

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

Carlos Andres Delgado

Carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

- * Definición de función
- * Dominio, Codominio y Rango
- * Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas
- * Función inversa
- * Composición de funciones
- * Funciones piso y techo
- * Funciones característica

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

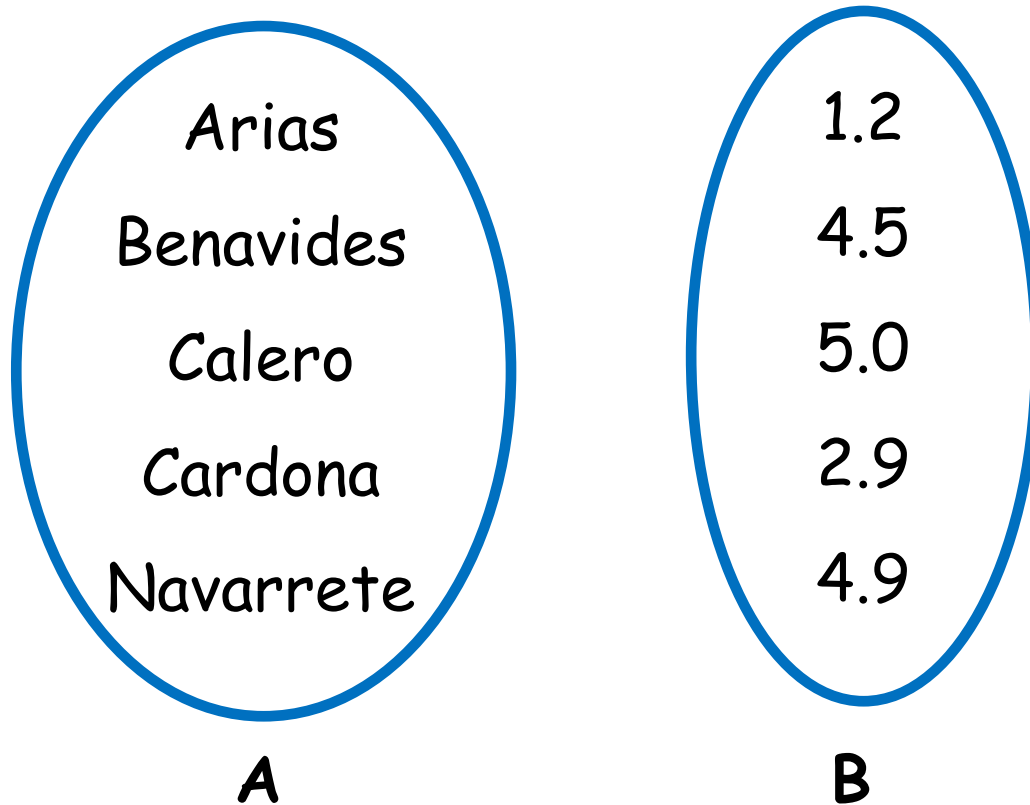
$A = \{\text{Arias, Benavides, Calero, Cardona, Navarrete}\}$

$B = \{1.2, 2.9, 4.5, 4.9, 5.0\}$

Funciones

Noción de función

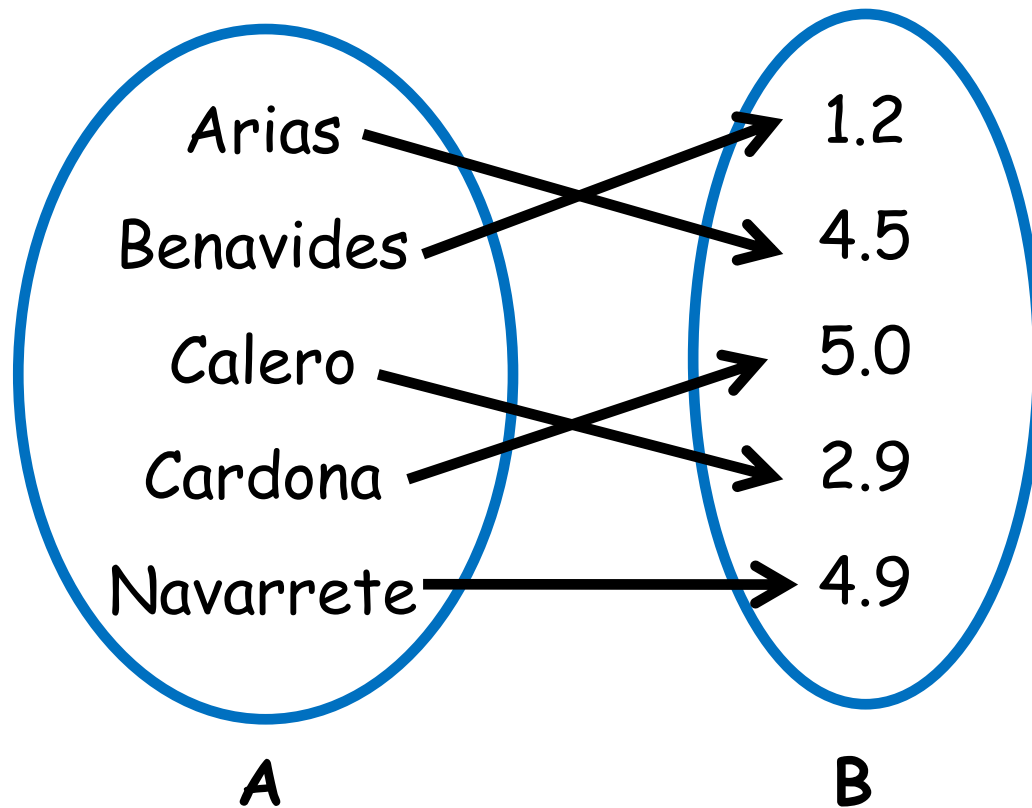
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

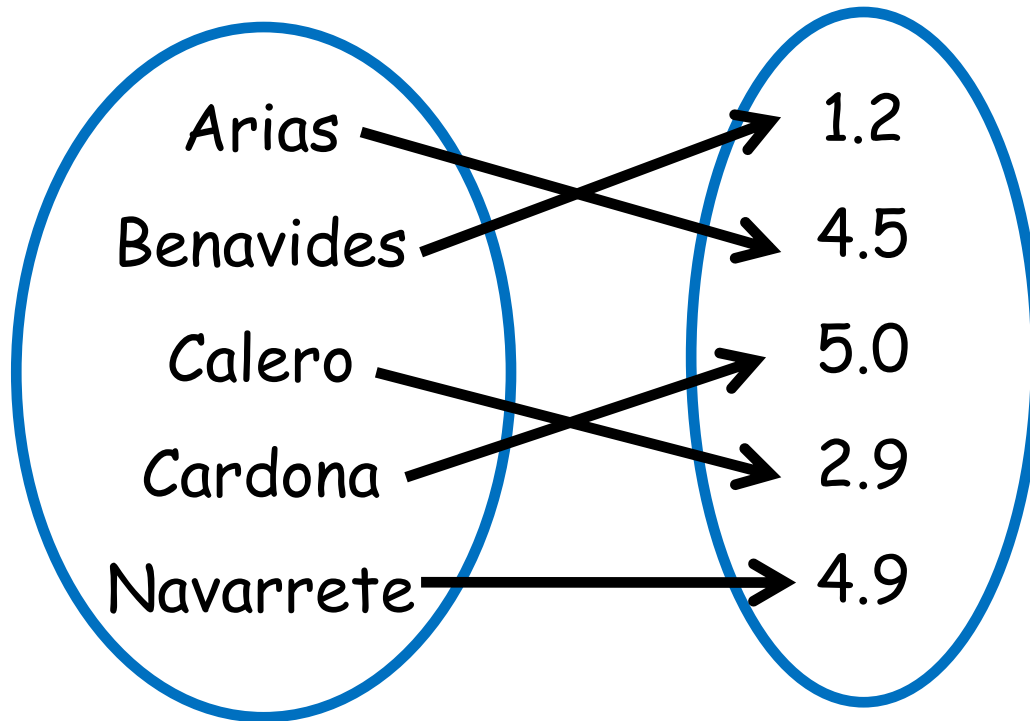
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



$$f(\text{Arias})=4.5$$

$$f(\text{Benavides})=1.2$$

Funciones

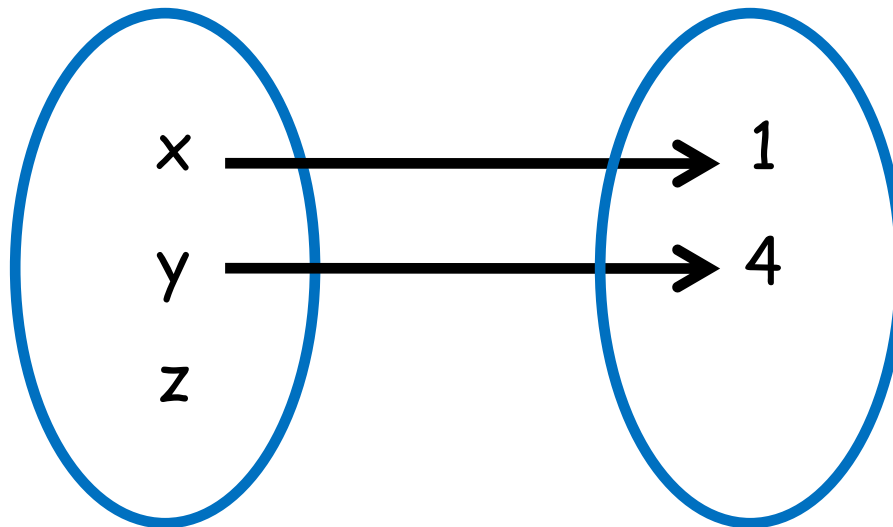
Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

Funciones

Función

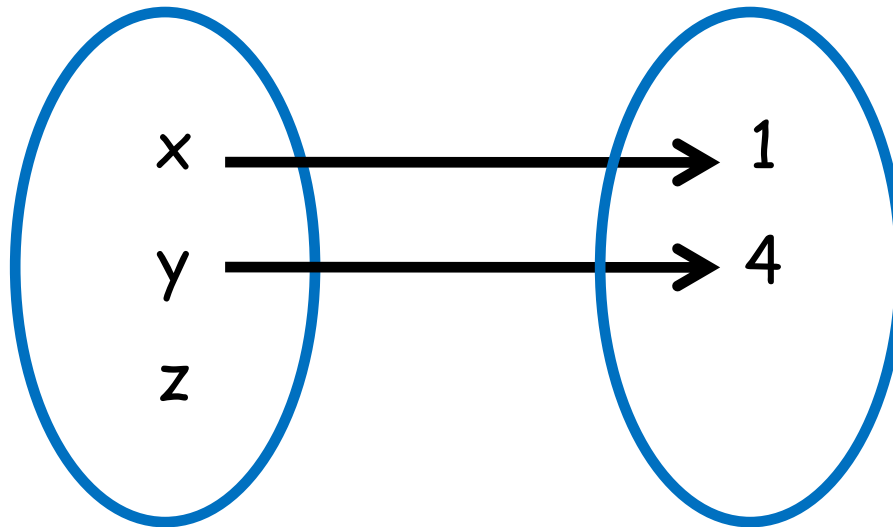
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

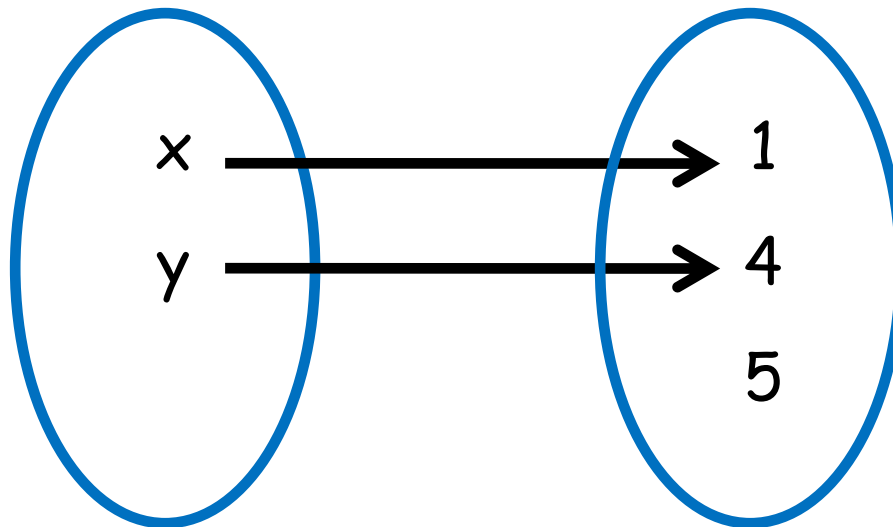


No es función porque z debe tener un valor asignado en B

Funciones

Función

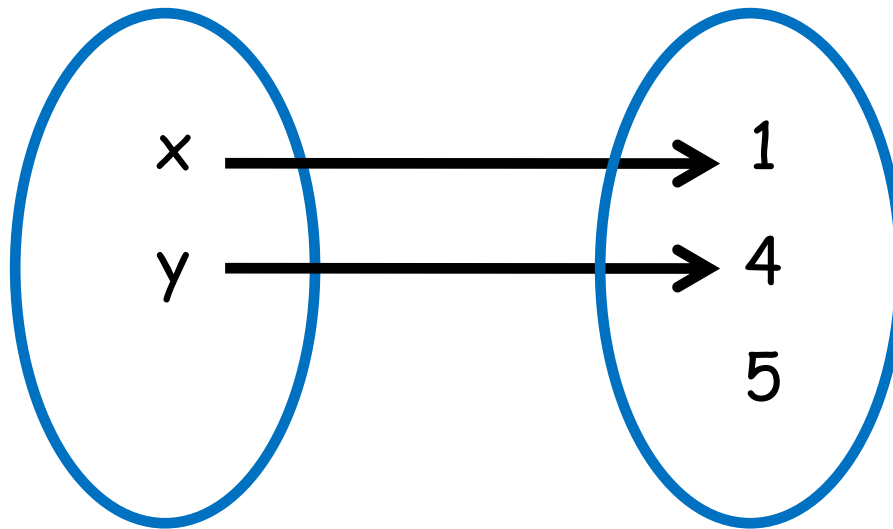
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

