Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

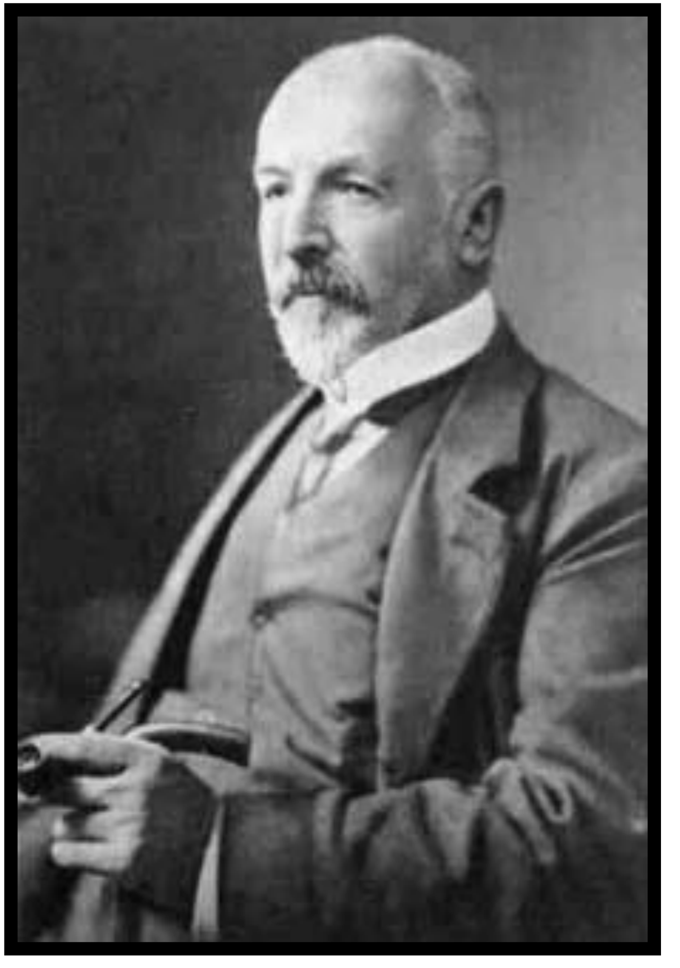
oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Definición de conjunto
* Subconjunto y subconjunto propio
* Conjunto potencia
* Producto cartesiano
* Operaciones con conjuntos

Teoría de Conjuntos

George Cantor

- Defendió su tesis doctoral en 1867 sobre teoría de números
- Es considerado el fundador de la teoría de conjuntos



(1845-1918)

Teoría de Conjuntos

Noción de conjunto: Definición por extensión

- Conjunto de vocales del alfabeto

  $A=\{a,e,i,o,u\}$

- Conjunto de enteros positivos menores que 100

  $B=\{1,2,3,4,\ldots,99\}$

- Conjunto de números naturales

  $C=\{0,1,2,3,4,5,6,\ldots\}$

- Conjunto de operadores aritméticos conmutativos

  $D=\{+,x\}$

Noción de conjunto: Definición por compresión

- Conjunto de vocales del alfabeto

$$A = \{x : \text{Å} \middle| Vocal(x)\}$$

- Conjunto de enteros positivos menores que 100

$$B = \{x : \mathbb{Z}^{+} \mid x \leq 100\}$$

Conjunto de números naturales

$$\mathrm{C} = \{x : \mathbb{N}\}$$

- Conjunto de operadores aritméticos conmutativos

$$A = \{x : \text{Å} \middle| OperadorAritmetico(x)\}$$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$A=\{a,e,i,o,u\}$

$B=\{u,o,i,e,a\}$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

A={a,e,i,o,u}

B={u,o,i,e,a}

Un conjunto es una colección desordenada de objetos

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

$A=\{a,a,a,a,e,e,e,e,e,i,o,u\}$

$B=\{a,e,i,o,u\}$

Teoría de Conjuntos

¿Los conjuntos A y B son iguales?

A={a,a,a,a,e,e,e,e,e,i,o,u}

B={a,e,i,o,u}

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos sin importar la cantidad

Teoría de Conjuntos

Conjunto vacio

Representa el conjunto que no tiene elementos, se puede expresar de las dos siguientes maneras:

- { }
- $\varnothing$

Teoría de Conjuntos

Determine si los siguientes conjuntos son iguales:

- $\{1,3,3,3,3,3,3,5,5,5,5\}$ y $\{5,3,1\}$
- $\{\{1\}\}$ y $\{1\}$
- $\{\{1,1,1,1,1\},1,1,1,1,1\}$ y $\{1,\{1\}\}$
- $\{\ \}$ y $\{\varnothing, \{\ \}\}$
- $\{\varnothing\}$ y $\{\{\ \}, \varnothing\}$
- $\{x|x$ es un entero positivo menor que $5\}$ y $\{1,2,3,4\}$

