

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

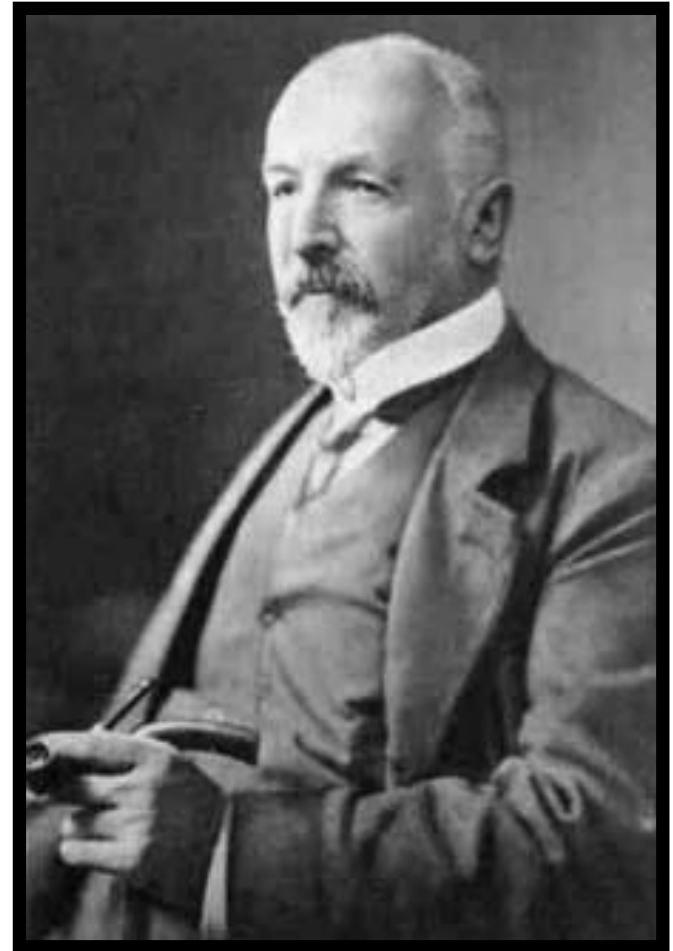
`oscar.bedoya@correounivalle.edu.co`

- * Definición de conjunto
- * Subconjunto y subconjunto propio
- * Conjunto potencia
- * Producto cartesiano
- * Operaciones con conjuntos

Teoría de Conjuntos

George Cantor

- Defendió su tesis doctoral en 1867 sobre teoría de números
- Es considerado el fundador de la teoría de conjuntos



(1845-1918)

Teoría de Conjuntos

Noción de conjunto: Definición por extensión

- Conjunto de vocales del alfabeto

$$A=\{a,e,i,o,u\}$$

- Conjunto de enteros positivos menores que 100

$$B=\{1,2,3,4,\dots,99\}$$

- Conjunto de números naturales

$$C=\{0,1,2,3,4,5,6,\dots\}$$

- Conjunto de operadores aritméticos conmutativos

$$D=\{+,\times\}$$

Teoría de Conjuntos

Noción de conjunto: Definición por compresión

- Conjunto de vocales del alfabeto

$$A = \{x : \mathring{A} \mid Vocal(x)\}$$

$$\overset{0}{A} = \underline{L e t r a s}$$

- Conjunto de enteros positivos menores que 100

$$B = \{x : \mathbb{Z}^+ \mid x \leq 100\}$$

Conjunto de números naturales

$$C = \{x : \mathbb{N}\}$$

- Conjunto de operadores aritméticos conmutativos

$$A = \{x : \mathring{A} \mid OperadorAritmetico(x)\}$$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{u, o, i, e, a\}$$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

$$B = \{u, o, i, e, a\}$$

Un conjunto es una colección
desordenada de objetos

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$$A = \{a, a, a, a, e, e, e, e, e, i, o, u\}$$

$$B = \{a, e, i, o, u\}$$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$A = \{a, a, a, a, e, e, e, e, e, i, o, u\}$

$B = \{a, e, i, o, u\}$

Dos conjuntos son iguales si
tienen los mismos elementos sin
importar la cantidad

Teoría de Conjuntos

Conjunto vacio

Representa el conjunto que no tiene elementos, se puede expresar de las dos siguientes maneras:

- $\{ \}$
- \emptyset

Teoría de Conjuntos

Determine si los siguientes conjuntos son iguales:

1) • $\{1,3,3,3,3,3,3,5,5,5,5\}$ y $\{5,3,1\}$ SI

2) • $\{\{1\}\}$ y $\{1\}$ NO

3) • $\{\{1,1,1,1,1\}, 1,1,1,1,1\}$ y $\{1,\{1\}\}$ SI

4) • $\{\}$ y $\{\emptyset, \{\}\}$ $\{\}$ $\{\emptyset\}$ NO

5) • $\{\emptyset\}$ y $\{\{\}, \emptyset\}$ SI

6) • $\{x | x \text{ es un entero positivo menor que } 5\}$ y $\{1,2,3,4\}$ SI

Teoría de Conjuntos

Determine si los siguientes conjuntos son iguales:

- $\{1,3,3,3,3,3,3,5,5,5,5\}$ y $\{5,3,1\}$, **si**
- $\{\{1\}\}$ y $\{1\}$, **no**
- $\{\{1,1,1,1,1\},1,1,1,1,1\}$ y $\{1,\{1\}\}$, **si**
- $\{\}$ y $\{\emptyset, \{\}\}$, **no**
- $\{\emptyset\}$ y $\{\{\}, \emptyset\}$, **si**
- $\{x|x \text{ es un entero positivo menor que } 5\}$ y $\{1,2,3,4\}$, **si**

Teoría de Conjuntos

Pertenencia sobre conjuntos

- $x \in A$ para indicar que el elemento x pertenece al conjunto A
- $x \notin A$ para el caso contrario

