

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

`oscar.bedoya@correounivalle.edu.co`

- * Definición de sucesión**
- * Progresión aritmética**
- * Progresión geométrica**
- * Sumatorias**

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ? \leftarrow 21 Fibonacci
- 3, 7, 11, 15, 19, ? \leftarrow 23
- 2, 6, 18, 54, 162, ? \leftarrow 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, ?

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**. $8+13=21$
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**. $19+4=23$
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**. $162 \cdot 3=486$
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**. $1806 \cdot 1807=3263442$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = ?$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23
- 2, 6, 18, 54, 162, 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$

- 3, 7, 11, 15, 19, 23 $a_n = a_{n-1} + 4$ $a_1 = 3$

- 2, 6, 18, 54, 162, 486 $a_n = 3a_{n-1}$ $a_1 = 2$

- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 1 & 2 \times 3 & 6 \times 7 & 42 \times 43 & 1806 \times 1807 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a_n &= (a_{n-1})(a_{n-1} + 1) \\ &= (a_{n-1})^2 + a_{n-1} \\ a_1 &= 1 \end{aligned}$$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486.
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n = a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1 = 2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n = a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1 = 2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442. $a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1)$, donde $a_1 = 1$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \text{ donde } a_1 = 0, a_2 = 1\}$
- $\{a_n = a_{n-1} + 4, \text{ donde } a_1 = 3\}$
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot 3, \text{ donde } a_1 = 2\}$
- $\{a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1), \text{ donde } a_1 = 1\}$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}, \text{ donde } a_1 = 0, a_2 = 1\}$

Lista de elementos: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

- $\{a_n = a_{n-1} + 4, \text{ donde } a_1 = 3\}$

Lista de elementos 3, 7, 11, 15, 19, 23, ...

- $\{a_n = a_{n-1} \cdot 3, \text{ donde } a_1 = 2\}$

Lista de elementos: 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

- $\{a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1), \text{ donde } a_1 = 1\}$

Lista de elementos: 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442,

...

Sucesiones y Sumatorias

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

- 5, 8, 11, 14, 17 $\leftarrow a_n = a_{n-1} + 3, \quad a_1 = 5$
- 2, -2, 2, -2, 2 $\leftarrow a_n = (-1)^{n-1} a_1, \quad a_1 = 2$
- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256 $\leftarrow a_n = (a_{n-1}) \times (a_{n-2})$
 $a_1 = 1 \quad a_2 = 2$

Sucesiones y Sumatorias

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

- 5, 8, 11, 14, 17. $\{a_n = a_{n-1} + 3, \text{ donde } a_1 = 5\}$
- 2, -2, 2, -2, 2. $\{a_n = a_{n-1} \cdot (-1), \text{ donde } a_1 = 2\}$
- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256. $\{a_n = a_{n-1} \cdot a_{n-2}, \text{ donde } a_1 = 1, a_2 = 2\}$

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

- $\{a_n = \underline{1/n}\}$ $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$
- $\{a_n = \underline{3 \cdot 2^n}\}$ $\{0, 12, 24, 48, \dots\}$
- $\{a_n = \underline{-1 + 4 \cdot n}\}$ $\{3, 7, 11, 15, 19, \dots\}$

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

- $\{a_n = 1/n\}$. 1, 1/2, 1/3, 1/4, ...
- $\{a_n = 3 \cdot 2^n\}$. 6, 12, 24, 48, ...
- $\{a_n = -1 + 4 \cdot n\}$. 3, 7, 11, 15, ...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$

