Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Definición de sucesión
* Progresión aritmética
* Progresión geométrica
* Sumatorias

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **?** 21
- 3, 7, 11, 15, 19, **?** 23
- 2, 6, 18, 54, 162, **?** 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, **?**

4 4 4 4

×3 ×3 ×3 ×3 ×3

2×3 6×7 42×43

1806×1807=3263142

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**. 8+13=21
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**. 19+4=23
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**. $162 \cdot 3 = 486$
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**. $1806 \cdot 1807 = 3263442$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. a_n=?
- 3, 7, 11, 15, 19, 23
- 2, 6, 18, 54, 162, 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23
- 2, 6, 18, 54, 162, 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

$n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

$a_9 = a_8 + a_7$

$21 = 13 + 8$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$, donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486.
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

$a_2 = a_1 + 4$
$a_2 = 3+4 = 7$

$a_3 = a_2 + 4$
$= 7+4 = 11$

$a_n = 3 \times a_{n-1}$

$a_1 = 2$
$a_2 = 3a_1 = 3\times 2 = 6$
$a_3 = 3a_2 = 3\times 6 = 18$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$, donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n=a_{n-1}\cdot 3$, donde $a_1=2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

$a_1=1$

$a_n=(a_{n-1})(a_{n-1}+1)$

$a_2=(1)(1+1)=1\times 2=2$

$a_3=(a_2)(a_2+1)$
$(2)(3)=6$

$a_4=(a_3)(a_3+1)$
$(6)(7)=42$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2},$ donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n=a_{n-1}\cdot 3$, donde $a_1=2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442. $a_n=a_{n-1}\cdot(a_{n-1}+1)$, donde $a_1=1$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$, $a_2 = 1\}$
- $\{a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3\}$
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1 = 2\}$
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1)$, donde $a_1 = 1\}$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$, $a_2 = 1\}$

  Lista de elementos: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …
- $\{a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3\}$

  Lista de elementos 3, 7, 11, 15, 19, 23, …
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1 = 2\}$

  Lista de elementos: 2, 6, 18, 54, 162, 486, …
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1)$, donde $a_1 = 1\}$

  Lista de elementos: 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442, …

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

$a_5 = a_4 + 3$

$14 + 3 = 17$

- 5, 8, 11, 14, 17 ; ? 20

$\boxed{a_n} = a_{n-1} + 3 \qquad a_1 = 5$

- 2, -2, 2, -2, 2 , ? -2

$a_n = -(a_{n-1}) \qquad a_1 = 2$

- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256 ?

$a_n = (a_{n-1})(a_{n-2})$

$a_1 = 1 \qquad a_2 = 2$

32×256

$a_7 = a_6 \times a_5$

$a_7 = 32 \times 8 = 256$

Sucesiones y Sumatorias

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

- 5, 8, 11, 14, 17. $\{a_n = a_{n-1} + 3$, donde $a_1=5\}$
- 2, -2, 2, -2, 2. $\{a_n = a_{n-1} \cdot (-1)$, donde $a_1=2\}$
- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256. $\{a_n=a_{n-1} \cdot a_{n-2}$, donde $a_1=1$, $a_2=2\}$

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

1, 2, 3, 4, ..., ...

- $\{a_n = 1/n\}$ $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\}$
- $\{a_n = 3 \cdot 2^n\}$ $\{6, 12, 24, 48\}$
- $\{a_n = -1 + 4 \cdot n\}$ $\{3, 7, 11, 15\}$

1, 2, 3, 4,

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

- $\{a_n=1/n\}$. 1, 1/2, 1/3, 1/4, …
- $\{a_n=3 \cdot 2^n\}$. 6, 12, 24, 48, …
- $\{a_n=-1 + 4 \cdot n\}$. 3, 7, 11, 15, …

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es
6, 18, 54, 162, 486,...

$2 \times 3^1, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3, 2 \times 3^4, 2 \times 3^5$

$n = 1, 2, 3, 4, \ldots,$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

$a_1=6$

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$

$a_5=486$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es
6, 18, 54, 162, 486,...

