

4. [30 puntos] Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

retas I

Calcule:

- $|P(A \times B)|$
- Demuestre si la función $f : A \rightarrow B, f(a) = |2a|$ es biyectiva
- Muestre los elementos de $(A \cup \overline{A - B}) - \overline{A - B}$

$$\overline{A \cap B}$$

$$(A - C) - (B - C)$$

$$A \cap \overline{B}$$

nto realizado clara-

Muestre el proceso realizado

pondrá furioso. Desafortunadamente, yo sé de hecho que ha descubierto que el producto está defectuoso. Por lo tanto Kiko está furioso.

2. [20 puntos] Dado el dominio $D = \{0, 1, 2\}$ y la siguiente tabla de verdad

P(0,0)	P(0,1)	P(0,2)
V	F	F
P(1,0)	P(1,1)	P(1,2)
F	V	V
P(2,0)	P(2,1)	P(2,2)
V	F	F

Indique el valor de verdad justificando claramente el procedimiento realizado:

- $\forall x P(0, x)$
- $\exists y \forall x P(x, y)$
- $\forall x \exists y P(x, y)$

3. [20 puntos] Usando tablas de pertenencia o notación de conjuntos (la que usted quiera) indique si las siguientes identidades son correctas:

siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

Calcule:

- $|P(A \times B)|$
- Demuestre si la función $f : A \rightarrow B, f(a) = |2a|$ es biyectiva
- Muestre los elementos de $(A \cup \overline{A - B}) - \overline{A - B}$

Muestre el proceso realizado

5. [20 puntos] Calcule las siguientes sumatorias

$$\sum_{i=-5}^{100} (2i + 2^i) \quad (1)$$

$$\sum_{i=10}^{300} (3i^2 - 70) \quad (2)$$

Deje expresado usando las formas cerradas

¡Éxitos!

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Ayudas

$$\sum_{i=1}^n C = nC$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=0}^n ar^i = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}, r \neq 1$$

$$\sum_{i=0}^n ar^i = a(n+1), r = 1$$

P: Kiko descubre el prod...
 q: Kiko está furiosa

$$p \rightarrow q$$

$$V \rightarrow V$$

$$\therefore V$$

$$x \in \{0, 1, 2\}$$

$$\forall x P(0, x) = F$$

$$P(0, 1) = F$$

$$\exists y \forall x P(x, y) : F$$

No hay y que sirva $\forall x$

$$\forall x \exists y P(x, y) = V$$

$$P(0, 0) = V$$

$$P(1, 1) = V$$

$$P(2, 0) = V$$

3. [20 puntos] Usando tablas de pertenencia o notación de conjuntos (la que usted quiera) indique si las siguientes identidades son correctas:

■ $\overline{A \cap (B - \overline{A})} = \overline{A} \cap B$

No

■ $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$

■ $\overline{A \cap (\overline{A} \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

A	B	$B - \overline{A}$	\overline{A}	$\overline{A} \cap B$	$A \cap \overline{B}$	$\overline{A \cap \overline{B}}$	\overline{A}	$\overline{A} \cap B$	y
1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	0	0	1

$$x \in \{x \mid x \in A \cap (B - \overline{A})\} = x \in \{x \mid x \in \overline{A} \cap B\}$$

$$x \in \{x \mid x \in \overline{A} \cup (B - \overline{A})\} = x \in \{x \mid x \in A \cup \overline{B}\}$$

