Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Congruencias lineales

Encuentre un valor x tal que:

$$3 \cdot x \equiv 4 \pmod{7}$$

Encuentre un valor x tal que:

$$3 \cdot x \equiv 4 \pmod{7}$$

un posible valor es x=6, porque

Encuentre un valor x tal que:

$$3 \cdot x \equiv 4 \pmod{7}$$

un posible valor es x=6, porque

$$18 \equiv 4 \pmod{7}$$

- Otros valores de x que cumplen la congruencia son:
 - > x=13 ya que $39 \equiv 4 \pmod{7}$
 - > x=-1 ya que $-3 \equiv 4 \pmod{7}$
 - > x=20 ya que $60 \equiv 4 \pmod{7}$

Congruencias lineales

Una congruencia de la forma

$$a \cdot x \equiv b \pmod{m}$$

donde m es un entero positivo, a y b son enteros y x es una variable, se llama congruencia lineal

Método para resolver $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$

1) Encuentre el inverso de a mod m

2)
$$x = \overline{a} \cdot b \pmod{m}$$

Resolver $3x \equiv 4 \pmod{7}$

- 1) Encuentre el inverso de a mod m
- 2) $x = \overline{a} \cdot b \pmod{m}$

1)
$$3 \mod 7$$
 $\mod 3 = 1$
 $7 \mod 3 = 1$
 $1 = 3(2) + 1$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 $1 = 7 + 3(2)$
 1

$$x = \overline{Q} \cdot 6 \mod m$$

$$x = -2 \times 4 \mod 7$$

$$x = -8 \mod 7$$

$$x = 6$$

Resolver $3x \equiv 4 \pmod{7}$

- Encuentre el inverso de 3 mod 7
- $x = \overline{a} \cdot b \pmod{m}$ es una solución

Resolver $3x \equiv 4 \pmod{7}$

• Encuentre el inverso de 3 mod 7 El inverso es -2

x=6 es una solución

Resolver $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$

ax = 6 mod m

Resolver $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$

- Encuentre el inverso de 5 mod 7
- $x \equiv \overline{a} \cdot b \pmod{m}$ es una solución

Resolver $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$

• Encuentre el inverso de 5 mod 7

•
$$x = 3.2 \pmod{7}$$

= 6 (mod 7)
= 6

$$mcd(s, 7) = 1$$

$$1 = 5(s) + 7(t)$$

x=6 es una solución

Resolver $7x \equiv 3 \pmod{5}$

1) inverse
$$7 \mod 5$$

$$\mod 5 = 1$$

$$7 \mod 5 = 2$$

$$5 \mod 5 = 2$$

$$7 \mod 5 = 2$$

$$5 \mod 5 = 1$$

$$5 \mod 5 = 1$$

$$2 \mod 5 = 1$$

$$5 \mod 5 = 1$$

$$5 \mod 5 = 1$$

$$5 \mod 5 = 1$$

$$7 \mod 5 = 2$$

$$7 \mod 5 = 2$$

$$7 \mod 5 = 2$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$1 = 5 - (7 - 5)(2)$$

$$2 = -2$$

$$X = 3 \times -2 \mod 5$$

$$X = -6 \mod 5$$

$$7(4) \equiv 3 \mod 5$$

 $28 \equiv 3 \mod 5$
 $3 = 3$

Resolver $7 \cdot x \equiv 3 \pmod{5}$

• Encuentre el inverso de 7 mod 5 El inverso es -2

x = -2.3 (mod 5)
 = -6 (mod 5)
 = 4

x=4 es una solución

> Resolver $11 \cdot x \equiv 5 \pmod{6}$

```
Resolver 11 \cdot x \equiv 5 \pmod{6}
```

