$	$\varnothing$

AFN que acepta $(ab \cup aba)^*$



Lenguajes regulares

Diseñe el AFN que se especifica a continuación:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\Delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

Δ	**a**	**b**
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$

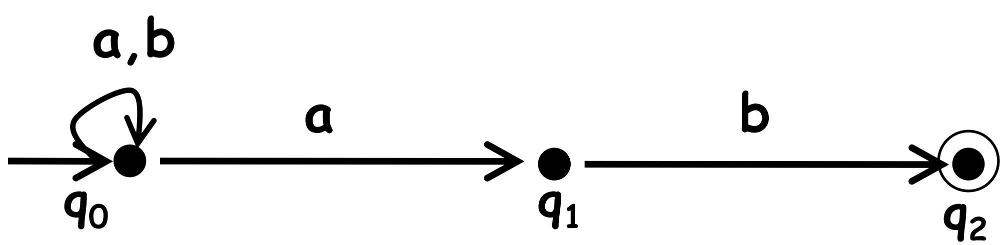
Indique el lenguaje aceptado

Diseñe el AFN que se especifica a continuación:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\Delta: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$

Δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\varnothing$	$\varnothing$

AFN que acepta las cadenas terminadas en ab. $(a \cup b)^*ab$



Lenguajes regulares

Diseñe el AFN que se especifica a continuación:

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_4\}$
- $\Delta:Q\times\Sigma\rightarrow 2^Q$

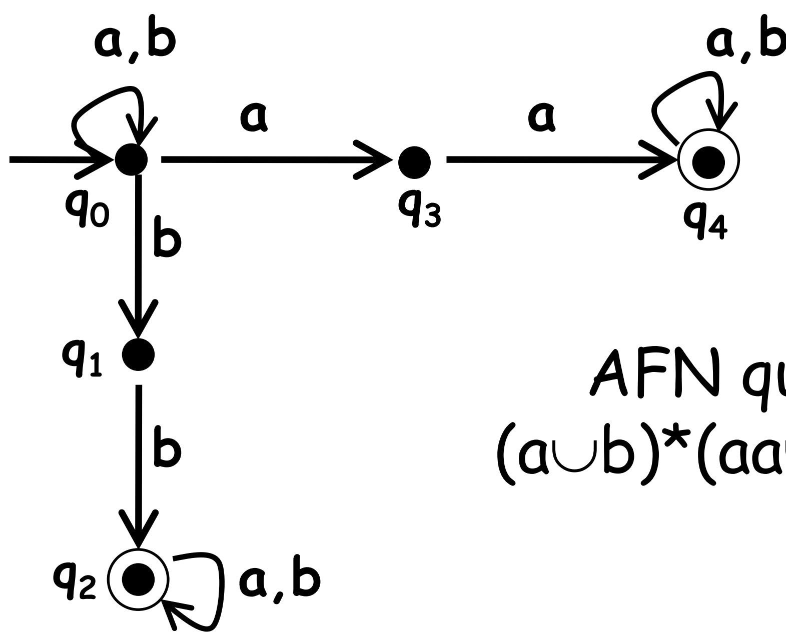
Δ	**a**	**b**
q_0	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\varnothing$
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

Indique el lenguaje aceptado

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2,q_4\}$
- $\Delta:Q\times\Sigma\rightarrow 2^Q$

Δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_3\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\{q_2\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
q_3	$\{q_4\}$	$\varnothing$
q_4	$\{q_4\}$	$\{q_4\}$

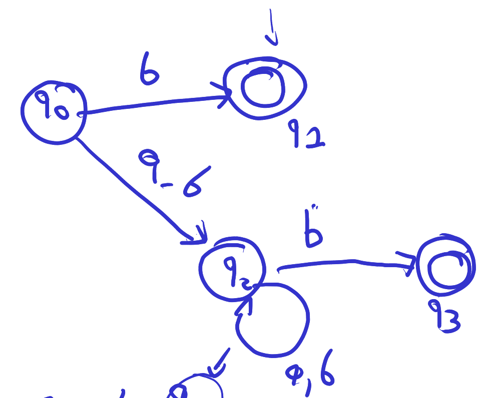


AFN que acepta
$(a\cup b)^*(aa\cup bb)\ (a\cup b)^*$

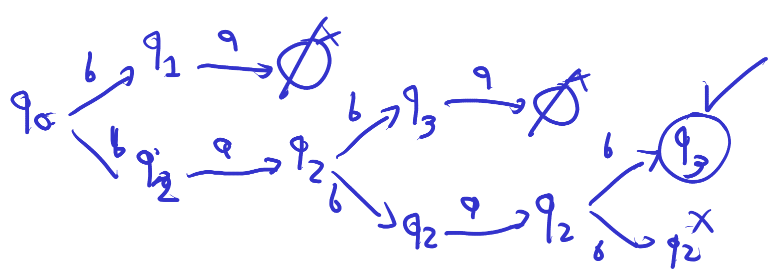
Lenguajes regulares

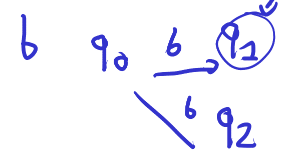
Diseñe un AFN sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca el lenguaje de todas las cadenas que terminan en b dado por la expresión regular $(a\cup b)^*b$

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente



babab





	a	b
q_0	q_2	q_1
q_1	$\varnothing$	$\varnothing$
q_2	q_2	$\{q_2, q_3\}$
q_3	$\varnothing$	$\varnothing$