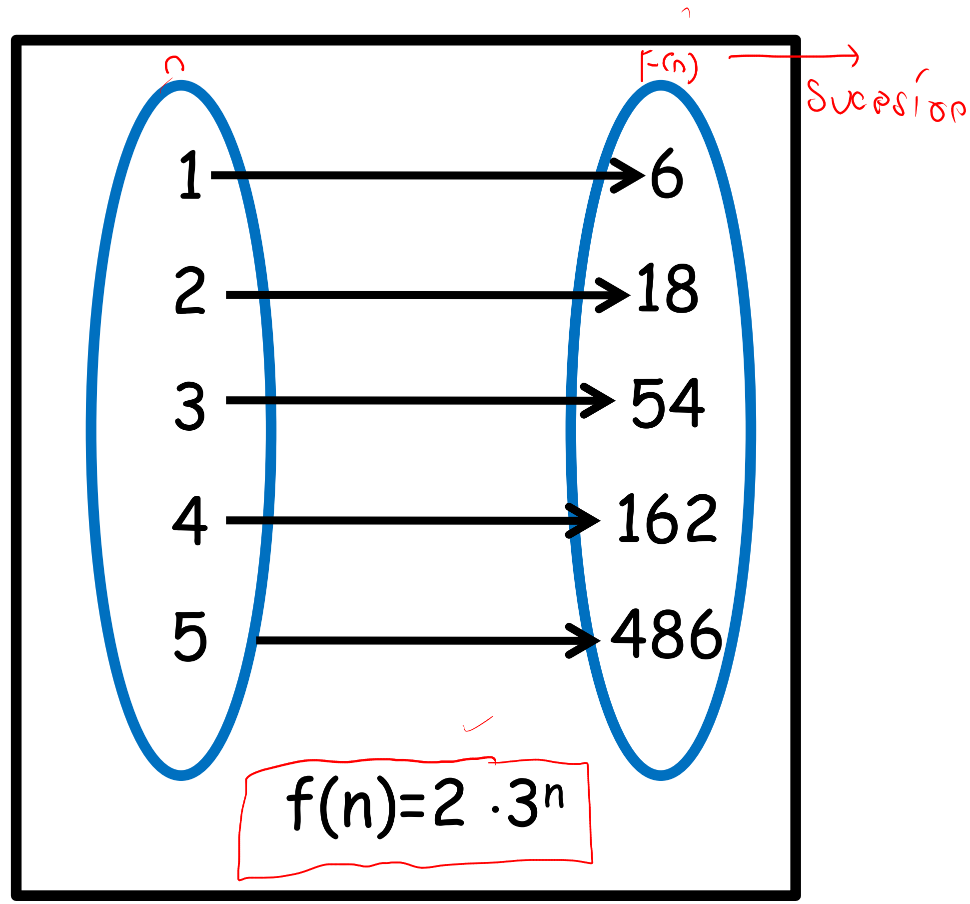
$a_1 = 6$

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$

$a_5 = 486$



Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, …

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

$2\times 3^0, 2\times 3^1, 2\times 3^2, 2\times 3^3, 2\times 3^4$

$a_0=2$

$a_1=6$

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot3^n\}$ cuya lista de términos es
2, 6, 18, 54, 162, …