$$a_5 = 486$$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

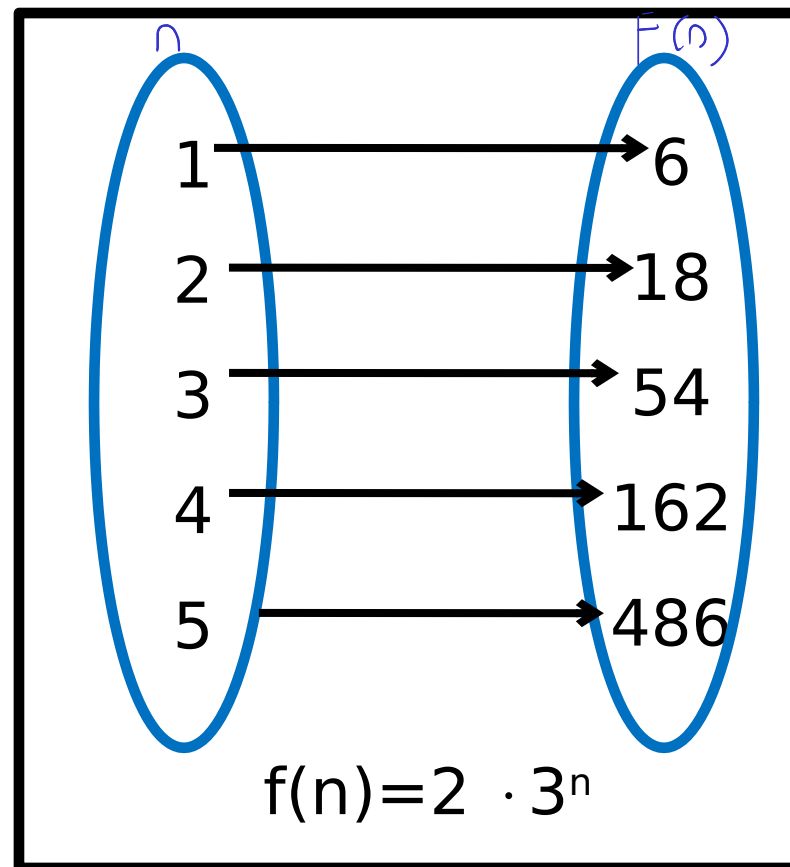
$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$

$$a_5 = 486$$



Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

$$a_0 = 2$$

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

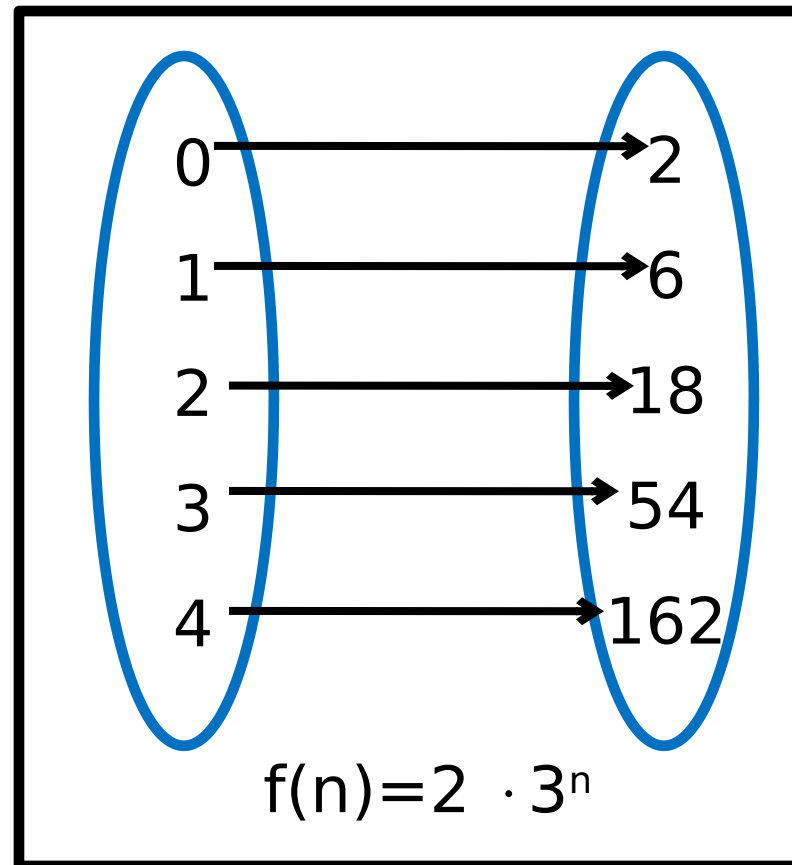
$$a_0 = 2$$

$$a_1 = 6$$

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$



Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, ...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, ...