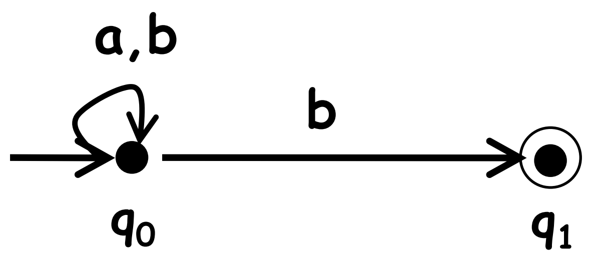
$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$T = \{q_1, q_3\}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_1\}$
- $\Delta: Q x \Sigma \rightarrow 2^Q$

Δ	**a**	**b**
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\varnothing$	$\varnothing$



AFN que acepta $(a \cup b)^* b$

Lenguajes regulares

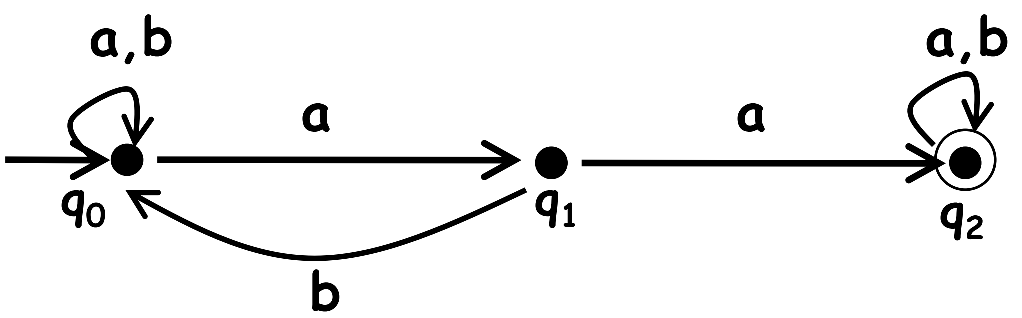
Diseñe un AFN sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que reconozca el lenguaje de todas las cadenas que tienen al menos dos a's consecutivas dado por la expresión regular $(a\cup b)^*aa(a\cup b)^*$

- Muestre el diagrama de transición
- Exprese el autómata formalmente

Lenguajes regulares

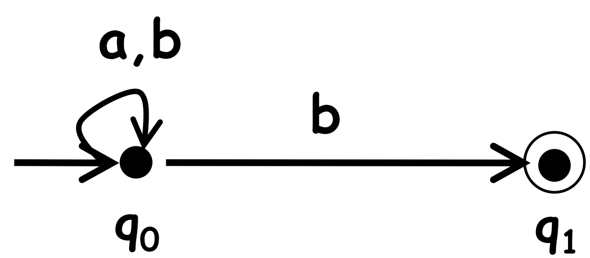
- $\Sigma=\{a,b\}$
- $Q=\{q_0,q_1,q_2\}$
- Estado inicial q_0
- $T=\{q_2\}$
- $\delta:Q\times\Sigma\rightarrow Q$

Δ	**a**	**b**
q_0	$\{q_0,q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\{q_2\}$	$\{q_0\}$
q_2	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$



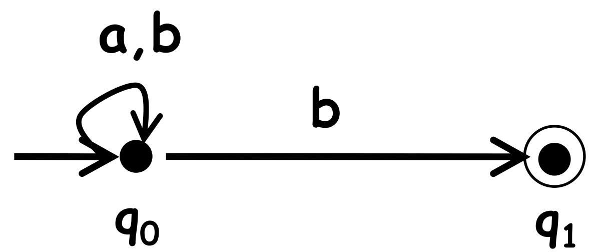
Equivalencia entre AFD y AFN

Considere el AFN que reconoce el lenguaje de las palabras sobre Σ={a,b} que terminan en b

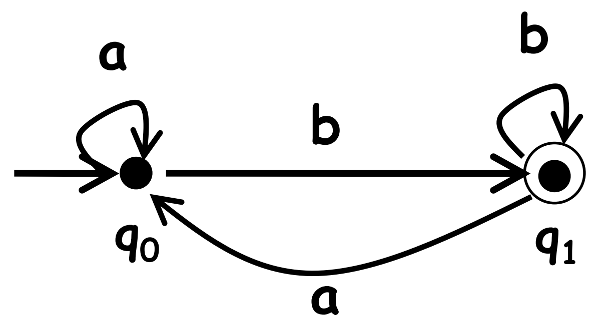


Lenguajes regulares

AFN que reconoce el lenguaje de las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que terminan en b