• Encuentre el inverso de 11 mod 6 El inverso es -1

```
• x = -1.5 \pmod{6}
= -5 (mod 6)
= 1
```

x=1 es una solución

Método para resolver $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$

- · Encuentre el inverso de a mod m
- $x = \overline{a} \cdot b \pmod{m}$

Método para resolver $a \cdot x \equiv b \pmod{m}$

- Encuentre el inverso de a mod m
- $x = \overline{a} \cdot b \pmod{m}$
- Para encontrar todas las soluciones se expresa como:

$$x \equiv (\overline{a} \cdot b \pmod{m}) \mod m$$

```
Resolver 3x \equiv 4 \pmod{7}
```

• Encuentre el inverso de 3 mod 7 El inverso es -2

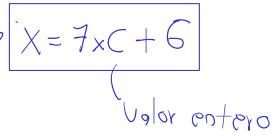
• x=6 es una solución

Resolver
$$3x \equiv 4 \pmod{7}$$

- Encuentre el inverso de 3 mod 7
- El inverso es -2
- $x = -2.4 \pmod{7}$ = -8 (mod 7)
 - = 6
- x=6 es una solución
- Solución general $x \equiv 6 \pmod{7}$

$$\times m \times d = 6 \mod 7$$

$$\times m \times d = 6 \mod 7$$



	×	
-1	-1	
0	6	
1	13	

```
Resolver 3x \equiv 4 \pmod{7}
```

Encuentre el inverso de 3 mod 7
 El inverso es -2

x = -2.4 (mod 7)
 = -8 (mod 7)
 = 6

- x=6 es una solución
- Solución general $x \equiv 6 \pmod{7}$, x=6+7c

Todas las soluciones están dadas por $x \equiv 6 \pmod{7}$

• Se cumple que 7|(x-6), por lo tanto, $7 \cdot c = x-6$, es decir,

$$x = 6 + 7 \cdot c$$

Todas las soluciones están dadas por $x \equiv 6 \pmod{7}$

• Se cumple que 7|(x-6), por lo tanto, $7 \cdot c = x-6$, es decir,

$$x = 6 + 7 \cdot c$$

- Se asignan valores a c para conocer más soluciones:
 - \gt Si c=0, se obtiene la solución x=6
 - \gt Si c=-1, se obtiene la solución x=-1
 - \gt Si c=1, se obtiene la solución x=13
 - \gt Si c=2, se obtiene la solución x=20

Resolver
$$5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$$

• Encuentre el inverso de 5 mod 7

$$F bom S \times E = X$$
 $F bom 3 = X$

Encuentre 3 soluciones

x=6 es una solución

F 600 3=F 6001 X

Resolver $5 \cdot x \equiv 2 \pmod{7}$

Encuentre el inverso de 5 mod 7

El inverso es 3

- $x = 3.2 \pmod{7}$
 - $= 6 \pmod{7}$
 - = 6
- x=6 es una solución
- Solución general: x=6 mod 7, x=6+7·c
- Soluciones: x=6, x=13, x=-1

Encuentre al menos 3 soluciones para la siguiente congruencia:

```
Resolver 4 \cdot x \equiv 5 \pmod{9}
```

- Encuentre el inverso de 4 mod 9 El inverso es -2
- x = -2.5 (mod 9) = -10 (mod 9) = 8
- Solución general: x≡8 mod 9, x=8+9·c
- Soluciones: x=8, x=17, x=-1

Encuentre al menos 3 soluciones para la siguiente congruencia:

• $2 \cdot x \equiv 7 \pmod{17}$

```
Resolver 2 \cdot x \equiv 7 \pmod{17}
```

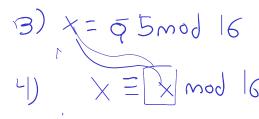
- Encuentre el inverso de 2 mod 17 El inverso es -8
- x = -8.7 (mod 17) = -56 (mod 17) = 12
- Solución general: $x=12 \mod 17$, $x=12+17 \cdot c$
- Soluciones: x=12, x=29, x=-5