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$

$$a_5 = 486$$

Sucesiones y Sumatorias

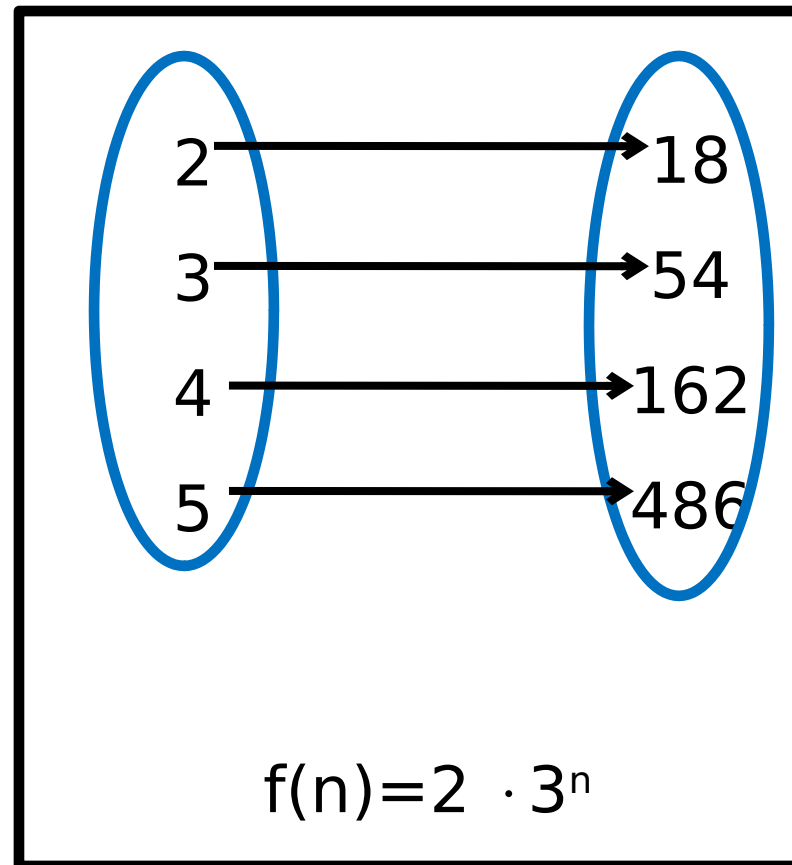
Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, ...

$$a_2 = 18$$

$$a_3 = 54$$

$$a_4 = 162$$

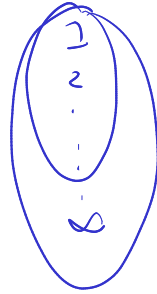
$$a_5 = 486$$



Sucesiones y Sumatorias

Definición de sucesión

Una sucesión $\{a_n\}$ es una función de un subconjunto de los enteros a los términos de $\{a_n\}$



Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista: $a_n = 6 + a_{n-1}$

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ? 65
- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ? $\leftarrow 29$
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ? $\leftarrow -10$ $a_n = a_{n-1} - 2$

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, $59+6=65$
- -1, 4, 9, 14, 19, 24, $24+5=29$
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, $-8+(-2)=-10$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

$$11-5=6$$

$$17-11=6$$

$$23-17=6$$

$$29-23=6$$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

$$11 - 5 = 6$$

$$a_2 = 5$$

$$17 - 11 = 6$$

$$23 - 17 = 6$$

$$29 - 23 = 6$$

- 5, 5+6, (5+6)+6, (5+6+6)+6, (5+6+6+6)+6, ...

$$5, 5+6(\underline{1}), 5+6(\underline{2}), 5+6(\underline{3}), 5+6(\underline{4})$$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

$$11-5=6$$

$$17-11=6$$

$$23-17=6$$

$$29-23=6$$

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

$$11-5=6$$

$$17-11=6$$

$$23-17=6$$

$$29-23=6$$

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, ...