Teoría de Conjuntos

Determine si los siguientes conjuntos son iguales:

- $\{1,3,3,3,3,3,3,5,5,5,5\}$ y $\{5,3,1\}$, **si**
- $\{\{1\}\}$ y $\{1\}$, **no**
- $\{\{1,1,1,1,1\},1,1,1,1,1\}$ y $\{1,\{1\}\}$, **si**
- $\{\ \}$ y $\{\varnothing, \{\ \}\}$, **no**
- $\{\varnothing\}$ y $\{\{\ \}, \varnothing\}$, **si**
- $\{x|x$ es un entero positivo menor que $5\}$ y $\{1,2,3,4\}$, **si**

Teoría de Conjuntos

Pertenencia sobre conjuntos

- $\boldsymbol{x \in A}$ para indicar que el elemento x pertenece al conjunto *A*
- $\boldsymbol{x \notin A}$ para el caso contrario

Teoría de Conjuntos

Sea $A=\{1,2,\{3,4\},5,\{5,6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $1 \in A$
- $\{3,4\} \in A$
- $\varnothing \in A$
- $5 \in A$
- $\{5\} \in A$
- $\{3,4,5\} \in A$

Teoría de Conjuntos

Sea $A=\{1,2,\{3,4\},5,\{5,6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $1 \in A$, **verdadero**
- $\{3,4\} \in A$, **verdadero**
- $\varnothing \in A$, **falso**
- $5 \in A$, **verdadero**
- $\{5\} \in A$, **falso**
- $\{3,4,5\} \in A$, **falso**

Teoría de Conjuntos

Sea $A=\{1,2,\{3,4\},5,\{5,6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $\{1,2\} \in A$
- $\{5,6\} \in A$
- $4 \in A$
- $\{\ \} \in A$

Teoría de Conjuntos

Sea $A=\{1,2,\{3,4\},5,\{5,6\}\}$ responda falso o verdadero:

- $\{1,2\} \in A$, **falso**
- $\{5,6\} \in A$, **verdadero**
- $4 \in A$, **falso**
- $\{\ \} \in A$, **falso**

Teoría de Conjuntos

Subconjunto $\subseteq$

El conjunto A es subconjunto de B, $A \subseteq B$, si y solo si todo elemento de A es también un elemento de B

- $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3,4,5\}$
- $\{1,2,6\} \not\subseteq \{1,2,3,4,5\}$

Subconjunto $\subseteq$

El conjunto A es subconjunto de B, $A \subseteq B$, si y solo si todo elemento de A es también un elemento de B

- $\{1,2\} \subseteq \{1,2,3,4,5\}$
- $\{1,2,6\} \not\subseteq \{1,2,3,4,5\}$

Para cualquier conjunto S, se cumple que $\emptyset \subseteq S$

Para cualquier conjunto S, se cumple que $S \subseteq S$

Teoría de Conjuntos

Subconjunto propio $\subset$

El conjunto A es **subconjunto propio** de B, $A \subset B$, si y solo si, $A \subseteq B$ y $A \neq B$

Subconjunto propio $\subset$

El conjunto A es **subconjunto propio** de B, $A \subset B$, si y solo si, $A \subseteq B$ y $A \neq B$

Sean $P=\{1,2\}$, $Q=\{1,2,3\}$, $R=\{1,2,3\}$, se cumple:

- $P \subseteq R$ y $P \subset R$
- $Q \subseteq R$ pero $Q \not\subset R$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $x \in \{x\}$
- $\{x,y\} \subseteq \{x\}$
- $\{x\} \subset \{x\}$
- $\{x\} \in \{x\}$
- $\{x\} \in \{\{x\}, y, z\}$
- $\varnothing \subseteq \{x\}$
- $\varnothing \in \{x\}$
- $\varnothing \subset \{x\}$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $x \in \{x\}$, **verdadero**
- $\{x,y\} \subseteq \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \subset \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \in \{x\}$, **falso**
- $\{x\} \in \{\{x\}, y, z\}$, **verdadero**
- $\varnothing \subseteq \{x\}$, **verdadero**
- $\varnothing \in \{x\}$, **falso**
- $\varnothing \subset \{x\}$, **verdadero**

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $0 \in \emptyset$
- $\emptyset \in \{0\}$
- $\{0\} \subset \emptyset$
- $\emptyset \subset \{0\}$
- $\{0\} \in \{0,\{0,0\}\}$
- $\{0\} \subset \{0\}$
- $\{0\} \subseteq \{0\}$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- $0 \in \varnothing$, **falso**
- $\varnothing \in \{0\}$, **falso**
- $\{0\} \subset \varnothing$, **falso**
- $\varnothing \subset \{0\}$, **verdadero**
- $\{0\} \in \{0,\{0,0\}\}$, **verdadero**
- $\{0\} \subset \{0\}$, **falso**
- $\{0\} \subseteq \{0\}$, **verdadero**