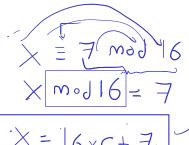
>>> Encuentre al menos 3 soluciones para las siguiente congruencia: $\frac{1}{1} mcd(3, 16) = 1$

- $3 \cdot x \equiv 5 \pmod{16}$
 - 1) mcd(3,16)
- · 16 mod 3 = 1
- - $3) \times = -5 \times 5 \text{ mod } 16 = -25 \text{ mod } 16$

$$C=0 \times =7 \qquad C=-9$$
 $C=1 \times =25$

2)
$$1 = 3(S) + 16(t)$$
 $\hat{L} = \frac{1}{2}$





* Números en diferentes bases

Representación de números en diferentes bases

- Binario o base 2
- Octal o base 8
- Decimal o base 10
- Hexadecimal o base 16

Representación de números en diferentes bases

• **Decimal** o base 10

Base 10 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

Base 10 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

• Binario o base 2

Base 2 tiene los elementos {0,1}

Octal o base 8

Base 8 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7}

Hexadecimal o base 16

Base 16 tiene los elementos?

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

Base 10 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

• Binario o base 2

Base 2 tiene los elementos {0,1}

Octal o base 8

Base 8 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7}

Hexadecimal o base 16

Base 16 tiene los elementos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F}

Representación de números en diferentes bases

- Decimal o base 10
 531, 1024, 734
- Binario o base 2
 10101, 1010011, 110
- Octal o base 8
 731, 561, 501
- Hexadecimal o base 16
 AF01, FF01, CA51F

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

• Binario o base 2

Octal o base 8

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

Octal o base 8

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_{2} = ? \quad 1 \times 2^{4} + 0 \times 2^{3} + 1 \times 2^{8} + 0 \times 2^{4} + 1 \times 2^{9} = 21_{10}$$

· Octal o base 8

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10}$$

Octal o base 8

$$AF01_{16}$$
, $FF01_{16}$, $CA51F_{16}$

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10}$$

Octal o base 8

$$731_8 = ?$$

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10}$$

Octal o base 8

$$731_8 = 7.8^2 + 3.8^1 + 1.8^0 = 473_{10}$$

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10}$$

Octal o base 8

$$731_8 = 7.8^2 + 3.8^1 + 1.8^0 = 473_{10}$$

$$AF01_{16} = ?$$

Representación de números en diferentes bases

Decimal o base 10

$$531_{10} = 5.10^2 + 3.10^1 + 1.10^0$$

• Binario o base 2

$$10101_2 = 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 21_{10}$$

Octal o base 8

$$731_8 = 7.8^2 + 3.8^1 + 1.8^0 = 473_{10}$$

$$AFO1_{16} = 10.16^3 + 15.16^2 + 0.16^1 + 1.16^0 = 44801_{10}$$

Convertir a base 10 los siguientes números:

• 7104₈ =
$$7 \times 8^3 + 1 \times 8^2 + 4 \times 8^\circ$$

Convertir a base 10 los siguientes números:

28 25 22° 10015

•
$$1001_2 = 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 9_{10}$$

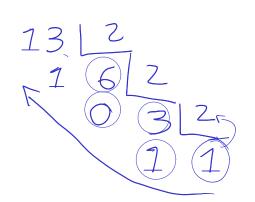
•
$$AD12_{16} = 10.16^3 + 13.16^2 + 1.16^1 + 2.16^0 = 44306_{10}$$