- $5+\underbrace{0}_{\square} \cdot 6, 5+\underbrace{1}_{\square} \cdot 6, 5+\underbrace{2}_{\square} \cdot 6, 5+\underbrace{3}_{\square} \cdot 6, 5+\underbrace{4}_{\square} \cdot 6, \dots$

$$5 + ? \cdot 6$$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

$$11-5=6$$

$$17-11=6$$

$$23-17=6$$

$$29-23=6$$

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, ...

- $5+0 \cdot 6$, $5+1 \cdot 6$, $5+2 \cdot 6$, $5+3 \cdot 6$, $5+4 \cdot 6$, ...

- $a_n = 5 + n \cdot 6$

$$a_0 = 5$$

Sucesiones y Sumatorias

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t, t+d, t+2d, t+3d, t+4d, \dots$$

donde el **término inicial** t y la **diferencia** d son números reales

↘ condición inicial

Sucesiones y Sumatorias

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t, t+d, t+2d, t+3d, t+4d, \dots$$

donde el **término inicial** t y la **diferencia** d son números reales

- La progresión aritmética se puede expresar como

$$\{a_n = t + n \cdot d\}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

• $-1, 4, 9, 14, 19, 24, \dots$

$$a_n = -1 + n(5)$$

• $4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, \dots$

$$a_4 = -1 + 4(5) = 19$$

• $4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, \dots$

$$a_n = 4 + n(-2)$$

• $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

$$a_n = 3 + n(3)$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $\{a_n = -1 + n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ...
- 3, 6, 12, 24, 48, ...

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $\{a_n = -1 + n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, $\{a_n = 4 + n \cdot (-2)\}$
- 3, 6, 12, 24, 48, **no es progresión aritmética**

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

• 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... $\leftarrow a_n = 2 + 2n$

• 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

• 3, 1, -1, -3, -5, -7, ... $\leftarrow a_n = 3 - 2n$

• $\underbrace{1/2}, \underbrace{3/2}, \underbrace{5/2}, \underbrace{5/1}, 9/2, 11/2, \dots \leftarrow a_n = \frac{1}{2} + \dots$
 $\frac{2}{2} \quad \frac{2}{2} \quad 2.5 \quad -\frac{1}{2}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, $\{a_n = 2 + n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... **no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ...
- $1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, $\{a_n = 2 + n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... **no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ... $\{a_n = 3 + n \cdot (-2)\}$
- $1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2$. **no es progresión aritmética**

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, ? | 28

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ? 31250

$$a_0 = 2^0 \times 4$$

$$a_1 = 8 = 2 \times 4 = 2^1 \times 4$$

$$a_2 = 16 = 2 \times 8 = 2 \times 2(4) = 2^2 \times 4$$

$$a_3 = 32 = 2 \times 16 = 2 \times 2 \times 2(4) = 2^3 \times 4$$

$$a_4 = 64 = 2 \times 32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2(4) = 2^4 \times 4$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, $64 \cdot 2 = 128$
- 10, 50, 250, 1250, 6250, $6250 \cdot 5 = 31250$



Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

$$8/4=2$$

$$16/8=2$$

$$32/16=2$$

$$64/32=2$$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

$$8/4=2$$

$$16/8=2$$

$$32/16=2$$

$$64/32=2$$

- 4, $4 \cdot 2$, $(4 \cdot 2) \cdot 2$, $(4 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 2$, $(4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot 2$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

$$8/4=2$$

$$16/8=2$$

$$32/16=2$$

$$64/32=2$$

- 4, $4 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

$$8/4=2$$

$$16/8=2$$

$$32/16=2$$

$$64/32=2$$

- 4, $4 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- $4 \cdot 2^0$, $4 \cdot 2^1$, $4 \cdot 2^2$, $4 \cdot 2^3$, $4 \cdot 2^4$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

$$8/4=2$$

$$16/8=2$$

$$32/16=2$$

$$64/32=2$$

- 4, $4 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, $4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- $4 \cdot 2^0$, $4 \cdot 2^1$, $4 \cdot 2^2$, $4 \cdot 2^3$, $4 \cdot 2^4$
- $\{a_n = 4 \cdot 2^n\}$