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto |S|

La cardinalidad de un conjunto S, denotado por |S|, indica la cantidad de elementos diferentes

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto $|S|$

La cardinalidad de un conjunto S, denotado por $|S|$, indica la cantidad de elementos diferentes

- Para $A=\{3,3,3,3,1,1,1,2,2,2\}$, $|A|=?$
- Para $A=\{1,2,3,\{4,5\}\}$, $|A|=?$
- Para $A=\emptyset$, $|A|=?$

Teoría de Conjuntos

Cardinalidad de un conjunto $|S|$

La cardinalidad de un conjunto S, denotado por $|S|$, indica la cantidad de elementos diferentes

- Para $A=\{3,3,3,3,1,1,1,2,2,2\}$, $|A|=3$
- Para $A=\{1,2,3,\{4,5\}\}$, $|A|=4$
- Para $A=\varnothing$, $|A|=0$

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $\{x \mid x$ es un entero positivo impar menor que $10\}$
- $\{a\}$
- $\{\{a,b\}\}$
- $\{a, \{a\}\}$
- $\{a, a, \{a,a\}, \{a,a,a\}\}$

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- {x|x es un entero positivo impar menor que 10}, **5**
- {a}, **1**
- {{a,b}}, **1**
- {a, {a}}, **2**
- {a, a, {a,a}, {a,a,a}}, **2**

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $\{a, \{a\}, \{a,\{a\}\}\}$
- $\{3,\emptyset\}$
- $\{\emptyset\}$
- $\{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{\ \}\}$

Teoría de Conjuntos

Indique la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- $\{a, \{a\}, \{a,\{a\}\}\}$, **3**
- $\{3,\emptyset\}$, **2**
- $\{\emptyset\}$, **1**
- $\{\emptyset, \emptyset, \emptyset, \{\ \}\}$, **1**

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A x B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{a,b\}$

$AxB=?$

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{a,b\}$

$A \times B=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{a,b\}$

$A \times B=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

$B \times A=?$

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{a,b\}$

$A \times B=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

$B \times A=\{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

Producto cartesiano AxB

Dados dos conjuntos A y B, el producto cartesiano de A y B, denotado por **AxB** es el conjunto de todos los pares ordenados (a,b) donde $a \in A$ y $b \in B$

$$A \times B = \{(a,b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

$$\boxed{|A \times B| = |A| \cdot |B|}$$

$A=\{1,2,3\}$

$B=\{a,b\}$

$A \times B=\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)\}$

$B \times A=\{(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b\}$, $B=\{x,y,z\}$, $C=\{0,1\}$ calcule:

- $A \times B$
- $A \times A$
- $B \times C$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b\}$, $B=\{x,y,z\}$, $C=\{0,1\}$ calcule:

$AxB=\{(a,x),(a,y),(a,z),(b,x),(b,y),(b,z)\}$

$AxA=\{(a,a),(a,b),(b,a),(b,b)\}$

$BxC=\{(x,0),(x,1),(y,0),(y,1),(z,0),(z,1)\}$

Teoría de Conjuntos

René Descartes

- Estudió matemáticas y leyes
- A los 18 años se desencantó de estudiar y se dedicó a recorrer el mundo
- El servicio militar y cómo decidió su futuro
- Escribió el Discurso del Método (hipótesis del espíritu maligno*)
- Motivación de la duda metódica (niñez y los sueños)

(1596-1650)

Teoría de Conjuntos

Tabla **CAMISAS**:

ID_CAMISA	CAMISA	PESO_GR
1	lino blanca	210
2	algodon naranja	290
3	seda negra	260

Tabla **PANTALONES**:

ID_PANTALON	PANTALON	PESO_GR
1	tela azul marino	470
2	pana marron claro	730

Tabla **CAMISASxPANTALONES**:

ID_CAMISA	CAMISA	PESO_GR	ID_PANTALON	PANTALON	PESO_GR
1	lino blanca	210	1	tela azul marino	470
1	lino blanca	210	2	pana marron claro	730
2	algodon naranja	290	1	tela azul marino	470
2	algodon naranja	290	2	pana marron claro	730
3	seda negra	260	1	tela azul marino	470
3	seda negra	260	2	pana marron claro	730

Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia P(S)

Dado un conjunto S, el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

Conjunto potencia P(S)

Dado un conjunto S, el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- Dado $A=\{1,2,3\}$

$P(A)=$?