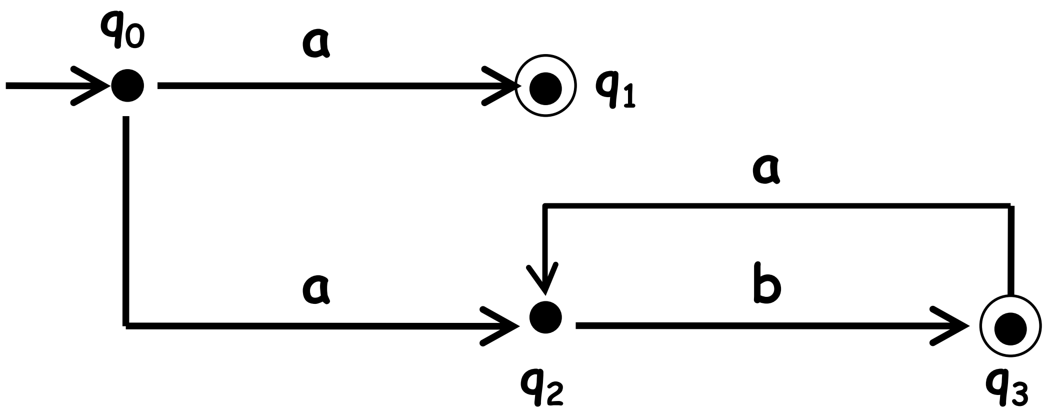
AFD que reconoce el mismo lenguaje



Equivalencia entre AFD y AFN

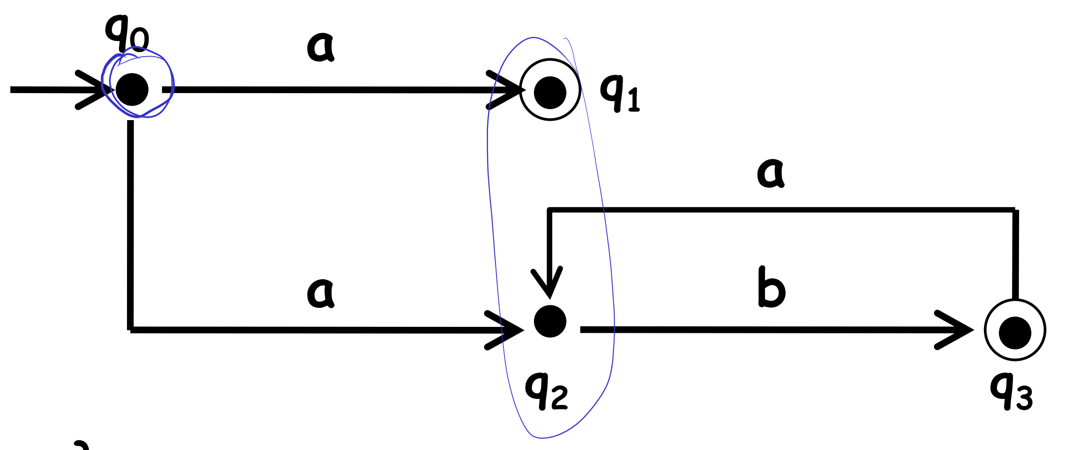
Todo AFN M' tiene un AFD M tal que L(M')=L(M)

Método para convertir un AFN en un AFD



AFN que acepta $\mathbf{a} \cup (\mathbf{ab})^+$

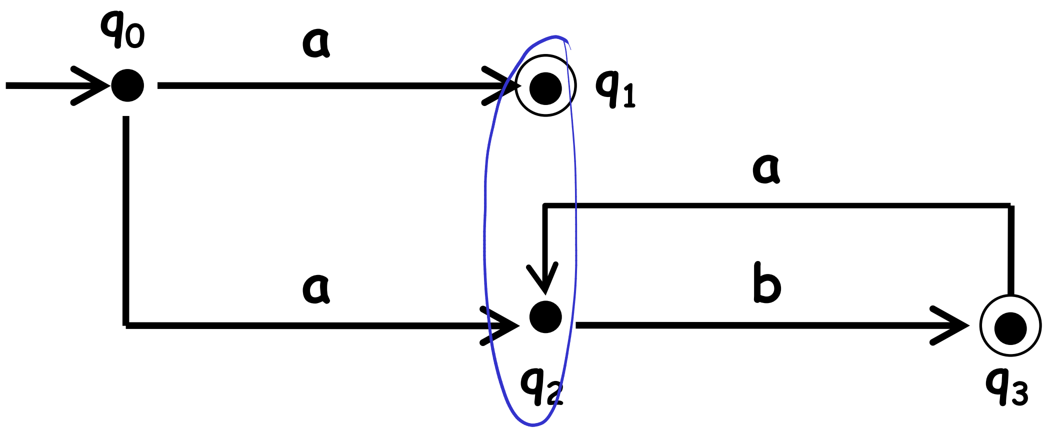
Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$

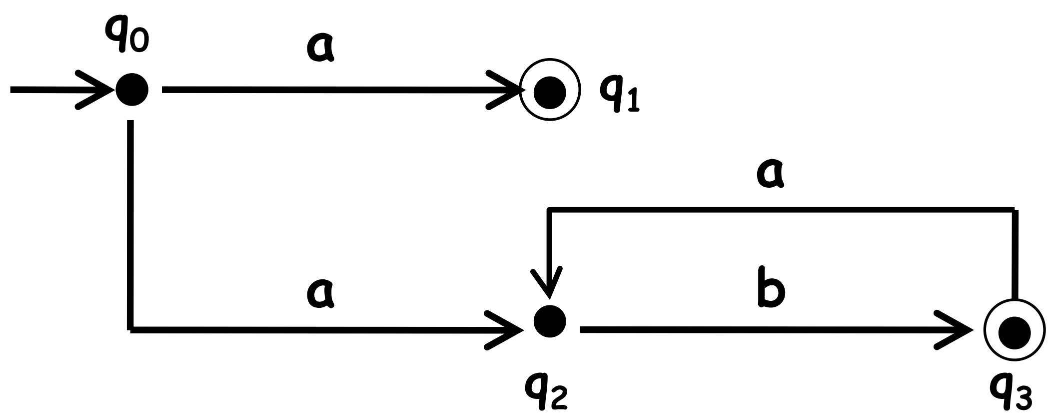
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$

Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=?$ $\{\phi\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=?$ $\{q_3\}$

