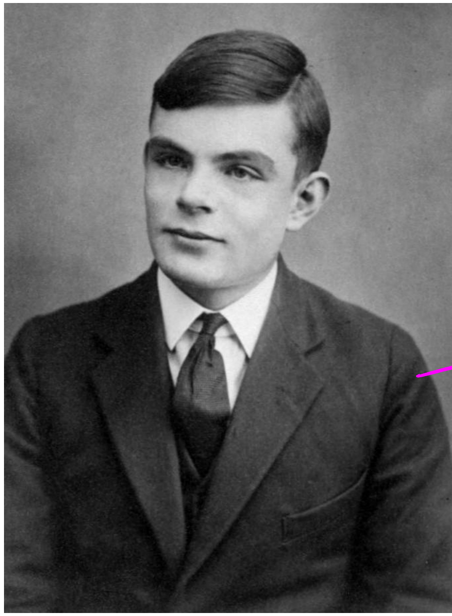
Matemáticas Discretas II

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

- Alfabetos, palabras y lenguajes
- Operadores sobre palabras y lenguajes
- Lenguajes regulares
- Expresiones regulares

Maquina enigma



codificacion

$A \to Z \to F \to K \to L$

codificado

$(26^4)(n)$

26^x

$26^4 = 456976$

BXTM FRE RUH U CVLHA DK SMYPIG AM AMXAM E QU LM C UNDIJ JT DKSH

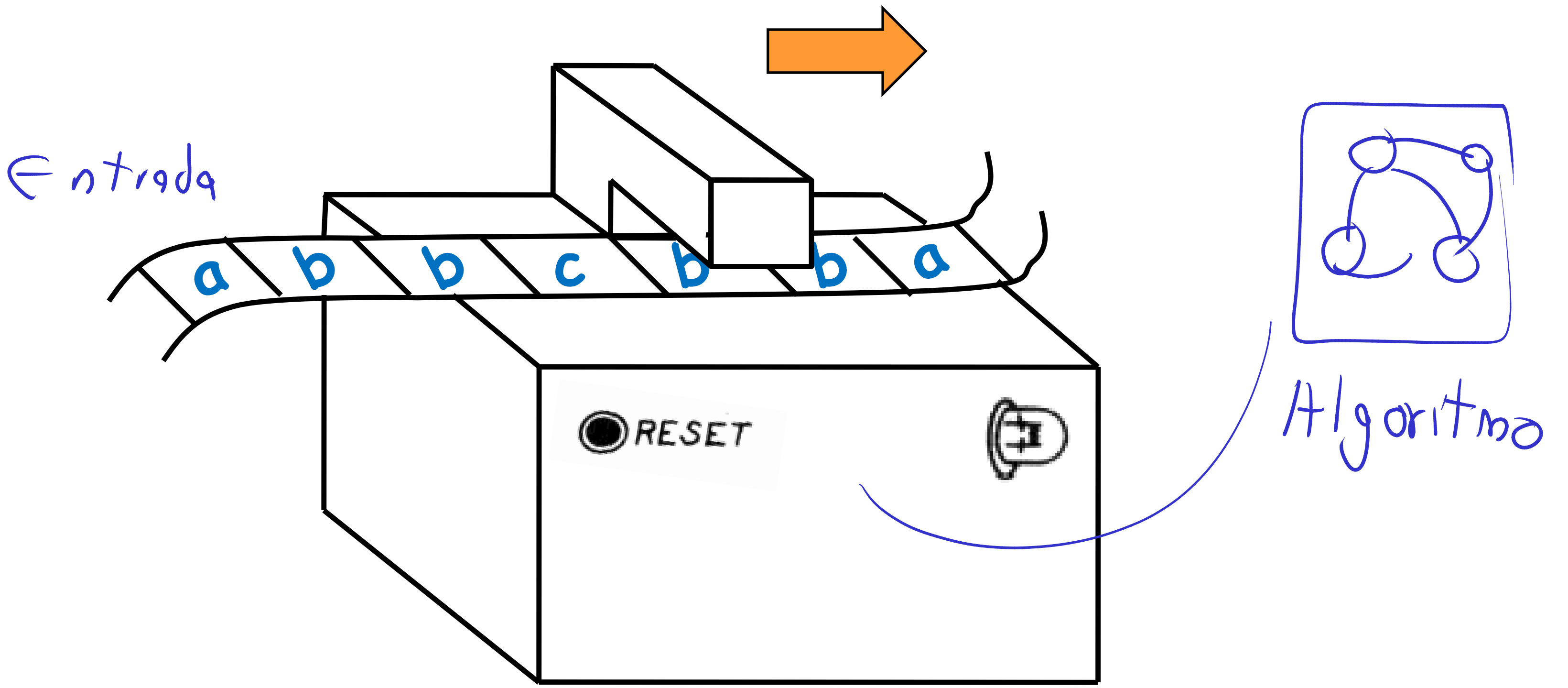
Patrones (

Lenguajes regulares

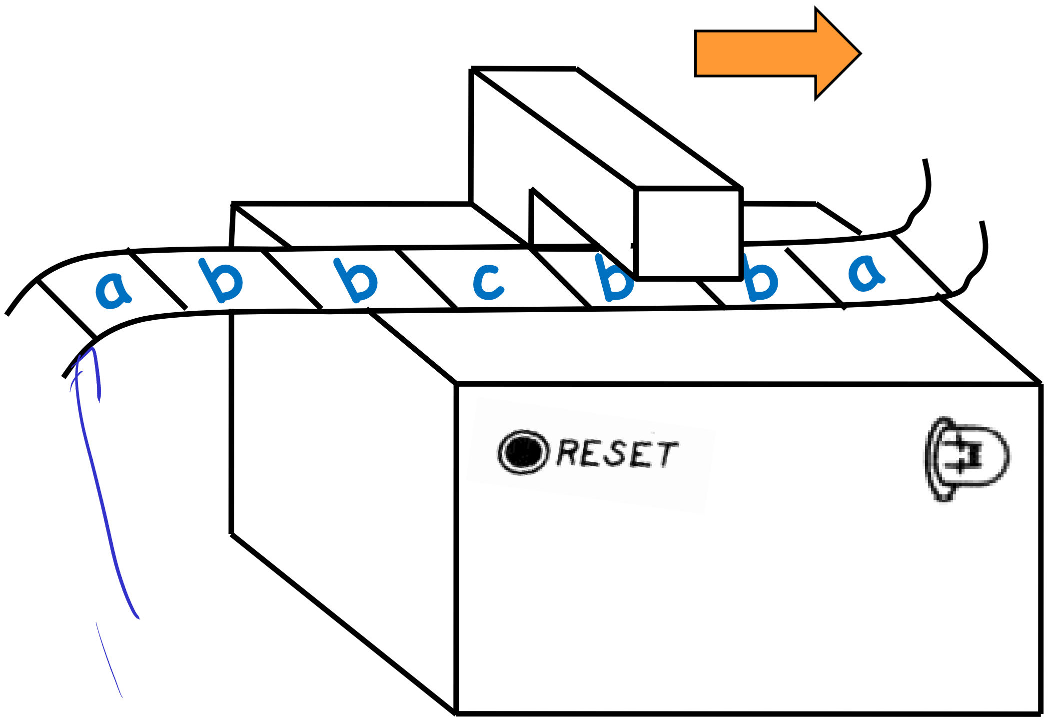
Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \to \beta$, $\|\alpha\| \leq \|\beta\|$
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \to \gamma$
3	Regulares	Autómata finito	$A \to aB$ $A \to a$

FLP

Lenguajes regulares



Lenguajes regulares



El **alfabeto** es el **conjunto de símbolos** que podrán aparecer en la entrada de la máquina

Alfabeto

- Un alfabeto es cualquier conjunto de símbolos no vacío

$$\Sigma=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

$$\Sigma=\{a,b\}$$

Lenguajes regulares

Alfabeto

- Un alfabeto es cualquier conjunto de símbolos no vacío

$\Sigma=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$\Sigma=\{a,b\}$

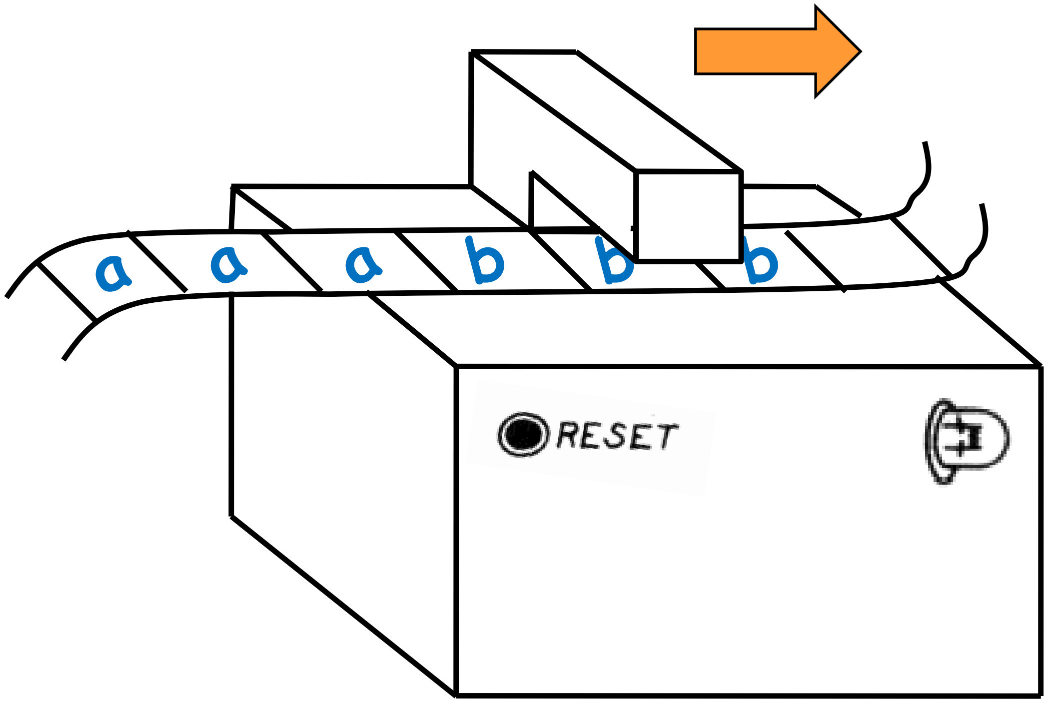
- **Alfabeto latino**:

$\Sigma=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,ñ,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z\}$

- **Alfabeto griego**:

$\Sigma=\{\alpha,\beta,\gamma,\delta,\varepsilon,\ldots,\Psi,\Omega\}$

Lenguajes regulares



Las **palabras** o **cadenas** son secuencias finitas de símbolos

Lenguajes regulares

- Dado el alfabeto usado en español:

Σ={a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,ñ,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z}

se pueden crear palabras:

colina

puente

dardo

fdkfjk

significado

La noción de palabra no tiene asociada semántica

Cadena o palabra

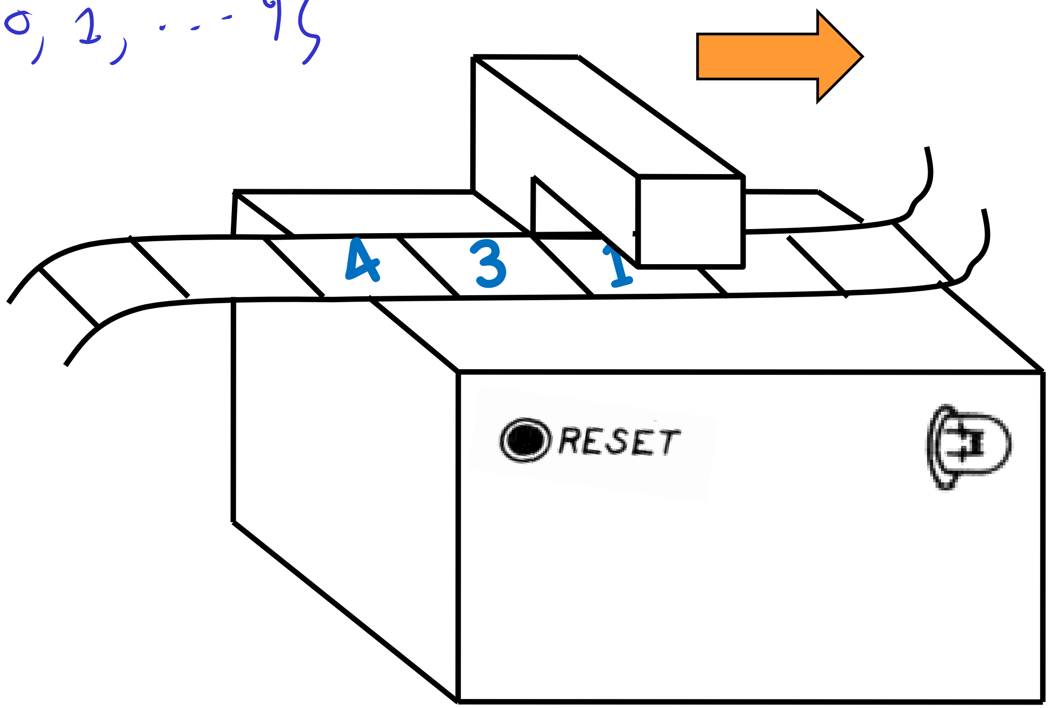
- Una palabra es una secuencia finita de símbolos de un determinado alfabeto

Cadena vacía

  - Si $\Sigma=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, entonces 431, 021, ε, son palabras de Σ
  - Si $\Sigma=\{a,b\}$, entonces ab, ba, aaab, ε, son palabras de Σ

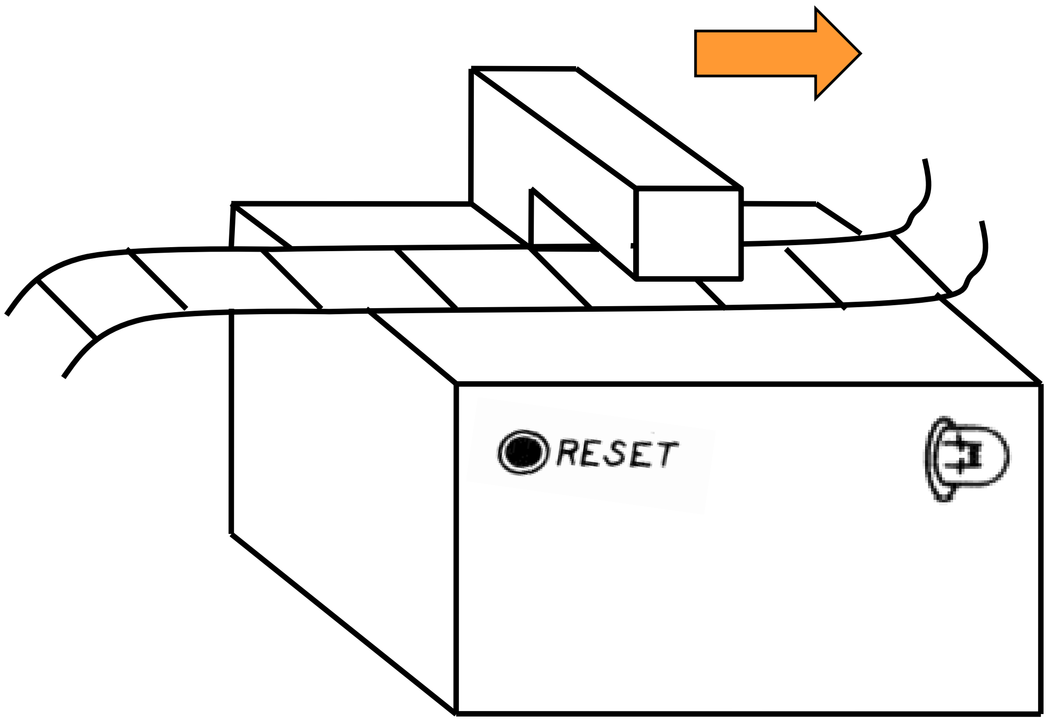
Lenguajes regulares

$\Sigma = \{0, 1, \ldots 9\}$



431

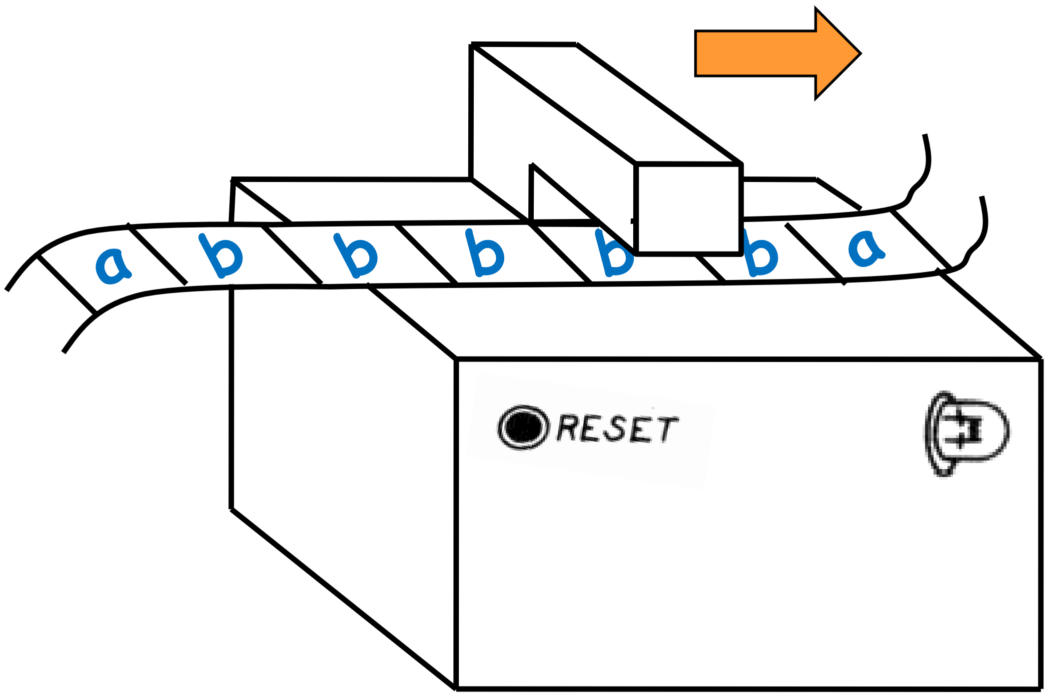
Lenguajes regulares



ϵ

La **cadena vacía** ε representa una palabra que tiene 0 símbolos, esto es, una cinta vacía

Lenguajes regulares



V Acepto

F No acepto

Una máquina **acepta** un conjunto de palabras específico que se puede generar a partir de un alfabeto

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje es un conjunto de palabras particular

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje es un conjunto de palabras particular
- Muestre los siguientes lenguajes definidos sobre $\boxed{\Sigma=\{a,b\}}$
  - L_1: conjunto de palabras que tienen exactamente 3 símbolos

    aba aab aaa ...