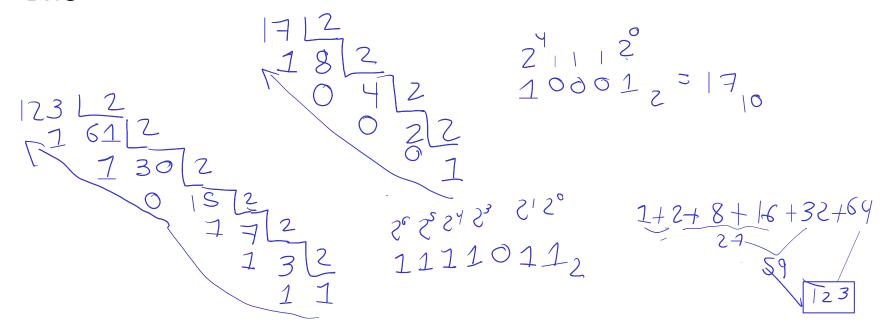
• 7104₈ =
$$7.8^3$$
 + 1.8^2 + 0.8^1 + 4.8^0 = 3652_{10}

•
$$1200_8 = 1.8^3 + 2.8^2 + 0.8^1 + 0.8^0 = 640_{10}$$

•
$$101110_2 = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 = 46_{10}$$

- 13
- · 17
- 41
- 123





Convertir a binario los siguientes números en base 10:

• 13 = 2.6 + 1

Se divide el número sucesivamente entre la base a la cual se va convertir

Convertir a binario los siguientes números en base 10:

•
$$13 = 2.6 + 1$$

$$6 = 2.3 + 0$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

Se divide el número sucesivamente entre la base a la cual se va convertir

Convertir a binario los siguientes números en base 10:

•
$$13 = 2.6 + 1$$

$$6 = 2.3 + 0$$

Se detiene cuando el cociente es menor a la base

•
$$13 = 2.6 + 1$$

$$6 = 2.3 + 0$$

$$3 = 2.1 + 1$$

Convertir a binario los siguientes números en base 10:

$$6 = 2.3 + 0$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

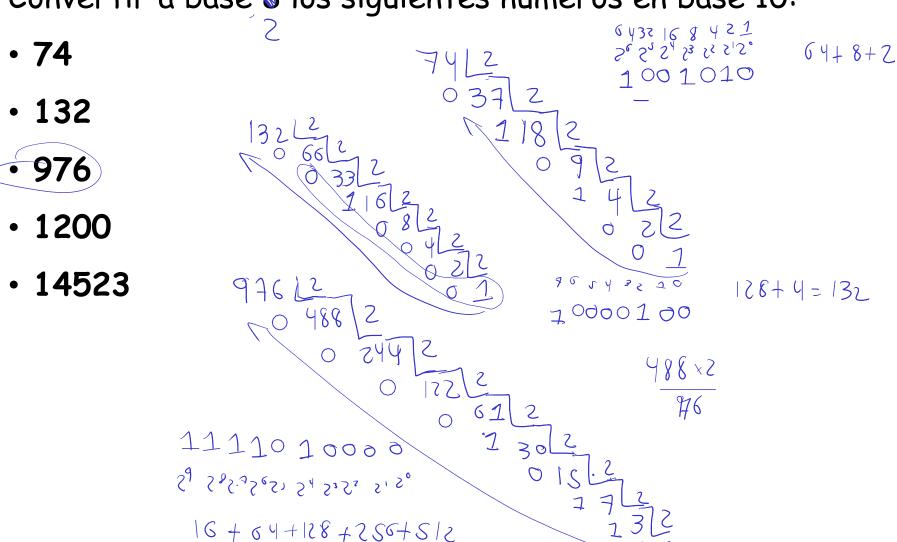
· Se toma el último cociente y todos los residuos