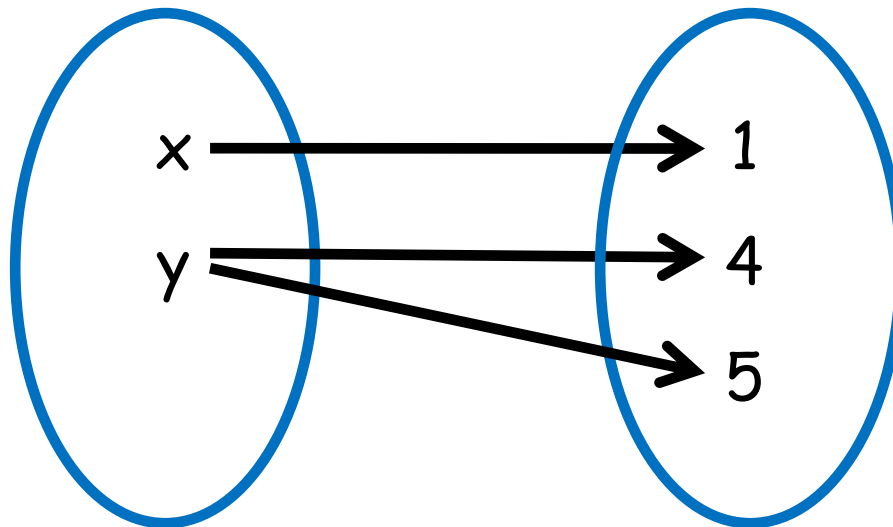


$$f(x)=1, f(y)=4$$

Funciones

Función

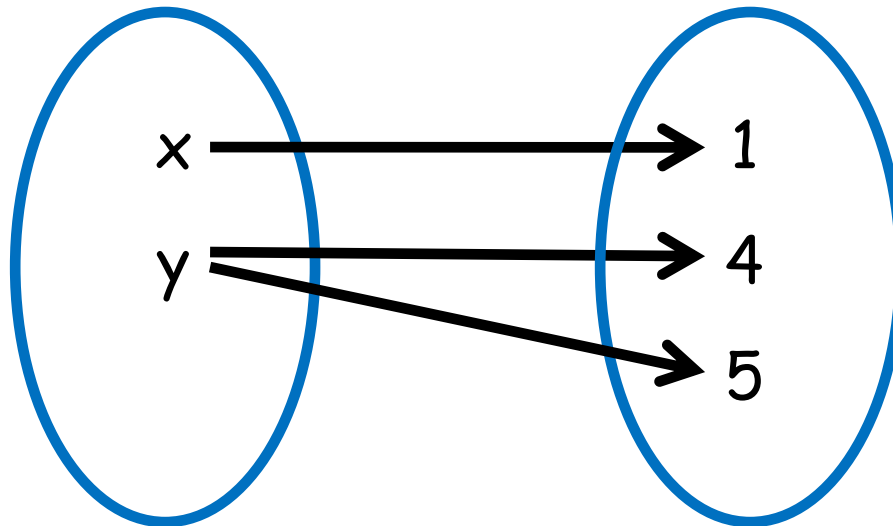
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

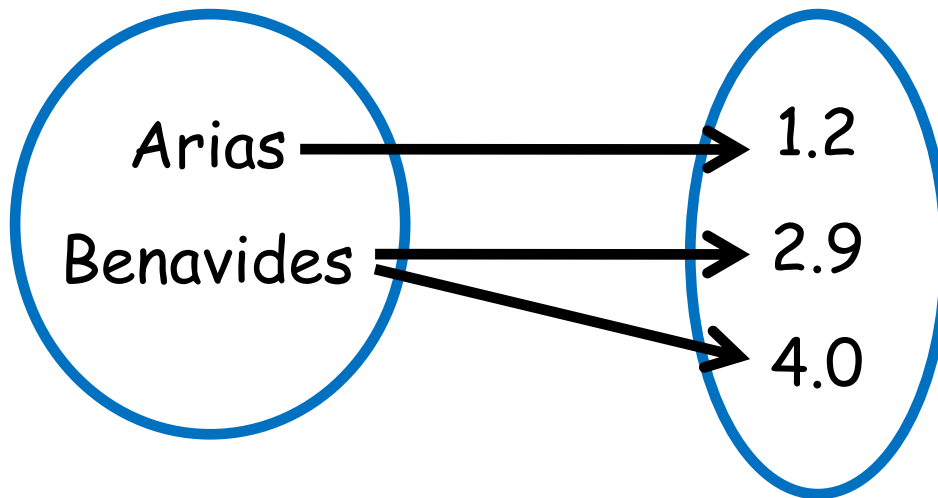


No es función porque debe asignarse exactamente un elemento de B

Funciones

Función

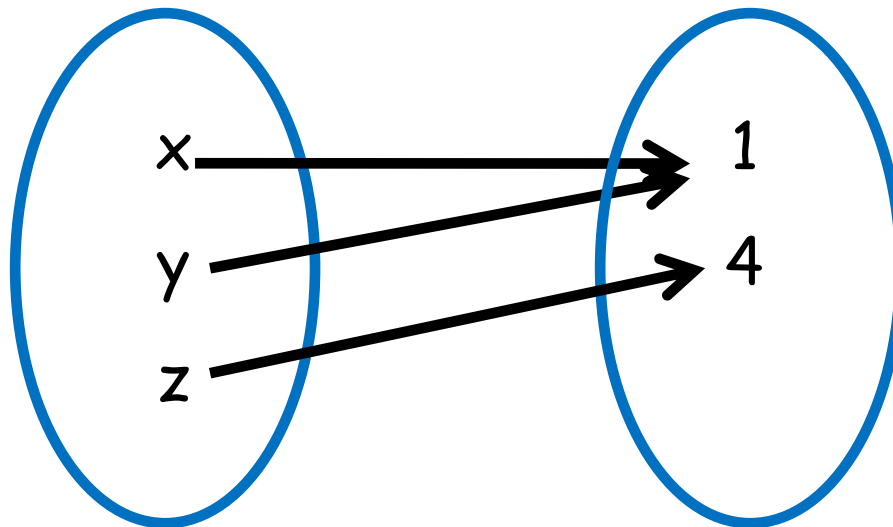
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

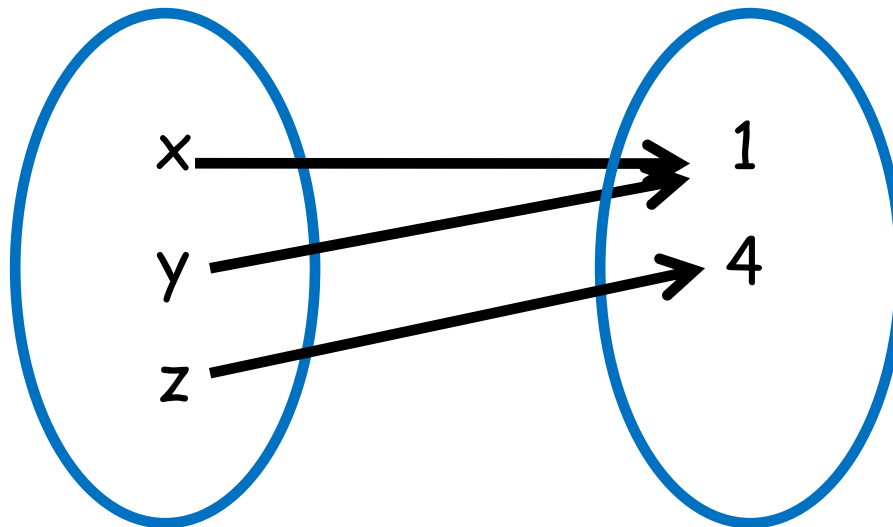
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

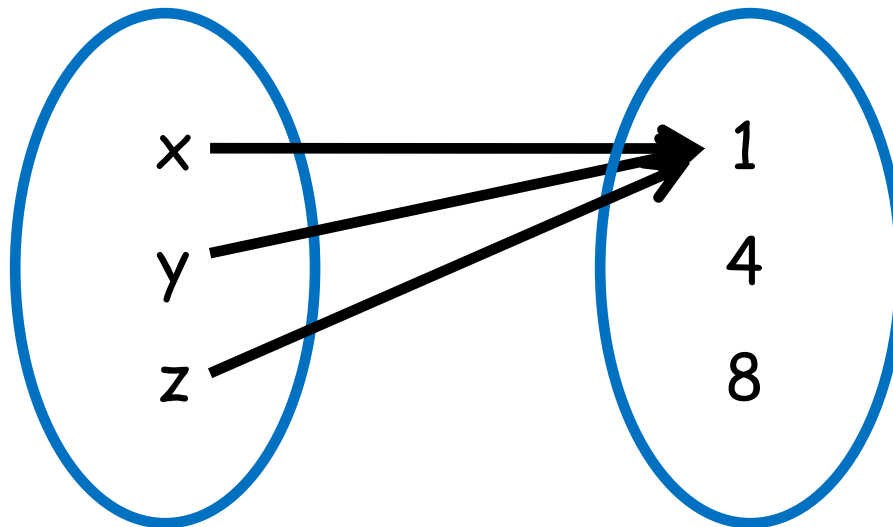


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=4$$

Funciones

Función

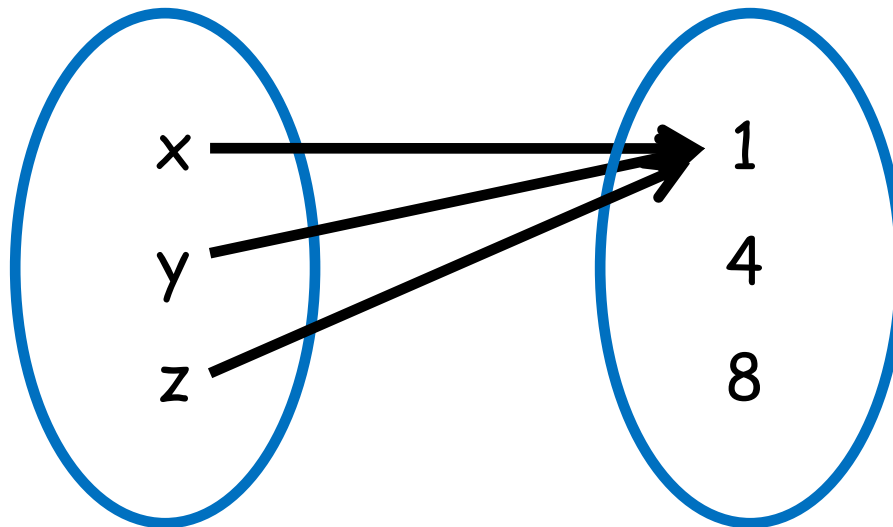
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

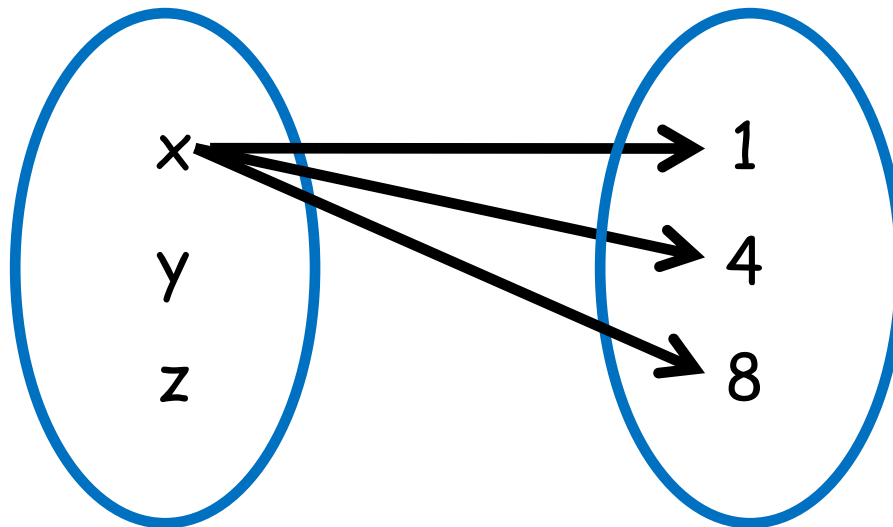


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=1$$

Funciones

Función

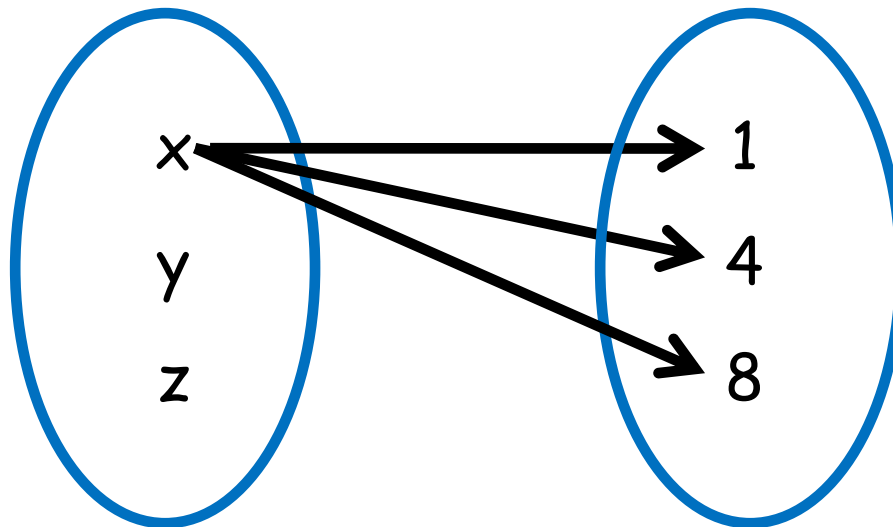
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

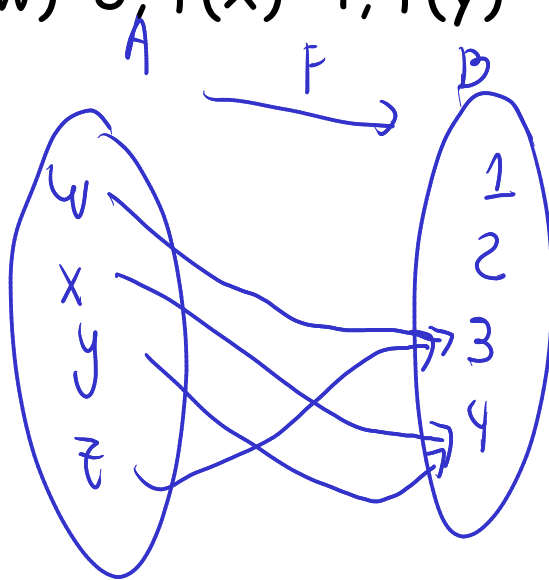


No es función

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

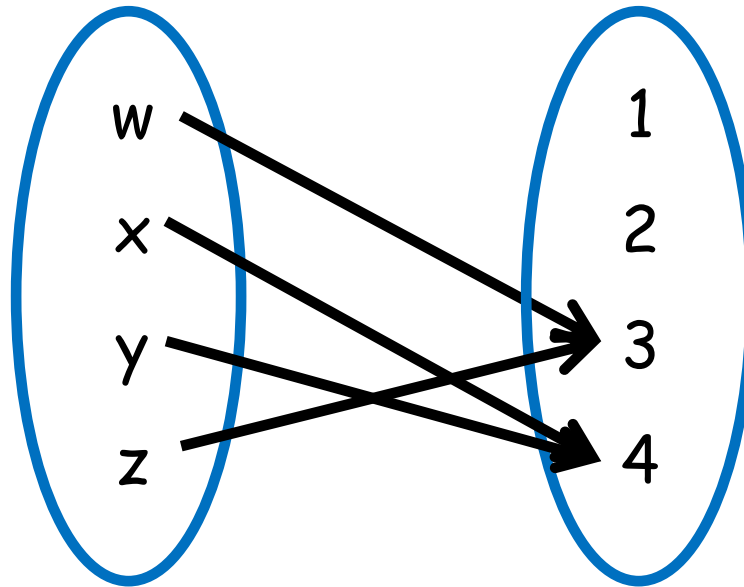
$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Es función