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje es un conjunto de palabras particular
- Muestre los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma=\{a,b\}$
  - L_1: conjunto de palabras que tienen exactamente 3 símbolos
  - L_2: conjunto de palabras que tienen al menos una a

a ab ba aabbba bbbba

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje es un conjunto de palabras particular
- Muestre los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma=\{a,b\}$

    - L_1: conjunto de palabras que tienen exactamente 3 símbolos

    - L_2: conjunto de palabras que tienen al menos una a

    - L_3: conjunto de palabras que tienen un número par de símbolos

aa aabb aabbaa bb

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje es un conjunto de palabras particular
- Muestre los siguientes lenguajes definidos sobre $\Sigma=\{a,b\}$

    - L_1: conjunto de palabras que tienen exactamente 3 símbolos

    - L_2: conjunto de palabras que tienen al menos una a

    - L_3: conjunto de palabras que tienen un número par de símbolos

    - L_4: conjunto de todas las posibles palabras

Lenguajes regulares

Lenguaje universal sobre Σ

- Se denota como Σ^* y se conoce también como **cerradura**
- Σ^* es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre el alfabeto Σ

Lenguajes regulares

Lenguaje universal sobre Σ

- Se denota como Σ^* y se conoce también como **cerradura**
- Σ^* es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre el alfabeto Σ
- Muestre el lenguaje universal Σ^* para los siguientes alfabetos:
  - $\Sigma = \{a,b,c\}$
  - $\Sigma = \{1\}$

Lenguajes regulares

Lenguaje universal sobre Σ

- Σ^* es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre el alfabeto Σ
  - Para $\Sigma=\{a,b,c\}$, $\Sigma^*=\{\varepsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, \ldots\}$
  - Para $\Sigma=\{1\}$, $\Sigma^*=\{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111,\ldots\}$

conjunto infinito

Lenguajes regulares

Lenguaje universal sobre Σ

- Σ^* es el lenguaje formado por todas las cadenas sobre el alfabeto Σ
  - Para $\Sigma=\{a,b,c\}$, $\Sigma^*=\{\varepsilon, a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, \ldots\}$
  - Para $\Sigma=\{1\}$, $\Sigma^*=\{\varepsilon, 1, 11, 111, 1111, \ldots\}$

ε siempre está en Σ^* porque la cadena vacía se puede obtener de cualquier alfabeto

Para cualquier alfabeto Σ, se tiene que Σ^* es infinito ya que Σ no puede ser vacío

Lenguajes regulares

Lenguaje

- Un lenguaje L sobre un alfabeto Σ es un subconjunto de Σ^*, es decir, $\boxed{L \subseteq \Sigma^*}$

Lenguajes regulares

Potencia de una cadena

- Sea x una cadena, se define la potencia de x como:

$$x^n = \begin{cases} \varepsilon, \text{ si } n=0 \\ x \cdot x^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

Lenguajes regulares

Potencia de una cadena

- Sea x una cadena, se define la potencia de x como:

$$x^n = \begin{cases} \varepsilon, \text{ si } n=0 \\ x \cdot x^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

$\cdot$ es el operador concatenación

Potencia de una cadena

- Sea x una cadena, se define la potencia de x como:

$$x^n = \begin{cases} \varepsilon, \text{ si } n=0 \\ x \cdot x^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

- $(aab)^3 = aab(aab)^2$

$aab\,aab(aab)^1$

$aab\,aab\,aab(aab)^0$

$aab\,aab\,aab\,\varepsilon$

$\boxed{aab\,aab\,aab}$

Lenguajes regulares

Potencia de una cadena

- Sea x una cadena, se define la potencia de x como:

$$x^n = \begin{cases} \varepsilon, \text{ si } n=0 \\ x \cdot x^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

- $(aab)^3 = aab \cdot (aab)^2$

$= aab \cdot aab \cdot aab^1$

$= aab \cdot aab \cdot aab \cdot aab^0$

$= aab \cdot aab \cdot aab \cdot \varepsilon = aabaabaab$

Lenguajes regulares

Potencia de una cadena

- Sea x una cadena, se define la potencia de x como:

$$x^n = \begin{cases} \varepsilon, \text{ si } n=0 \\ x \cdot x^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

- Muestre
  - $a^3 \cdot (aba)^2$ aaaabaaba
  - $(ab)^2 \cdot (ba)^3$ ababbababa

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,...\}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}$

  $a^1 \quad a^2 \quad a^3 \quad a^4$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa, \ldots\}=\{a^n \mid n \geq 1\}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,...\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,...\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

- $\Sigma=\{a,b\}$,

  $L=\{ab, aabb, aaabbb,...\}=\{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

  $a^1 b^1$ $\quad$ $a^2 b^2$ $\quad$ $a^3 b^3$

  $\cancel{(ab)^n}$

  $\cancel{abab}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,\ldots\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

- $\Sigma=\{a,b\}$,

  $L=\{ab, aabb, aaabbb,\ldots\}=\{a^nb^n \mid n\geq 1\}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,\ldots\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

- $\Sigma=\{a,b\}$,

  $L=\{ab, aabb, aaabbb,\ldots\}=\{a^nb^n \mid n\geq 1\}$, cadenas con igual cantidad de a's que b's, donde las a's están a la izquierda de las b's

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,\ldots\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

- $\Sigma=\{a,b\}$,

  $L=\{ab, aabb, aaabbb,\ldots\}=\{a^nb^n \mid n\geq 1\}$, cadenas con igual cantidad de a's que b's, donde las a's están a la izquierda de las b's

$0^n1^n = 0011$

- $\Sigma=\{0,1\}$,

  $L=\{\varepsilon, 01, 10, 0011, 0101, 1100, 1001,\ldots\}$

Lenguajes regulares

- $\Sigma=\{a\}$,

  $L=\{a, aa, aaa, aaaa,\ldots\}=\{a^n \mid n\geq 1\}$, cadenas de una ó más a's

- $\Sigma=\{a,b\}$,

  $L=\{ab, aabb, aaabbb,\ldots\}=\{a^nb^n \mid n\geq 1\}$, cadenas con igual cantidad de a's que b's, donde las a's están a la izquierda de las b's

- $\Sigma=\{0,1\}$,

  $L=\{\varepsilon, 01, 10, 0011, 0101, 1100, 1001,\ldots\}=\{w\in\{0,1\}^* \mid \text{tienen la misma cantidad de 0's que 1's}\}$, cadenas con igual cantidad de 0's que 1's

$\{0,1\}^* \leftarrow$ P

Longitud de una cadena

• Sea x una cadena que pertenece a un lenguaje L, su longitud se denota por |x| y se define como:

$$|x| = \begin{cases} 0, \text{ si } x=\varepsilon \\ n, \text{ si } x=a_1a_2\ldots a_n \end{cases}$$

Lenguajes regulares

Longitud de una cadena

- Sea x una cadena que pertenece a un lenguaje L, su longitud se denota por |x| y se define como:

$$|x| = \begin{cases} 0, \text{ si } x=\varepsilon \\ n, \text{ si } x=a_1a_2 \ldots a_n \end{cases}$$

- $|\varepsilon|=0$
- $|ababaa|=6$

Concatenación entre lenguajes

- Sean A y B dos lenguajes definidos sobre Σ, la concatenación $A\cdot B$ se define como:

$$A\cdot B=\{u\cdot v \mid u\in A \wedge v\in B\}$$

$A.B \neq B.A$

- $A=\{\boxed{a},ab,ac\}$, $B=\{b,b^2\}$ $= \{ab, abb, abbb, acb, abb\}$
- $A\cdot B$

Lenguajes regulares

Concatenación entre lenguajes

- Sean A y B dos lenguajes definidos sobre Σ, la concatenación $A \cdot B$ se define como:

$$A \cdot B = \{u \cdot v \mid u \in A \wedge v \in B\}$$

- $A=\{a,ab,ac\}$, $B=\{b,b^2\}$
- $A \cdot B=\{ab,abb,acb,ab^2,abb^2,acb^2\}=\{a\boxed{b,ab^2},acb,\boxed{\cancel{ab^2}},ab^3,acb^2\}$