Conjunto potencia P(S)

Dado un conjunto S, el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- Dado $A=\{1,2,3\}$

$P(A)=\{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{1,3\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$

Teoría de Conjuntos

Conjunto potencia P(S)

Dado un conjunto S, el conjunto potencia es aquel que tiene todos los subconjuntos de S

- En general, dado un conjunto A con n elementos, el conjunto $P(A)$ tiene 2^n elementos

Teoría de Conjuntos

Sea $S=\{1,\{2,3\},4\}$, muestre $P(S)$

Teoría de Conjuntos

Sea S={1,{2,3},4}, muestre P(S)

- P(S)={∅, {1}, {{2,3}}, {4}, {1,{2,3}}, {1,4}, {{2,3},4}, {1,{2,3},4}}

Teoría de Conjuntos

Sea $S=\emptyset$, muestre $P(S)$

Teoría de Conjuntos

Sea S=$\varnothing$, muestre P(S)

- P(S)={$\varnothing$}

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

- $P(P(\varnothing))$

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

- $P(\ P(\emptyset)\ )$

  $P(\emptyset)=\{\emptyset\}$

  $P(P(\emptyset))=?$

Teoría de Conjuntos

Encuentre el siguientes conjunto:

- $P(\, P(\emptyset)\,)$

  $P(\emptyset)=\{\emptyset\}$

  $P(P(\emptyset))=P(\{\emptyset\})=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

Teoría de Conjuntos

Encuentre los siguientes conjuntos potencia:

- $P(\ \{\{a,c\},\{a,b\}\}\ )$
- $P(\ \{1,2,3,4\}\ )$

Teoría de Conjuntos

Encuentre los siguientes conjuntos potencia:

- $P(\{\{a,c\},\{a,b\}\}) = \{\emptyset,\{a,c\},\{a,b\},\{\{a,c\},\{a,b\}\}\}$
- $P(\{1,2,3,4\}) = \{\emptyset,\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{2,3\},\{2,4\},$
$\{3,4\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{2,3,4\},\{1,3,4\},\{1,2,3,4\}\}$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes sentencias es falsa o verdadera

- $\{\emptyset\} \subseteq P(\{\emptyset\})$
- $\{\emptyset,\{\emptyset\}\} \subseteq P(P(\{\emptyset\}))$
- $|\{a,b,c\} x \{1,2\}| < |P(\{a,b\})|$

Teoría de Conjuntos

Determine si cada una de las siguientes sentencias es falsa o verdadera

- $\{\emptyset\} \subset P(\{\emptyset\})$

  $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, **verdadero**

- $\{\emptyset,\{\emptyset\}\} \subset P(P(\{\emptyset\}))$

  $\{\emptyset,\{\emptyset\}\} \subset \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset,\{\emptyset\}\}\}$, **verdadero**

- $|\{a,b,c\} x \{1,2\}| < |P(\{a,b\})|$

  $6<4$, **falso**

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Complemento

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- **Intersección.** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- **Diferencia.** $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ $A - B \neq B - A$
- **Complemento.** $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- **Intersección.** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- **Diferencia.** $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- **Complemento.** $\overline{A} = \{x \mid x \notin A\}$