Funciones

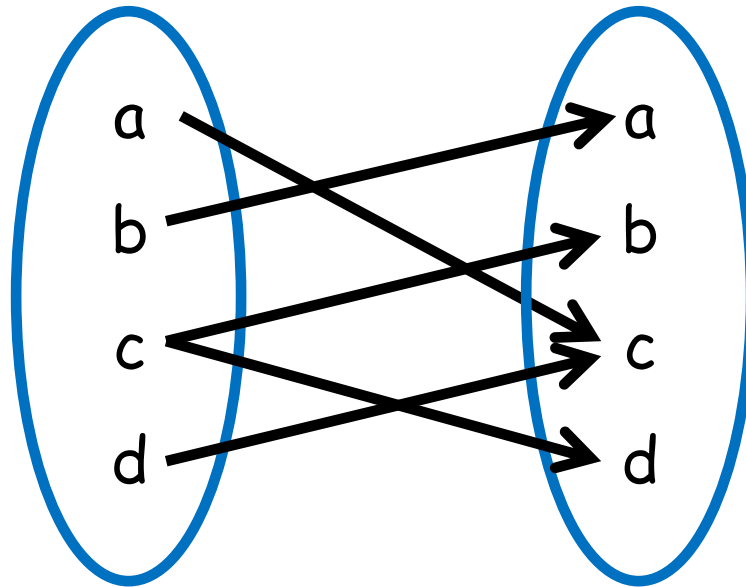
Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$$f(c)=d, f(a)=c, f(b)=a, f(c)=b, f(d)=c$$

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$f(c)=d$, $f(a)=c$, $f(b)=a$, $f(c)=b$, $f(d)=c$



No es función

Funciones

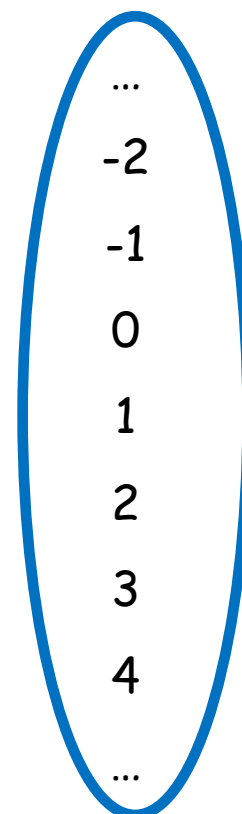
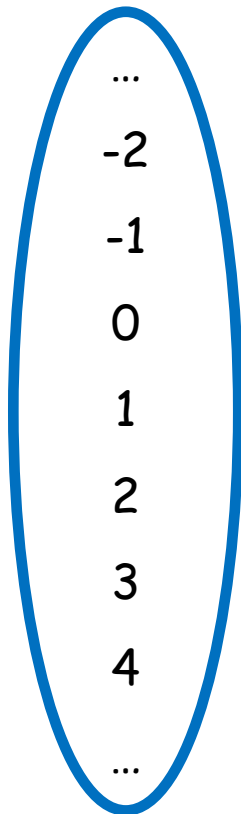
Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$

Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

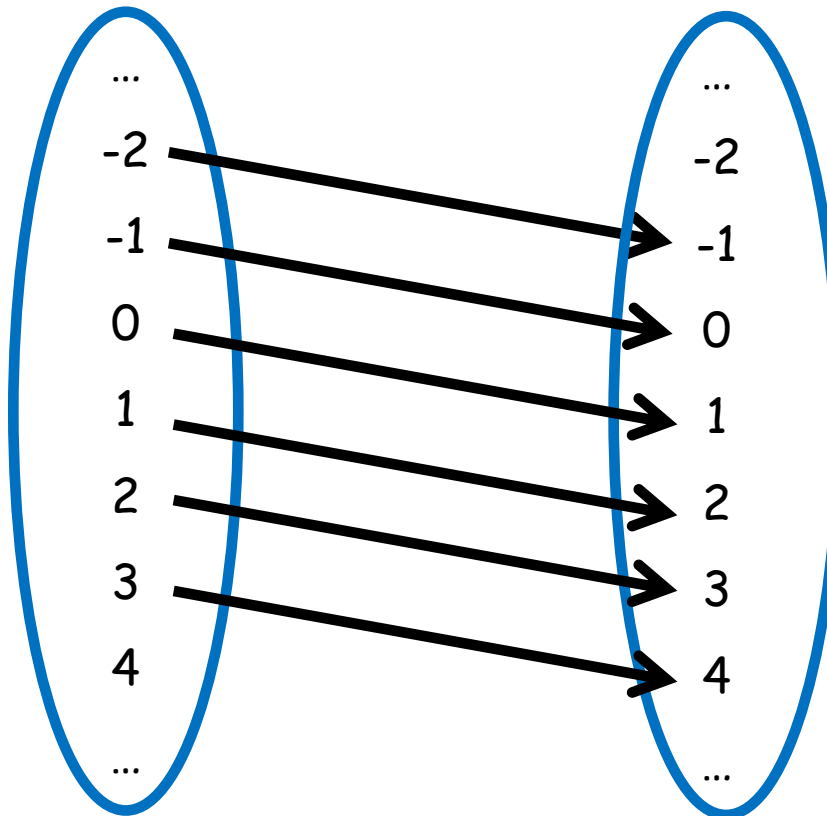
$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x) = 1/x$ ~~No~~ $f(x) = \frac{1}{x}$ $f(0) = \frac{1}{0}$ Indeterminado
 - $f(x) = \sqrt{x}$ ~~No~~ $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 - $f(x) = \pm x$ ~~NO~~
 - $f(x) = x^2 + 1$ ~~Sí~~ $f(x) = \sqrt{x}$ $x < 0$
 $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ~~No~~
 $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ ~~Sí~~
- $f(x) = \pm x$ $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 1, -1$

Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x)=1/x$. **no es una función** porque $f(0)$ no está definida
- $f(x)=\sqrt{x}$. **no es una función** porque $f(-1)$ no está definida
- $f(x)=\pm x$. **no es una función** porque asigna dos valores a x
- $f(x)=x^2+1$. **si es una función**

Funciones

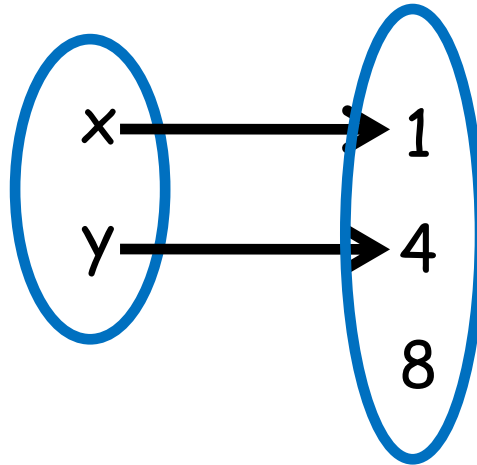
Dominio, Codominio y Rango

Si f es una función de A a B , se dice que:

- A es el **dominio**
- B es el **codominio**
- El **rango** de f es el conjunto de todas las imágenes de los elementos de A . Si $f(a)=b$ se dice que b es la imagen de a

Funciones

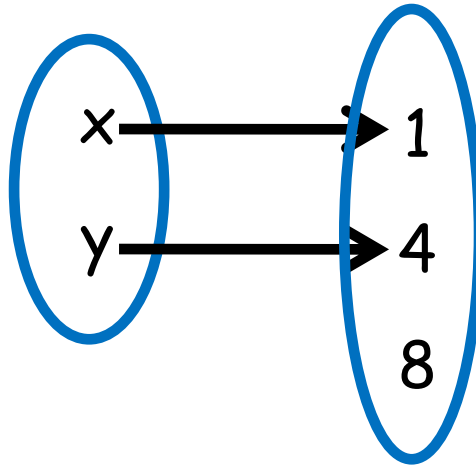
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



Funciones

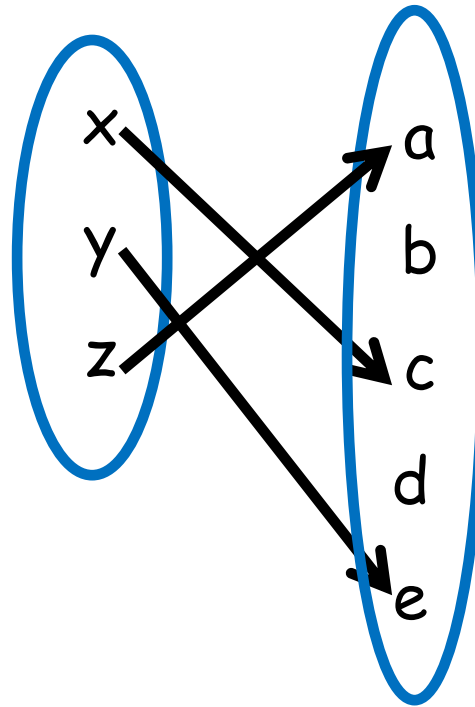
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y\}$
- **Codominio** = $\{1, 4, 8\}$
- **Rango** = $\{1, 4\}$



Funciones

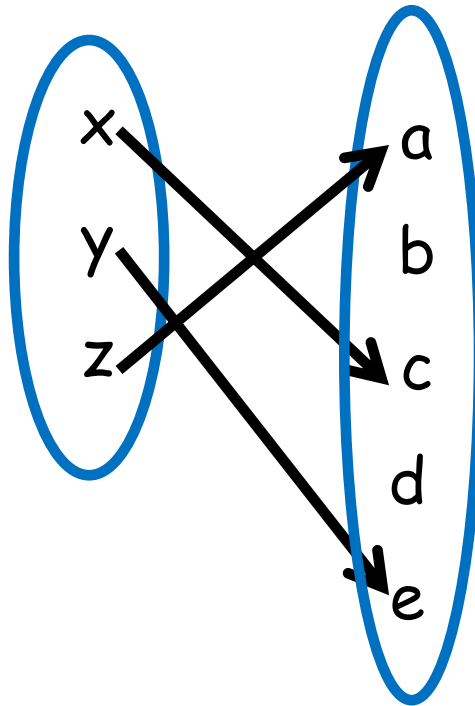
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y, z\}$
- **Codominio** = $\{a, b, c, d, e\}$
- **Rango** = $\{a, c, e\}$



Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales

$$\text{Rango} = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango= $\mathbb{R}^+ \cup 0$

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2+4$ de los reales a los reales

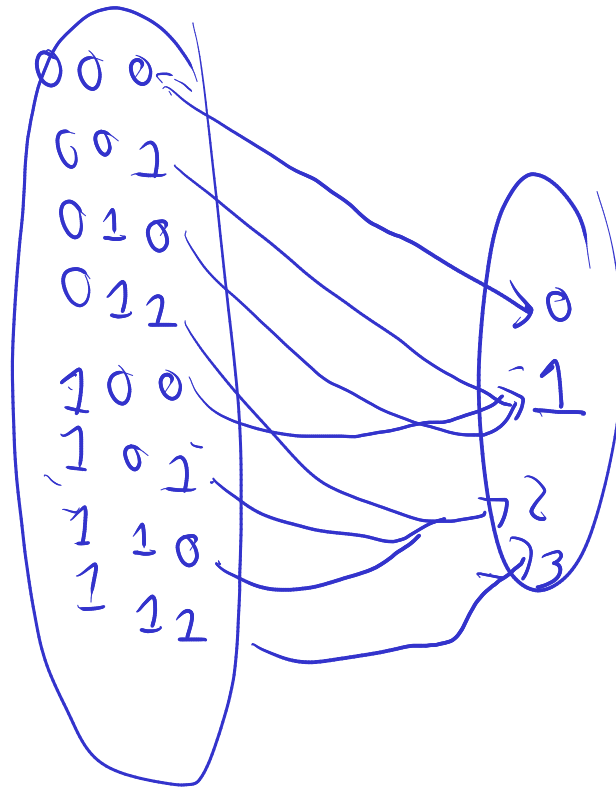
Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2+4$ de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango=Reales mayores o iguales a 4

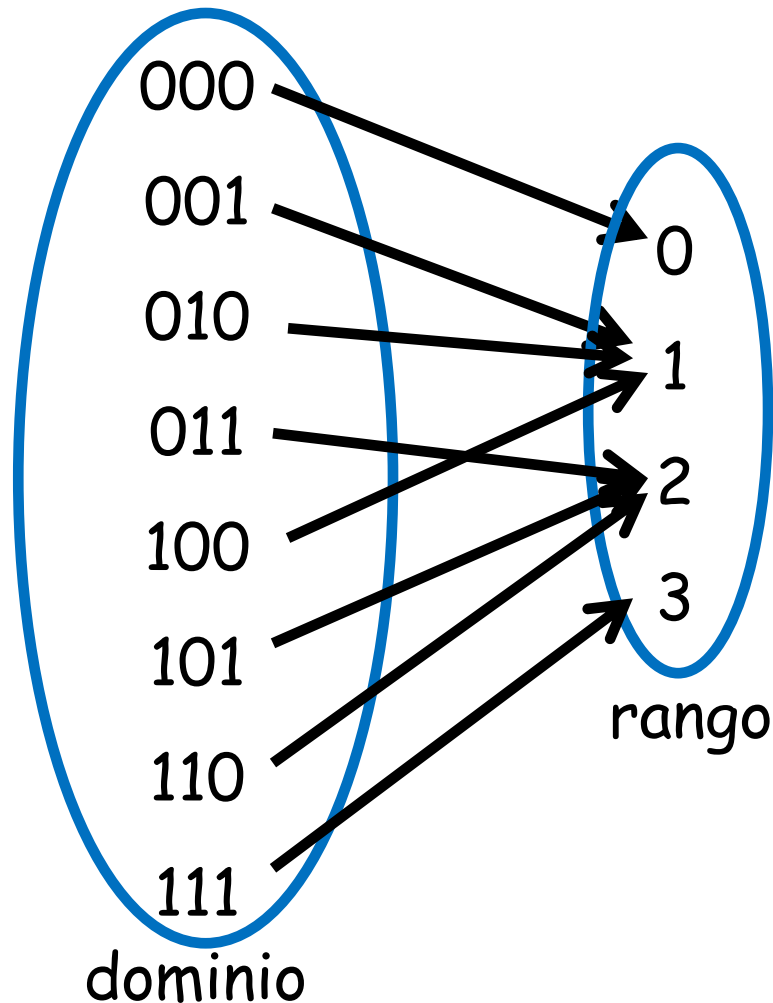
Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