Concatenación entre lenguajes

- Sean A y B dos lenguajes definidos sobre Σ, la concatenación $A\cdot B$ se define como:

$$A\cdot B=\{u\cdot v \mid u\in A \wedge v\in B\}$$

- $A=\{a,ab,ac\}$, $B=\{b,b^2\}$
- $A\cdot B=\{ab,abb,acb,ab^2,abb^2,acb^2\}=\{ab,ab^2,acb,ab^2,ab^3,acb^2\}$

$$=\{ab,ab^2,acb,ab^3,acb^2\}$$

Concatenación entre lenguajes

- Sean A y B dos lenguajes definidos sobre Σ, la concatenación $A\cdot B$ se define como:

$$A\cdot B=\{u\cdot v \mid u\in A \wedge v\in B\}$$

- $A=\{a,ab,ac\}$, $B=\{b,b^2\}$
- $A\cdot B=\{ab,abb,acb,ab^2,abb^2,acb^2\}=\{ab,ab^2,acb,ab^2,ab^3,acb^2\}$
- $B\cdot A=?$ $\{ba, bab, bac, b^2a, b^2ab, b^2ac\}$

Lenguajes regulares

Concatenación entre lenguajes

- Sean A y B dos lenguajes definidos sobre Σ, la concatenación $A \cdot B$ se define como:

$$A \cdot B = \{u \cdot v \mid u \in A \wedge v \in B\}$$

- $A=\{a,ab,ac\}$, $B=\{b,b^2\}$
- $A \cdot B=\{ab,abb,acb,ab^2,abb^2,acb^2\}=\{ab,ab^2,acb,ab^2,ab^3,acb^2\}$
- $B \cdot A=\{ba,bab,bac,b^2a,b^2ab,b^2ac\}$

Potencia de un lenguaje

- Dado un lenguaje A sobre Σ se define la potencia como:

$$A^n = \begin{cases} \{\varepsilon\}, \text{ si } n=0 \\ A \cdot A^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

Lenguajes regulares

Potencia de un lenguaje

- Dado un lenguaje A sobre Σ se define la potencia como:

$$A^n = \begin{cases} \{\varepsilon\}, \text{ si } n=0 \\ A \cdot A^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

Calcule A^3 para $A=\{ab, b\}$

$A^3 = A \cdot A^2$

$A^2 = A \cdot A^1$

$A^1 = A\epsilon$

$A^1 = \{ab, b\}$

$A^2 = A \cdot A^1 = \{abab, abb, bab, bb\}$

$A^3 = A \cdot A^2 = \{ababab, ababb, abbab, abbb, babab, babb, bbab, bbb\}$

Lenguajes regulares

Potencia de un lenguaje

- Dado un lenguaje A sobre Σ se define la potencia como:

$$A^n = \begin{cases} \{\varepsilon\}, \text{ si } n=0 \\ A \cdot A^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

Calcule A^3 para $A=\{ab,b\}$

$$A^3 = A \cdot A \cdot A = \{ab,b\}\{ab,b\}\{ab,b\}$$

$$= \{ab,b\}\{abab,bab,abb,bb\}$$

$$= \{ababab,abbab,ababb,abbb,babab,bbab,babb,bbb\}$$

Lenguajes regulares

Potencia de un lenguaje

- Dado un lenguaje A sobre Σ se define la potencia como:

$$A^n = \begin{cases} \{\varepsilon\}, \text{ si } n=0 \\ A \cdot A^{n-1}, \text{ si } n \geq 1 \end{cases}$$

Cadenas formadas usando 3 concatenaciones sobre A

Calcule A^3 para $A=\{ab,b\}$

$A^3=A \cdot A \cdot A=\{ab,b\}\{ab,b\}\{ab,b\}$

$=\{ab,b\}\{abab,bab,abb,bb\}$

$=\{ababab,abbab,ababb,abbb,babab,bbab,babb,bbb\}$

Lenguajes regulares

Dado $A=\{ab,ca,ad\}$,

¿**abcaab** $\in A^3$? ab ca ab ✓ Sí

¿**adca** $\in A^2$? ad ca Sí

¿**caba** $\in A^2$? ca ¿ba? NO X

¿**abcaaa** $\in A^3$? ab✓ ca✓ aa X NO

¿**adcaab** $\in A^3$? ad✓ ca✓ ab✓ Sí

Lenguajes regulares

Dado $A=\{ab, c, ac\}$,

¿**accab** $\in A^3$? ✓

¿**abacca** $\in A^3$? NO

¿**abcc** $\in A^3$? SI

¿**abcba** $\in A^3$? NO

Lenguajes regulares

Dado A={a,b,ab} calcule

- $A^0 \cup A^1 \cup A^2$

Lenguajes regulares

Dado $A=\{a,b,ab\}$ calcule

- $A^0 \cup A^1 \cup A^2$

- $A^0=\{\varepsilon\}$

- $A^1=A=\{a,b,ab\}$

- $A^2=A \cdot A=\{aa,ab,aab,ba,bb,bab,aba,abb,abab\}$

Por lo tanto $A^0 \cup A^1 \cup A^2=\{\varepsilon,a,b,ab,aa,aab,ba,bb,bab,aba,abb,abab\}$

Importante

Cerradura de Kleene

- La cerradura de Kleene de un lenguaje A es la unión de las potencias, se denota por A^*

$$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \ldots$$

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- La cerradura de Kleene de un lenguaje A es la unión de las potencias, se denota por A^*

$$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \ldots$$

- También se conoce como **cerradura estrella**
- A^* es el conjunto de posibles concatenaciones sobre A

Lenguajes regulares

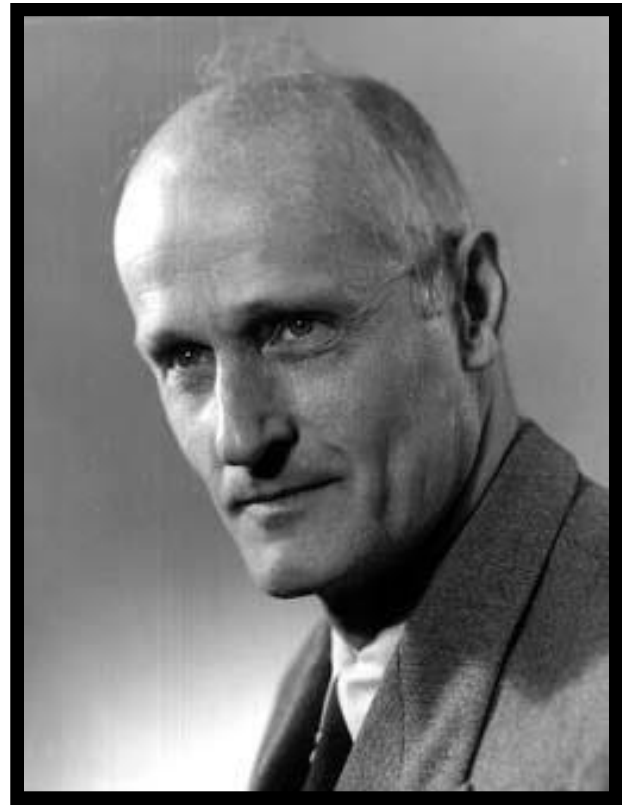
Stephen Kleene

- Creador de las expresiones regulares

- Enunció la cerradura de Kleene, A*

Pasamos de lenguajes de maquina a lenguajes de alto nivel

ASM



(1909 - 1994)

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- Calcule A* para A={a, ab}

$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots\ldots$

$A^* = \{\epsilon, a, ab, aa, aab, aba, abab, aaa, aaab, aaba, aabab, abaa, abaab, ababa, ababab, \ldots\}$

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- $A=\{a, ab\}$

  $A^0=\{\varepsilon\}$

  $A^1=\{a,ab\}$

  $A^2=\{aa,aab, aba,abab\}$

  . . .

$A^*=\{\varepsilon,a,aa,ab,aab,aba,abab,\ldots\}$

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- $A=\{a, ab\}$

$A^0=\{\varepsilon\}$

$A^1=\{a,ab\}$

$A^2=\{aa,aab, aba,abab\}$

. . .

$A^*=\{\varepsilon,a,aa,ab,aab,aba,abab,...\}$

$A = \{a, ab\}$

¿**ababab** $\in A^*$? Sí

¿**abbbbb** $\in A^*$? NO

¿**abaaaaaa** $\in A^*$? Sí

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- $A=\{a, ab\}$

$A^0=\{\varepsilon\}$

$A^1=\{a,ab\}$

$A^2=\{aa,aab, aba,abab\}$

. . .

$A^*=\{\varepsilon,a,aa,ab,aab,aba,abab,...\}$

- ¿Qué relación tiene A^* con Σ^*?
- Calcule Σ^* sobre $\Sigma=\{a,b\}$

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene

- $A=\{a, ab\}$

  $A^0=\{\varepsilon\}$

  $A^1=\{a,ab\}$

  $A^2=\{aa,aab, aba,abab\}$

  . . .