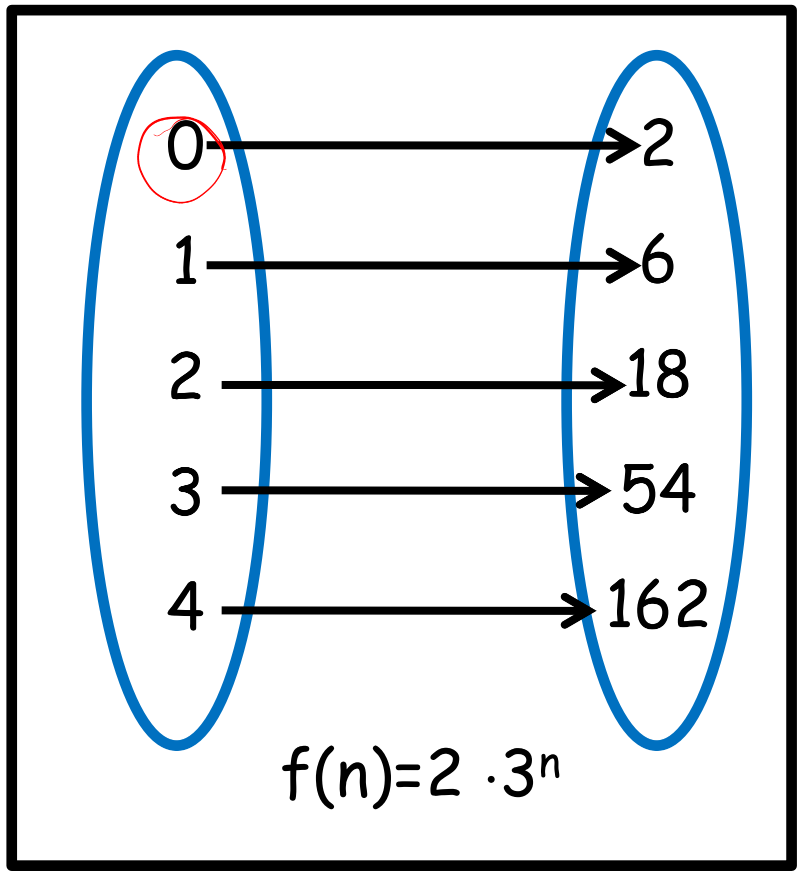
$a_0=2$

$a_1=6$

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$



Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es
18, 54, 162, 486, …

$2 \times 3^2, \; 2 \times 3^3, \; 2 \times 3^4, \; 2 \times 3^5$

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, …

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$

$a_5=486$

Sucesiones y Sumatorias

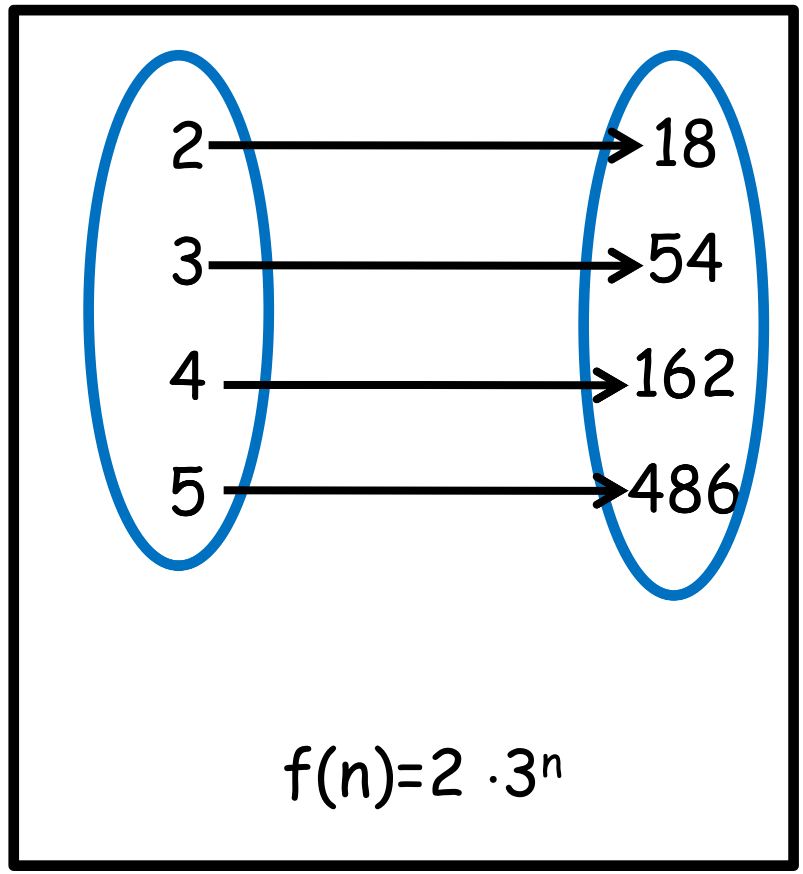
Considere la sucesión $\{a_n = 2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es
18, 54, 162, 486, …