Funciones

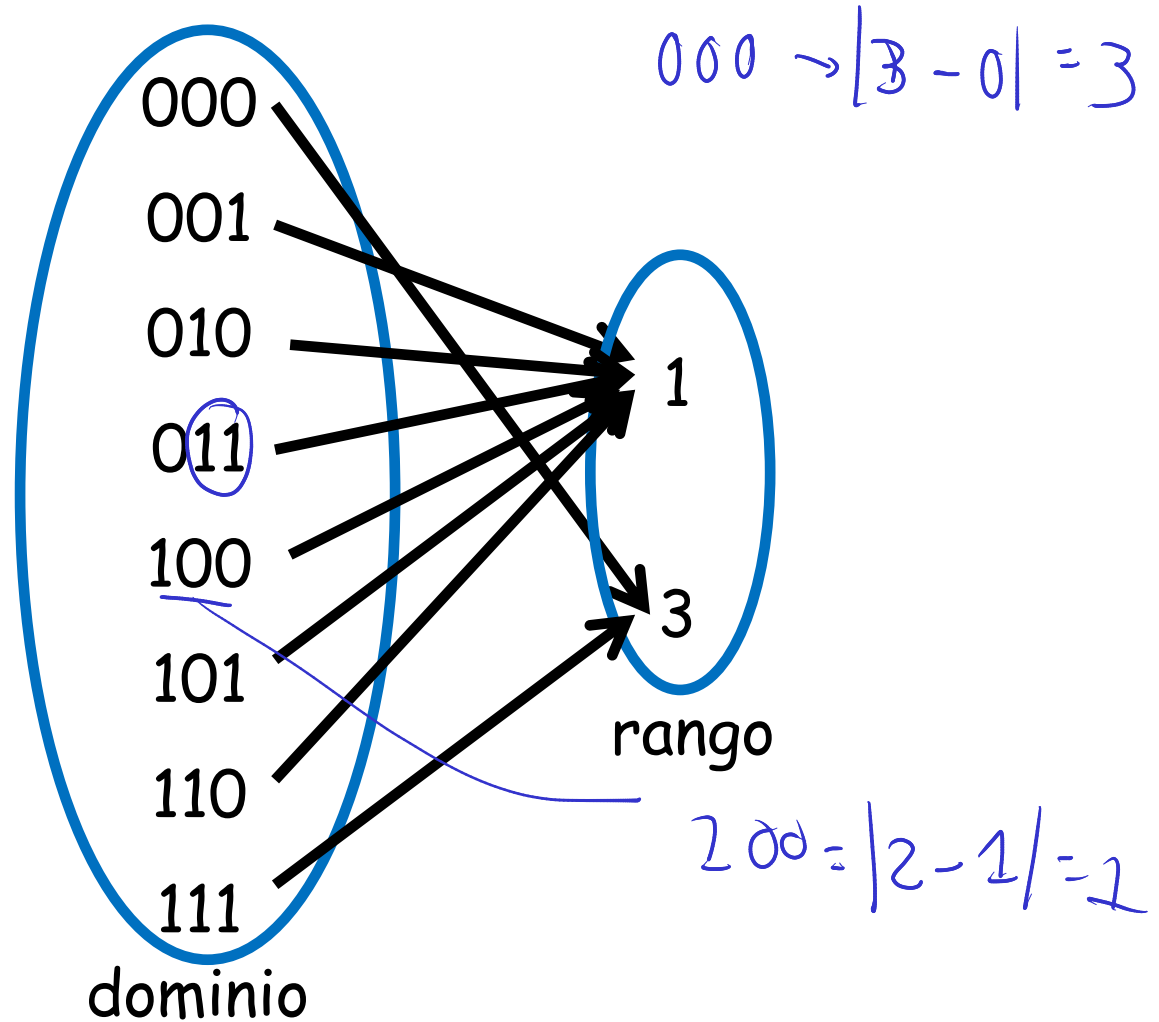
Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y asigna el valor absoluto de la diferencia entre la cantidad de 1's y 0's. Indique el dominio y el rango.

Funciones



Funciones

Tipos de funciones

- Inyectiva
- Sobreyectiva
- Biyectiva

Funciones

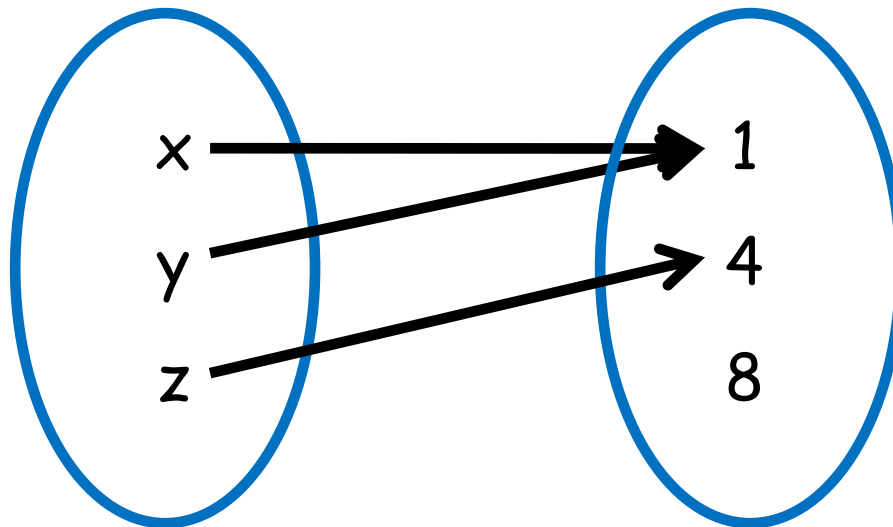
Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

Funciones

Función inyectiva

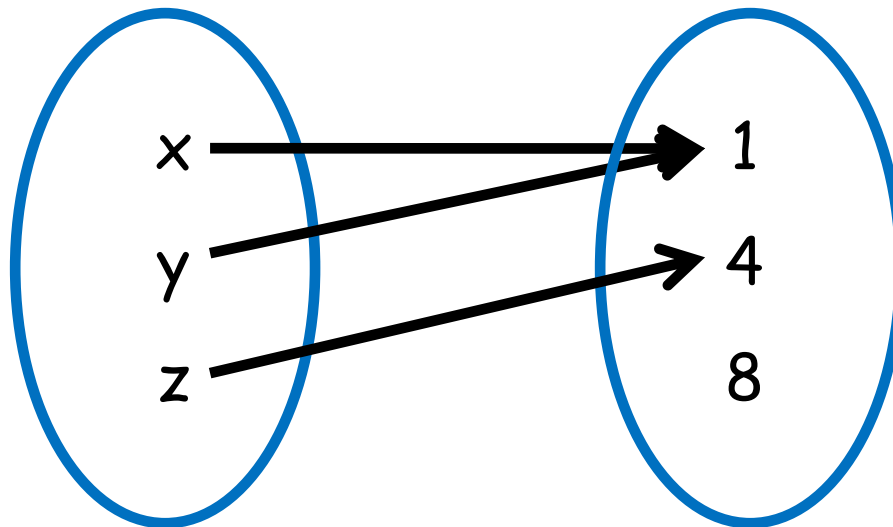
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

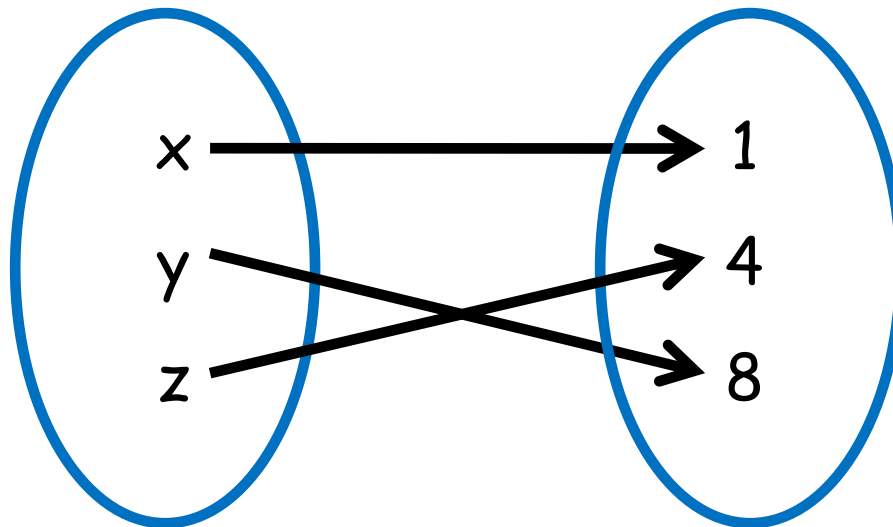


No es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

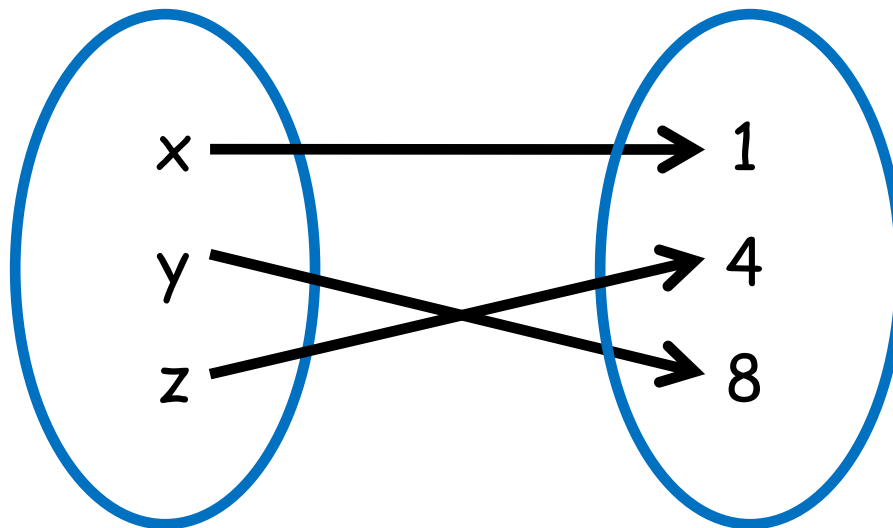
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

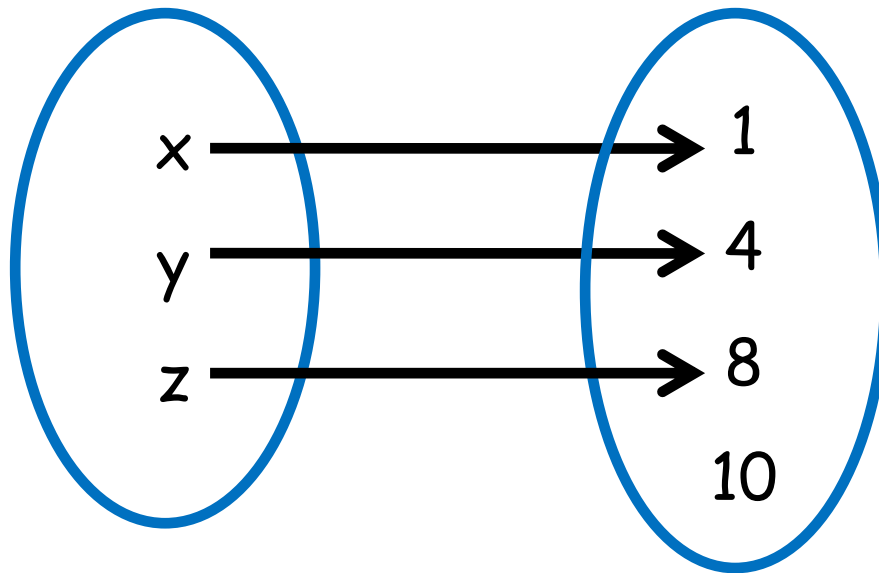


Es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

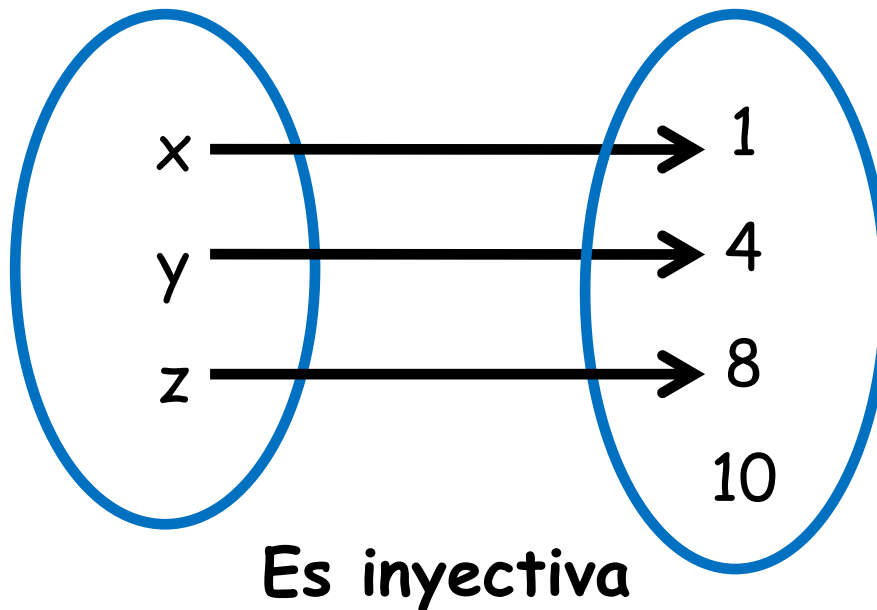
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



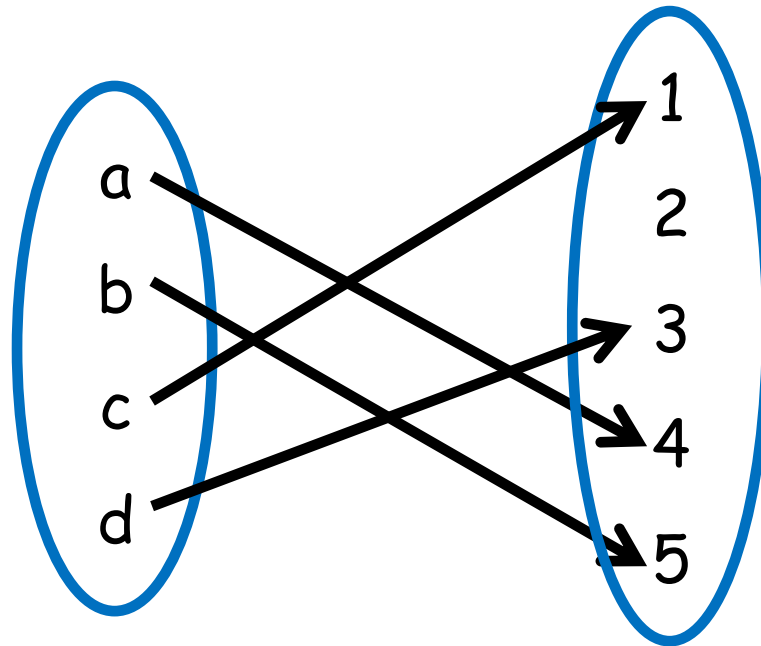
Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son inyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$ Sí
- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros $f(1) = f(-1)$
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es inyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es inyectiva** porque $f(1)=f(-1)=1$
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es inyectiva** porque cada x tiene un solo y asignado, $x+1$

Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

Funciones

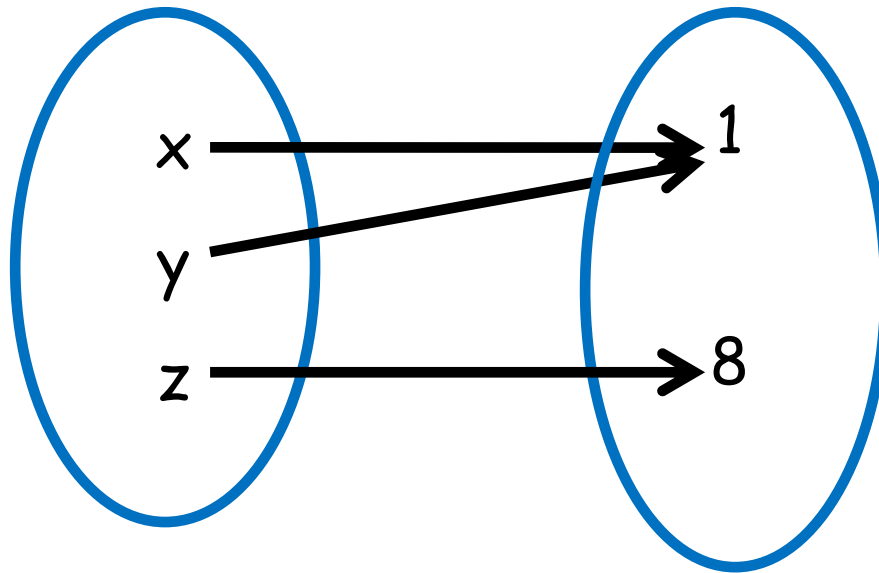
Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$
- Una función es sobreyectiva si el codominio es igual al rango

Funciones

Función sobreyectiva

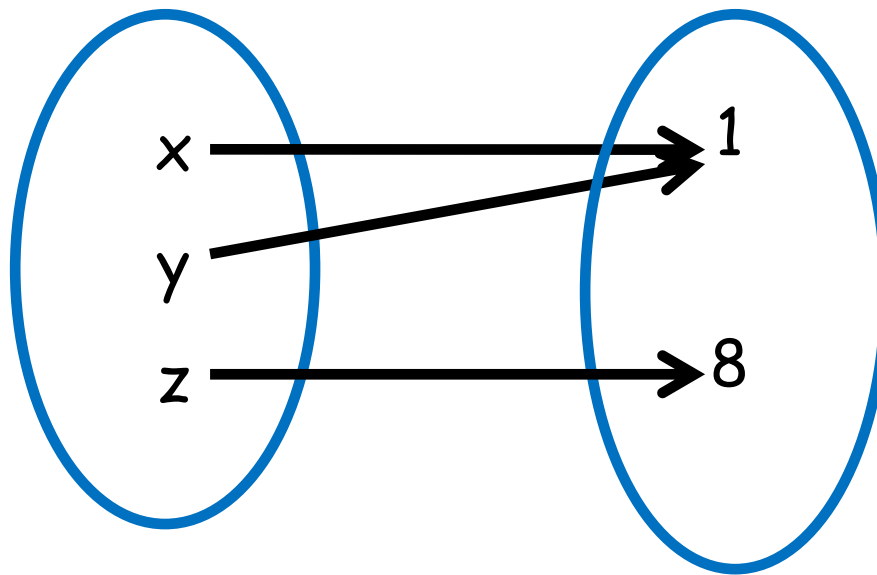
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

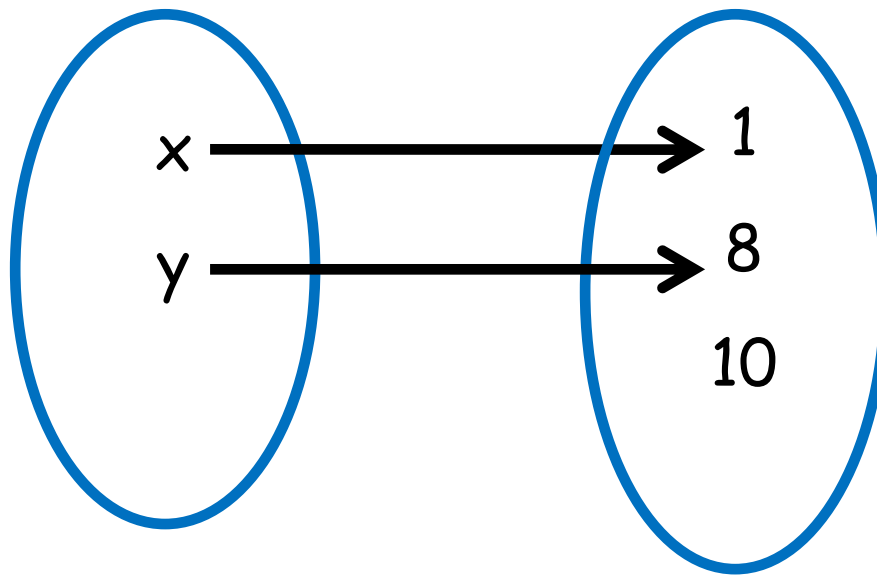


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

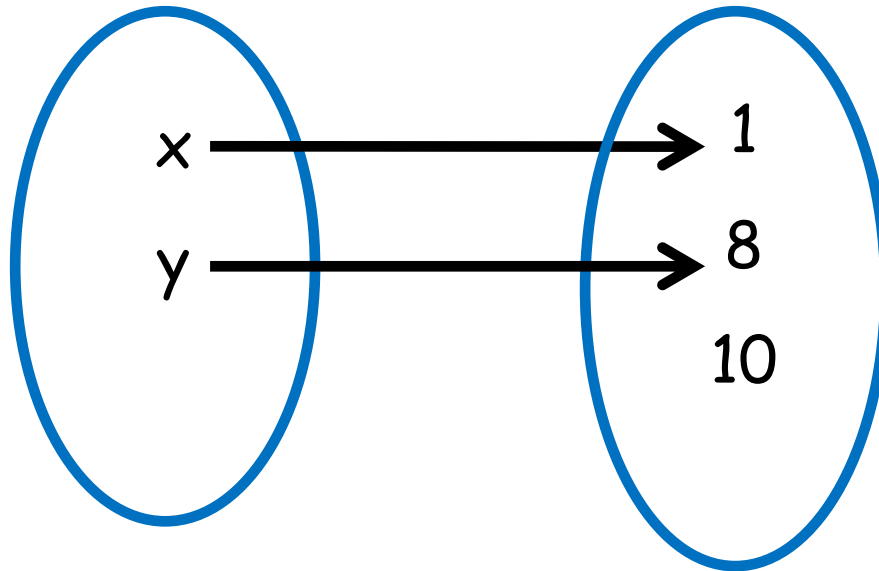
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

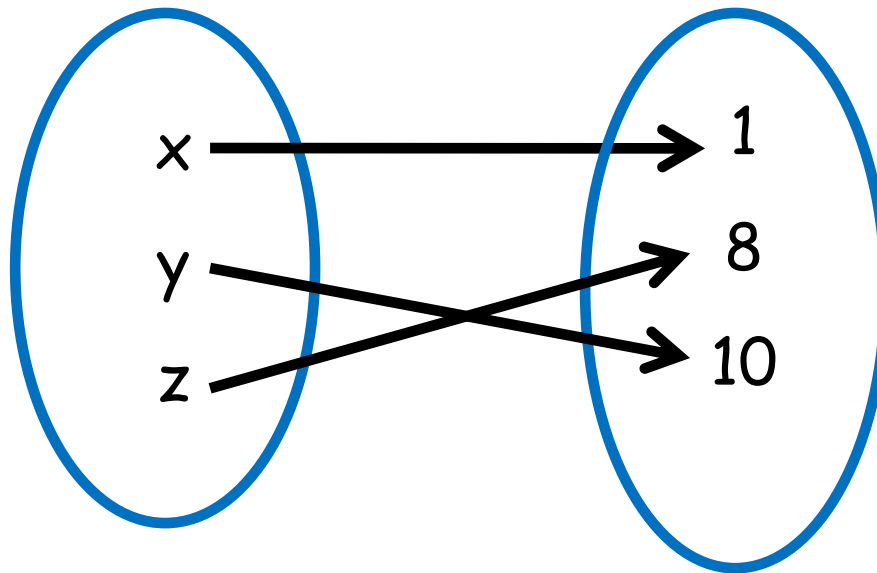


No es sobreyectiva porque
10 no está en el rango

Funciones

Función sobreyectiva

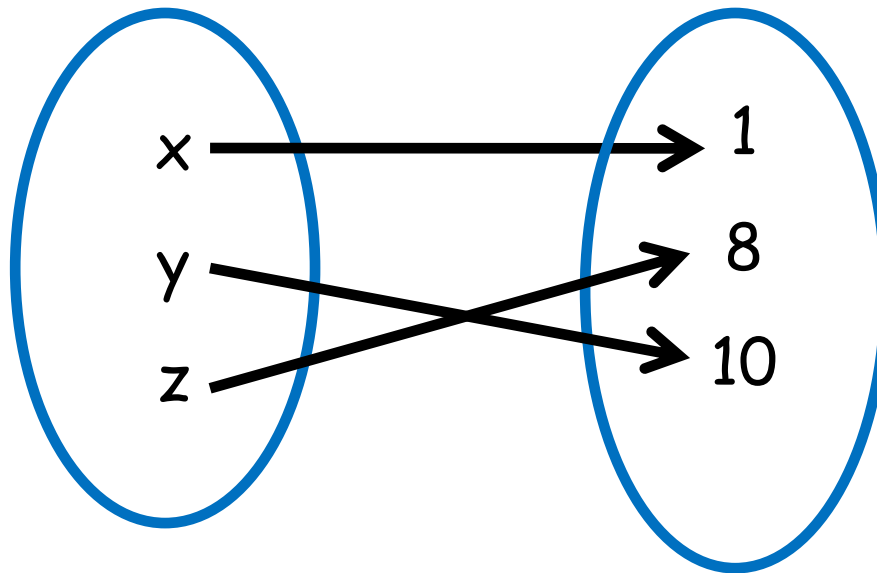
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

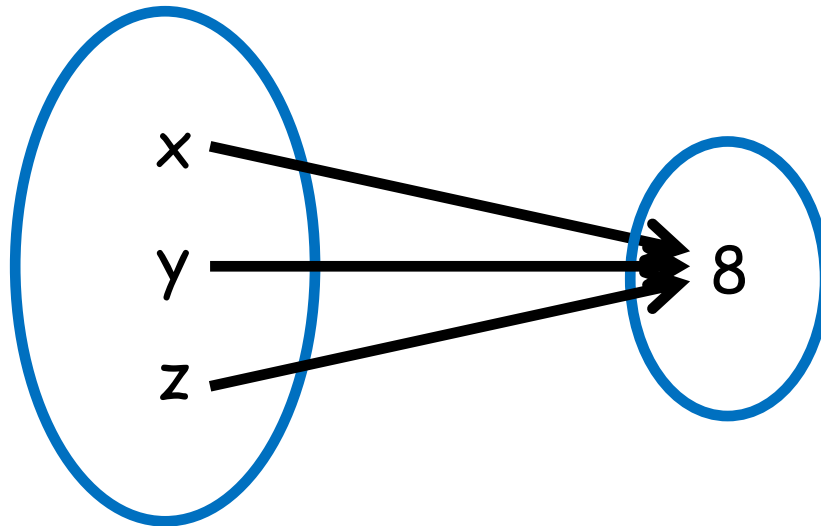


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

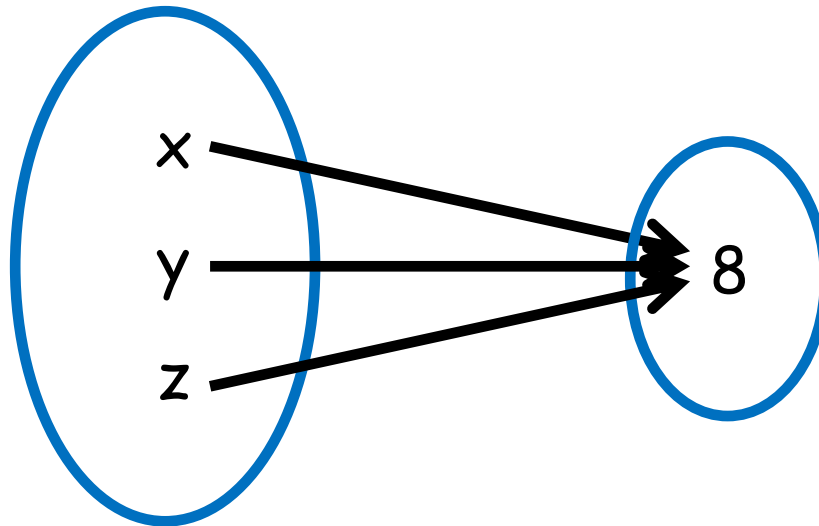
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Es sobreyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son sobreyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$

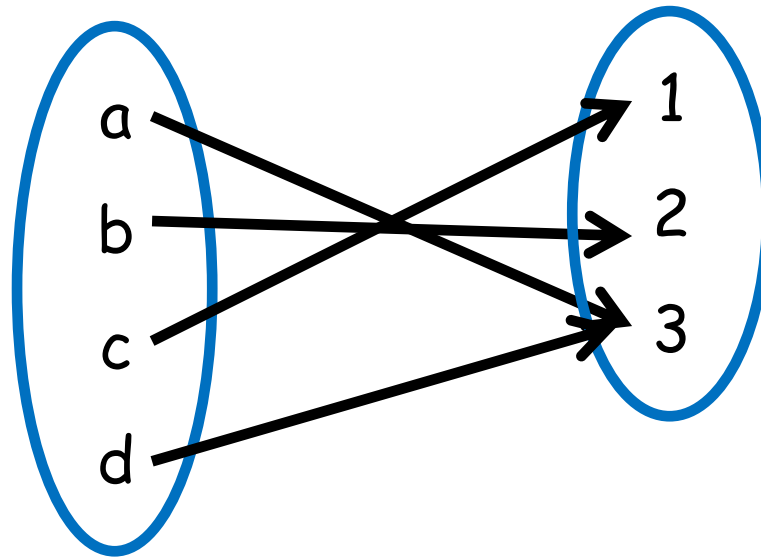
- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros

- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

$\mathbb{Z} \rightarrow \text{rango} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es sobreyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es sobreyectiva** porque -1 que está en el codominio no está en el rango
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es sobreyectiva** porque cada y del codominio es una imagen