$A^*=\{\varepsilon,a,aa,ab,aab,aba,abab,...\}$

$\Sigma^*=\{\varepsilon,a,b,aa,ab,ba,bb,aaa,aab,...\}$

$A^* \subseteq \Sigma^*$

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene A^* y Cerradura Σ^*

- Σ^* se define sobre el alfabeto y corresponde a todas las cadenas que se pueden crear sobre un alfabeto Σ
- A^* se define sobre un lenguaje A y consiste en todas las concatenaciones posibles

Lenguajes regulares

Cerradura de Kleene A^* y Cerradura Σ^*

- Σ^* se define sobre el alfabeto y corresponde a todas las cadenas que se pueden crear sobre un alfabeto Σ
- A^* se define sobre un lenguaje A y consiste en todas las concatenaciones posibles

$A=\{a, ab\}$ está definido sobre $\Sigma=\{a,b\}$

$A^* = \{\varepsilon,a,ab,aa,aab,aba,abab,\ldots\}$

$\Sigma^* = \{\varepsilon,a,b,aa,bb,ab,ba, aaa,aab,aba, \ldots\}$

- **En general se cumple que $A^* \subseteq \Sigma^*$**

Cerradura positiva de Kleene A^+

- La cerradura positiva de Kleene de un lenguaje A es la unión de las potencias sin incluir $A^0=\{\varepsilon\}$,

$$A^+ = A^1 \cup A^2 \cup A^3 \cup \ldots$$

Lenguajes regulares

Cerradura positiva Σ^+

- Es el conjunto de palabras que se pueden formar sobre Σ sin incluir la cadena vacía

Lenguajes regulares

- Sea A={a,b,ab}, muestre A* y A⁺. Indique si abba∈A*, bbaa∈A*
- Sea A={a,aa,ac} y B={b,ba}, muestre A·B, B·A y B*

Si Si

1) $A^* = \{\epsilon, a, ab, ab, aa, aab, ba, bb, bab \ldots\}$

$A^+ = \{a, ab, ab, aa, aab, ba, bb, bab \ldots\}$

2)

A.B = {ab, aba, aab, aaba, acb, acba}
B.A = {ba, baa, bac, baaa, baac}
B*={e,b,ba,bb,bba,bab,baba,......

- **Sea $A=\{a,b,ab\}$, muestre A^* y A^+**

$A^* = A^0 \cup A^1 \cup A^2 \cup \ldots$

$= \{\varepsilon\} \cup \{a,b,ab\} \cup \{aa,ab,aab,ba,bb,bab,aba,abb,abab\} \cup \ldots$

$= \{\varepsilon,a,b,ab,aa,aab,ba,bb,bab,aba,abb,abab,\ldots\}$

$A^+ = A^1 \cup A^2 \cup \ldots$

$= \{a,b,ab,aa,aab,ba,bb,bab,aba,abb,abab,\ldots\}$

- **Sea $A=\{a,aa,ac\}$ y $B=\{b,ba\}$, muestre $A \cdot B$, $B \cdot A$ y B^***

$A \cdot B=\{ab,aba,aab,aaba,acb,acba\}$

$B \cdot A=\{ba,baa,bac,baa,baaa,baac\}$

$B^*=\{\varepsilon,b,ba,bba,bab,bbba,babb, \ldots\}$

Lenguajes regulares

- Muestre cadenas que pertenezcan a los siguientes lenguajes. Indique si la cadena vacía ε pertenece a los lenguajes y exprese de forma general (en palabras) el tipo de cadenas que pertenecen a cada uno.
  - $L_1=\{w_1cw_2 \mid |w_1|=|w_2|$ donde $w_1,w_2 \in \Sigma^*$ con $\Sigma=\{a,b\}\}$
  - $L_2=\{a^nb^m \mid n\neq m, n,m\geq 0\}$
  - $L_3=\{a^nb^{2n}c^n \mid n\geq 1\}$

$L1 =$ 1) $\varepsilon \in L1$: $\varepsilon c \varepsilon = c$ No

Son aquellas cadenas que contienen una c rodeada de cadenas con a y b del mismo tamaño.
aacba

$L2$ 2) $\varepsilon \in L2$ No $m=0$ $n\neq 0$ y viceversa

Son aquellas cadenas que inician con n a's y termina con m b's donde n es distinto que m

$L3$ 1) $\varepsilon \in L3$ $n\geq 1$ no se puede tener $n=0$

Cadenas con n cantidad de a's seguidas del doble de b's seguidas de n cantidad de c's

- **$L_1=\{w_1cw_2 \mid |w_1|=|w_2|$ donde $w_1,w_2 \in \Sigma^*$ con $\Sigma=\{a,b\}\}$**

aca, acb,bca,abbbabcaaaaaa

En general, cadenas que tienen una c en el medio, tal que las subcadenas a sus lados tienen la misma longitud. $\varepsilon \notin L_1$

- **$L_2=\{a^nb^m \mid n \neq m,\ n,m \geq 0\}$**

abb,aab,aabbb,aaabb

En general, cadenas que tienen distinta cantidad de a's que b's donde están a la izquierda las a's de las b's. $\varepsilon \notin L_2$

- **$L_3=\{a^nb^{2n}c^n \mid n \geq 0\}$**

abbc, aabbbbcc, aaabbbbbbccc

En general, cadenas que tienen el doble de b's que a's y que c's donde aparecen de izquierda a derecha las a's, b's y luego c's. $\varepsilon \in L_3$

Lenguajes regulares

- Exprese de manera formal los siguientes lenguajes:

  - L_1 es el conjunto de cadenas del lenguaje universal de $\Sigma=\{a,b,c\}$ que empiezan por a y terminan en a

  - L_2 es el conjunto de cadenas que tienen longitud par definidas sobre el lenguaje universal de $\Sigma=\{a,b\}$

$$L_1 = \{ a w a \mid w \in \Sigma^* \}$$

$$L_2 = \{ w \mid |w| \% 2 = 0,\ w \in \Sigma^* \}$$

$$\{ (aa \cup ab \cup ba \cup bb)^* \}$$

- **L_1 es el conjunto de cadenas del lenguaje universal de $\Sigma=\{a,b,c\}$ que empiezan por a y terminan en a**

$L_1=\{aw_1a \mid w_1 \in \Sigma^* \text{ con } \Sigma=\{a,b,c\}\}$

- **L_2 es el conjunto de cadenas que tienen longitud par definidas sobre el lenguaje universal de $\Sigma=\{a,b\}$**

$L_2=\{w_i \mid |w_i|=2k, \text{ donde existe } k\geq 1, w_i \in \Sigma^* \text{ con } \Sigma=\{a,b\}\}$

ϵ

¿QUe es un alfabeto? Es un conjunto de símbolos no vacio Σ

¿Que es la cerradura de un alfabeto? Σ^* Todas las posibles combinaciones del alfabeto incluyendo la cadena vacìa ϵ

Potencia de una cadena: Concatenar nveces la misma cadena, potencia 0 = cadena vacìa

Lenguaje L = Es un conjunto de cadenas subconjunto Σ^*

Potencia de un lenguaje: Concatenar un lenguaje consigo mismo

L ={1,2} = L^0 ={e}
L^2 = {11,12,21,22}

Cerradura de Kleene $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots$

Cerradura positiva $L^+ = L^1 \cup L^2 \cup L^3 \ldots$

¿Como podemos especificar un lenguaje?

Formal = {wi | ....}
Informal = Las cadenas que cumple xxxx (descripción)