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$

$a_5=486$



Sucesiones y Sumatorias

Definición de sucesión

Una sucesión $\{a_n\}$ es una función de un subconjunto de los enteros a los términos de $\{a_n\}$

$-\infty < n < +\infty$ $\quad n \in \mathbb{Z}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ? , 65
- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ? 29
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ? -10

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 59+6=65
- -1, 4, 9, 14, 19, 24, 24+5=29
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, -8+(-2)=-10

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

- 5, 5+6, (5+6)+6, (5+6+6)+6, (5+6+6+6)+6, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, …

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

  $11-5=6$

  $17-11=6$

  $23-17=6$

  $29-23=6$

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, ...
- $5+0\cdot6$, $5+1\cdot6$, $5+2\cdot6$, $5+3\cdot6$, $5+4\cdot6$, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

  $a_0 = 5 + 0 \times 6 = 5$

  $a_1 = 5 + 1 \times 6 = 11$

  $a_2 = 5 + 2 \times 6 = 17$

  $a_3 = 5 + 3 \times 6 = 23$

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, …
- $5+0\cdot 6$, $5+1\cdot 6$, $5+2\cdot 6$, $5+3\cdot 6$, $5+4\cdot 6$, …
- $\boxed{a_n = \underbrace{5}_{\text{Inicia}} + \underbrace{n}_{0,1,2,3,\ldots}\cdot 6}$

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t, t+d, t+2d, t+3d, t+4d, \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **diferencia** d son números reales

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t+d,\ t+2d,\ t+3d,\ t+4d,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **diferencia** d son números reales

- La progresión aritmética se puede expresar como

$$\{a_n = t + n \cdot d\}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

inicial diferencia

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, … $\{a_n = -1 + 5n\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, … NO
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, … $\{a_n = 4 - 2n\}$
- 3, 6, 12, 24, 48, … NO

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, … $\{a_n=-1+n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, …
- 3, 6, 12, 24, 48, …

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $\{a_n=-1+n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ... $\{a_n=4+n \cdot (-2)\}$
- 3, 6, 12, 24, 48, ... **no es progresión aritmética**

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, … $\{a_n = 2 + 2n\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, … NO prog aritmetica
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, … $\{a_n = 3 - 2n\}$
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2, … NO

$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$ $\frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$ $\frac{5}{2} + \frac{2}{2} = \frac{7}{2}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... $\{a_n=2+n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...**no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ...
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... $\{a_n=2+n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...**no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ... $\{a_n=3+n \cdot (-2)\}$
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2.**no es progresión aritmética**

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, ?
- 10, 50, 250, 1250, 6250, ?

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, 64*2=128
- 10, 50, 250, 1250, 6250, 6250*5=31250

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

$\boxed{t_1 \times r^n}$

- 4, 4·2, (4·2)·2, (4·2·2)·2, (4·2·2·2)·2

$4\times2^0,\ 4\times2^1,\ 4\times2^2,\ 4\times2^3,\ 4\times2^4,\ \ldots,\ \boxed{4\times\underbrace{2}_{\text{razón}}{}^n}$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

- $4, 4{\cdot}2, 4{\cdot}2{\cdot}2, 4{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2, 4{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2{\cdot}2$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

- $4, 4\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$
- $4\cdot 2^0, 4\cdot 2^1, 4\cdot 2^2, 4\cdot 2^3, 4\cdot 2^4$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

- $4, 4\cdot2, 4\cdot2\cdot2, 4\cdot2\cdot2\cdot2, 4\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$
- $4\cdot2^0, 4\cdot2^1, 4\cdot 2^2, 4\cdot2^3, 4\cdot2^4$
- ~~$\{a_n=4\cdot2^n\}$~~

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t\cdot r,\ t\cdot r^2,\ t\cdot r^3,\ t\cdot r^4,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **razón r** son números reales

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t\cdot r,\ t\cdot r^2,\ t\cdot r^3,\ t\cdot r^4,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **razón r** son números reales

- La progresión geométrica se puede expresar como

$$\{a_n = t\cdot r^n\}$$

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, … $\{a_n = 10 \times 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, … NO es geometrica
- 1, 6, 8, 12, 25, … NO es geometrica
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, … $\{a_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n\}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ...**no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, ...
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, ...

