Universidad del Valle

Primer examen parcial.
Matemáticas discretas II
Duración 3 horas

Carlos Andres Delgado S, Ing [*]

12 de Octubre de 2017

Importante: Muestre el procedimiento realizado y explique lo que realizó en cada punto, no son válidos los puntos únicamente con la respuesta.

1. Combinatoria [40 puntos]

1. [15 puntos] ¿De cuantas formas se pueden distribuir siete mangos, ocho manzanas, seis peras y ocho toronjas entre cinco niños?

$C(n+r-1, r)$

$C(11,5) \times C(12,5) \times C(10,5) \times C(12,5)$

$= 7.3 \times 10^{10}$

2. [25 puntos] ¿Cuantas palabras tienen 7 o más caracteres utilizando las letras de la palabra REFRESCOS?

$R=2 \quad E=2 \quad S=2$

$\boxed{F=1 \quad O=1 \quad C=1}$

7 letras

RREESSX $\rightarrow \frac{7!}{2!2!2!} \times (3C1)$

RXEESSX
RREXSSX
RREESXX $\quad \frac{7!}{2!2!}(3C2) \times (3C1)$

RXEXSSX $\rightarrow \frac{7!}{2!}(3C2)(3C2)$

~~RESX~~

8) letras

RREESSXX $\quad \frac{8!}{2!2!2!} \times (3C2)$

RXEESSXX $\quad \frac{8!}{2!2!}(3C2)(3C1)$

9) letras

$\frac{9!}{2!2!2!}$

[*] carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

2. Recurrencias [30 puntos]

1. **[10 puntos]** Defina una relación de recurrencia para contar las cadenas de bits, que no pueden tener dos ceros seguidos. Resuelva esta relación y explique con un ejemplo si es correcta.

bits

0 | 01 | 101 010
1 | 10 | 110 011
  | 11 | 111

$T(n) = T(n-1) + T(n-2)$,
$T(1) = 2 \quad T(2) = 3$

$r^2 - r - 1 \qquad T(n) = A\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n + B\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n$

2. **[20 puntos]** Resuelva

$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + 4T(\frac{n}{4}) + 2n + 3, T(1) = 2, T(2) = 4$

$n = 2^k \rightarrow k = \log_2(n)$

$T_k = 2T_{k-1} + 4T_{k-2} + 2 2^k + 3$

$T_k^h \Rightarrow r^2 - 2r - 4$

$T_k^h = A(1-\sqrt{5})^k + B(1+\sqrt{5})^k$

$T_p^k = C + D2^k$

$\cancel{C + D2^k} = \cancel{2C} + \frac{\cancel{2D2^k}}{2} + 4C + \frac{4D2^k}{4} + 2 \times 2^k + 3$

$0 = C + 4C + D2^k + 2 \times 2^k + 3$

$-D2^k = 2 \times 2^k \quad \boxed{D = -2}$

$-5C = 3 \quad \boxed{C = -\frac{3}{5}}$

$T_k^h = A(1-\sqrt{5})^n + B(1+\sqrt{5})^2$

$-\frac{3}{5} - 2 2^k$

$\boxed{T(n) = A(1-\sqrt{5})^{\log_2 n} + B(1+\sqrt{5})^{\log_2 n} - \frac{3}{5} - 2n}$

3. Grafos [30 puntos]

1. **[10 puntos]** Utilizando un dibujo de la matriz explique la representación general de la matriz de adyacencia para W_n.
Pista: Esta matriz tiene $(n+1)$ filas $(n+1)$ columnas, no necesita dibujar todas las filas y columnas, puede dejarlas indicadas con un ... y mostrar su forma.

$$\begin{array}{c|cccccccc}
 & 1 & 2 & 3 & \cdots & & & n+1 \\
1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & & 1 \\
2 & 1 & 0 & 1 & & & & 1 \\
3 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & 1 \\
\vdots & & & 1 & & 1 & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & & & 1 \\
n+1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}$$

2. **[20 puntos]** Un grafo K_8

- ¿Es bipartito? Explique porque.
- ¿Cuántos vértices y aristas tiene? Explique utilizando el teorema de HandShaking.
- ¿Contiene un circuito hamiltoniano? Explique porque.
- ¿Contiene un circuito euleriano? Explique porque.

1) No, porque todos estan conectados con todos, si separo quedan 8 conjuntos

2) $\sum_{i=0}^{n}(n-1) = 2e \quad \frac{n(n-1)}{2} = e \quad \boxed{e = 28}$

3) Si hay forma de recorrer todos los vertices sin repetir arista

4) No, porque tienen grado impar. Si hay uno de entrada pero no salida