Método para convertir un AFN en un AFD



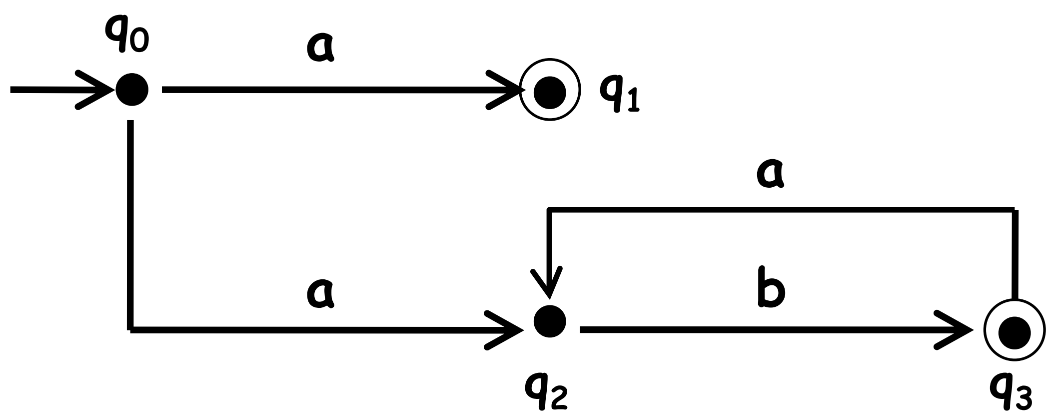
$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$

$\Delta(q_0,b)=\varnothing$

$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$

$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$

Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$

$\Delta(q_0,b)=\emptyset$

$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\emptyset$

$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$

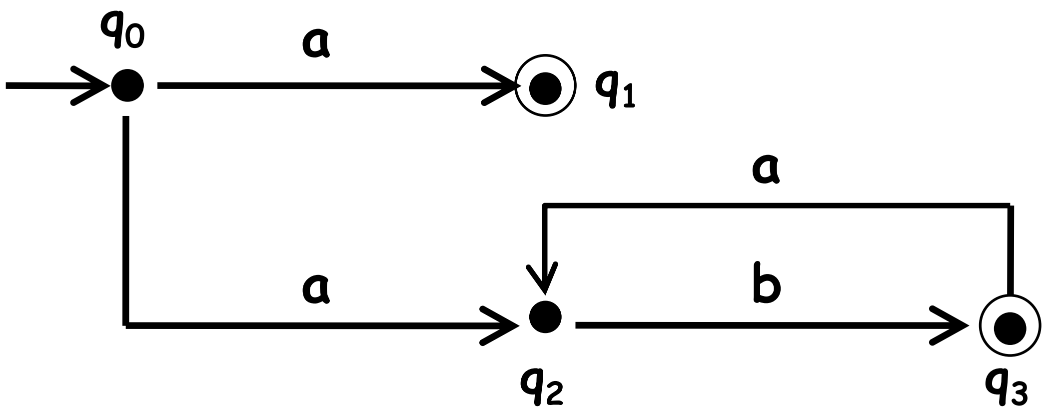
$\Delta(\{q_3\},a)=?$ q_2

$\Delta(\{q_3\},b)=?$ $\emptyset$

$\Delta\{\emptyset, a\} = \emptyset$

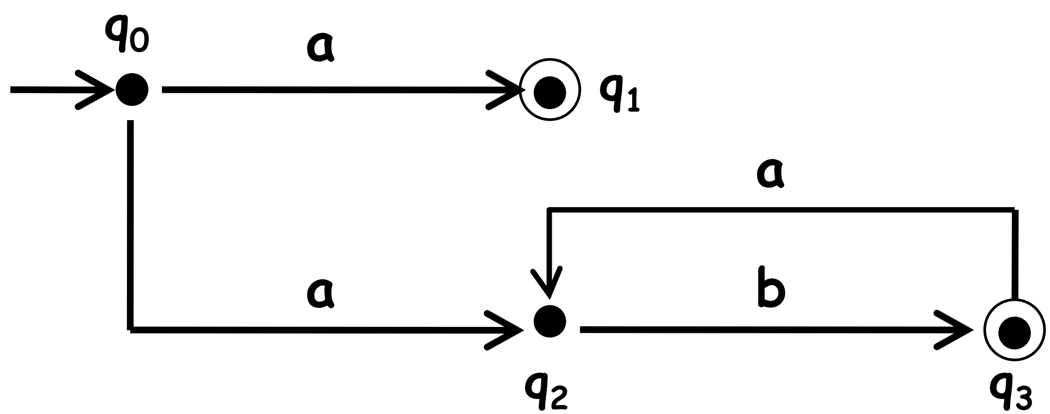
$\Delta\{\emptyset, b\} = \emptyset$

Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$

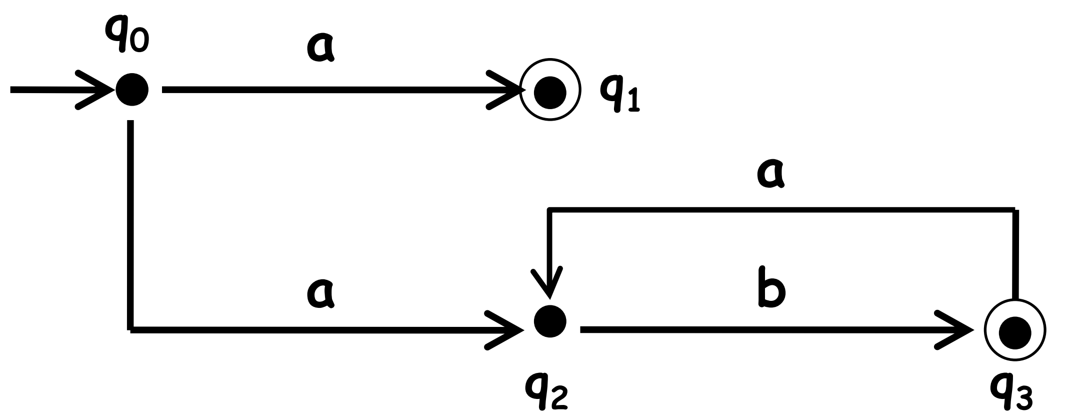
Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\emptyset$