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, … $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, …**no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, …. **no es progresión geométrica**
- ~~2,~~ 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, … $\{a_n = 2 \cdot (1/3)^n\}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, … $\{a_n = 5 \times 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, … No es geometrica
- 3, -3, 3, -3, … $\{a_n = 3(-1)^n\}$ $a_0 = 3(-1)^0 = 3 \times 1 = 3$ $a_1 = 3(-1)^1 = 3 \times -1 = -3$
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, … No es geometrica

$\frac{1}{3}$ $\frac{-1}{2}$:(

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, ... $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, ... **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, ...
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, ...

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, ... $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, ... **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, ... $\{a_n = 3 \cdot (-1)^n\}$
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, ... **no es progresión geométrica**

Sucesiones y Sumatorias

- Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas
- Exprese las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

Sucesión $-2 = -6/3$ $\quad -3 = -9/3$	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, … (-4, -4, -4, -4)			
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3, …	$a_n = \{-3 - 4n\}$		
3, 12, 48, 192, 768, …	$a_n = \{-2 - \frac{1}{3}n\}$		

NO $\quad$ $\{a_n = 3 \times 4^n\}$

4 4 4 4

Sucesiones y Sumatorias

• Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas

• Exprese las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

Sucesión	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, …	$\{a_n = -3 + n \cdot (-4)\}$		
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3,	$\{a_n = -2 + n \cdot (-1/3)\}$		
3, 12, 48, 192, 768, …		$\{a_n = 3 \cdot 4^n\}$	

Resumen.

Sucesión es una secuencia de números {1,2,3,4,5,...}

Esta sucesiones pueden representarse de que un término depende de los anteriores, por ejemplo

an = {1,2,3,4,5,...,} Función

$$\{a_n = a_{n-1} + 1, a_1 = 1\}$$

También

$$\{a_n = n, a_1 = 1\}$$

{1, 2, 3, 4, 5, ...}

Indice

El número de condiciones iniciales debe del número de elementos anteriores del cual depende un elemento

Dos tipos de sucesiones

Aritmetica: Si la diferencia d entre un elemento y su anterior en la sucesión es la MISMA entonces con t como término inicial de la sucesión

$$\{a_n = t + nd\}$$

Geométrica. Si la división (razón) r entre un elemento y anterior en la sucesión es la MISMA entonces

$$\{a_n = tr^n\}$$

Sumatorias

Sucesiones y Sumatorias

Carl Friedrich Gauss

- Contribuyó a la teoría de números, estadística, astronomía y óptica
- Encontró la fórmula para la sumatoria de 1 a n en una asignación de clase de primaria
- Inventó la aritmética modular

1777- 1855

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100$$

$1+2+3+4+\ldots+96+97+98+99+100$

$101+101+101+101+\ldots+$

$\boxed{101 \times 50 = 5050}$

$\dfrac{n(n+1)}{2}$ $\dfrac{100(101)}{2}$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100=\sum_{i=1}^{100} i$$

$$\sum_{i=1}^{100} i = 1+2+3+\ldots+100$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100=\sum_{i=1}^{100} i$$

donde la variable i se conoce como el **índice** de la sumatoria y toma los valores **enteros** entre el límite inferior y superior

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100=\sum_{i=1}^{100} i = 5050$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{i=1}^{5} i^2$ $= \underbrace{1^2+2^2}_{5}+\underbrace{3^2}_{14}+\underbrace{4^2}_{30}+5^2 = 55$

b) $\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{1}{i}\right)$ $\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

c) $\sum_{i=4}^{8} (-1)^i$ $= (-1)^4+(-1)^5+(-1)^6+(-1)^7+(-1)^8$

$\cancel{1-1}+\cancel{1-1}+1 = 1$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{i=1}^{5} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$

b) $\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{1}{i}\right) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$

c) $\sum_{i=4}^{8} (-1)^i = (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 + (-1)^8 = 1$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{k=1}^{4} 1$ $\quad 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