Sucesiones y Sumatorias

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t, t \cdot r, t \cdot r^2, t \cdot r^3, t \cdot r^4, \dots$$

donde el **término inicial** **t** y la **razón** **r** son números reales

Sucesiones y Sumatorias

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t, t \cdot r, t \cdot r^2, t \cdot r^3, t \cdot r^4, \dots$$

donde el **término inicial** **t** y la **razón** **r** son números reales

- La progresión geométrica se puede expresar como

$$\{a_n = t \cdot r^n\}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $a_n = 10 \times 5^n$

- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ... ~~...~~

- 1, 6, 8, 12, 25, ... ~~$a_n = 1 \times \dots$~~

- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, ... $a_n = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{9} \div \frac{2}{3} =$$

$$\frac{6}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{27} \div \frac{2}{9} =$$

$$\frac{18}{54} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{81} \div \frac{2}{27} =$$

$$\frac{54}{162} = \frac{2}{3}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ... **no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, ...
- 2, $2/3$, $2/9$, $2/27$, $2/81$, ...

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ... **no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, **no es progresión geométrica**
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, ... $\{a_n = 2 \cdot (1/3)^n\}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, ... $a_n = 5(2)^n$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...
- 3, -3, 3, -3, ... $a_n = 3(-1)^n$
- $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}, \dots$ $a_n = \frac{1}{6n}$
 $\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, ...
- $1/2, 1/6, 1/12, 1/18, \dots$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, $\{a_n = 3 \cdot (-1)^n\}$
- $1/2, 1/6, 1/12, 1/18, \dots$ **no es progresión geométrica**

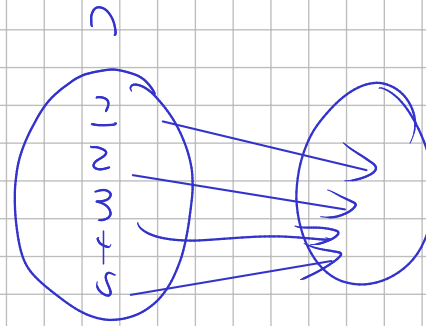
Sucesiones y Sumatorias

- Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas
- Expresé las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

Sucesión	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, ...	$a_n = -3 - 4n$		
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3, ...	$-2 - \frac{1}{3}n$		
3, 12, 48, 192, 768, ...		3×4^n	

Sucesión ¿Que es?

Una secuencia de números



Sucesión aritmética: Basado en las diferencias

$$a_n = t + dn$$

Sucesión geométrica: Basado en las divisiones

$$a_n = t \cdot r^n$$

Sucesiones y Sumatorias

- Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas
- Expresé las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

Sucesión	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, ...	$\{a_n = -3 + n \cdot (-4)\}$		
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3, ...	$\{a_n = -2 + n \cdot (-1/3)\}$		
3, 12, 48, 192, 768, ...		$\{a_n = 3 \cdot 4^n\}$	

Sucesiones y Sumatorias

Sumatorias

Sucesiones y Sumatorias

Carl Friedrich Gauss

- Contribuyó a la teoría de números, estadística, astronomía y óptica
- Encontró la fórmula para la sumatoria de 1 a n en una asignación de clase de primaria
- Inventó la aritmética modular

→ criptografía



1777- 1855

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\dots+100$$

$$101 \times 50$$

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

$$1, 2, \dots, n$$

$$\begin{array}{l} 50 \text{ veces} \left\{ \begin{array}{l} 1 + 100 = 101 \\ 2 + 99 = 101 \\ 3 + 98 = 101 \\ \vdots \\ 50 + 51 = 101 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\frac{1000 \times 1001}{2}$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\dots+100 = \sum_{i=1}^{100} i$$

