Ejercicios errores y redondeo

Ejercicio 1. La derivada de
$$f(x) = \frac{1}{1-3x^2}$$
 es $f'(x) = \frac{6x}{(1-3x^2)^2}$

¿Que dificultades hay en evaluar la derivada para x = 0.5777. Inténtelo con aritmética de 3 y 4 dígitos significativos con corte.

Solución:

La solución exacta es 2360160.56

Para 4 dígitos, se obtiene que la solución es 2352910.793, lo que da un porcentaje de error relativo es 0.31%

Para 3 dígitos se obtiene 5342.99984 que el porcentaje de error relativo es 99.77%.

Ejercicio 2. Utilice aritmética de 5 dígitos con corte para determinar las raíces de la siguiente ecuación: $x^2-5000.002x+10=0$

Recuerda
$$ax^2 + bx + c = 0$$
 , Formula 1 $r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ o Formular 2 $r_{1,2} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$

Raíces exactas: $r_1 = 5000$, $r_2 = 0.002$

Para formula 1

El error relativo para r₁ 0.002% y para r₂ es 2400%

Para formula 2

El error relativo para r₁ 96% y para r₂ es 0.00001%

Ejercicio 3.

a) Evalúe el polinomio:

$$y=x^3+7x^2+8x+0.35$$
 en x = 1.37

Utilice aritmética de 3 dígitos con corte. Evalúe el error relativo porcentual.

b) Repita el inciso a) pero exprese a y como

$$y = [(x-7)x+8]x+0.35$$

Evalué el error y compárelo con el inciso a)

Solución.

- a) El error relativo es 178.7%
- b) El error relativo es 9.2%

Ejercicio 5. En formato IEEE 754 de 32 bits. ¿Cual es el error de absoluto porcentual de redondeo?

- a) 2.5644
- b) 10.56567
- c) 11115454.454
- d) 45454545

Ejercicio 6.(Scilab) Determine el número de términos necesarios para aproximar cos(x) a 8 cifras significativas usando la serie de McLaurin. El error relativo es (0.5x 10⁻⁶)%

$$\cos(x) = \sum_{i=0}^{n} \frac{x^{2i}}{(2i)!}$$

Calcule la aproximación con el empleo con el valor $x = 0.3\pi$.

Solución.

Valor exacto: 0.5877852525

En total se requieren 7 términos. Error relativo 1.7x10⁻⁷%

Ejercicio 7. (Scilab). Evalué e^{-5} con el uso de métodos.

$$e^{-x} = \sum_{i=0}^{n} \frac{(-x)^{i}}{i!}$$
 y $e^{-x} = \frac{1}{e^{x}} = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n} \frac{x^{i}}{i!}}$

Compárelo con el valor verdadero de 6.737947x10⁻³. Utilice 20 términos para evaluar cada serie y calcule los errores relativos aproximado y verdadero como términos que se agregarán.

Solución:

Primer método a 20 términos da 6.74554x10⁻³. El error relativo es 1.1x10⁻⁴ Segundo método a 20 términos da 6.737948x10⁻³. El error relativo es 1.48x10⁻⁴