Lenguajes regulares

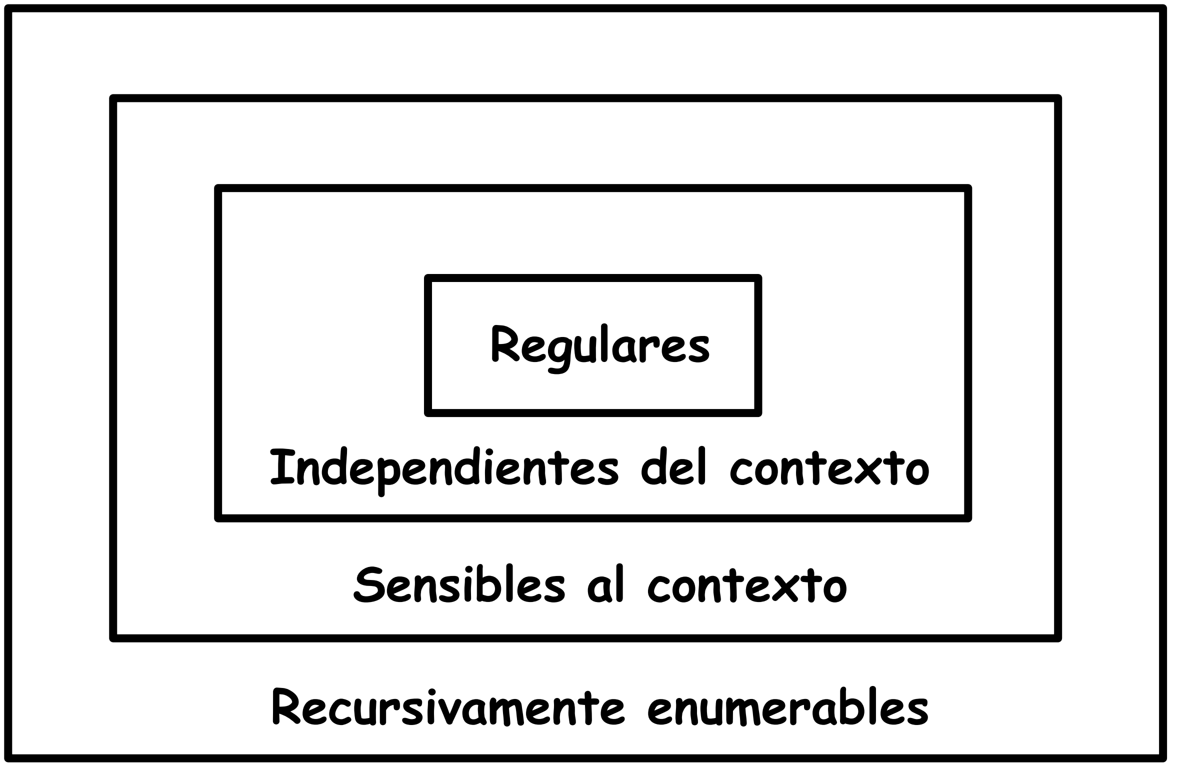
Lenguajes regulares

Tipo	Lenguajes	Tipo de máquina	Normas para la gramática
0	Recursivamente enumerables	Máquina de Turing	No restringida
1	Sensibles al contexto	Autómata lineal acotado	$\alpha \to \beta$, $\lvert\alpha\rvert \leq \lvert\beta\rvert$
2	Independientes del contexto	Autómata de pila	$A \to \gamma$
3	Lenguajes Regulares	Autómata finito	$A \to aB$ $A \to a$

computacion

Lenguajes regulares

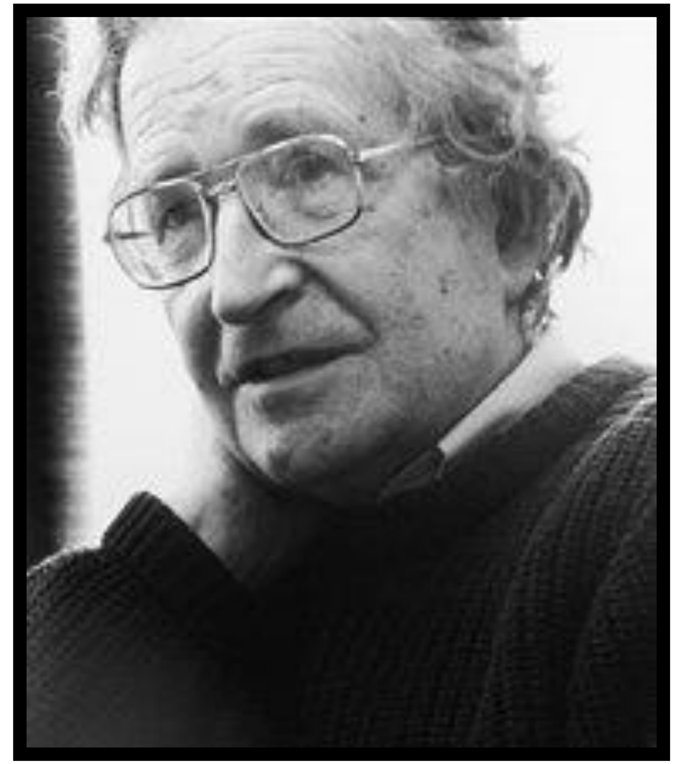
Jerarquía de Chomsky



Lenguajes regulares

Noam Chomsky

- Definió las gramáticas independientes del contexto
- Creador de la jerarquía de Chomsky. 1956
- Definió la forma normal de Chomsky. 1979



(1928 -)

Lenguajes regulares

Dado un alfabeto Σ, los lenguajes regulares **sobre tal alfabeto** se definen recursivamente como:

- $\emptyset$ es un lenguaje regular

$\emptyset \neq \{\epsilon\}$

- $\{\varepsilon\}$ es un lenguaje regular
- Para todo símbolo $a \in \Sigma$, $\{a\}$ es un lenguaje regular
- Si A y B son lenguajes regulares, entonces

  $A \cup B$, $A \cdot B$ y A^* son lenguajes regulares
- Ningún otro lenguaje es regular

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b\}$, las siguientes afirmaciones son correctas:

- $\varnothing$ y $\{\varepsilon\}$ son lenguajes regulares
- $\{a\}$ y $\{b\}$ son lenguajes regulares
- $\{a,b\}$ es regular porque es la unión de $\{a\}$ y $\{b\}$
- $\{ab\}$ es regular porque es la concatenación de $\{a\}$ y $\{b\}$
- $\{a,ab,b\}$ es regular porque es la unión de dos lenguajes regulares
- $\{a^n|n\geq 0\}$ es regular
- $\{a^m b^n|m\geq 0 \wedge n\geq 0\}$ es regular
- $\{(ab)^n|n\geq 0\}$ es regular

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b,c\}$, indique si los siguientes lenguajes son regulares:

- $\{a\}^*$ Sí
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$ Sí
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$ Sí
- $\{a,bc\}^*$ Sí
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$ Sí
- $\boxed{\{a^n b^n \mid n \geq 0\}}$ ← NO
- $\{a^l b^m c^n \mid l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$ Sí
- $\boxed{\{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}}$ No

regular

$\{\epsilon, a, aa, aaa, aaa, aaaa\} = a^n$

$\{\epsilon, b, bb, bbb, bbb, bbbb\} = b^n$

$\{a^n\} \{b^n\}$

$\{\epsilon b^n, ab^n, aab^n, a^3 b^n, a^4 b^n\}$

vs $a^n b^n$

$a^l b^m c^n \mid l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0$

$\{\epsilon, a, aa, aaa, \ldots\}$
$\{\epsilon, b, bb, bbb, \ldots\}$
$\{\epsilon, c, cc, ccc, \}$

$abc \in a^l b^m c^n \quad S_1$

$a^n b^{2n}$

$a^n = \{\epsilon, a, aa, aaa, \ldots\}$

$b^{2n} = \{\epsilon, bb, bbbb, \ldots\}$

$\{\epsilon, bb, bbbb, a, abb, abbbb, aa, aabb, \ldots\}$

$abbbb \in a^n b^{2n}$

$a^n b^n$

$\times \; a^n = \{\epsilon, a, aa, aaa, \dots\}$ סגר

$\times \; b^n = \{\epsilon, b, bb, bbb \}$

$\{\epsilon, b, bb, bbb, \dots, a, ab, abb, abbb\}$

$abbb \in a^n b^n$

NO

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b,c\}$, indique si los siguientes lenguajes son regulares:

- $\{a\}^*$
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$
- $\{a,bc\}^*$
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$
- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, no es regular
- $\{a^l b^m c^n \mid l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$
- $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$, no es regular

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b,c\}$, indique si los siguientes lenguajes son regulares:

- $\{a\}^*$
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$
- $\{a,bc\}^*$
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$
- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$, no es regular
- $\{a^l b^m c^n \mid l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$
- $\{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$, no es regular

- $\{a^n \mid n \geq 0\} = \{\varepsilon, a, aa, aaa, \ldots\}$
- $\{b^n \mid n \geq 0\} = \{\varepsilon, b, bb, bbb, \ldots\}$

$aab \in \{\varepsilon, a, aa, aaa, \ldots\} \cdot \{\varepsilon, b, bb, bb, \ldots\}$

pero no cumple $a^n b^n$

Lenguajes regulares

- Desarrollo el lenguaje $L=\{abc,ab,a\}^+$

$$L=\{\underbrace{abc, ab, a}, \underbrace{abcabc, abcab, abca, ababc, \ldots}\}$$

$$L^+ = L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \ldots \cup \ldots$$

Lenguajes regulares

- Desarrolle el lenguaje $L=\{abc,ab,a\}^+$

$L=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,\ldots\}$

Lenguajes regulares

- Desarrollle el lenguaje $L=\{abc,ab,a\}^+$

$L=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,\ldots\}$

- Compárelo con $\{abc,ab,a\}^*$

Lenguajes regulares

- Desarrolle el lenguaje L={abc,ab,a}$^+$

L={abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...}

- Compárelo con {abc,ab,a}*

{abc,ab,a}*={ε,abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...}

{abc,ab,a}$^+$={abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...}

$$L^* = L^+ \cup \{\epsilon\}$$

$$L^+ = L^* L = \{\epsilon, \underbrace{abc, ab, a}_{L^1}, \ldots\}\overbrace{\{abc, ab, a\}}^{L}$$

$$\underbrace{L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \ldots}_{L^+} = \{abc, ab, a, L^2, L^3, \ldots\}$$

Lenguajes regulares

- Desarrolle el lenguaje $L=\{abc,ab,a\}^+$

$L=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...\}$

- Compárelo con $\{abc,ab,a\}^*$

$\{abc,ab,a\}^*=\{\varepsilon,abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...\}$

$\{abc,ab,a\}^+=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,...\}$

$\{abc,ab,a\}^+=\{abc,ab,a\}^*\cdot\{abc,ab,a\}$

- En general se cumple que $A^+=A^*\cdot A$

$A^+ = AA^*$

$A^+ = A^* \cup \{\epsilon\}$

Lenguajes regulares

Indique si los siguientes lenguajes son regulares:

- $\{ab^na \mid n \geq 0\}$ ← Sr
- $\{a^nb^mc^{n+m} \mid n,m \geq 0\}$ ← NO
- → $\{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$ ← Sr
- $\{w \in \{a,b\}^* \mid \ |w| = 2k$, para $k \geq 0\}$ ←

$b^n = \{\epsilon, b, bb, bbb, \ldots\}$ $\quad ab^na$

$= \{aa, aba, abba, \ldots\}$

$abba \in ab^na$ ✓

$a^n = \{\epsilon, a, aa, aaa, \ldots\}$

$b^m = \{\epsilon, b, bb, bbb, \ldots\}$

$c^{n+m} = \{\epsilon, c, cc, ccc, ccc\}$

$n \geq 0$ $n,m \geq 0$ $\quad abbbcc \in a^nb^mc^{n+m}$

$k = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\ldots, \ldots\ldots,$

$\{ w \in (a,b)^* \mid |w| = 2k, \; k \geq 0$

0   2   4

ϵ aa ab ba bb   aaaa, aabb, ...