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$A = \{1,2,3,5,9\}$

$B = \{3,7,9\}$

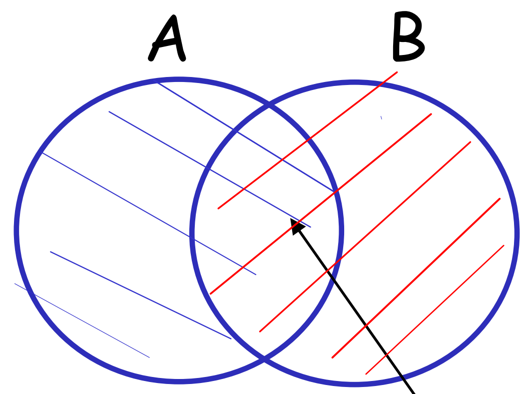
$A \subseteq U$

$B \subseteq U$

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$



Cardinalidad de la Unión

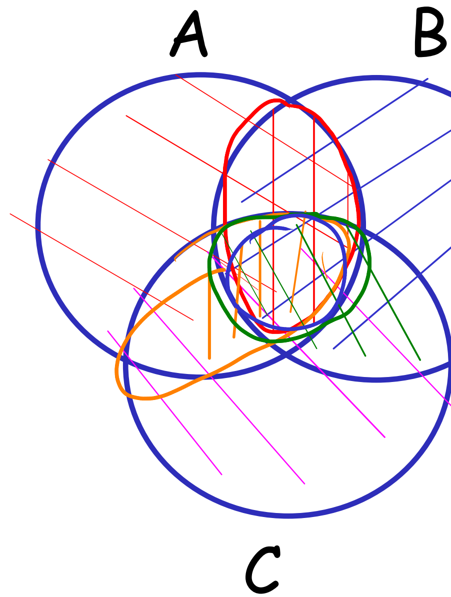
- $|A| + |B| - |A \cap B|$

En la unión los elementos de la intercepción sólo se toman una vez

Teoría de Conjuntos

Operaciones entre conjuntos

- **Unión.** $A\cup B\cup C=\{x\,|\,x\in A \vee x\in B \vee x\in C\}$



$|A|+|B|+|C|$

$-|A\cap B|-|A\cap C|$

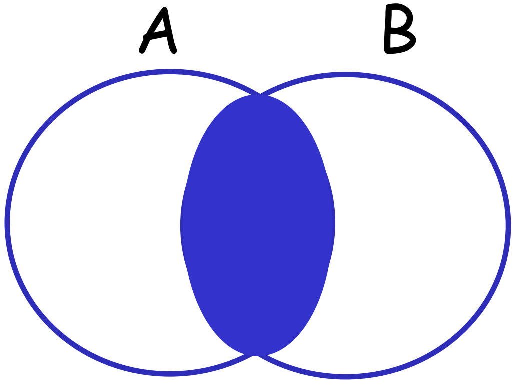
$-|B\cap C|+|A\cap B\cap C|$

Cardinalidad de la Unión

- $|A| + |B| + |C| - |A\cap B| - |B\cap C| + |A\cap B\cap C|$

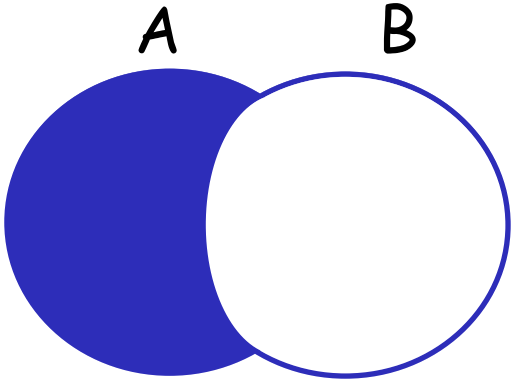
Operaciones entre conjuntos

- **Intersección.** $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$



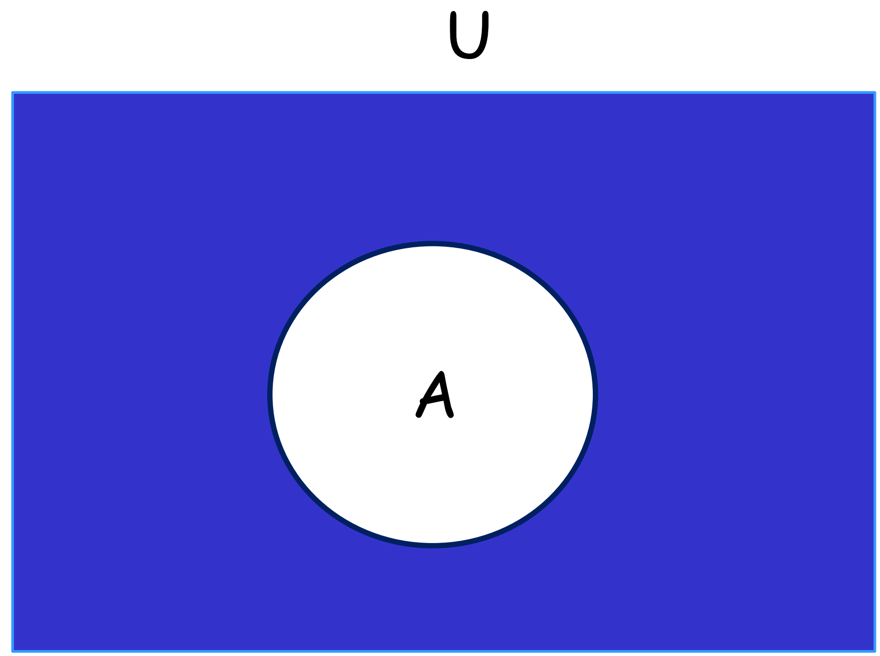
Operaciones entre conjuntos

- **Diferencia.** $A\text{-}B=\{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$



Operaciones entre conjuntos

- **Complemento.** $A=\{x \mid x \notin A\}$



Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,2,3,5,9\}$, $B=\{3,7,9\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ indique los resultados de las siguientes operaciones:

- $\overline{A \cup B} \cap \overline{B - A}$
- $A \cap \overline{B} \cup B \cap \overline{A}$

$A=\{1,2,3,5,9\}$, $B=\{3,7,9\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

- $\overline{A\cup B} \cap \overline{B-A}$

$A\cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

$B-A = \{7\}$

$\overline{A\cup B} = \{4, 6, 8\}$

$\overline{B-A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}$

$\{4, 6, 8\}$

- $A\cap\overline{B} \cup B\cap\overline{A}$

$\overline{B} = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

$\overline{A} = \{4, 6, 7, 8\}$

$\{1, 2, 5\} \cup \{7\}$

$\{1, 2, 5, 7\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,2,3,5,9\}$, $B=\{3,7,9\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ indique los resultados de las siguientes operaciones:

- $\overline{\mathbf{A}\cup\mathbf{B}} \cap \overline{\mathbf{B}-\mathbf{A}} = \{4,6,8\}\cap\{1,2,3,4,5,6,8,9\}=\{4,6,8\}$
- $\mathbf{A}\cap\overline{\mathbf{B}} \cup \mathbf{B}\cap\overline{\mathbf{A}} = \{1,2,5\}\cup\{7\}=\{1,2,5,7\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ y $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ encuentre:

- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{B-A} \cup (A-B)$
- $\overline{(A-B) - (A \cup B)}$
- $\overline{(B \cap A) \cup (B-A)}$

$\emptyset \neq \{\emptyset\}$

Dados A={a,b,c,d,e}, B={a,b,c,d,e,f,g,h} y U={a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k} encuentre:

- $\overline{A \cap B}$
- $\overline{B-A} \cup (A-B)$
- $\overline{(A-B)} - (A \cup B)$
- $\overline{(B \cap A) \cup (B-A)}$

$A \cap B = \{a, b, c, d, e\}$

$\overline{A \cap B} = \{f, g, h, i, j, k\}$

$B - A = \{f, g, h\}$

$$\boxed{\overline{B-A} = \{a, b, c, d, e, i, j, k\}}$$

$A - B = \emptyset$

$A - B = \emptyset \qquad \overline{A-B} = U$

$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$U - (A \cup B) = \{i, j, k\}$

$B \cap A = \{a, b, c, d, e\}$

$B - A = \{f, g, h\}$

$B \cap A \cup B - A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

$\overline{B \cap A \cup B - A} = \{i, j, k\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{a,b,c,d,e,f,g,h\}$ y $U=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}$ encuentre:

- $\overline{A \cap B}=\{f,g,h,i,j,k\}$
- $\overline{B-A} \cup (A-B)=\{a,b,c,d,e,i,j,k\}\cup\emptyset=\{a,b,c,d,e,i,j,k\}$
- $\overline{(A-B)} - (A\cup B)=\{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k\}-\{a,b,c,d,e,f,g,h\}=\{i,j,k\}$
- $\overline{(B\cap A) \cup (B-A)}=\{i,j,k\}$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,3,5,7,8,9\}$, $B=\{2,4,5,6\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ encuentre:

- $\overline{A-B} \cap \overline{A}$
- $(B \cap A) \cup (\overline{A \cup B})$
- $(\overline{A \cap B}) \cap (B-A)$

Teoría de Conjuntos

Dados $A=\{1,3,5,7,8,9\}$, $B=\{2,4,5,6\}$ y $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ encuentre:

- $\overline{A-B} \cap \overline{A} = \{2,4,5,6,10\} \cap \{2,4,6,10\} = \{2,4,6,10\}$
- $(B \cap A) \cup (\overline{A \cup B}) = \{5\} \cup \{10\} = \{5,10\}$
- $(\overline{A \cap B}) \cap (B-A) = \{1,2,3,4,6,7,8,9,10\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\}$

Teoría de Conjuntos

Dados A={a,b,c}, B={b,d}, U={a,b,c,d,e,f} encuentre y compare:

- $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$
- $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$

Teoría de Conjuntos

Dados A={a,b,c}, B={b,d}, U={a,b,c,d,e,f} encuentre y compare:

- $\overline{A \cup B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$. Ambos son {e,f}
- $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$. Ambos son {a,c,d,e,f}

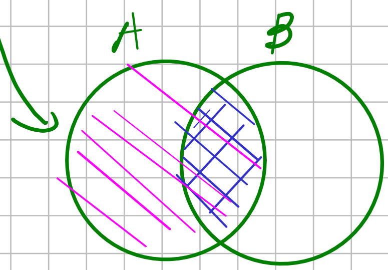
Teoría de Conjuntos

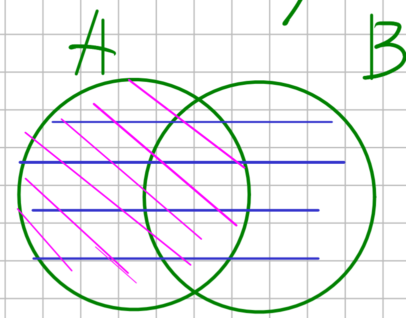
Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Leyes de De Morgan
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Leyes de absorción
$A \cup \overline{A} = ?$ $A \cap \overline{A} = ?$	Leyes de complemento

$$A \cup (\underline{A \cap B}) = A$$

$$A \cap (\underline{A \cup B}) = A$$





$$A \cup \overline{A} = ? \quad U$$

$$A \cap \overline{A} = ? \quad \emptyset$$

Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Leyes de De Morgan
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Leyes de absorción
$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \varnothing$	Leyes de complemento

Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$A \cup \varnothing = ?$ A $A \cap U = ?$ A	Leyes de identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$	Leyes de dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes de idempotencia
$\overline{\overline{A}} = A$	Ley de complementación

Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$A \cup \varnothing = A$ $A \cap U = A$	Leyes de identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \varnothing = \varnothing$	Leyes de dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes de idempotencia
$\overline{\overline{A}} = A$	Ley de complementación

Teoría de Conjuntos

Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Leyes conmutativas
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Leyes asociativas
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Leyes distributivas

$$\cup \longrightarrow \vee$$

$$\cap \longrightarrow \wedge$$

Cómo probar identidades

Se tienen dos métodos:

- Construir una tabla de pertenencia
- Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas

Tabla de pertenencia

Se considera cada combinación de conjuntos en los que un elemento puede pertenecer y se verifica que los elementos en la misma combinación de conjuntos pertenecen a ambos conjuntos en la identidad

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

1 el elemento pertenece
0 el elemento no pertenece

$\wedge$ $\vee$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

1 representa $x \in$ **Conjunto**

0 representa $x \notin$ **Conjunto**

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0				
1	0	0				
0	1	1				
0	0	1				

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0			
1	0	0	1			
0	1	1	0			
0	0	1	1			

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1		
1	0	0	1	0		
0	1	1	0	0		
0	0	1	1	0		

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	
1	0	0	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	
0	0	1	1	0	1	

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \cap B$	$\overline{A \cap B}$	$\overline{A} \cup \overline{B}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A\cup(\overline{A}\cap B)} = \overline{A} \cap (A\cup\overline{B})$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A\cup(\overline{A}\cap B)} = \overline{A} \cap (A\cup\overline{B})$

$\cap \rightarrow \wedge$

$\cup \rightarrow \vee$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}\cap B$	$A\cup(\overline{A}\cap B)$	$\overline{A\cup(\overline{A}\cap B)}$	$A\cup\overline{B}$	$\overline{A}\cap(A\cup\overline{B})$
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)} = \overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A} \cap B$	$A \cup (\overline{A} \cap B)$	$\overline{A \cup (\overline{A} \cap B)}$	$A \cup \overline{B}$	$\overline{A} \cap (A \cup \overline{B})$
1	1	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para (A – B)

A	B	A-B
1	1	? 0
1	0	? 1
0	1	? 0
0	0	? 0

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para (A – B)

A	B	A-B
1	1	0
1	0	
0	1	
0	0	

El mismo elemento está en A y en B.
Por lo tanto, no estará en A-B

Teoría de Conjuntos

Complete la tabla para (A – B)

A	B	A-B
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$ ← contradicción

U ← tautología

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

A	B	B-A	A∩(B-A)
1	1		
1	0		
0	1		
0	0		

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \emptyset$

A	B	$B-A$	$A \cap (B-A)$
1	1	0	
1	0	0	
0	1	1	
0	0	0	

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

A	B	$B-A$	$A \cap (B-A)$
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

A	B	$B-A$	$A \cup (B-A)$	$A \cup B$
1	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{\overline{A} \cap \overline{(B - A)}} = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

Cómo probar identidades

Se tienen dos métodos:

- Construir una tabla de pertenencia
- Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas

Teoría de Conjuntos

$A \cup B = \{x | x \in A \vee x \in B\}$ ←

$A \cap B = \{x | x \in A \wedge x \in B\}$

$A - B = \{x | x \in A \wedge x \notin B\}$

$\overline{A} = \underline{\{x | x \notin A\}}$ $\overline{A} = \{x | x \notin A \wedge x \in U\}$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{A \cap B} = ?$

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid x \notin A \cap B \}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$x \notin A$

$\neg(x \in A)$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid x \notin A \cap B \}$$

$\neg(A \wedge B)$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid \neg(x \in A \cap B) \}$$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B) \}$$

$x \notin A$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid \neg(x \in A) \vee \neg (x \in B) \}$$

$\neg(x \in A)$ $\quad$ $x \in \overline{A}$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid (x \notin A) \vee (x \notin B) \}$$

$$\overline{A \cap B} = \{ x \mid (x \in \overline{A}) \vee (x \in \overline{B}) \}$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$\{x \mid x \in (\overline{A} \cup \overline{B})\}$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$

$\overline{A \cup (B \cap C)} = ?$ $\{x \mid x \in \overline{A \cup (B \cap C)}\}$