$k \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

b) $\sum_{k=0}^{3} 2^k$ $\quad 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$

c) $\sum_{j=5}^{9} (j-2)$ $\quad (5-2)+(6-2)+(7-2)+(8-2)+(9-2)$

$3 + 4 + 5 + 6 + 7 =$

d) $\sum_{k=2}^{5} 2 \cdot k$ $\quad 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{k=1}^{4} 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

b) $\sum_{k=0}^{3} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$

c) $\sum_{j=5}^{9} (j-2) = (5-2) + (6-2) + (7-2) + (8-2) + (9-2) = 25$

d) $\sum_{k=2}^{5} 2 \cdot k = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 28$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{100} i = \frac{100(101)}{2} = 5050$$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

- 1+2+3+4+5+...+100= $\sum_{k=1}^{100} k = ?$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

- 1+2+3+4+5+...+100= $\sum_{k=1}^{100} k = \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$

Sucesiones y Sumatorias

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1} \quad , \text{si } r \neq 1$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a \quad , \text{si } r = 1$$

Sucesiones y Sumatorias

$n=8 \quad a=3 \quad r=5$

a) $\displaystyle\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \frac{3\times 5^{9}-3}{5-1}$

$n=50$

b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6}$

1 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$\displaystyle\sum_{i=1}^{n} c = c\cdot n$ 3

2 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^{3} = \frac{n^{2}(n+1)^{2}}{4}$ 4

5 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = \frac{ar^{n+1}-a}{r-1}$, si $r\neq 1$

6 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = (n+1)a$, si $r=1$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^{j} = \frac{3 \cdot 5^{9} - 3}{5 - 1} = 1464843$$

b) $$\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \frac{3\cdot 5^{9}-3}{5-1} = 1464843$

b) $\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$

c) $\sum_{k=1}^{5} k^{3}$ $= \frac{5^2(6)^2}{4}$

d) $\sum_{j=1}^{5} (j + j^{2})$ $= \sum_{j=1}^{5} j + \sum_{j=1}^{5} j^2$

$\frac{5(6)}{2} + \frac{5(6)(11)}{6}$

e) $\sum_{i=1}^{100} 3$ $\rightarrow 3\times 100$

1 $\sum_{k=1}^{n} k^{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3 $\sum_{i=1}^{n} c = c\cdot n$

2 $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

4 $\sum_{k=1}^{n} k^{3} = \frac{n^{2}(n+1)^{2}}{4}$

5 $\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = \frac{ar^{n+1}-a}{r-1}$, si $r\neq 1$

6 $\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = (n+1)a$, si $r=1$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \frac{3\cdot 5^{9}-3}{5-1} = 1464843$$

b) $$\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

c) $$\sum_{k=1}^{5} k^{3} = \frac{5^{2}(6)^{2}}{4} = 225$$

d) $$\sum_{j=1}^{5} (j+j^{2}) = \sum_{j=1}^{5} j + \sum_{j=1}^{5} j^{2} = \frac{5\cdot 6}{2} + \frac{5\cdot 6\cdot 11}{6} = 70$$

e) $$\sum_{i=1}^{100} 3 = 3\cdot 100 = 300$$

Sucesiones y Sumatorias

1 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3 $\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$

2 $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

4 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

5 $\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1}$, si r≠1

6 $\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a$, si r=1

a) $\sum_{\boxed{i=2}}^{50} i^2 = 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots + 50^2$

$\sum_{i=1}^{50} i^2 = \boxed{1^2} + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \quad + 50^2$

$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - \sum_{i=1}^{1} i^2$

$= \frac{50(51)(101)}{6} - \frac{1(2)(3)}{6}$

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = 3\times5^1 + 3\times5^2 + 3\times5^3$

$\sum_{j=0}^{8} 3\times(5)^j = 3\times5^0 + 3\times5^1 \times 3\times5^2$

$\sum_{j=1}^{8} 3\times5^j = \sum_{j=0}^{8} 3\times5^j - \sum_{j=0}^{0} 3\times5^j$