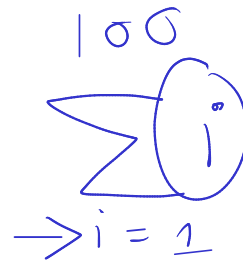
$$\sum_{i=1}^{100} i \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + 100$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\dots+100 \sum_{i=1}^{100} i$$

donde la variable i se conoce como el **índice** de la sumatoria y toma los valores **enteros** entre el límite inferior y superior



A hand-drawn diagram illustrating the summation symbol \sum . Above the symbol, the number 100 is written. To the right of the symbol, a circle is drawn, containing the number 1. Below the symbol, an arrow points to the text $i = 1$.

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\dots+100 = \sum_{i=1}^{100} i = 5050$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

$$\text{a) } \sum_{i=1}^5 i^2 \rightarrow 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{i} \right) \leftarrow 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

$$\text{c) } \sum_{i=4}^8 (-1)^i \leftarrow 1 - 1 + 1 - 1$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

$$\text{a) } \sum_{i=1}^5 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{i} \right) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$$

$$\text{c) } \sum_{i=4}^8 (-1)^i = (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 + (-1)^8 = 1$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

$$\text{a) } \sum_{k=1}^4 1 \rightarrow 1 + 1 + 1 + 1 = 4$$

$$\text{b) } \sum_{k=0}^3 2^k \leftarrow 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$$

$$\text{c) } \sum_{j=5}^9 (j - 2) \leftarrow (5-2) + (6-2) + (7-2) + (8-2) + (9-2)$$

$$\text{d) } \sum_{k=2}^5 2 \cdot k \rightarrow 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{k=1}^4 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

b) $\sum_{k=0}^3 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$

c) $\sum_{j=5}^9 (j - 2) = (5-2) + (6-2) + (7-2) + (8-2) + (9-2) = 25$

d) $\sum_{k=2}^5 2 \cdot k = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 28$

Sucesiones y Sumatorias

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

Sucesiones y Sumatorias

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Sucesiones y Sumatorias

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1+2+3+4+5+\dots+100 = \sum_{k=1}^{100} k = ?$$

Sucesiones y Sumatorias

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1+2+3+4+5+\dots+100 = \sum_{k=1}^{100} k = \frac{100 \cdot 101}{2} = 5050$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^n c = c \cdot n$$

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\sum_{k=0}^{100} 2 \times 3^k$$

$$\sum_{k=0}^n ar^k = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}, \text{ si } r \neq 1$$

$$\sum_{k=0}^n ar^k = (n + 1)a, \text{ si } r = 1$$

Sucesiones y Sumatorias

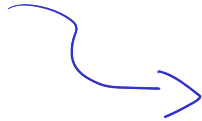
a) $\sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j$

$\rightarrow \begin{matrix} Q=3 & n=8 \\ r=5 \end{matrix}$

$$\frac{Qr^{n+1} - Q}{r - 1}$$

$$\frac{3 \times 5^9 - 3}{4}$$

b) $\sum_{i=1}^{50} i^2$



$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{50(51)(101)}{6}$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j = \frac{3 \cdot 5^9 - 3}{5 - 1} = 1464843$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^{50} i^2 = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j = \frac{3 \cdot 5^9 - 3}{5 - 1} = 1464843$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^{50} i^2 = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

$$\text{c) } \sum_{k=1}^5 k^3$$

$$\text{d) } \sum_{j=1}^5 (j + j^2)$$

$$\text{e) } \sum_{i=1}^{100} 3$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j = \frac{3 \cdot 5^9 - 3}{5 - 1} = 1464843$$

$$\text{b) } \sum_{i=1}^{50} i^2 = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

$$\text{c) } \sum_{k=1}^5 k^3 = \frac{5^2(6)^2}{4} = 225$$

$$\text{d) } \sum_{j=1}^5 (j + j^2) = \sum_{j=1}^5 j + \sum_{j=1}^5 j^2 = \frac{5 \cdot 6}{2} + \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} = 70$$

$$\text{e) } \sum_{i=1}^{100} 3 = 3 \cdot 100 = 300$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2$