Teoría de Conjuntos

Sea $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5, \{5, 6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $1 \in A$ SI
- $\{3, 4\} \in A$ SI
- $\emptyset \in A$ NO
- $5 \in A$ SI
- $\{5\} \in A$ NO
- $\{3, 4, 5\} \in A$ NO

Teoría de Conjuntos

Sea $A=\{1,2,\{3,4\},5,\{5,6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $1 \in A$, verdadero
- $\{3,4\} \in A$, verdadero
- $\emptyset \in A$, falso
- $5 \in A$, verdadero
- $\{5\} \in A$, falso
- $\{3,4,5\} \in A$, falso

Teoría de Conjuntos

Sea $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5, \{5, 6\}\}$ responda falso o verdadero:

1) $\bullet \{1, 2\} \in A$ NO

2) $\bullet \{5, 6\} \in A$ SI

3) $\bullet 4 \in A$ NO

4) $\bullet \{\} \in A$ NO

Teoría de Conjuntos

Sea $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5, \{5, 6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $\{1, 2\} \in A$, falso
- $\{5, 6\} \in A$, verdadero
- $4 \in A$, falso
- $\{\} \in A$, falso

Teoría de Conjuntos

Subconjunto \subseteq

$$B \supseteq A$$

El conjunto A es subconjunto de B , $A \subseteq B$, si y solo si todo elemento de A es también un elemento de B

- $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3,4,5\}$
- $\{1,2,6\} \not\subseteq \{1,2,3,4,5\}$

Teoría de Conjuntos

Subconjunto \subseteq

El conjunto A es subconjunto de B , $A \subseteq B$, si y solo si todo elemento de A es también un elemento de B

- $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3,4,5\}$
- $\{1,2,6\} \not\subseteq \{1,2,3,4,5\}$

Para cualquier conjunto S , se cumple que $\emptyset \subseteq S$

Para cualquier conjunto S , se cumple que $S \subseteq S$

Teoría de Conjuntos

Subconjunto propio \subset

El conjunto A es subconjunto propio de B , $A \subset B$, si y solo si, $A \subseteq B$ y $A \neq B$

Teoría de Conjuntos

Subconjunto propio \subset

El conjunto A es **subconjunto propio** de B , $A \subset B$, si y solo si, $A \subseteq B$ y $A \neq B$

Sean $P=\{1,2\}$, $Q=\{1,2,3\}$, $R=\{1,2,3\}$, se cumple:

- $P \subseteq R$ y $P \subset R$
- $Q \subseteq R$ pero $Q \not\subset R$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

1) $x \in \{x\}$ SI

2) $\{x, y\} \subseteq \{x\}$ NO

3) $\{x\} \subset \{x\}$ NO

4) $\{x\} \in \{x\}$ NO

5) $\{x\} \in \{\{x\}, y, z\}$ SI

6) $\emptyset \subseteq \{x\}$ SI

7) $\emptyset \in \{x\}$ NO

8) $\emptyset \subset \{x\}$ SI

\in pertenece $\{ \downarrow \downarrow \downarrow \}$

\subseteq subconjunto

\subset subconjunto prop-

$$\{x\} \in \{\{x\}\}$$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $x \in \{x\}$, **verdadero**
- $\{x, y\} \subseteq \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \subset \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \in \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \in \{\{x\}, y, z\}$, **verdadero**
- $\emptyset \subseteq \{x\}$, **verdadero**
- $\emptyset \in \{x\}$, **falso**
- $\emptyset \subset \{x\}$, **verdadero**

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

1) • $0 \in \emptyset$ F

2) • $\emptyset \in \{0\}$ F

3) • $\{0\} \subset \emptyset$ f

4) • $\emptyset \subset \{0\}$ V

5) • $\{0\} \in \{0, \{0, 0\}\}$ $\{0, \{0\}\}$ V

6) • $\{0\} \subset \{0\}$ F

7) • $\{0\} \subseteq \{0\}$ V

\subset contenido

\subseteq contenido o igual

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $0 \in \emptyset$, **falso**
- $\emptyset \in \{0\}$, **falso**
- $\{0\} \subset \emptyset$, **falso**
- $\emptyset \subset \{0\}$, **verdadero**
- $\{0\} \in \{0, \{0, 0\}\}$, **verdadero**
- $\{0\} \subset \{0\}$, **falso**
- $\{0\} \subseteq \{0\}$, **verdadero**

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto $|S|$

La cardinalidad de un conjunto S , denotado por $|S|$, indica la cantidad de elementos diferentes

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto $|S|$

La cardinalidad de un conjunto S , denotado por $|S|$, indica la cantidad de elementos diferentes

- Para $A = \{3, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 2, 2, 2\}$, $|A| = ?$ 3
- Para $A = \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$, $|A| = ?$ 4
- Para $A = \emptyset$, $|A| = ?$ 0

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto $|S|$

La cardinalidad de un conjunto S , denotado por $|S|$, indica la cantidad de elementos diferentes

- Para $A=\{3,3,3,3,1,1,1,2,2,2\}$, $|A|=3$
- Para $A=\{1,2,3,\{4,5\}\}$, $|A|=4$
- Para $A=\emptyset$, $|A|=0$

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

1) • $\{x \mid x \text{ es un entero positivo impar menor que } 10\}$ 5

2) • $\{a\}$ 1

3) • $\{\{a, b\}\}$ 1

$\{\{ \text{---} \}\}$
Elemento

4) • $\{a, \{a\}\}$ 2

5) • $\{a, a, \{a, a\}, \{a, a, a\}\} = 2$

$\{a\}, \{\{a\}\}$

1, 3, 5, 7, 9

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $\{x \mid x \text{ es un entero positivo impar menor que } 10\}$, 5
- $\{a\}$, 1
- $\{\{a,b\}\}$, 1
- $\{a, \{a\}\}$, 2
- $\{a, a, \{a,a\}, \{a,a,a\}\}$, 2