$\frac{3\times5^9-3}{5-1} - \frac{3\times5^1-3}{5-1}$

1 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3 $\sum_{i=1}^{n} c = c\cdot n$

2 $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

4 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

5 $\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1}-a}{r-1}$, si r≠1

6 $\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a$, si r=1

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

b) $$\sum_{j=1}^{8} 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

b) $$\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^j - 3\cdot(5)^0 = 1464840$$

c) $$\sum_{k=3}^{5} k^3 = 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$\sum_{K=1}^{5} K^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$$

$$\sum_{K=1}^{5} K^3 = \sum_{K=1}^{5} K^3 - \sum_{K=1}^{2} K^3 = \frac{5^2(6)^2}{4} - \frac{2^2(3)^2}{4}$$

$$\frac{25(36)}{4} - \frac{4(9)}{4}$$

1 $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2 $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

3 $$\sum_{i=1}^{n} c = c\cdot n$$

4 $$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

5 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1}$$, si r≠1

6 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a$$, si r=1

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^j - 3\cdot(5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$

d) $\sum_{k=3}^{10} 7\cdot(-3)^k$

d) $$\sum_{k=3}^{10} 7\cdot(-3)^k$$

$= 7(-3)^3 + 7(-3)^4 + \dots + 7(-3)^{10}$

1 $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} c = c\cdot n$$ 3

2 $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$ 4

5 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1}-a}{r-1}\text{, si } r\neq 1$$

6 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a\text{, si } r=1$$

$$\sum_{k=0}^{10} 7\times(-3)^k$$

$$\boxed{7\times(-3)^0 + 7\times(-3)^1 + 7(-3)^2} + 7(-3)^3 + \dots + 7(-3)^{10}$$

0 2

$$\sum_{k=3}^{10} 7(-3)^k = \sum_{k=0}^{10} 7\times(-3)^k - \sum_{k=0}^{2} 7(-3)^k = \boxed{\frac{7(-3)^{11}-7}{-3-1} - \frac{7(-3)^3-7}{-3-1}}$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^j - 3\cdot(5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$

d) $\sum_{k=3}^{10} 7\cdot(-3)^k = 310009 - (49) = 309960$

$$\sum_{i=220}^{5040} i$$

$i = 1, 2, 3, \ldots, 219, 220, 221, \ldots 5040$

$$\sum_{i=220}^{5040} i = \sum_{i=1}^{5040} i - \sum_{i=1}^{219} i$$

$$\frac{5040(5041)}{2} - \frac{219(220)}{2}$$

12679230

1 $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3 $$\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$$

2 $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

4 $$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

5 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1} \quad \text{, si } r \neq 1$$

6 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a \quad \text{, si } r = 1$$

$$\sum_{i=800}^{1500} 2i^2 = 2\left(\sum_{i=800}^{1500} i^2\right)$$

$$\boxed{i = 1, 2, 3, \ldots, 799}, 800, 801, \ldots, 1500$$

$$2\sum_{i=800}^{1500} i^2 = 2\sum_{i=1}^{1500} i^2 - 2\sum_{i=1}^{799} i^2$$

$$2\left(\frac{1500(1501)(3001)}{6} - \frac{799(800)(1599)}{6}\right)$$

1 $$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3 $$\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$$

2 $$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

4 $$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

5 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1} \text{, si } r \neq 1$$

6 $$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a \text{, si } r = 1$$

$$\sum_{i=800}^{3n} i^2 - 4\times 2^i$$

$$n \geq \frac{800}{3}$$

1 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

3 $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$

2 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

4 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$$\sum_{i=800}^{3n} i^2 - \sum_{i=800}^{3n} 4\times 2^i$$