Lenguajes regulares

Indique si los siguientes lenguajes son regulares:

- $\{ab^na \mid n \geq 0\}$
- $\{a^nb^mc^{n+m} \mid n,m \geq 0\}$
- $\{wcw \mid w \in \{a,b\}^*\}$
- $\{w \in \{a,b\}^* \mid \ |w|=2k, \text{ para } k \geq 0\}$

  $\underline{\{aa, ab, ba, bb\}^*}$

a^nb^n X

a^nb^{2n} X

a^nb^{n+2} X

Lenguajes regulares

Desarrolle cada uno de estos lenguajes regulares:

- $\{a\}^*$ $\leftarrow \{\epsilon, a, aa, \ldots\}$
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$ $\{\epsilon, a, aa, \ldots\} \cup \{\epsilon, b, bb, \ldots\} = \{\epsilon, a, aa, \ldots, b, bb, \}$ ✓
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$ $\{\epsilon, a, aa, \} \cup \{\epsilon, b, bb, \} = \{\epsilon, b, bb, \ldots, a, ab, \ldots\}$ ✓
- $\{a,bc\}^*$ $\{\epsilon, a, bc, abc, bca, \ldots\}$
- $\{abc,ab,a\}^+$ $= \{abc, ab, a, abcabc, abcab, abca, abab, abc, \ldots\}$
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$ $= \{ab, ac, aab\}$
- $\{(ab)^i | i \geq 0\}$ $= \{\epsilon, ab, abab, ababab \ldots\}$
- $\{a^n b^m | \underline{n \geq 0,\ m \geq 0}\}$ $= \{\epsilon, a, aa, aaa, \ldots\}\{\epsilon, b, bb, bbb, \ldots\} = \{\epsilon, b, bb, \ldots, ab, abb, \ldots\}$
- $\{a^l b^m c^n | \underline{l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0}\}$

$\{\epsilon, a, aa, \ldots\}\{\epsilon, b, bb, \ldots\}\{\epsilon, c, cc, \ldots\}$

$abb \in a^n b^m$ = Si

$aabcc \in a^l b^m c^n$ $\underline{\underline{Si}}$

$\epsilon \in a^n b^m$ = Si

Lenguajes regulares

Desarrolle cada uno de estos lenguajes regulares:

- $\{a\}^*$
- $\{a\}^* \cup \{b\}^*$ ¿$ab \in \{a\}^* \cup \{b\}^*$?
- $\{a\}^* \cdot \{b\}^*$ ¿$bbb \in \{a\}^* \cdot \{b\}^*$?, ¿$baa \in \{a\}^* \cdot \{b\}^*$?
- $\{a,bc\}^*$ ¿$bcbca \in \{a,bc\}^*$?, ¿$baaa \in \{a,bc\}^*$?
- $\{abc,ab,a\}^+$
- $\{a\} \cdot \{b,c,ab\}$
- $\{(ab)^i \mid i \geq 0\}$
- $\{a^n b^m \mid n \geq 0, m \geq 0\}$
- $\{a^l b^m c^n \mid l \geq 0, m \geq 0, n \geq 0\}$

Lenguajes regulares

Desarrolle cada uno de estos lenguajes regulares:

- $\{a\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,aaaa,\ldots\}$
- $\{a\}^*\cup\{b\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\ldots\}\cup\{\varepsilon,b,bb,bbb,\ldots\}=\{\varepsilon,a,b,aa,bb,aaa,bbb,\ldots\}$
- $\{a\}^*\cdot\{b\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\ldots,ab,aab,aaab,\ldots,b,b,bbb,\ldots\}$
- $\{a,bc\}^*=\{\varepsilon,a,bc,aa,abc,bca,bcba,aaa,\ldots\}$
- $\{abc,ab,a\}^+=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,\ldots\}$
- $\{a\}\cdot\{b,c,ab\}=\{ab,ac,aab\}$
- $\{(ab)^i|i\geq 0\}=\{\varepsilon,ab,abab,ababab,\ldots\}$
- $\{a^nb^m|n\geq 0,\ m\geq 0\}=\{\varepsilon,a,b,ab,aab,abb,aaab,\ldots\}$
- $\{a^lb^mc^n|l\geq 0,m\geq 0,n\geq 0\}=\{\varepsilon,a,b,c,ab,bc,abc,aa,aab,aac,\ldots\}$

Lenguajes regulares

Desarrolle cada uno de estos lenguajes regulares:

- $\{a\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,aaaa,\ldots\}$
- $\{a\}^*\cup\{b\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\ldots\}\cup\{\varepsilon,b,bb,bbb,\ldots\}=\{\varepsilon,a,b,aa,bb,aaa,bbb,\ldots\}$
- $\{a\}^*\cdot\{b\}^*=\{\varepsilon,a,aa,aaa,\ldots,ab,aab,aaab,\ldots,b,b,bbb,\ldots\}$
- $\{a,bc\}^*=\{\varepsilon,a,bc,aa,abc,bca,bcba,aaa,\ldots\}$
- $\{abc,ab,a\}^+=\{abc,ab,a,abcabc,abcab,abca,\ldots\}$
- $\{a\}\cdot\{b,c,ab\}=\{ab,ac,aab\}$
- $\{(ab)^i\,|\,i\geq 0\}=\{\varepsilon,ab,abab,ababab,\ldots\}$
- $\{a^nb^m\,|\,n\geq 0,\ m\geq 0\}=\{\varepsilon,a,b,ab,aab,abb,aaab,\ldots\}$
- $\{a^lb^mc^n\,|\,l\geq 0,m\geq 0,n\geq 0\}=\{\varepsilon,a,b,c,ab,bc,abc,aa,aab,aac,\ldots\}$

Note que el orden importa y que pueden haber cualquier cantidad de a's o de b's

X

¿Porque $a^n b^{2n}$? No es regular $n \geq 0$

$a^n = \{\epsilon, a, aa, aaa, \ldots\}$

$b^{2n} = \{\epsilon, bb, bbbb, \}$

$\epsilon . bb = bb \in a^n b^{2n}$ $\times$

Lenguajes regulares

Discuta la pertenencia de las siguientes cadenas dado
$L=\{a,bc\}^* \cup \{ad,d\}^*$

1) • ¿**bcabc** $\in$ L?

2) • ¿**aabcad** $\in$ L? NO

3) • ¿**adbc** $\in$ L? NO

4) • ¿**adad** $\in$ L? SI

5) • ¿**adddd** $\in$ L? SI

Lenguajes regulares

Lenguajes regulares

Interprete el tipo de palabras que pertenecen al siguiente lenguaje

$$\mathbf{L = \{a\}^* \cup \{b\}^*}$$

Lenguajes regulares

Lenguajes regulares

Interprete el tipo de palabras que pertenecen al siguiente lenguaje

$$L = \{a\}^* \cup \{b\}^*$$

Cadenas que tienen a's o b's. Estos símbolos no aparecen mezclados

Lenguajes regulares

Lenguajes regulares

Interprete el tipo de palabras que pertenecen al siguiente lenguaje

$$L = \{a\}^* \cdot \{b\}^*$$

Lenguajes regulares

Interprete el tipo de palabras que pertenecen al siguiente lenguaje

$$\mathbf{L = \{a\}^{*} \cdot \{b\}^{*}}$$

Cadenas que tienen cero o más a's seguidas de cero o más b's

Lenguajes regulares

Dado Σ={a,b}, defina el lenguaje A de todas las palabras que tienen exactamente una a