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

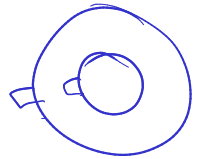
1) $\bullet \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$ 3

2) $\bullet \{\underline{3}, \emptyset\}$ 2

3) $\bullet \{\emptyset\}$ 1

4) $\bullet \{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{\}\} = 1$
 $\underbrace{\{\emptyset, \emptyset, \emptyset\}}_{\{\emptyset\}}$

$|\emptyset| = 0$ $\{\emptyset\}$



Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $\{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$, **3**
- $\{3, \emptyset\}$, **2**
- $\{\emptyset\}$, **1**
- $\{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{\ \}\}$, **1**

Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$

Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$(a, b) \neq (b, a)$$

{

}

← conjuntos

(

)

ordenados

Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$

Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$A \times B = ? \quad \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b), (3, a), (3, b)\}$$

$$A \times B \neq B \times A$$

Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$

Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{a,b\}$$

$$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$$

Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$

Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{a,b\}$$

$$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$$

$$B \times A = ? \{ (a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3) \}$$

Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$


Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$A = \{1,2,3\}$$

$$B = \{a,b\}$$

$$A \times B = \{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$$

$$B \times A = \{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$$


Teoría de Conjuntos

Producto cartesiano $A \times B$

Dados dos conjuntos A y B , el producto cartesiano de A y B , denotado por $A \times B$ es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{a, b\}$$

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

$$A \times B = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$$

$$B \times A = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b\}$, $B=\{x,y,z\}$, $C=\{0,1\}$ calcule:

- $A \times B = \{(a,x) (a,y) (a,z) (b,x) (b,y) (b,z)\}$
- $A \times A = \{(a,a) (a,b) (b,a) (b,b)\}$
- $B \times C = \{(x,0) (x,1) (y,0) (y,1) (z,0) (z,1)\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b\}$, $B=\{x,y,z\}$, $C=\{0,1\}$ calcule:

$$A \times B = \{(a,x), (a,y), (a,z), (b,x), (b,y), (b,z)\}$$

$$A \times A = \{(a,a), (a,b), (b,a), (b,b)\}$$

$$B \times C = \{(x,0), (x,1), (y,0), (y,1), (z,0), (z,1)\}$$

Resumen

1) ¿Que es un conjunto?

Es una COLECCION de elementos que NO SE REPITEN y estan en DESORDEN

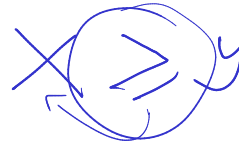
2) ¿Que operaciones tenemos?

1. Pertenencia \in que un elemento pertenece o está en un CONJUNTO, en caso contrario \notin

2. Subconjunto Que A es un subconjunto B, es decir TODOS los elementos de A se encuentran en B

Otros autores \rightarrow

$$A \subseteq B$$
$$B \supseteq A$$



3. Subconjunto propio, $A \subset B$ que A es subconjunto de B y se cumple $A \neq B$

De forma análoga tenemos

$$B \supset A$$

4. Producto cartesiano.

formalmente,

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$$

Por ejemplo $A = \{1, 2\}$ $B = \{a, b\}$ $A \times B = \{(1, a) (1, b) (2, a) (2, b)\}$, por otra parte

Por otra parte

$$A \times B \neq B \times A$$

5. Cardinalidad

$$|A \times B| = |A| |B|$$

Número de elementos diferentes que tiene un conjunto

$$|A|$$

Extensión de 4, uno puede definir productos cartesianos entre más de dos conjuntos

$$A \times B \times C = \{(x, y, z) | (x \in A \wedge y \in B \wedge z \in C)\}$$

Por ejemplo $A = \{1, 2\}$ $b = \{a, b\}$, $c = \{1, -1\}$ ¿Como seria el primer elemento $A \times B \times C$?

$(1, a, 1)$

¿Cardinalidad? $|A| |B| |C|$

Teoría de Conjuntos

René Descartes

- Estudió matemáticas y leyes
- A los 18 años se desencantó de estudiar y se dedicó a recorrer el mundo
- El servicio militar y cómo decidió su futuro
- Escribió el Discurso del Método (hipótesis del espíritu maligno*)
- Motivación de la duda metódica (niñez y los sueños)



(1596-1650)

Teoría de Conjuntos

Tabla **CAMISAS**:

ID_CAMISA	CAMISA	PESO_GR
1	lino blanca	210
2	algodon naranja	290
3	seda negra	260

Tabla **PANTALONES**:

ID_PANTALON	PANTALON	PESO_GR
1	tela azul marino	470
2	pana marron claro	730



Teoría de Conjuntos

Tabla **CAMISASxPANTALONES**:

ID_CAMISA	CAMISA	PESO_GR	ID_PANTALON	PANTALON	PESO_GR
1	lino blanca	210	1	tela azul marino	470
1	lino blanca	210	2	pana marron claro	730
2	algodon naranja	290	1	tela azul marino	470
2	algodon naranja	290	2	pana marron claro	730
3	seda negra	260	1	tela azul marino	470
3	seda negra	260	2	pana marron claro	730

Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia $P(S)$

Dado un conjunto S , el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia $P(S)$

Dado un conjunto S , el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- Dado $A=\{1,2,3\}$