5 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1}$, si r≠1

6 $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a$, si r=1

$$\sum_{i=1}^{3n} i^2 - \sum_{i=1}^{799} i^2 - \left(\sum_{i=0}^{3n} 4\times 2^i - \sum_{i=0}^{799} 4\times 2^i\right)$$

$$> \frac{3n(3n+1)(6n+1)}{6} - \frac{799(800)(1599)}{6} - \frac{4\times 2^{3n+1} - 4}{2-1} + \frac{4\times 2^{800} - 4}{2-1}$$

a) $\sum_{k=-2}^{10} k$

$-2-1+0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$

$-(2+1)$

$-\sum_{i=1}^{2} k = -\frac{2(3)}{2}$

$\sum_{i=1}^{10} k \rightarrow \frac{10(11)}{2}$

$\frac{10(11)}{2} - \frac{2(3)}{2}$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

$$\sum_{k=-1000}^{Sn} k$$

$$1000 - \dots 4 - 3 - 2 - 1 - 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + Sn$$

$$= \underbrace{-(1000 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1)}_{} + 0 + \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + Sn}_{}$$

$$= \sum_{k=1}^{1000} k + \sum_{k=1}^{Sn} k$$

$$= \frac{1000(1001)}{2} + \frac{Sn(Sn+1)}{2}$$

$$\sum_{k=-8000}^{100000} k^2 \qquad \sum_{k=-5000}^{8n} k^3 \qquad \sum_{k=-100000}^{9n} 8$$

$$\sum_{k=-500}^{800} 43^k$$

$$\sum_{k=-8000}^{100000} k^2 = (-8000)^2 + (-7999)^2 + \dots 0^2 + \underbrace{1^2 + 2^2 + \dots + 100000^2}$$

$$8000^2 + 7999^2 + \dots + 1^2 + 0^2 + \sum_{k=1}^{100000} k^2$$

$$\sum_{k=1}^{8000} k^2 \quad +$$

$$\sum_{k=1}^{8000} k^2 + \sum_{k=1}^{100000} k^2 = \frac{8000(8001)(16001)}{6} + \frac{100000(100001)(200001}{6}$$

$$\sum_{k=-500}^{800} 4\,3^k = 4\,3^{-500} + 4\,3^{-499} + \dots + 4\times 3^{-1} + 4\times 3^0 + 4\times 3^2 + \dots 4\times 3^{800}$$

$$= 4\times\left(\tfrac{1}{3}\right)^{500} + 4\times\left(\tfrac{1}{3}\right)^{499} + \dots + 4\left(\tfrac{1}{3}\right)^{1} + 4\times 3^0 + 4\times 3^2 + \dots 4\,3^{800}$$

$$\sum_{k=0}^{500} 4\left(\tfrac{1}{3}\right)^k - 4 + \sum_{k=0}^{800} 4\times 3^k = \frac{4\times\left(\tfrac{1}{3}\right)^{501} - 4}{1/3 - 1} + \frac{4\times 3^{801} - 4}{3-1} - 4$$

$$\sum_{k=-5000}^{8n} k^3 = (-5000)^3 + (-4999)^3 + \dots + 0 + 1^3 + \dots (8n)^3$$

$$-\sum_{k=1}^{5000} k^3 + \sum_{k=1}^{8n} k^3 = -\frac{5000^2(5001)^2}{4} + \frac{(8n)^2(8n+1)^2}{4}$$

$$\sum_{k=-100000}^{9n} 8 = \underset{-100000}{8} + 8 + 8 \dots + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 \dots + 8$$

$$\sum_{k=1}^{100000} 8 + \underset{k=0}{8} + \sum_{k=1}^{9n} 8 = (100001 + 9n)\times 8$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$

b) $\sum_{k=-3}^{20} k^2$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\displaystyle\sum_{k=-2}^{10} k = (-2)+(-1)+(0)+\sum_{k=1}^{10} k = -3+\frac{10\cdot 11}{2} = 52$

b) $\displaystyle\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+(0)^2+\sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

b) $$\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

c) $$\sum_{k=-2}^{15} k^3$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

b) $$\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

c) $$\sum_{k=-2}^{15} k^3 = (-2)^3 + (-1)^3 + (0)^3 + \sum_{k=1}^{15} k^3 = 14391$$

Sucesiones y Sumatorias

- **Calcule las siguientes sumatorias.**

Muestre el procedimiento realizado

- $$\sum_{k=3}^{16} 5 \cdot (-2)^k$$

- $$\sum_{k=-3}^{15} k^2$$