Funciones

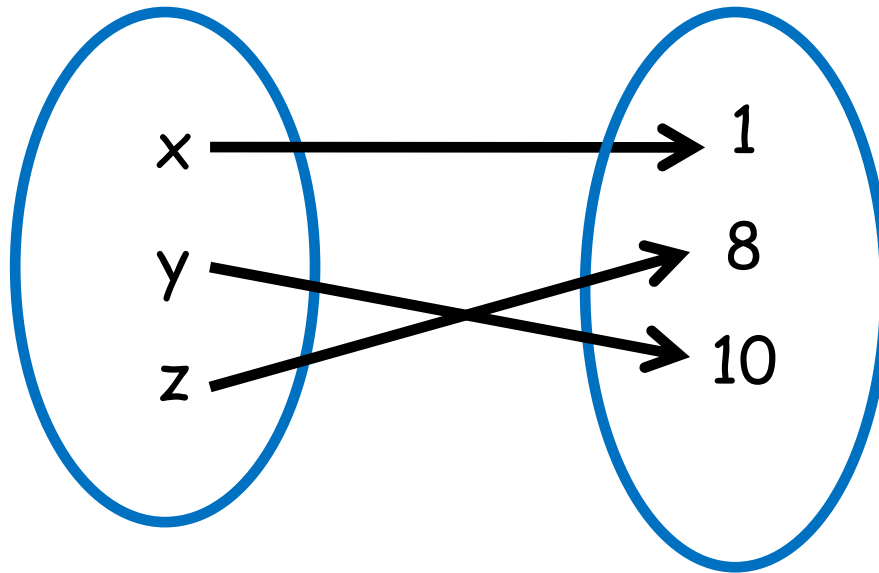
Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

Funciones

Función biyectiva

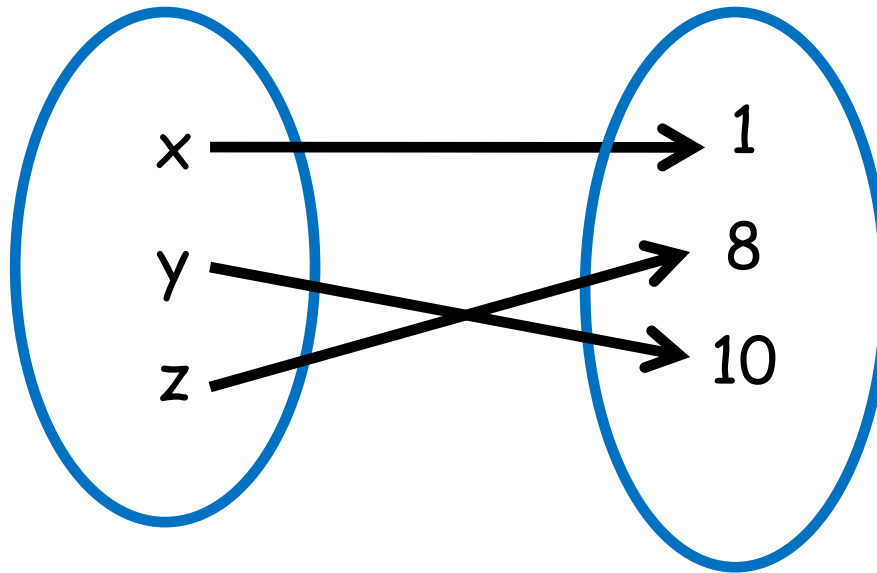
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

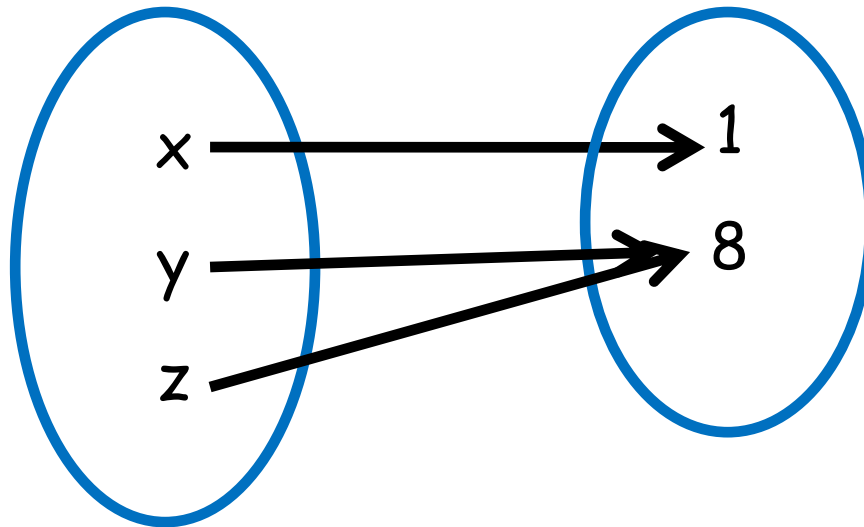


Es biyectiva

Funciones

Función biyectiva

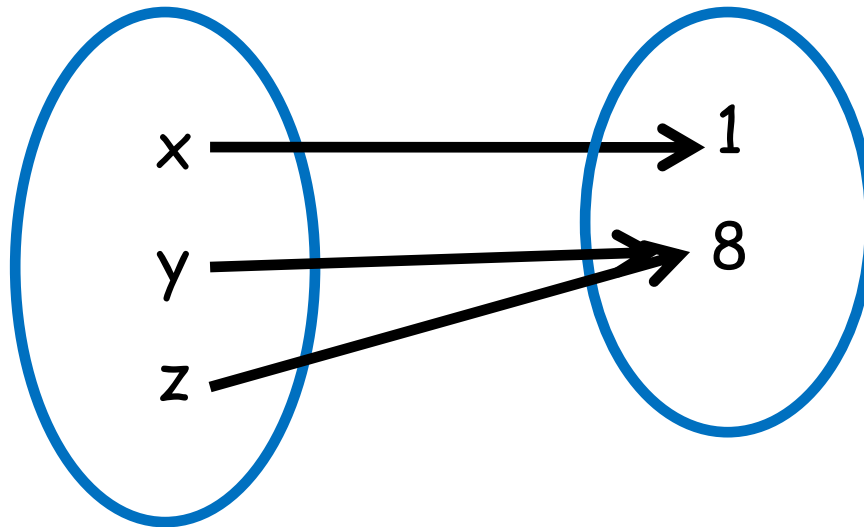
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

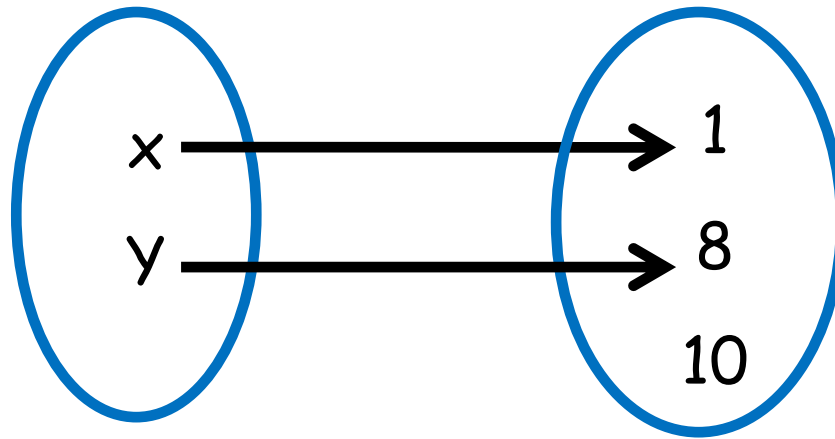


No es biyectiva porque
no es inyectiva

Funciones

Función biyectiva

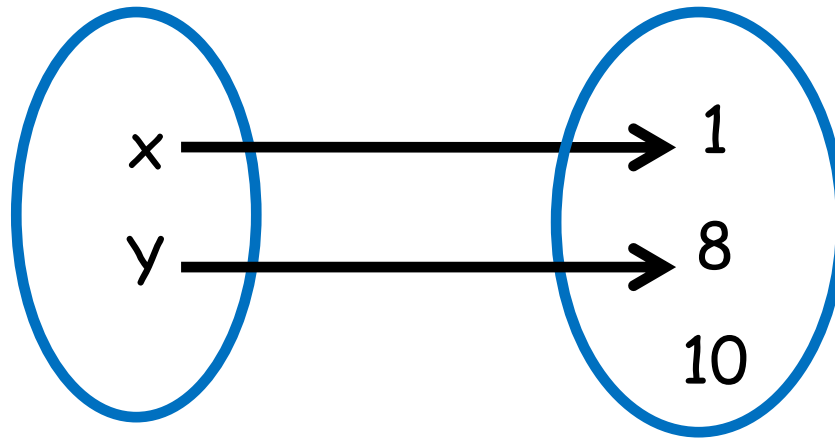
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



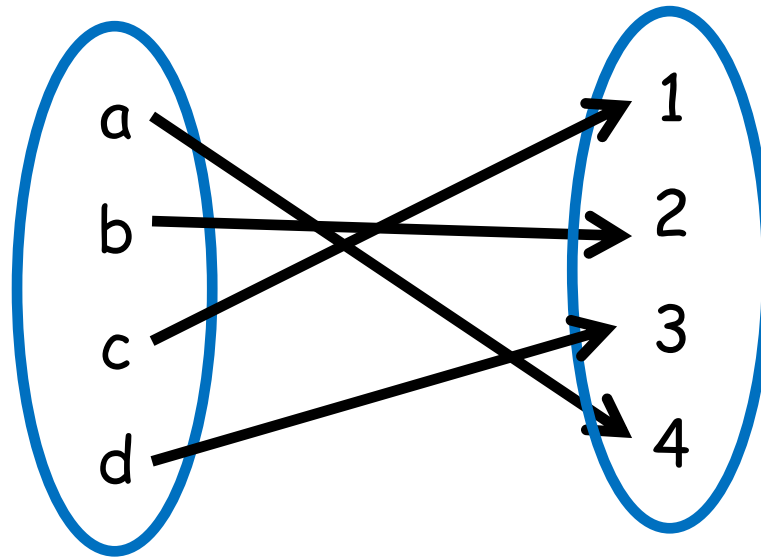
No es biyectiva porque
no es sobreyectiva

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

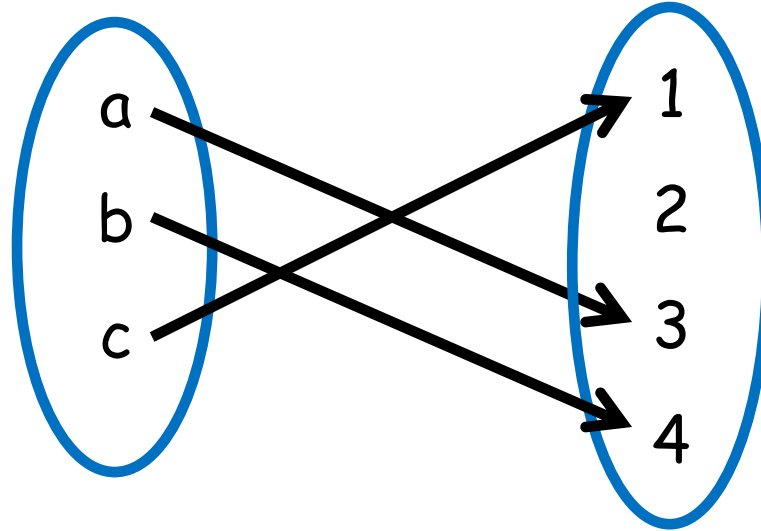


Es biyectiva

Funciones

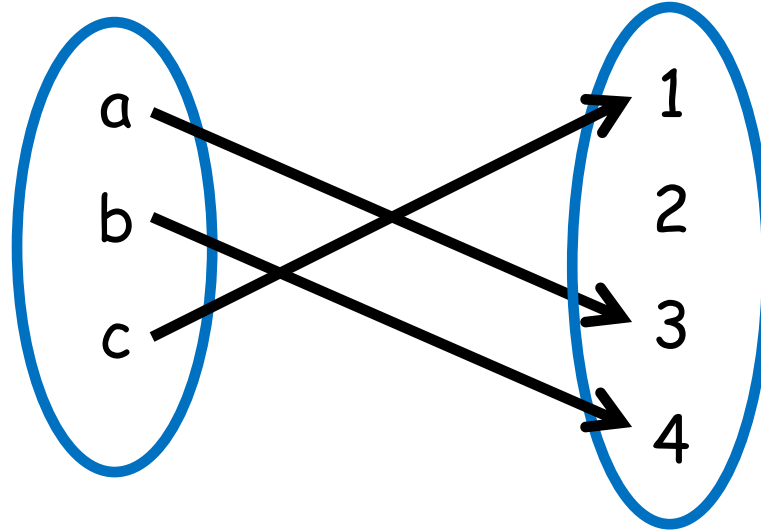
Clasifique cada una de las siguientes funciones como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva

Funciones



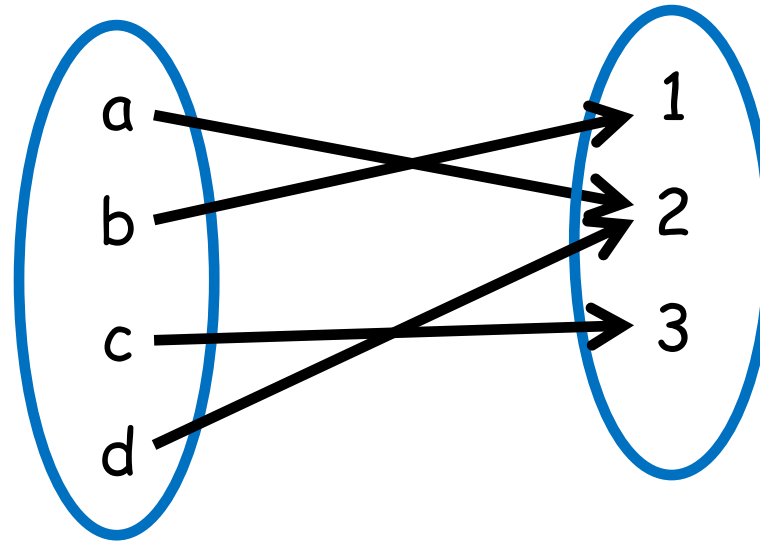
¿Inyectiva? Si
¿Sobreyectiva? No
¿Biyectiva? No

Funciones



Inyectiva pero no sobreyectiva

Funciones

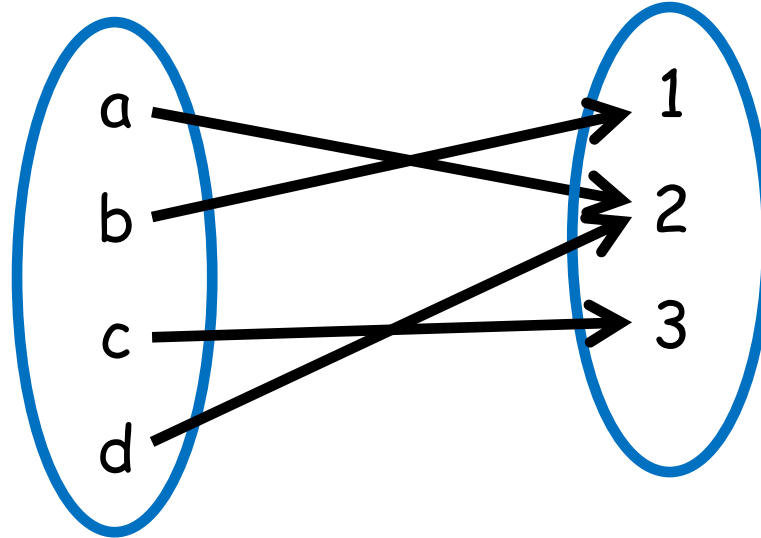


No es inyectiva, $f(a) = f(d) = 2$

Es sobreyectiva porque $1, 2, 3$ están en el dominio y en el rango también tenemos $1, 2, 3$

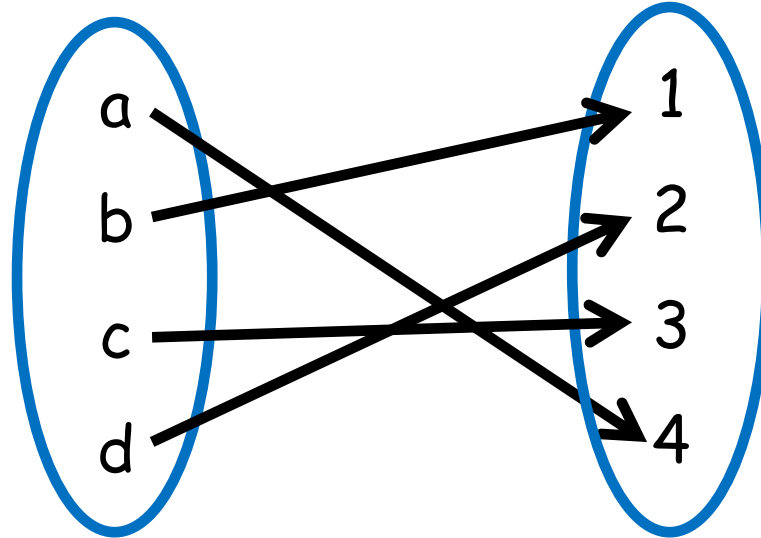
¿Es biyectiva? No, porque no es inyectiva.