$$x \in \{x \mid x \in \overline{A} \vee x \in (B - \overline{A})\}$$

$$x \in \{x \mid x \notin A \vee (x \in B \wedge x \notin \overline{A})\}$$

$$x \in \{x \mid x \notin A \vee (x \in B \wedge x \in A)\}$$

$$x \in \{x \mid x \in A \cup \overline{B}\}$$

$$x \in \{x \mid x \in A \vee x \notin B\}$$

$$x \in \{x \mid x \notin A \vee x \in B \wedge (x \notin A \vee x \in A)\}$$

$$x \in \{x \mid (x \notin A \vee x \in B) \wedge x \in U\}$$

$$x \in \{x \mid x \notin A \vee x \in B\}$$

$$(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$$

A	B	C	$\overset{x}{(A-B)}$	$\overset{y}{A-C}$	$\overset{z}{B-C}$	$y - z$
1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$$A \cap (\bar{A} \cup B) = \bar{A} \cap \bar{B}$$

$$\{x \in \overline{A \cap (\bar{A} \cup B)}\} = \{x \mid x \in \bar{A} \wedge x \in \bar{B}\}$$

$$\{x \in \bar{A} \cup \overline{(A \cap B)}\} \quad \{x \mid x \notin A \wedge x \notin B\}$$

$$\{x \in \bar{A} \vee x \in (A \cap \bar{B})\}$$

$$\{x \notin A \vee (x \in A \wedge x \notin B)\}$$

$$\{(x \notin A \vee x \in A) \wedge (x \notin A \vee x \notin B)\}$$

$$\{x \in U \wedge (x \notin A \vee x \notin B)\}$$

$$\{x \mid x \notin A \vee x \notin B\}$$

4. [30 puntos] Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

Calcule:

$$|P(A \times B)| \rightarrow 2^{72}$$

Demuestre si la función $f: A \rightarrow B$, $f(a) = |2a|$ es biyectiva

Muestre los elementos de $(A \cup \overline{A - B}) - \overline{A - B}$

Muestre el proceso realizado

$$A \times B = |A| \times |B|$$

$$9 \times 8 = 72$$

$$P(\cdot) = 2^n$$

Injectivo: $f(-1) = f(1)$

Sobra Cod = Rango

$$(A \cup \overline{A - B}) - \overline{A - B}$$

$$\downarrow$$

$$\{-20, \dots, 20\}$$

(A)

$$\{-20, \dots, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots, 20\}$$

$$\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$$

$$A - B = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$\overline{A - B} = \{-20, \dots, -1, 1, 3, 5, 7, 8, \dots, 20\}$$

$$A - X = \{0, 2, 4, 6\}$$

$$\begin{matrix} A - B \\ \subset \\ A \cap \bar{B} \end{matrix}$$

5. [20 puntos] Calcule las siguientes sumatorias

$$\sum_{i=-5}^{100} (2i + 2^i) \quad (1)$$

$$\sum_{i=10}^{300} (3i^2 - 70) \quad (2)$$

Deje expresado usando las formas cerradas

$$\sum_{i=-5}^{100} 2i + \sum_{i=-5}^{100} 2^i$$

$$2 \left(\frac{-5 + -4 + -3 + -2 + -1 + 0 + \sum_{i=1}^{100} i}{1} \right) + \sum_{i=-5}^{100} 2^i$$

$$2 \left(-15 + \frac{100(101)}{2} \right) + 2 \left(2^{-5} + 2^{-4} + 2^{-3} + 2^{-2} + 2^{-1} + \sum_{i=0}^{100} 2^i \right)$$

$$2 \left(-15 + \frac{100(101)}{2} \right) + 2 \left(2^{-5} + 2^{-4} + 2^{-3} + 2^{-2} + 2^{-1} + 2^{101} - 1 \right)$$

$$\sum_{i=10}^{300} (3i^2 - 70) \rightarrow 3 \sum_{i=10}^{300} i^2 - 70 \sum_{i=10}^{300} 1$$

$$3 \sum_{i=1}^{300} i^2 - 3 \sum_{i=1}^9 i^2 - 70 \sum_{i=1}^{300} 1 + 70 \sum_{i=1}^9 1$$

$$3 \left(\frac{300(301)(601)}{6} \right) - 3 \left(\frac{9(19)(18)}{6} \right) - 70 \times 300 + 70 \times 9$$