$P(A)= ?$

Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia $P(S)$

Dado un conjunto S , el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- Dado $A=\{1,2,3\}$

$$P(A)=\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$$



Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia $P(S)$

Dado un conjunto S , el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- En general, dado un conjunto A con n elementos, el conjunto $P(A)$ tiene 2^n elementos

$$2^{|A|}$$

Teoría de Conjuntos

Sea $S = \{1, \{2, 3\}, 4\}$, muestre $P(S)$

$$S = \{ \overset{1}{\emptyset}, \overset{2}{\{1\}}, \overset{3}{\{\{2, 3\}\}}, \overset{4}{\{4\}}, \overset{5}{\{1, \{2, 3\}\}}, \overset{6}{\{1, 4\}}, \overset{7}{\{\{2, 3\}, 4\}}, \overset{8}{\{1, \{2, 3\}, 4\}} \}$$

$|P(S)| = 2^{|S|}$

$2^3 = 8$

Teoría de Conjuntos

Sea $S = \{1, \{2, 3\}, 4\}$, muestre $P(S)$

- $P(S) = \{\emptyset, \{1\}, \{\{2, 3\}\}, \{4\}, \{1, \{2, 3\}\}, \{1, 4\}, \{\{2, 3\}, 4\}, \{1, \{2, 3\}, 4\}\}$

Teoría de Conjuntos

Sea $S = \emptyset$, muestre $P(S)$

$$P(S) = \{\emptyset\}$$

$$2^0 = 1$$

Teoría de Conjuntos

Sea $S = \emptyset$, muestre $P(S)$

- $P(S) = \{\emptyset\}$

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

• $P(P(\emptyset))$ $P(\emptyset) = \{\emptyset\}$
 $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\} = 2$

$$2^{|\emptyset|} = 1$$

$$2^2 = 2$$

$$2^{|\emptyset|} = 2$$

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

- $P(P(\emptyset))$

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$$P(P(\emptyset)) = ?$$

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

- $P(P(\emptyset))$

$$P(\emptyset) = \{\emptyset\}$$

$$P(P(\emptyset)) = P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

Teoría de Conjuntos

Encuentre los siguientes conjuntos potencia:

$$\bullet P(\{\{a,c\},\{a,b\}\}) = \{\emptyset, \{a, b\}, \{a, c\}, \{\{a, c\}, \{a, b\}\}\}$$

$$\bullet P(\{1,2,3,4\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \\ \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \\ \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{2,3,4\}, \\ \{1,3,4\}, \{1,2,3,4\}\} = 16$$

Teoría de Conjuntos

Encuentre los siguientes conjuntos potencia:

- $P(\{\{a,c\},\{a,b\}\}) = \{\emptyset, \{a,c\}, \{a,b\}, \{\{a,c\}, \{a,b\}\}\}$
- $P(\{1,2,3,4\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{2,3,4\}, \{1,3,4\}, \{1,2,3,4\}\}$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes sentencias es falsa o verdadera

• $\{\emptyset\} \subseteq P(\{\emptyset\}) = \text{Verdadero}$ $P(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

• $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subseteq P(P(\{\emptyset\}))$ $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

• $|\{a,b,c\} \times \{1,2\}| < |P(\{a,b\})|$

$6 < 2^2$ Falso

• $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$|A| = 5$

$P(P(\{\emptyset\}))$

$P(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

$|P(P(A \times A))| = 2^{2^5} = 2^{32}$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes sentencias es falsa o verdadera

- $\{\emptyset\} \subset P(\{\emptyset\})$

$$\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \text{ verdadero}$$

- $\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset P(P(\{\emptyset\}))$

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \text{ verdadero}$$

- $|\{a,b,c\} \times \{1,2\}| < |P(\{a,b\})|$

$$6 < 4, \text{ falso}$$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Complemento

Teoría de Conjuntos

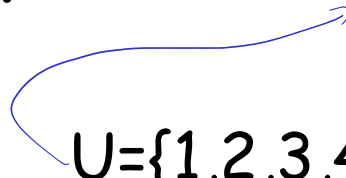
Operaciones entre conjuntos

- Unión. $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- Intersección. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- Diferencia. $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- Complemento. $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- **Intersección.** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- **Diferencia.** $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- **Complemento.** $\overline{A} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in U\}$

 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ Todos los posibles elementos que existen