$\{x \mid x \notin A \cup (B \cap C)\}$

$\{x \mid \neg(x \in A \cup (B \cap C))\}$

$\{x \mid \neg(x \in A \vee x \in (B \cap C))\}$

$\{x \mid \neg(x \in A \vee (x \in B \wedge x \in C))\}$ ← Proposicional

No hay ninguna operación entre conjuntos

$\{x \mid x \notin A \wedge \neg(x \in B \wedge x \in C)\}$

$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B \cap C)\}$

$x \notin B \cap C$

$x \in \overline{B \cap C}$

$\{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B \cap C}\}$

$\{x \mid x \in \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}\} \longrightarrow \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid x \notin (A \cup (B \cap C)) \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid \neg(x \in (A \cup (B \cap C)) \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid \neg[(x \in A) \vee (x \in (B \cap C))] \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in (B \cap C)) \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid (x \notin A) \wedge (x \notin (B \cap C)) \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \{\, x \mid (x \in \overline{A}) \wedge (x \in \overline{(B \cap C)} \,\}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \overline{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

$A \cap (B - A) = ?$

$x \notin U \equiv x \in \varnothing$

$\neg(x \in U) \equiv x \in \varnothing$

$x \notin \varnothing \equiv x \in U$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid x \in (A \cap (B - A)) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid (x \in A) \wedge [x \in (B - A)] \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid (x \in A) \wedge (x \in B \wedge x \notin A) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid (x \in A) \wedge (x \in B) \wedge (x \notin A) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid ((x \in A) \wedge (x \notin A)) \wedge (x \in B) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid (x \in \varnothing) \wedge (x \in B) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \{\, x \mid (x \in \varnothing) \,\}$$

$$A \cap (B - A) = \varnothing$$

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = ?$

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Probar $A \cap (B - A) = \varnothing$

$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \cap \overline{(B - A)}\}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{(B - A)}\}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in (B - A))\}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin A)\}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \wedge (x \notin B \vee x \in A)\}$

$= \{x \mid x \in \overline{A} \wedge (x \in \overline{B} \vee x \in A)\}$ $*$

$= \{x \mid (x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}) \vee (x \in \overline{A} \wedge x \in A)\}$

$= \{x \mid (x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B}) \vee \underbrace{x \in \varnothing}_{F}\}$

$= \{x \mid (x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B})\}$

$= \{x \mid x \in (\overline{A} \cap \overline{B})\}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$B-A$	$\overline{B-A}$	$\overline{A} \cap \overline{(B-A)}$	$\overline{A} \cap \overline{B}$
1	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1

$A \cap (B - A) = \varnothing$

$= \{x \mid x \in (A \cap (B - A))\}$

$= \{x \mid x \in A \wedge x \in (B - A)\}$

$= \{x \mid x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A\}$

$= \{x \mid x \in A \wedge x \in B \wedge x \in \overline{A}\}$

$= \{x \mid x \in \varnothing \wedge x \in B\}$

$= \{x \mid x \in \varnothing\}$

F

$\underbrace{x \in \varnothing}$

Contradicción

V

$\underbrace{x \in U}$

Tautología

$p \vee F \equiv p$

A	B	$B-A$	$A \cap (B-A)$
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	0	0	0

Teoría de Conjuntos

Probar $\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \cap \overline{(B - A)}) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{(B - A)}) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg x \in (B - A)) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B \wedge x \notin A)) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee \neg x \notin A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee \neg(\neg x \in A)] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge [\neg(x \in B) \vee x \in A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid [x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B)] \vee [x \in \overline{A} \wedge x \in A] \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid [x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B)] \vee \varnothing \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge \neg(x \in B) \}$$

$$\overline{A} \cap \overline{(B - A)} = \{ x \mid x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B} \} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

$A \cup (B - A) = ?$

Teoría de Conjuntos

Probar $A \cup (B - A) = A \cup B$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid x \in (A \cup (B - A)) \}$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee (x \in (B - A)) \}$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee [(x \in B) \wedge (x \notin A)] \}$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid [(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge [(x \in A) \vee (x \notin A)] \}$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid [(x \in A) \vee (x \in B)] \wedge (x \in U) \}$

$A \cup (B - A) = \{ x \mid (x \in A) \vee (x \in B) \}$

$A \cup (B - A) = A \cup B$

Uniones generalizadas e intercepciones

Unión $A_1 \cup A_2 \cup .. \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$

Intercepción $A_1 \cap A_2 \cap .. \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$

Teoría de Conjuntos

Representación computacional de conjuntos

- Estas proveen las operaciones de unión, intercepción y resta entre conjuntos
- No se permiten elementos repetidos
- En Java se provee la clase Set<E>
  https://docs.oracle.com/javase/7/docs/api/java/util/Set.html
- En C++ se provee set
  http://www.cplusplus.com/reference/set/set/
- En Python se provee set
  https://docs.python.org/2/library/sets.html

Teoría de Conjuntos

Representación computacional de conjuntos

- Son muy útiles para resolver problemas que involucran conjuntos
- Internamente se manejan operaciones en representaciones de bits de los elementos de los conjuntos
- Las operaciones son más costosas computacional que los arreglos