$+ 1^2 - 1^2$

$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + 50^2 + 1^2$

$\frac{50(51)(101)}{6} - 1^2$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

Sucesiones y Sumatorias

$$a) \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$b) \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j$$

$$\sum_{j=1}^8 3 \cdot 5^j + 3 \times 5^0 = 3 \times 5^0$$

$$\sum_{j=0}^8 3 \cdot 5^j - 3 \times 5^0 =$$

$$\sum_{j=0}^n \frac{ar^{n+1} - ar}{r - 1}$$

$$\frac{3 \times 5^9 - 3}{5 - 1} - 3 \times 5^0$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$\text{b) } \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$\text{b) } \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

$$\text{c) } \sum_{k=3}^5 k^3$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$\text{b) } \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

$$\text{c) } \sum_{k=3}^5 k^3 = \sum_{k=1}^5 k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$\text{b) } \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

$$\text{c) } \sum_{k=3}^5 k^3 = \sum_{k=1}^5 k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$$

$$\text{d) } \sum_{k=3}^{10} 7 \cdot (-3)^k$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

$$\text{b) } \sum_{j=1}^8 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^8 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$$

$$\text{c) } \sum_{k=3}^5 k^3 = \sum_{k=1}^5 k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$$

$$\text{d) } \sum_{k=3}^{10} 7 \cdot (-3)^k = 310009 - (49) = 309960$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{k=-2}^{10} k$

$-2 + -1 + 0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 10$

$$\frac{n(n+1)}{2} \rightarrow$$

$$\sum_{k=1}^{10} k = \frac{10(11)}{2}$$

$-2 + -1 + 0 + SS$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

$$\text{b) } \sum_{k=-3}^{20} k^2$$

$$9 + 4 + 1 + 0 + \boxed{1 + 4 + \dots + 20^2}$$

$$\sum_{k=1}^{20} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\frac{20(21)(41)}{6} + 9 + 4 + 1 + 0$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

$$\text{b) } \sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

Sucesiones y Sumatorias

$$a) \sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

$$b) \sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

$$c) \sum_{k=-2}^{15} k^3 = -8 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 8 \quad 27 \quad 64 \quad \dots \quad 15^3$$

$$\sum_{k=1}^{15} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$-8 + -1 + 0 + \frac{15^2 \times 16^2}{4}$$

Sucesiones y Sumatorias

$$\text{a) } \sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

$$\text{b) } \sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

$$\text{c) } \sum_{k=-2}^{15} k^3 = (-2)^3 + (-1)^3 + (0)^3 + \sum_{k=1}^{15} k^3 = 14391$$

Sucesiones y Sumatorias

• Calcule las siguientes sumatorias.

Muestre el procedimiento realizado

$$\bullet \sum_{k=3}^{16} 5 \cdot (-2)^k \rightarrow 5 \cdot (-2)^0 + 5 \cdot (-2)^1 + 5 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-2)^3 + 5 \cdot (-2)^4 + \dots + 5 \cdot (-2)^{16}$$

$$\bullet \sum_{k=-3}^{15} k^2$$

$$\sum_{k=0}^{16} 5(-2)^k = \frac{5 \cdot (-2)^{17} - 5}{-3}$$

$$\frac{5 \cdot (-2)^{17} - 5}{-3} - (5 \cdot (-2)^0 + 5 \cdot (-2)^1 + 5 \cdot (-2)^2)$$

$$9 \quad 4 \quad 1 \quad 0 \quad \boxed{1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad \dots \quad (15)^2}$$

$$\frac{15(16)(31)}{6} + 0 + 1 + 4 + 9$$