$\Delta(\{q_2\},a)=?$ $\emptyset$
$\Delta(\{q_2\},b)=?$ q_3

Método para convertir un AFN en un AFD



$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$

$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$

Lenguajes regulares

Método para convertir un AFN en un AFD

$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$

$\Delta(q_0,b)=\varnothing$

$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$

$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$

$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$

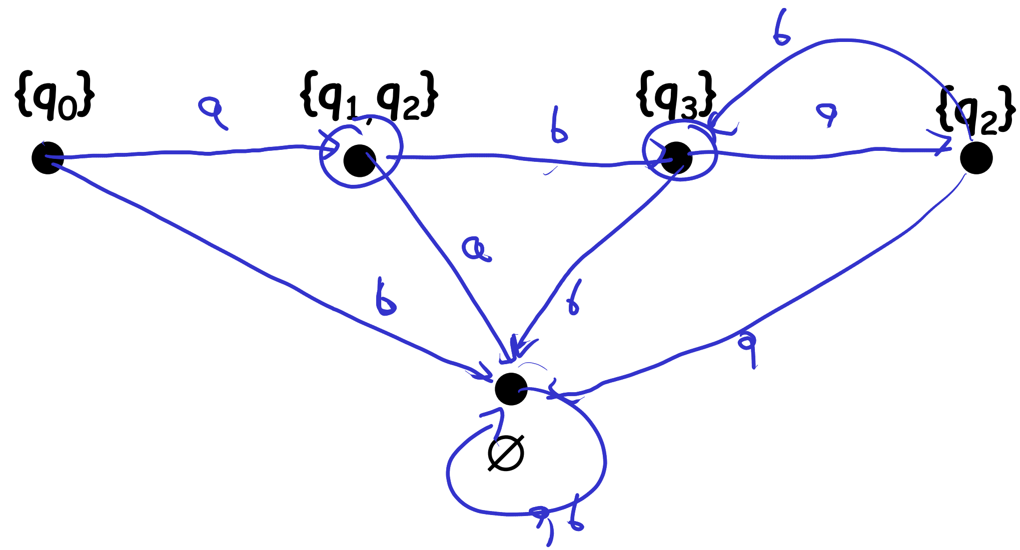
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$

$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$

$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$

Método para convertir un AFN en un AFD

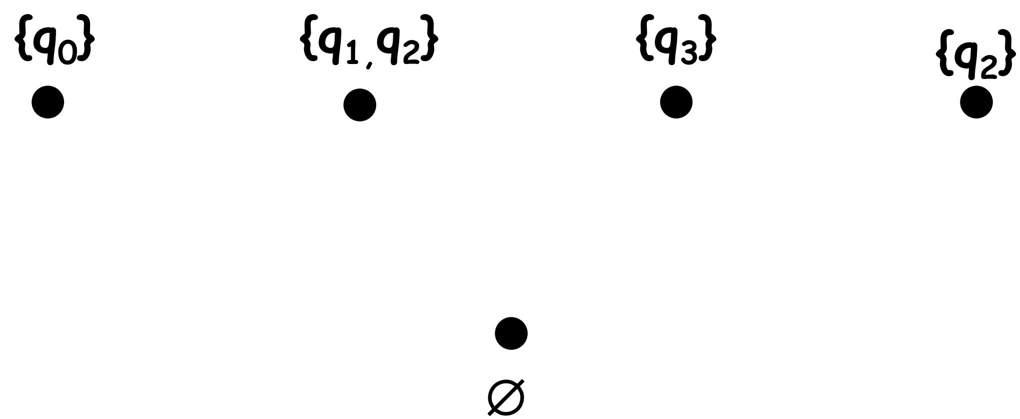
$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_2\},a)=\emptyset$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$



Lenguajes regulares

Método para convertir un AFN en un AFD

$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$

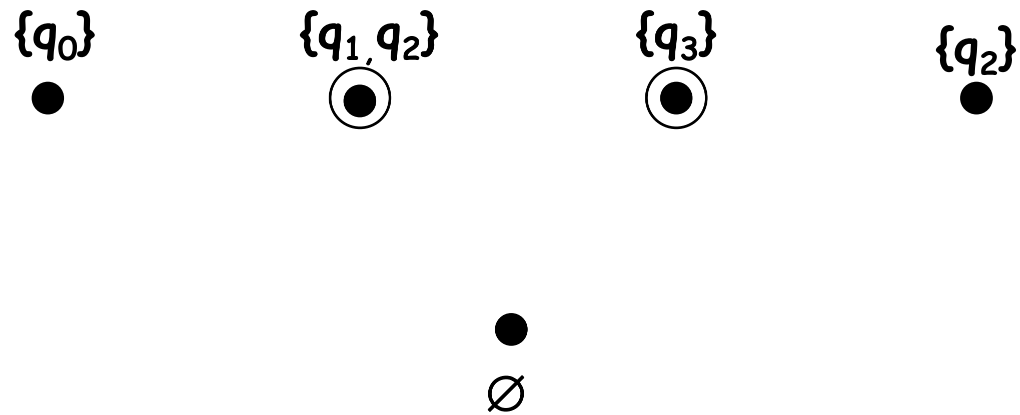


- Cualquier conjunto que contenga un estado de aceptación se marca como de aceptación