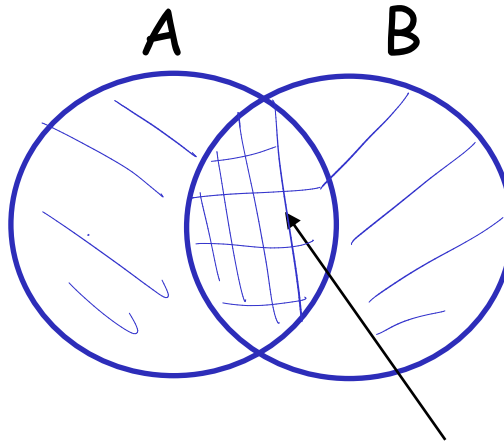
$A = \{1, 2, 3, 5, 9\}$

$B = \{3, 7, 9\}$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$



Cardinalidad de la Unión

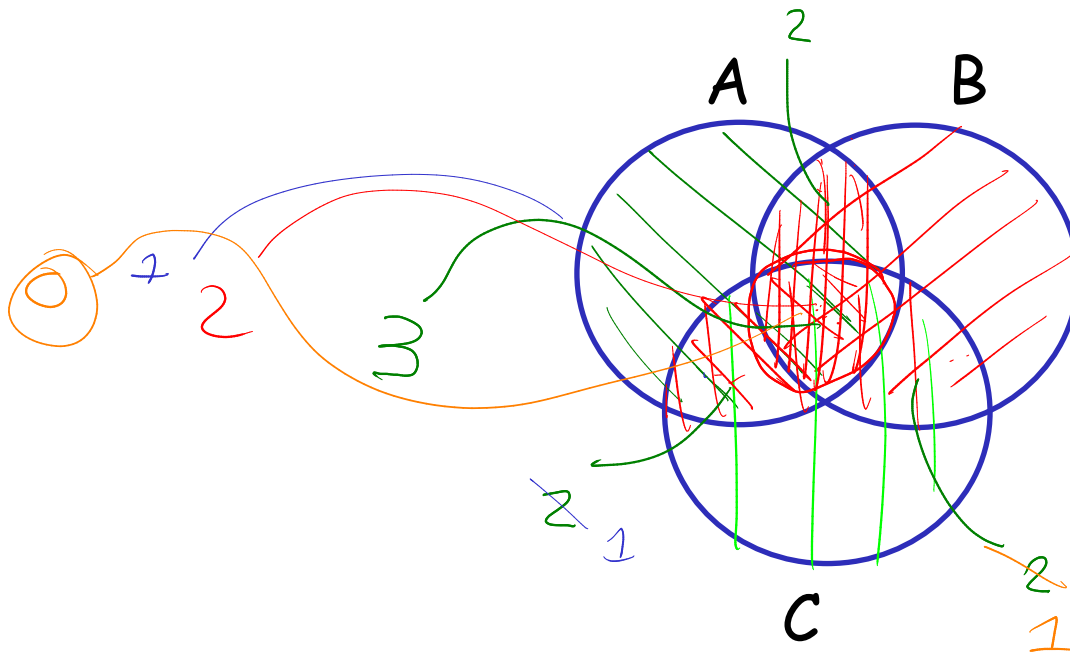
- $|A| + |B| - |A \cap B|$

En la unión los elementos de la intercepción sólo se toman una vez

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- Unión. $A \cup B \cup C = \{x | x \in A \vee x \in B \vee x \in C\}$

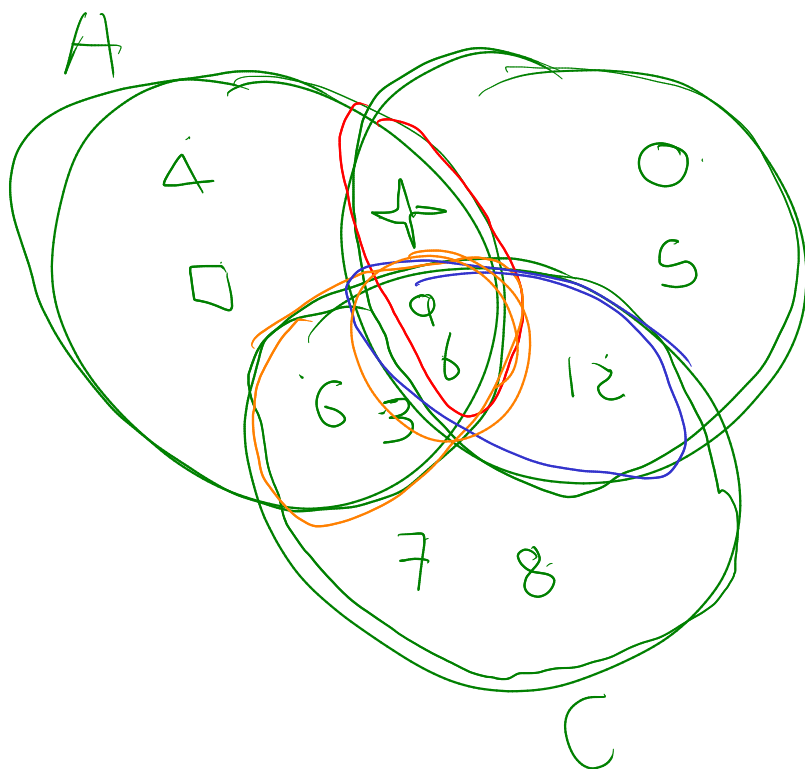


$$|A \cup B \cup C|$$

$$\begin{aligned} & |A| + |B| + |C| \\ &= |A \cap B| - |A \cap C| \\ & - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| \end{aligned}$$

Cardinalidad de la Unión

$$|A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| + \underline{|A \cap B \cap C|}$$



$$B \quad |A \cup B \cup C| = 12$$

$$|A| + |B| + |C|$$

$$7 + 6 + 7$$

$$- |A \cap B| - |A \cap C|$$

$$- 3 - 4 - 3 = 10$$

$$+ |A \cap B \cap C|$$

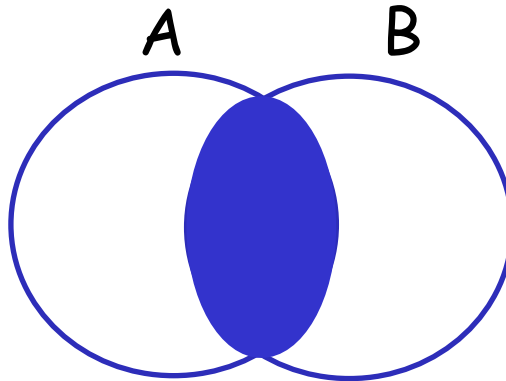
$$+ 2$$

$$12$$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

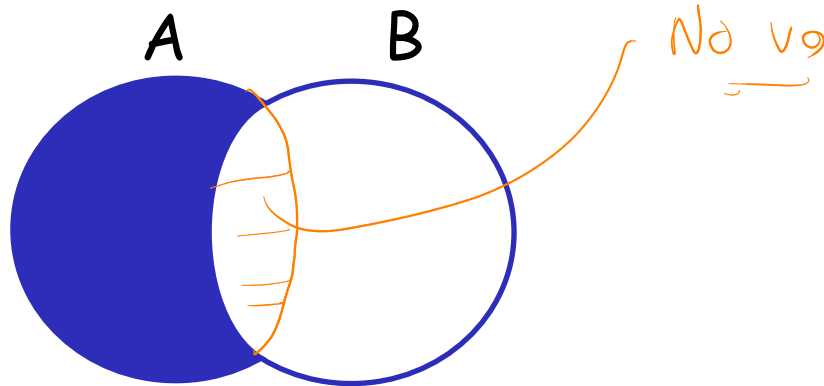
• **Intersección.** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$



Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

•Diferencia. $A-B=\{x|x\in A \wedge x\notin B\}$



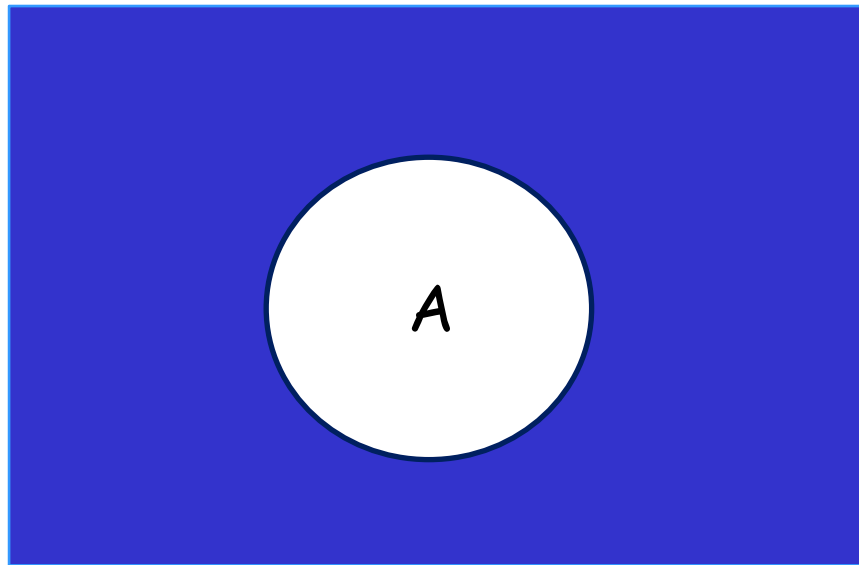
$$|A - B| = |A| - |A \cap B|$$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

• Complemento. $\bar{A} = \{x | x \notin A\}$

U



Resumen

Operaciones

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ Los elementos que pertenecen a ambos conjuntos

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$A \cup B \cup C = \{x \mid x \in A \vee x \in B \vee x \in C\}$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

$$\bar{A} = \{x \mid x \notin A\}$$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,2,3,5,9\}$, $B=\{3,7,9\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ indique los resultados de las siguientes operaciones:

$$\bullet \overline{A \cup B} \cap \overline{B - A} =$$

$$\bullet A \cap \overline{B} \cup B \cap \overline{A}$$

$$\rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$\ast \overline{A \cup B} = \{4, 6, 8\}$$

$$B - A = \{7\}$$

$$\ast \overline{B - A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$$

$$\overline{A \cup B} \cap \overline{B - A} = \{4, 6, 8\}$$

$A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}$ $A = \{1, 2, 3, 5, 9\}$, $B = \{3, 7, 9\}$ y $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
los resultados de las siguientes expresiones:

$$\bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$$

$$A \cap \bar{B} = \{1, 2, 5\}$$

$$\bar{A} = \{4, 6, 7, 8\}$$

$$B \cap \bar{A} = \{7\}$$

$$A \cap \bar{B} \cup B \cap \bar{A}$$

$$\{1, 2, 5, 7\}$$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,2,3,5,9\}$, $B=\{3,7,9\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ indique los resultados de las siguientes operaciones:

- $\overline{A \cup B} \cap \overline{B - A} = \{4,6,8\} \cap \{1,2,3,4,5,6,8,9\} = \{4,6,8\}$
- $A \cap \overline{B} \cup B \cap \overline{A} = \{1,2,5\} \cup \{7\} = \{1,2,5,7\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ y $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ encuentre:

$$A-B=\emptyset \text{ si } A \subseteq B$$

$$A \cap B = A \text{ si } A \subseteq B$$

$$\bullet \overline{A \cap B} = \{a,b,c,d,e\} = \{f,g,h,i,j,k\}$$

$$\bullet \overline{B-A} \cup (A-B) \quad \overline{B-A} = \{f,g,h\} = \{a,b,c,d,e,i,j,k\} \cup \emptyset$$

$$\bullet \overline{(A-B) - (A \cup B)} = U - \{a,b,c,d,e,f,g,h\} = \{i,j,k\}$$

$$\bullet \overline{(B \cap A) \cup (B-A)} = \{a,b,c,d,e\} \cup \{f,g,h\} = \{i,j,k\}$$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ y $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ encuentre:

- $\overline{A \cap B} = \{f,g,h,i,j,k\}$
- $\overline{B - A} \cup (A - B) = \{a,b,c,d,e,i,j,k\} \cup \emptyset = \{a,b,c,d,e,i,j,k\}$
- $\overline{(A - B) - (A \cup B)} = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\} - \{a,b,c,d,e,f,g,h\} = \{i,j,k\}$
- $\overline{(B \cap A) \cup (B - A)} = \{i,j,k\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,3,5,7,8,9\}$, $B=\{2,4,5,6\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ encuentre:

- $\overline{A-B} \cap \overline{A} = \{1,3,7,8,9\} = \{2,4,5,6,10\} \cap \{2,4,6,10\}$
- $(B \cap A) \cup (\overline{A \cup B}) = \{5\} \cup \{10\} = \{5,10\}$
- $\overline{(A \cap B)} \cap (B-A) = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,3,5,7,8,9\}$, $B=\{2,4,5,6\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ encuentre:

- $\overline{A-B} \cap \overline{A} = \{2,4,5,6,10\} \cap \{2,4,6,10\} = \underline{\{2,4,6,10\}}$
- $(B \cap A) \cup (\overline{A \cup B}) = \{5\} \cup \{10\} = \underline{\{5,10\}}$
- $\overline{(A \cap B)} \cap (B-A) = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\} \cap \{2,4,6\} = \underline{\{2,4,6\}}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c\}$, $B=\{b,d\}$, $U=\{a,b,c,d,e,f\}$ encuentre y compare:

- $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c\}$, $B=\{b,d\}$, $U=\{a,b,c,d,e,f\}$ encuentre y compare:

- $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$. Ambos son $\{e,f\}$
- $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$. Ambos son $\{a,c,d,e,f\}$

Teoría de Conjuntos

X

Identidades entre conjuntos

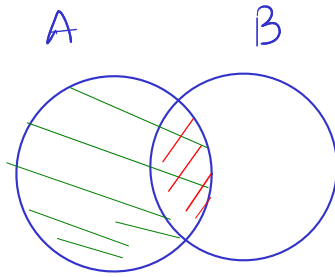
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Identidad	Nombre
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Leyes de De Morgan
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Leyes de absorción
$A \cup \overline{A} = ? \cup$ $A \cap \overline{A} = ? \emptyset$	Leyes de complemento

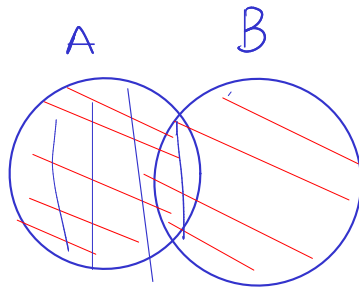
$$\overline{A \cup B} = \{x \mid x \notin A \wedge x \notin B\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \notin A \vee x \notin B\}$$

$$A \cup (A \cap B) \equiv A$$



$$A \cap (A \cup B) \equiv A$$



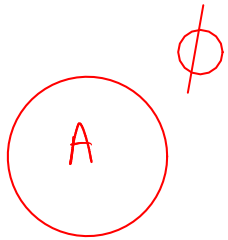
Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos

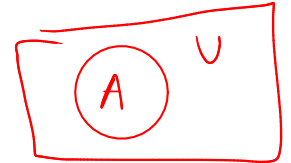
Identidad	Nombre
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Leyes de De Morgan
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Leyes de absorción
$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \emptyset$	Leyes de complemento

Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos



Identidad	Nombre
$A \cup \emptyset = ?$ A $A \cap U = ?$ A	Leyes de identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Leyes de dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes de idempotencia
$\overline{\overline{A}} = A$	Ley de complementación



Teoría de Conjuntos

Identities between sets

Identidad	Nombre
$A \cup \emptyset = A$ $A \cap U = A$	Leyes de identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Leyes de dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes de idempotencia
$\overline{\overline{A}} = A$	Ley de complementación

Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Leyes conmutativas
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	Leyes asociativas
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Leyes distributivas

Teoría de Conjuntos

Cómo probar identidades

Se tienen dos métodos:

- Construir una tabla de pertenencia
- Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas

Teoría de Conjuntos

Tabla de pertenencia

Se considera cada combinación de conjuntos en los que un elemento puede pertenecer y se verifica que los elementos en la misma combinación de conjuntos pertenecen a ambos conjuntos en la identidad

Sí pertenece 1
V

○ no pertenecer
F

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1					
1	0					
0	1					
0	0					

1 representa $x \in \text{Conjunto}$

0 representa $x \notin \text{Conjunto}$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0				
1	0	0				
0	1	1				
0	0	1				

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0			
1	0	0	1			
0	1	1	0			
0	0	1	1			

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\neg A$ $\neg B$ $A \cap B$ \neg

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1		
1	0	0	1	0		
0	1	1	0	0		
0	0	1	1	0		

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	
0	0	1	1	0	1	

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Teoría de Conjuntos

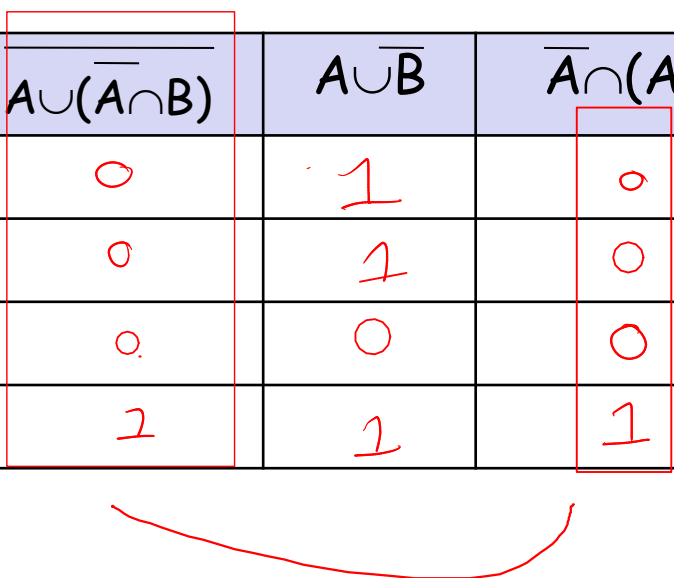
Probar $\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)} = \overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)} = \overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$

✓

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \cap B$	$A \cup (\overline{A} \cap B)$	$\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)}$	$A \cup \overline{B}$	$\overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1



Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)} = \overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \cap B$	$A \cup (\overline{A} \cap B)$	$\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)}$	$A \cup \overline{B}$	$\overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para $(A - B)$

A	B	A-B
1	1	?
1	0	?
0	1	?
0	0	?

