



Tercer examen opcional - Matemáticas discretas II

Duración 1.5 horas

Carlos Andres Delgado S, Ing *

11 de Junio de 2018

Importante: Debe mostrar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no es válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [30 puntos] Resuelva la ecuación de recurrencia $T(n) = 4T(n-1) - 4T(n-2) + 4^n + 2^n + 9n$, $T(0) = 2, T(1) = 8$.
2. [15 puntos] Encuentre una relación de recurrencia para contar las cadenas binarias que siempre tienen la cadena 10. Resuelva la relación de recurrencia y compruébela.
3. [15 puntos] Encuentre una relación de recurrencia para contar las cadenas de longitud n que tienen un número par de ceros. Resuelva la relación de recurrencia y compruébela.
4. [15 puntos] ¿Cual es el número mínimo de estudiantes que debe matricularse en una universidad para asegurar que hay al menos 100 que vienen del mismo departamento de Colombia? Recuerde que hay 42 departamentos.
5. [15 puntos] ¿De cuantas formas se pueden colocar 20 objetos indistinguibles en 8 cajas distinguibles, de tal forma se coloquen 3 objetos en cada caja?
6. [10 puntos] ¿Cuántas matriculas de motos pueden existir si tienen la forma XXXXNN? X es una letra en mayúscula y N es un número natural.

Ayudas

Combinatoria $C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ Permutación $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
 Permutación con repetición $P^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!}$ Combinatoria con repetición $C(n+r-1, r)$

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1n + A_0$
n^2	$A_2n^2 + A_1n + A_0$
$n^t, t \in \mathbb{Z}^+$	$A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \dots + A_1n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$n^t r^n, t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$
$r^n \sin(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$
$r^n \cos(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado $f(n)$

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co