Lenguajes regulares

Método para convertir un AFN en un AFD

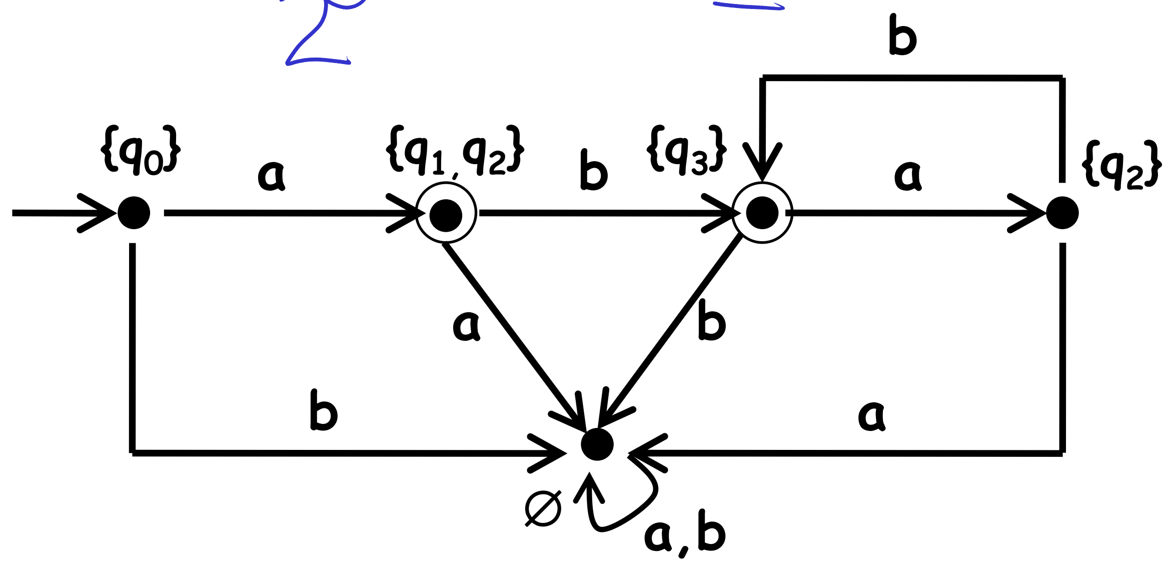
$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$



Método para convertir un AFN en un AFD

$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$

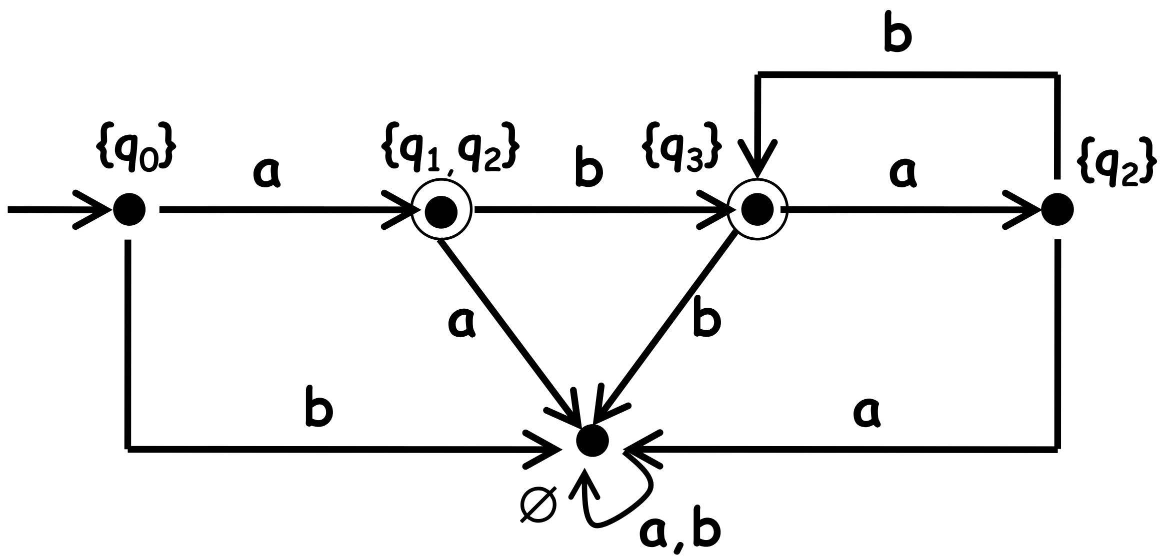
2^{n} n # estado AFN



• El nodo con etiqueta $\varnothing$ tiene transiciones que llegan a ese mismo nodo

Método para convertir un AFN en un AFD

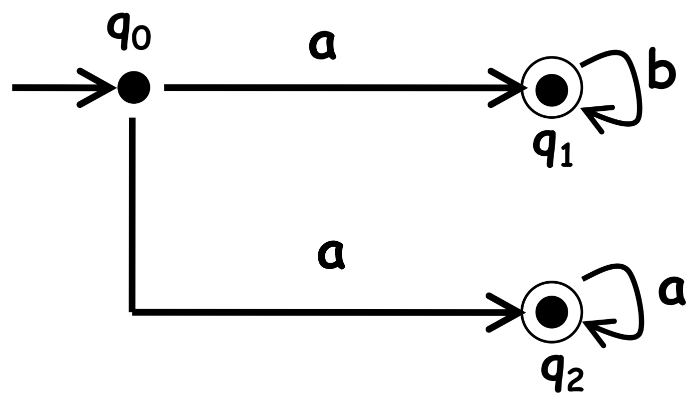
$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_2\},b)=\{q_3\}$



