



Primer examen parcial: Conteo y combinatoria.
Matemáticas discretas II
Duración 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

25 de Febrero de 2019

Importante: Debe mostrar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no es válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [20 puntos] Los números de teléfono se estructuran así:

- **Código de país:** Empiezan con una letra, seguida de dos dígitos o tres dígitos
- **Código de área:** Son dos o tres números
- **Número telefónico:** Son ocho números

Los teléfonos se estructuran así:

Código de país: Código de área Número telefónico. Ejemplo:

F12 352 12404576

¿Cuántos números de teléfonos existen en el mundo?

2. [15 puntos] Usando principio de palomar indique ¿Cuántos habitantes deben existir en Tulua para que al menos 5 personas cumplan el mismo mes y las tres primeras letras de su nombre sean las mismas?. Las letras están en alfabeto inglés y en mayúsculas.
3. [20 puntos] Cuántas palabras de tamaño 9 y 10 podemos formar con las letras de:
COMPUTADOR
4. [35 puntos] Resuelva la relación de recurrencia:
 $T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2) + 43 + 4^n$.
 $T(0) = 2, T(1) = 8$.

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

Principio de Palomar

$$\left\lfloor \frac{N}{k} \right\rfloor$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (2)$$

Combinatoria:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (3)$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \quad (4)$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1, r) \quad (5)$$

* carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Forma solución particular

| $F(n)$ | $a_n^{(p)}$ |
|---|---|
| C_1 | A |
| n | $A_1 n + A_0$ |
| n^2 | $A_2 n^2 + A_1 n + A_0$ |
| $n^t, t \in \mathbb{Z}^+$ | $A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0$ |
| $r^n, r \in \mathbb{R}$ | $A r^n$ |
| $\sin(\alpha n)$ | $A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$ |
| $\cos(\alpha n)$ | $A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$ |
| $n^t r^n, t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$ | $r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$ |
| $r^n \sin(\alpha n)$ | $A r^n \sin(\alpha n) + B r^n \cos(\alpha n)$ |
| $r^n \cos(\alpha n)$ | $A r^n \sin(\alpha n) + B r^n \cos(\alpha n)$ |

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado $f(n)$

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \text{ es } \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases}$$

¡Éxitos!