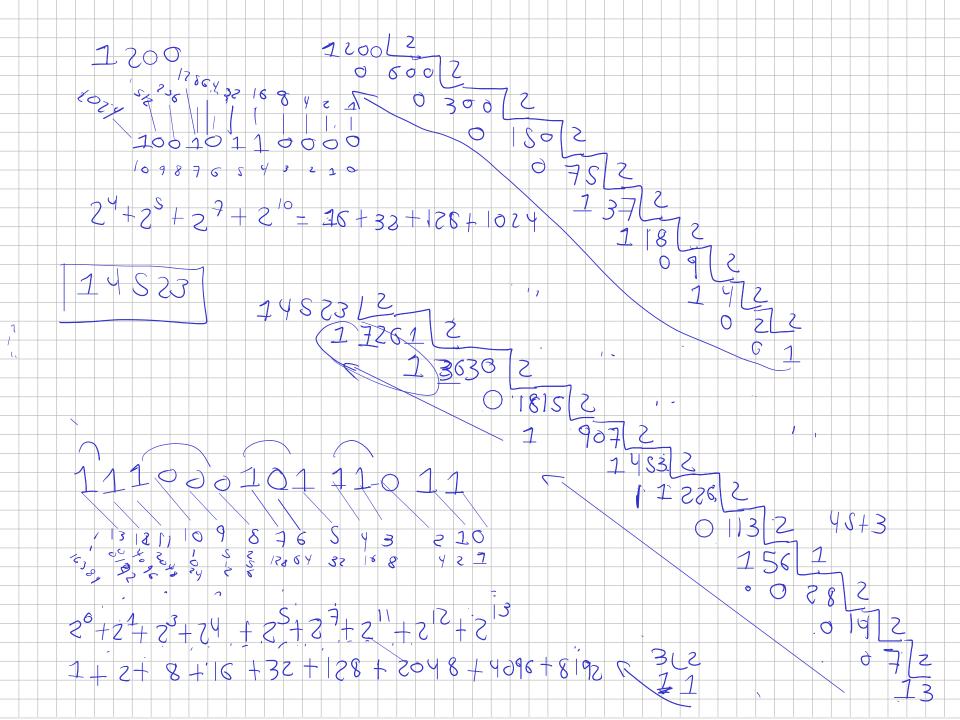
$$6 = 2.3 + 0$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

- Se toma el último cociente y todos los residuos
- El número 13₁₀ es equivalente a 1101₂

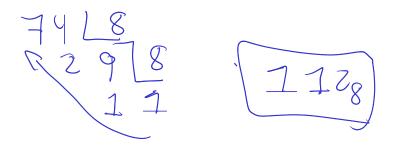
- · 13
- · 17
- 41
- · 123





•
$$74 = 8.9 + 2$$

$$9 = 8.1 + 1$$



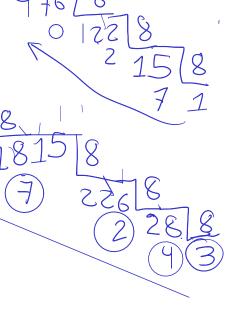
Convertir a base 8 los siguientes números en base 10:

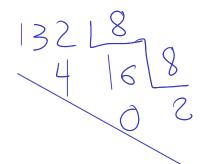
•
$$74 = 8.9 + 2$$

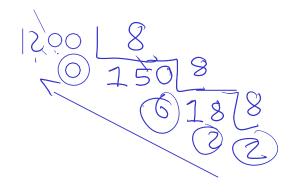
$$9 = 8.1 + 1$$

• El número 74₁₀ es equivalente a 112₈







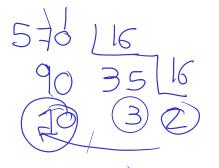


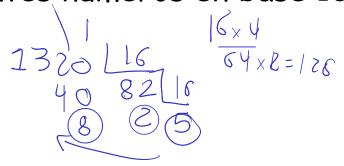
- **74** = 112₈
- **132** = 204₈
- **976** = 1720₈
- **1200** = 2260₈
- **14523** = 34273₈

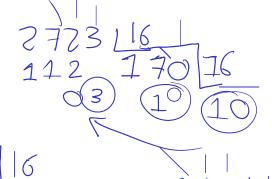
Convertir a hexadecimal los siguientes números en base 10:

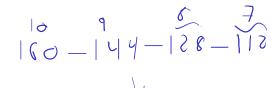


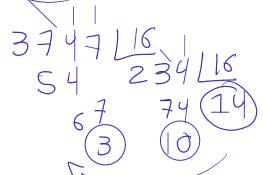
· 3747= E A 3 K











•
$$570 = 16.35 + 10$$

$$35 = 16.2 + 3$$

Convertir a hexadecimal los siguientes números en base 10:

•
$$570 = 16.35 + 10$$

 $35 = 16.2 + 3$

• El número 570_{10} es equivalente a $23A_{16}$

- 570
- · 1320
- · 2723
- 3000
- 3747

- 570 = $23A_{16}$
- **1320** = 528₁₆
- 2723 = $AA3_{16}$
- 3000 = BB8₁₆
- 3747 = $EA3_{16}$

- · 127₈
- · 320₈
- 571₈

•
$$127_8 = 1.8^2 + 2.8^1 + 7.8^0 = 87_{10}$$

•
$$127_8 = 1.8^2 + 2.8^1 + 7.8^0 = 87_{10}$$

$$87_{10} = 16.5 + 7$$

Convertir a hexadecimal los siguientes números en base 8:

•
$$127_8 = 1.8^2 + 2.8^1 + 7.8^0 = 87_{10}$$

$$87_{10} = 16.5 + 7$$

• El número 127₈ es equivalente a 57₁₆

- · 127₈
- · 320₈
- 571₈

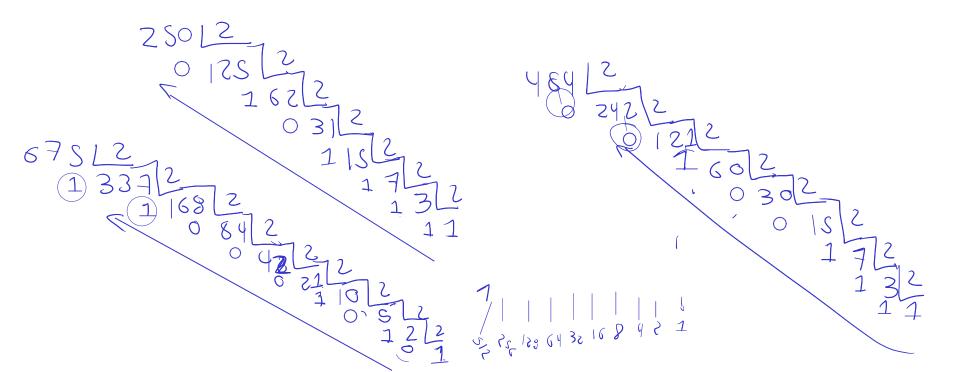
•
$$320_8 = 208_{10} = D0_{16}$$

• **572**₈ =
$$378_{10}$$
 = $17A_{16}$

Convertir a binario los siguientes números en base 16:

•
$$FA_{16}$$
 $|S_{\times}|6^{1} + |O_{\times}|6^{\circ} \pm 240 + |$

• 2A3₁₆ $2 \times |6^{2} + |0 \times |6 + 3 \times |6^{\circ} = |675|_{0} = 1010100011_{2}^{-1}$



Convertir a binario los siguientes números en base 16:

•
$$\mathbf{F}\mathbf{A}_{16} = \mathbf{15} \cdot 16^{1} + \mathbf{10} \cdot 16^{0} = 250_{10}$$

250₁₀ = $2 \cdot 125 + 0$
 $125 = 2 \cdot 62 + 1$
 $62 = 2 \cdot 31 + 0$
 $31 = 2 \cdot 15 + 1$
 $15 = 2 \cdot 7 + 1$
 $7 = 2 \cdot 3 + 1$
 $3 = 2 \cdot 1 + 1$

• El número FA_{16} es equivalente a 11111010₂

•
$$FA_{16} = 250_{10} = 11111010_2$$

•
$$1E4_{16} = 484_{10} = 111100100_2$$

•
$$2A3_{16} = 675_{10} = 1010100011_2$$