AFD que acepta $\mathbf{a \cup (ab)^+}$

Lenguajes regulares

Convierta el siguiente AFN a un AFD



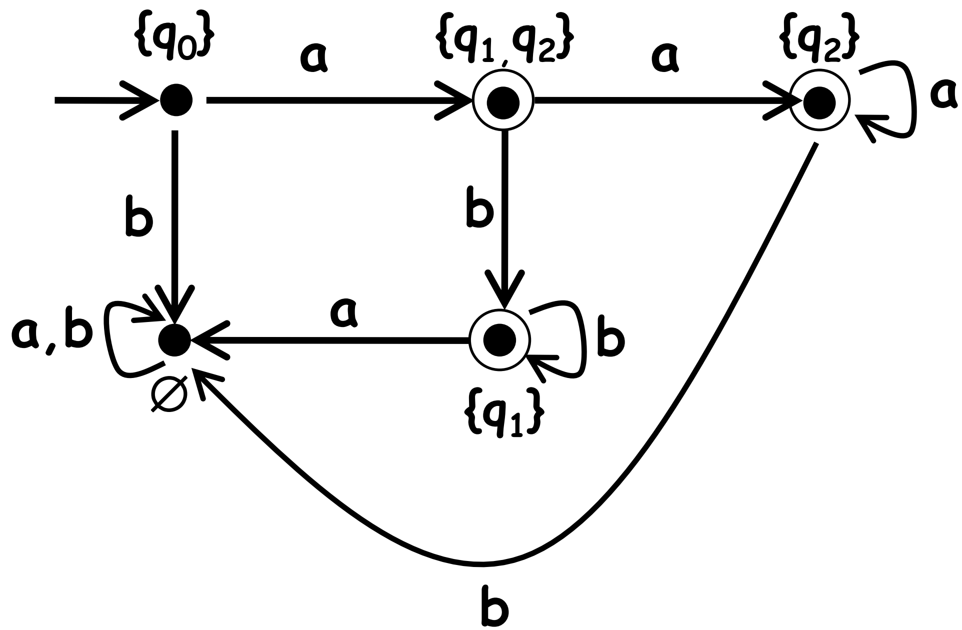
AFN que acepta $\mathbf{ab^*} \cup \mathbf{a^+}$

Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_2\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_2\},b)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1\},a)=\emptyset$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_1\}$

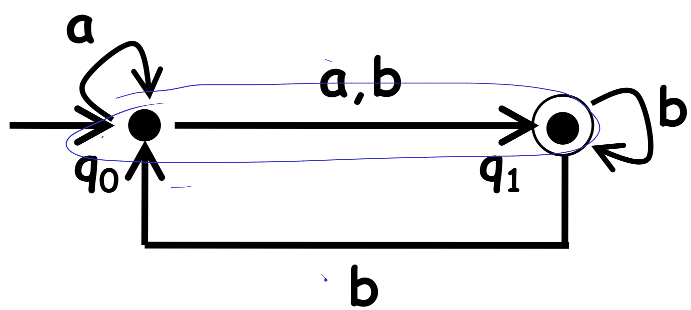
Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(q_0,b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_2\},a)=\{q_2\}$
$\Delta(\{q_2\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_1\}$



AFD que acepta $\mathbf{ab^*} \cup \mathbf{a^+}$

Convierta el siguiente AFN a un AFD



$\Delta(q_0, a) = \{q_0, q_1\}$

$\Delta(q_0, b) = \{q_1\}$

$\Delta(\{q_0, q_1\}, a) = \{q_0\}$

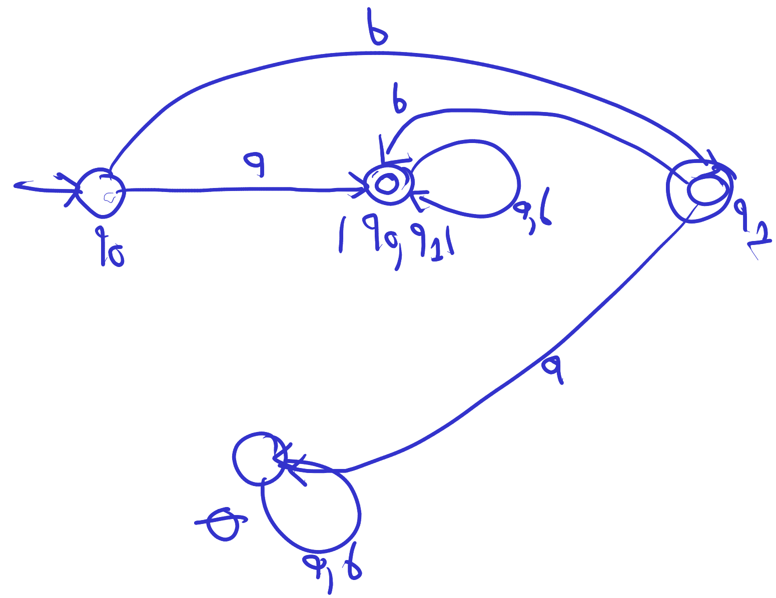
$\Delta(\{q_0, q_1\}, b) = \{q_0, q_1\}$