○

1

○

○

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para $(A - B)$

A	B	$A-B$
1	1	0
1	0	
0	1	
0	0	

El mismo elemento está en A y en B.
Por lo tanto, no estará en $A-B$

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para $(A - B)$

A	B	$A - B$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$ ✓

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

A	B	B-A	$A \cap (B-A)$
1	1		
1	0		
0	1		
0	0		

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

A	B	B-A	$A \cap (B-A)$
1	1	0	
1	0	0	
0	1	1	
0	0	0	

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

A	B	B-A	$A \cap (B-A)$
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

A	B	B-A	$A \cup (B-A)$	$A \cup B$
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{\overline{A \cap (B - A)}} = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

A	B	\overline{A}	B - A	$\overline{B - A}$	$\overline{A \cap (B - A)}$	$\overline{\overline{A \cap (B - A)}}$	\overline{B}	$\overline{A} \cap \overline{B}$	$\overline{\overline{A \cap B}}$
1	1	0	0	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0

Teoría de Conjuntos

Cómo probar identidades

Se tienen dos métodos:

- Construir una tabla de pertenencia
- Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas

Teoría de Conjuntos

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

disyunción

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$

conjunción

$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$$

negación

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{A \cap B} = ?$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid (x \notin A) \vee (x \notin B)\}$$

$$\overline{A \cap B} = \{x \mid (x \in \overline{A}) \vee (x \in \overline{B})\}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = ?$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$ $\left\{ x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{(B \cap C)} \right\}$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid x \notin (A \cup (B \cap C)) \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid \neg(x \in (A \cup (B \cap C))) \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid \neg[(x \in A) \vee (x \in (B \cap C))] \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in (B \cap C)) \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid (x \notin A) \wedge (x \notin (B \cap C)) \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{ x \mid (x \in \overline{A}) \wedge (x \in \overline{(B \cap C)}) \}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

$$\boxed{\{x \mid x \in \emptyset\}} = \{x \mid x \notin U\}$$

$$A \cap (B - A) = ? \quad \{x \in (A \cap (B - A))\}$$

$$\{x \in A \wedge x \in (B - A)\}$$

$$\{x \in A \wedge x \in B \wedge \underline{x \notin A}\}$$

$$\{x \in (A \cap \overline{A}) \wedge x \in B\}$$

$$\{x \in \emptyset \wedge x \in B\}$$

$$\{x \in \{\emptyset \cap B\}\}$$

$$\boxed{\{x \in \emptyset\}}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid x \in (A \cap (B - A)) \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \wedge [x \in (B - A)] \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \notin A) \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin A)) \wedge (x \in B) \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid (x \in \emptyset) \wedge (x \in B) \}$$

$$A \cap (B - A) = \{ x \mid (x \in \emptyset) \}$$

$$A \cap (B - A) = \emptyset$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$$x \notin A \wedge x \notin B \equiv \underline{x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = ?$$

$$\{x \mid x \in (\overline{A} \cap \overline{(B - A)})\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B - A}\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \notin B - A\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg (x \in B \wedge x \in \overline{A})\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge (x \in \overline{B} \vee x \in A)\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B} \vee x \in \overline{A} \wedge x \in A\}$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B} \vee x \in \emptyset\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}\}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \cap \overline{(B - A)} \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{(B - A)} \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg x \in (B - A) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin A) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee \neg x \notin A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee \neg(\neg x \in A)] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee x \in A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid [x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B)] \vee [x \in \overline{A} \wedge x \in A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid [x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B)] \vee \emptyset \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B} \} = \underline{\overline{A} \cap \overline{B}}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$ $\{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

$$\begin{aligned} A \cup (B - A) &= ? && \{x \mid x \in A \vee (B - A)\} \\ &&& \{x \mid x \in A \vee x \in (B - A)\} \\ &&& \{x \mid x \in A \vee (x \in B \wedge x \notin A)\} \\ &&& \{x \mid (x \in A \vee x \in B) \wedge (x \in A \vee x \notin A)\} \\ &&& \{x \mid (x \in A \wedge x \in B) \wedge x \in U\} \\ &&& \{x \mid x \in A \wedge x \in B\} \end{aligned}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid x \in (A \cup (B - A)) \}$$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee (x \in (B - A)) \}$$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee [(x \in B) \wedge (x \notin A)] \}$$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid [(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge [(x \in A) \vee (x \notin A)] \}$$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid [(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge (x \in U) \}$$

$$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee (x \in B) \}$$

$$A \cup (B - A) = A \cup B$$

Teoría de Conjuntos

Uniones generalizadas e intercepciones

Unión $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^n A_i$

Intercepción $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^n A_i$

Teoría de Conjuntos

Representación computacional de conjuntos

- Estas proveen las operaciones de unión, intercepción y resta entre conjuntos
- No se permiten elementos repetidos
- En Java se provee la clase `Set<E>`
<https://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/java/util/Set.html>
- En C++ se provee `set`
<http://www.cplusplus.com/reference/set/set/>
- En Python se provee `set`
<https://docs.python.org/2/library/sets.html>

Teoría de Conjuntos

Representación computacional de conjuntos

- Son muy útiles para resolver problemas que involucran conjuntos
- Internamente se manejan operaciones en representaciones de bits de los elementos de los conjuntos
- Las operaciones son más costosas computacional que los arreglos

$$\overline{A \cup (B \cup C)} = \overline{A} \cap (B \cup C)$$

A	B	C	$\overline{B \cup C}$	$A \cup (\overline{B \cup C})$	$\overline{A \cup (B \cup C)}$	$\overline{A} \cap (B \cup C)$
1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	1	1	0	0

$$\overline{A \cup (B \cup C)} = \overline{A} \cap (B \cup C) \quad \{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in (B \cup C)\}$$

$$\{x' \mid x \notin (A \cup \overline{B \cup C})\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{(A \cup \overline{B \cup C})}\}$$

$$\{x \mid \neg (x \in A \vee x \in \overline{B \cup C})\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \notin \overline{B \cup C}\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{\overline{B \cup C}}\}$$

$$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in (B \cup C)\}$$

$$\frac{x \notin P}{x \in P}$$