Funciones

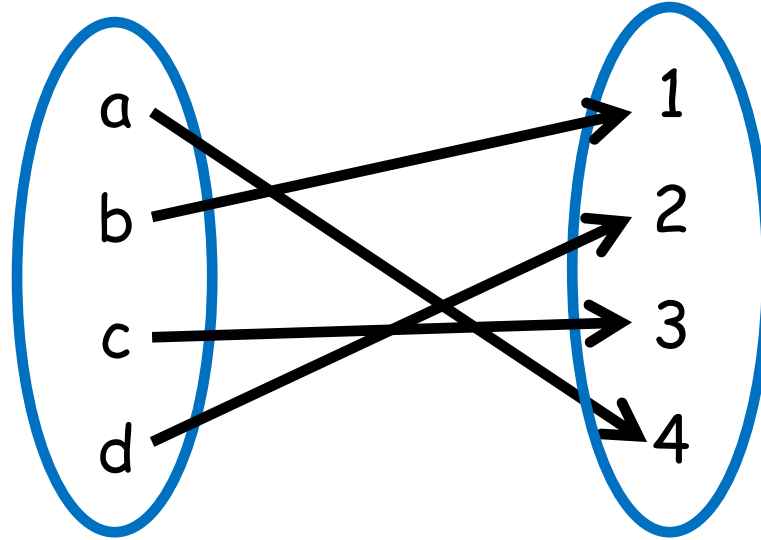


Sobreyectiva pero no inyectiva

Funciones

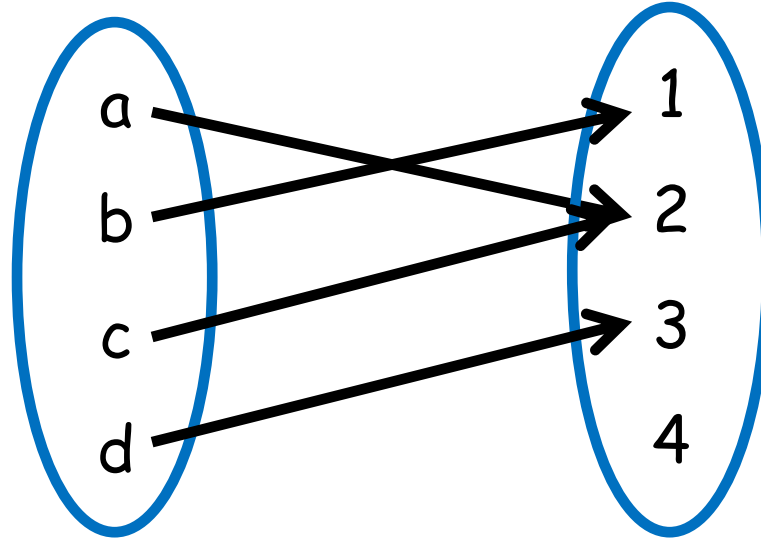


Funciones

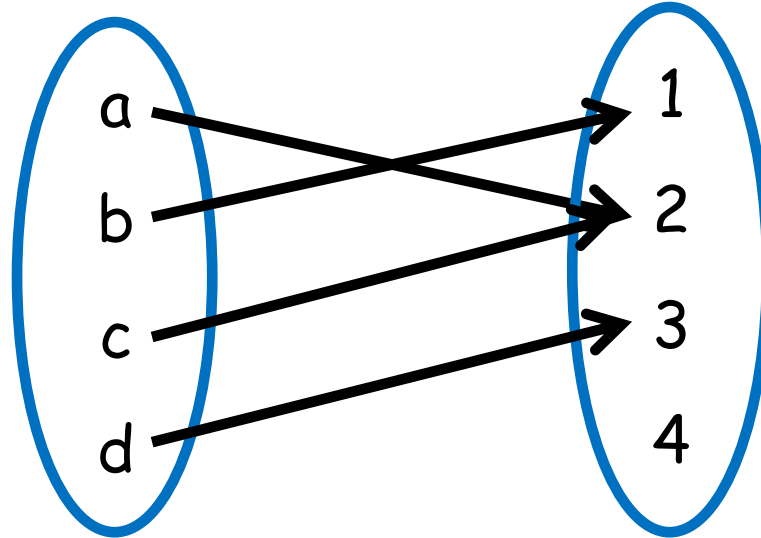


Biyectiva

Funciones

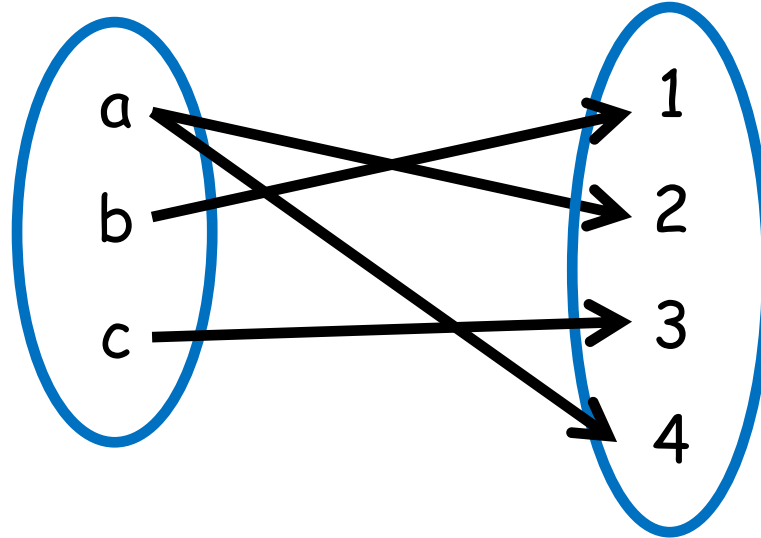


Funciones

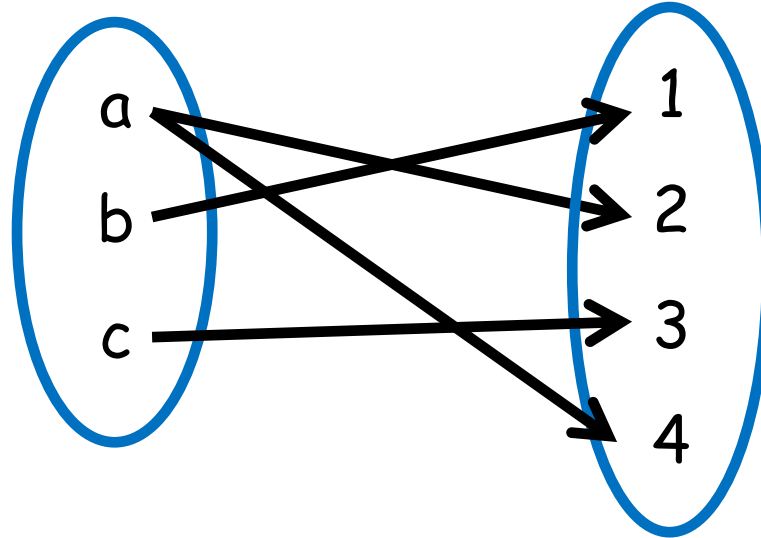


Ni inyectiva ni sobreyectiva

Funciones



Funciones

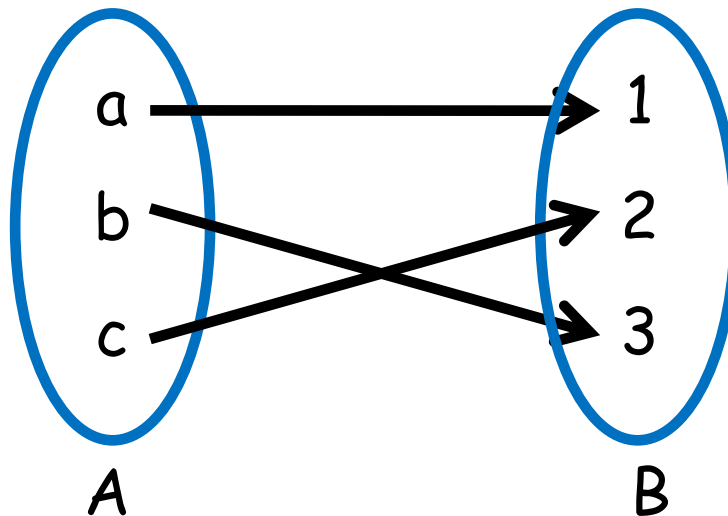


No es función

Funciones

Función inversa

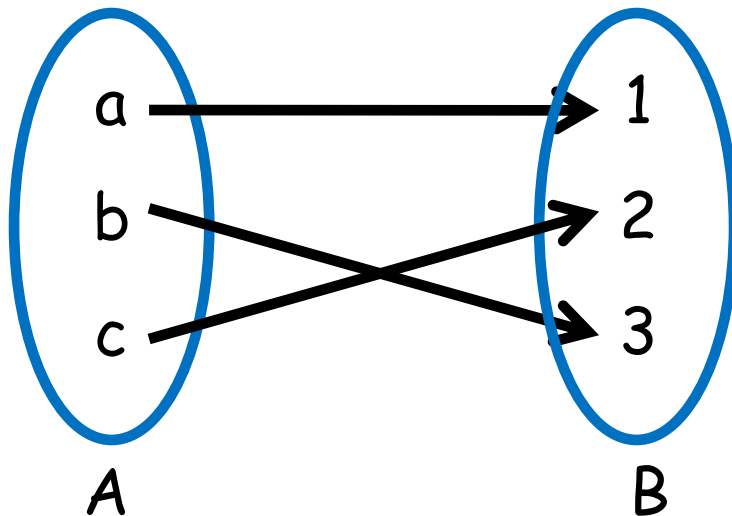
Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



Funciones

Función inversa

Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



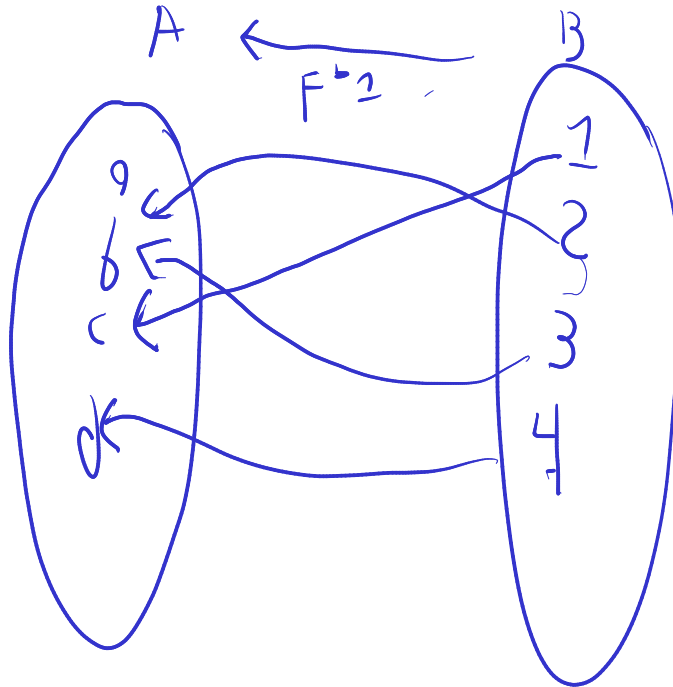
$$f^{-1}(1)=a$$

$$f^{-1}(2)=c$$

$$f^{-1}(3)=b$$

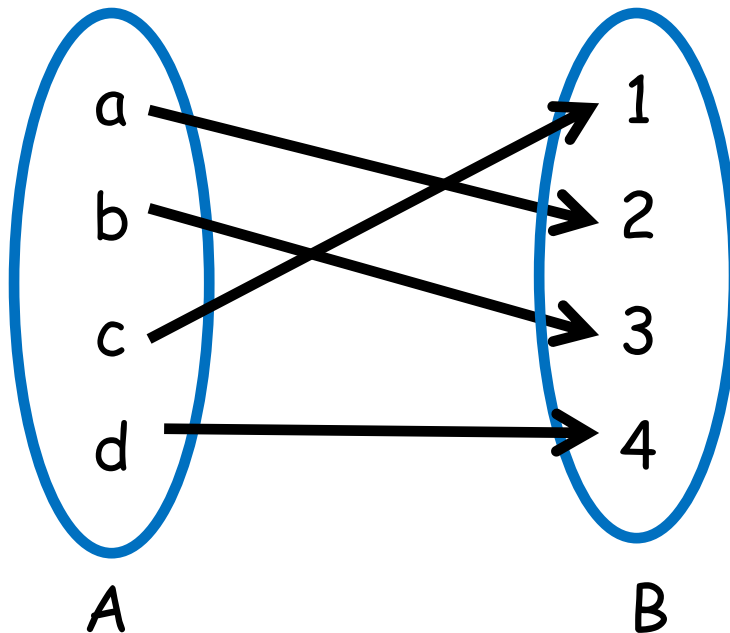
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$



Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$



$$f^{-1}(1)=c$$

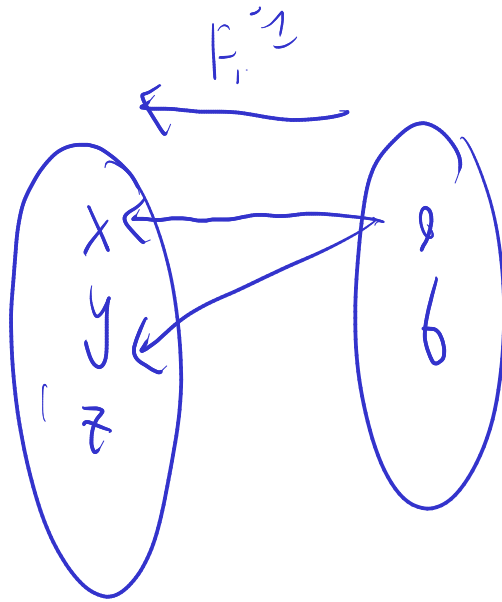
$$f^{-1}(2)=a$$

$$f^{-1}(3)=b$$

$$f^{-1}(4)=d$$

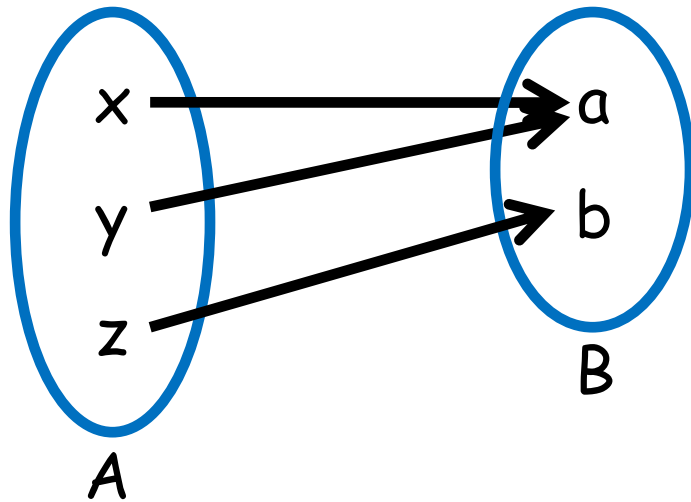
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



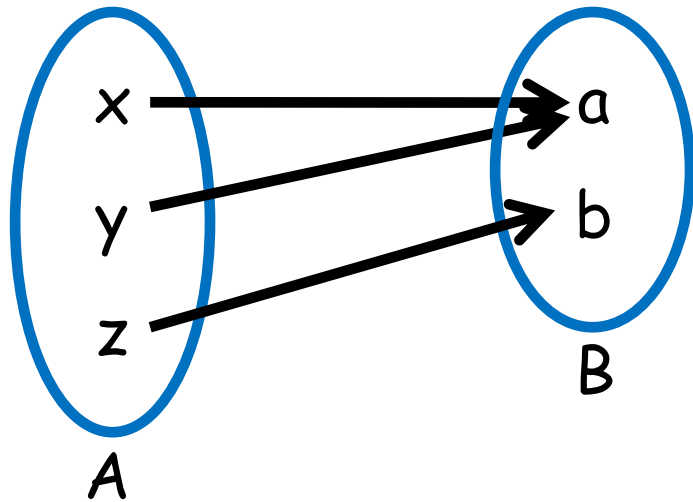
- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

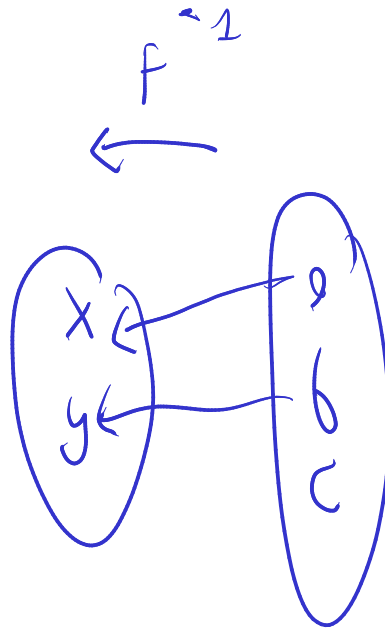
$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

f^{-1} no está definida cuando f no es inyectiva

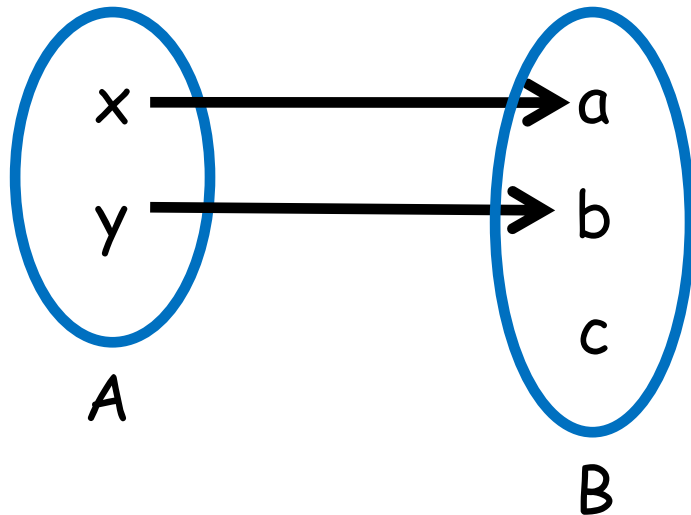
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



Funciones

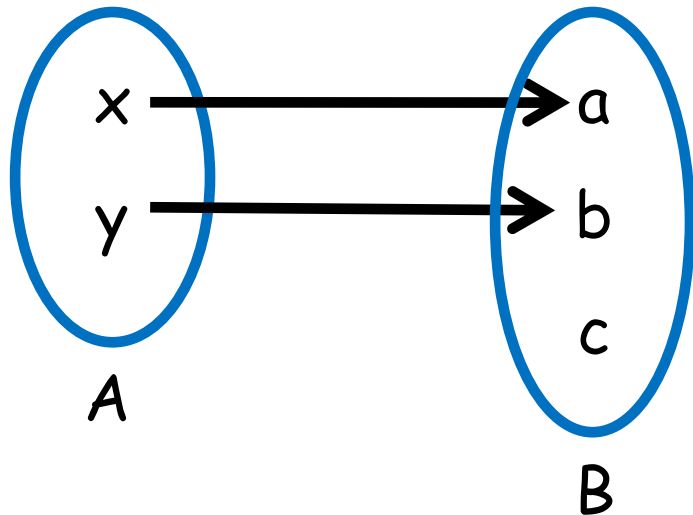
Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

f^{-1} no está definida cuando f no es sobreyectiva

Funciones

Función inversa

Una función $f:A \rightarrow B$ es **invertible** si es biyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x) = 2x + 1$ *Sí*
- $f(x) = x^2 + 1$ *No $f(1) = f(-1)$*
- $f(x) = x^3$ *!*
- $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$ *No*

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x)=2x+1$, **es invertible**
- $f(x)=x^2+1$, **no es invertible**. $f(-1)=f(1)=1$ no es inyectiva
- $f(x)=x^3$, **es invertible**
- $f(x)=(x^2+1)/(x^2+2)$, **no es invertible**. no es inyectiva [$f(-1)=f(1)=2/3$], ni sobreyectiva (1 no es imagen en f)

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$ $\because f(1,5) = f(1,6) = 1$ No
- $f(x) = 3x^2 + 7$ No
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$ $x = -2$ No es función
- $f(x) = x^5 + 1$ Si

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(2) = 1$
- $f(x) = 3x^2 + 7$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(-1) = 10$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$. **no**, no es sobreyectiva. 1 no es imagen
- $f(x) = x^5 + 1$. **si**

Funciones

Dadas las siguientes funciones de los enteros a los enteros, complete la tabla indicando si cumple, o no, cada propiedad

- $f_1(x) = x^2 - 1$
- $f_2(x) = 5x - 8$

	Inyectiva	Sobreyectiva	Biyectiva
f_1	No $f(-1) = f(1)$	No, -4 no es imagen	No
f_2	Sí	Sí	Sí

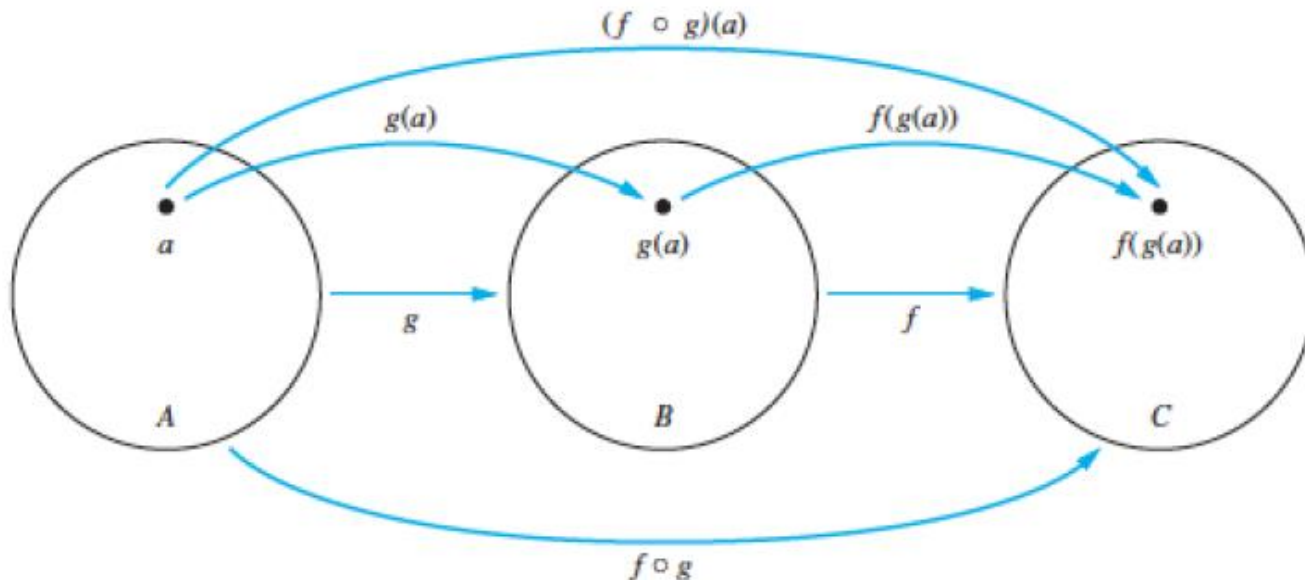
Justifique solamente las propiedades que no se cumplen

X

Composición de funciones

Dadas dos funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$ se denomina composición de g con f , como la función $f \circ g: A \rightarrow C$ tal que:

$$\begin{aligned} f \circ g &= \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: a g b \wedge b f c\} \\ &= \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: b = g(a) \wedge c = f(b)\} \end{aligned}$$



Composición de funciones

Sea $g = \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$ tal que $g(a) = b$, $g(b) = c$ y $g(c) = a$

Sea $f = \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ tal que $f(a) = 3$, $f(b) = 2$, $f(c) = 1$

Estudiamos $f \circ g$

$$f(g(a)) = f(b) = 2$$

$$f(g(b)) = f(c) = 1$$

$$f(g(c)) = f(a) = 3$$

Observe que $g \circ f$

$$g(f(a)) = g(3) = \text{????}$$

$f \circ g$ está bien definida
sii $\text{rango } g \subseteq \text{dominio de } f$

Composición de funciones

Sea $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $g(y) = 3y + 2$

Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $f(x) = 2x + 3$

$$f \circ g (z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$$

$$g \circ f (z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$$

La composición no es conmutativa

Funciones piso y techo

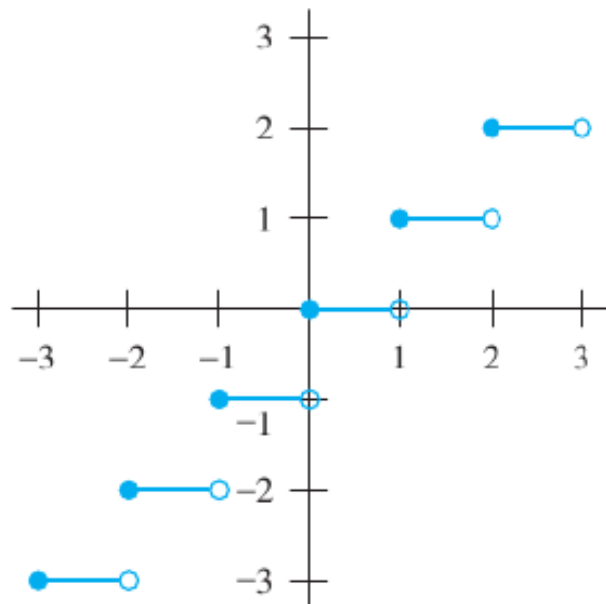
La función entera piso asigna a un número real x el mayor entero que es menor o igual que x . Se denota así:

$$\lfloor x \rfloor$$

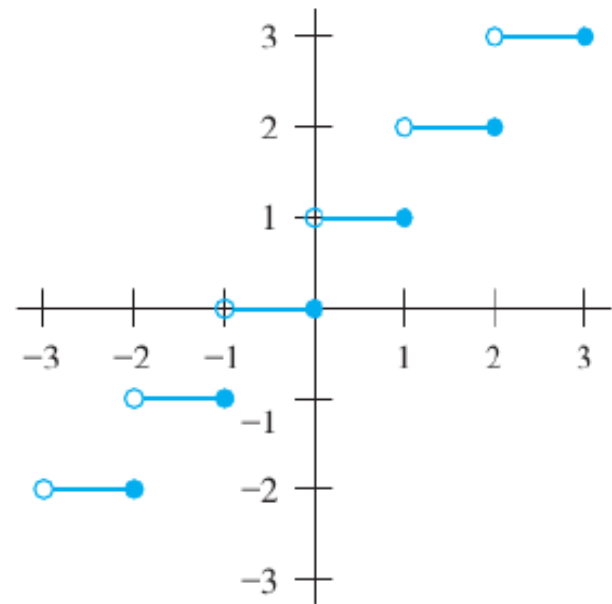
La función entera techo o función de parte entera por exceso, asigna a un número real x el mayor entero que es mayor o igual que x . Se denota así:

$$\lceil x \rceil$$

Funciones piso y techo



(a) $y = [x]$



(b) $y = [\bar{x}]$

Funciones piso y techo

Sean k y n enteros positivos. Entonces el número de múltiplos de k entre 1 y n está dado por $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, con $k = 2$, el número de múltiplos es $\left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = [50]$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, ¿Cuántos números son divisibles entre 3 o por 5? Pista: Aquí aplica la propiedad de union de conjuntos.

Función característica

La función característica de un subconjunto A con respect al Universal $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ Se define así

$$f_a(u_i) \begin{cases} 1 & \text{Si } u_i \in A \\ 0 & \text{Si } u_i \notin A \end{cases}$$

Ejemplo: Si $A = \{4, 7, 9\}$ y $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ Entonces $f_A(2) = 0$, $f_A(4) = 1$, $f_A(7) = 1$ y $f_A(12) = 0$