$\Delta\{q_1, a\} = \emptyset$

$\Delta\{q_1, b\} = \{q_0, q_1\}$

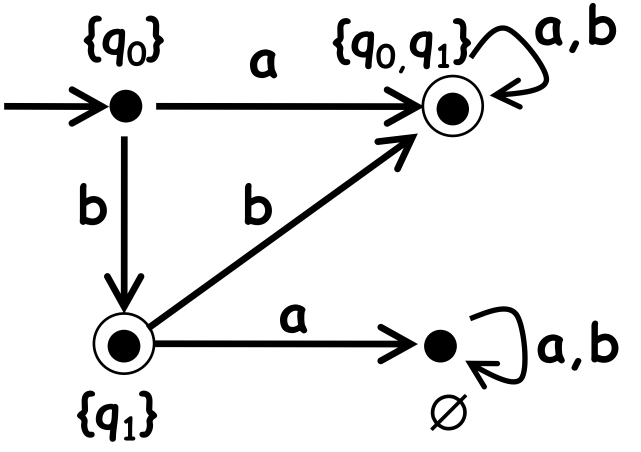
Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(q_0,b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_0,q_1\},a)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(\{q_0,q_1\},b)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(\{q_1\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_0,q_1\}$

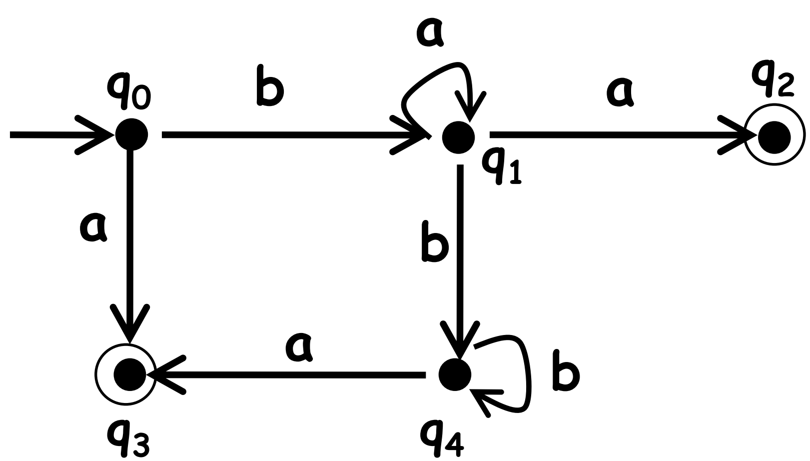


Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(q_0,b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_0,q_1\},a)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(\{q_0,q_1\},b)=\{q_0,q_1\}$
$\Delta(\{q_1\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_0,q_1\}$



Convierta el siguiente AFN a un AFD

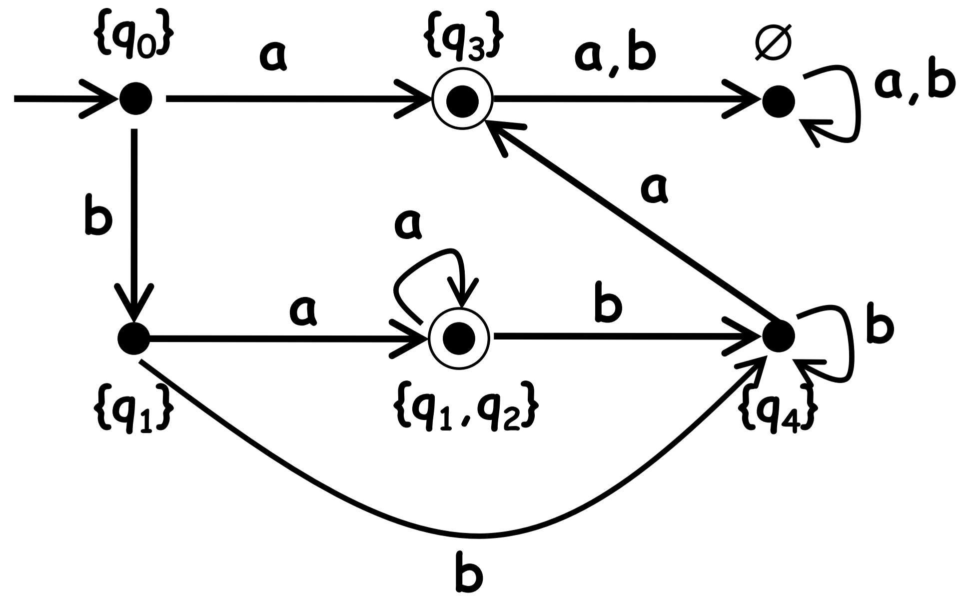


Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_3\}$
$\Delta(q_0,b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_4\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_4\}$
$\Delta(\{q_4\},a)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_4\},b)=\{q_4\}$

Lenguajes regulares

$\Delta(q_0,a)=\{q_3\}$
$\Delta(q_0,b)=\{q_1\}$
$\Delta(\{q_3\},a)=\varnothing$
$\Delta(\{q_3\},b)=\varnothing$
$\Delta(\{q_1\},a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(\{q_1\},b)=\{q_4\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},a)=\{q_1,q_2\}$
$\Delta(\{q_1,q_2\},b)=\{q_4\}$
$\Delta(\{q_4\},a)=\{q_3\}$
$\Delta(\{q_4\},b)=\{q_4\}$



Lenguajes regulares

Analice por qué no es posible diseñar un autómata finito que acepte $\mathbf{a^n b^n, n \geq 1}$