$w_1 \, a \, w_2$

$b^* a b^*$

$\{b^n a b^n\}$

$n \geq 0$

a

ba

babbb

bbba

bbbbabb

$n=1$

$\{ b \mid a \mid b, bb, bbb \}$

$n \geq 0$

babbb

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b\}$, defina el lenguaje A de todas las palabras que tienen exactamente una a

$$A = \{b\}^* \cdot \{a\} \cdot \{b\}^*$$

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b\}$, defina el lenguaje A de todas las palabras que tienen exactamente una a

$$A = \{b\}^{*} \cdot \{a\} \cdot \{b\}^{*}$$

- Desarrolle el lenguaje

Lenguajes regulares

Lenguajes regulares

Dado Σ={a,b}, defina el lenguaje B de todas las palabras que comienzan con b

$b\{a \cup b\}^*$

Lenguajes regulares

Dado $\Sigma=\{a,b\}$, defina el lenguaje B de todas las palabras que comienzan con b

$$B = \{b\} \cdot \{\{a\} \cup \{b\}\}^*$$

Lenguajes regulares

Lenguajes regulares

Dado Σ={a,b}, defina el lenguaje *C* de todas las palabras que contienen la cadena ba

$$\{\{a\}\cup\{b\}\}^{*}\,ba\,\{\{a\}\cup\{b\}\}^{*}$$

Lenguajes regulares

Dado Σ={a,b}, defina el lenguaje *C* de todas las palabras que contienen la cadena ba

$$C = \{\{a\} \cup \{b\}\}^* \cdot \{ba\} \cdot \{\{a\} \cup \{b\}\}^*$$

Lenguajes regulares

Expresión regular

Una expresión regular es una forma simplificada de representar un lenguaje regular

Lenguaje regular	Expresión regular
{ab}	ab
$\{a\}^*$	a^*
$\{a\}^+$	a^+
$\{a\} \cup \{b\}$	$a \cup b$

Lenguajes regulares

Expresión regular

Algunas expresiones regulares:

- b^*
- $b(a \cup b)^*$
- $(a \cup b)^* ba (a \cup b)^*$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que comienzan con b y terminan con a

$b(a \cup b)^* a$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que comienzan con b y terminan con a

$$b(a \cup b)^*a$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre Σ={a,b} que tienen exactamente dos a's

$b^* a b^* a b^*$

abbbab

bbbabbbabbbb

baabb

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que tienen exactamente dos a's

$$b^*ab^*ab^*$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre Σ={a,b} que tienen un número par de a's

aabaab

$b^*(ab^*a)^*b^*$

bbbaabbb

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre Σ={a,b} que tienen un número par de a's

$$b^*(ab^*ab^*)^*$$

$$b^*(ab^*a)^*b^*$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que tienen longitud par

$(ab \cup ba \cup aa \cup bb)^*$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que tienen longitud par

$$(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que tienen longitud impar

$(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*(a \cup b)$

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las palabras sobre $\Sigma=\{a,b\}$ que tienen longitud impar

$$a(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^* \cup b(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$$

$$(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*(a \cup b)$$

$$(a \cup b)(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^*$$

$$\boxed{\begin{array}{c} a^*a \\ aa^* \end{array}}$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre Σ={a,b} que tienen al menos una b

$(a \cup b)^* b (a \cup b)^*$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre Σ={a,b} que tienen al menos una b

$$a^*b(a\cup b)^*$$

$$(a\cup b)^* b (a\cup b)^*$$

Lenguajes regulares

• Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre $\Sigma=\{a,b,c\}$ que no contienen la subcadena ac

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre Σ={a,b,c} que no contienen la subcadena ac

$$(b\cup c)^*(a\cup bc^*)^*$$

bcca

abc

b y c se pueden pegar con cualquier orden

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre $\Sigma=\{a,b\}$ donde el penúltimo símbolo es una a

$(a \cup b)^* a (a \cup b)$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre $\Sigma=\{a,b\}$ donde el penúltimo símbolo es una a

$$(a\cup b)^*a(a\cup b)$$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre Σ={a,b} donde el antepenúltimo símbolo es una a

$(a \cup b)^* a (aa \cup ab \cup ba \cup bb)$

$(a \cup b)^* a (a \cup b)(a \cup b)$

Lenguajes regulares

- Indique la **expresión regular** que denota el lenguaje de todas las cadenas sobre $\Sigma=\{a,b\}$ donde el antepenúltimo símbolo es una a

$$(a\cup b)^*a(a\cup b)(a\cup b)$$

Lenguajes regulares

Expresiones regulares equivalentes

1. $r \cup s = s \cup r$
2. $r \cup \varnothing = r = \varnothing \cup r$
3. $r \cup r = r$
4. $(r \cup s) \cup t = r \cup (s \cup t)$
5. $r \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot r = r$
6. $r \cdot \varnothing = \varnothing \cdot r = \varnothing$
7. $(rs)t = r(st)$
8. $r(s \cup t) = rs \cup rt$
9. $r^* = (r^*)^* = r^* r^* = (\varepsilon \cup r)^*$
10. $(r \cup s)^* = (r^* \cup s^*)^* = (r^* s^*)^*$
11. $r(sr)^* = (rs)^* r$
12. $(r^* s)^* = \varepsilon \cup (r \cup s)^* s$
13. $(rs^*)^* = \varepsilon \cup r(r \cup s)^*$
14. $s(r \cup \varepsilon)^*(r \cup \varepsilon) \cup s = sr^*$
15. $rr^* = r^* r$
16. $(r \cup \varepsilon)^* = r^*$

Lenguajes regulares

Expresiones regulares equivalentes

1. $\underline{r \cup s = s \cup r}$
2. $r \cup \varnothing = r = \varnothing \cup r$
3. $r \cup r = r$

4, $(r \cup s) \cup t = r \cup (s \cup t)$

5. $r \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot r = r$
6. $r \cdot \varnothing = \varnothing \cdot r = \varnothing$
7. $(rs)t = r(st)$
8. $r(s \cup t) = rs \cup rt$
9. $r^* = (r^*)^* = r^* r^* = (\varepsilon \cup r)^*$
10. $(r \cup s)^* = (r^* \cup s^*)^* = (r^* s^*)^*$
11. $r(sr)^* = (rs)^* r$
12. $(r^* s)^* = \varepsilon \cup (r \cup s)^* s$
13. $(rs^*)^* = \varepsilon \cup r(r \cup s)^*$
14. $s(r \cup \varepsilon)^* (r \cup \varepsilon) \cup s = sr^*$
15. $rr^* = r^* r$
16. $(r \cup \varepsilon)^* = r^*$

$\boxed{\{a\} \cup \{bc\} = \{bc\} \cup \{a\} = \{a, bc\}}$

$r^* = (r^*)^*$

$r^* = r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \ldots$

$(r^*) = (r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \ldots)^0 = \epsilon = r^0$ ✓

$(r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \ldots)^1 = r^*$

$(r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \;)^2$

r^*

ϵ

$(r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \;)(r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup r^4 \cup \;)$

$r^0 \cup r^1 \cup r^2 \cup r^3 \cup \ldots r^2 \cup r^3 \cup \ldots$

$r^1 \cup r^2 \qquad r^3 \cup r^4 \qquad r^2 \cup r^2 = r^2$

$r^* r^* = \epsilon r^* \cup r r^* \cup r^2 r^* \cup r^3 r^* \ldots$

$r^2 \cup r^3$

$\epsilon \neq \emptyset$

$r^* \cup \ldots$

Lenguajes regulares

Expresiones regulares equivalentes

1. $r \cup s = s \cup r$
2. $r \cup \varnothing = r = \varnothing \cup r$
3. $r \cup r = r$

4, $(r \cup s) \cup t = r \cup (s \cup t)$

5. $r \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot r = r$
6. $r \cdot \varnothing = \varnothing \cdot r = \varnothing$
7. $(rs)t = r(st)$
8. $r(s \cup t) = rs \cup rt$
9. $r^* = (r^*)^* = r^* r^* = (\varepsilon \cup r)^*$
10. $\underline{(r \cup s)^* = (r^* \cup s^*)^* = (r^* s^*)^*}$
11. $r(sr)^* = (rs)^* r$
12. $(r^* s)^* = \varepsilon \cup (r \cup s)^* s$
13. $(rs^*)^* = \varepsilon \cup r(r \cup s)^*$
14. $s(r \cup \varepsilon)^*(r \cup \varepsilon) \cup s = sr^*$
15. $rr^* = r^* r$
16. $(r \cup \varepsilon)^* = r^*$

10. $(r\cup s)^*=(r^*\cup s^*)^*=(r^*s^*)^*$

$\boxed{(r\cup s)^*} = \{ (r\cup s)^0 \cup (r\cup s)^1 \cup (r\cup s)^2 \cup (r\cup s)^3 \ldots$

$(r\cup s)^0 \to \epsilon$

$(r\cup s)^1 \to \{r, s\}$

$(r\cup s)^2 \to (r\cup s)(r\cup s)$ $\{rr, rs, sr, ss\}$

$(r\cup s)^3 \to \{rrr, rrs, \ldots sss\}$

Palabras que tiene r o s en cualquier orden y en cualquier cantidad.

ϵ, r, rr, rrr

$(r^* \cup s^*)^*$

$\epsilon, s, ss, sss, \ldots$

$(r^*s^*)^* = \{ (rrs, rrrs, sss, \ldots) \}$ sssrrs