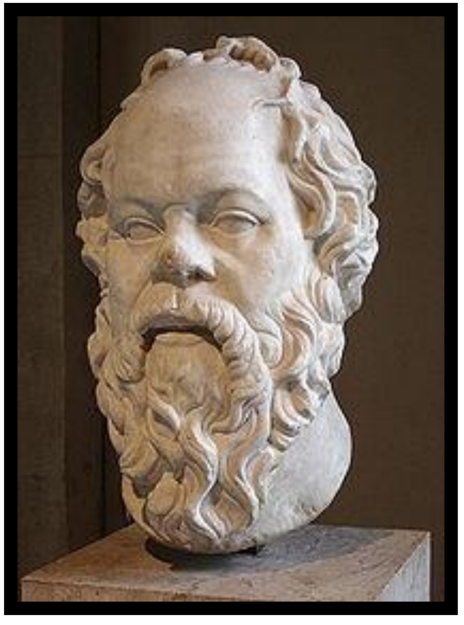
Matemáticas Discretas

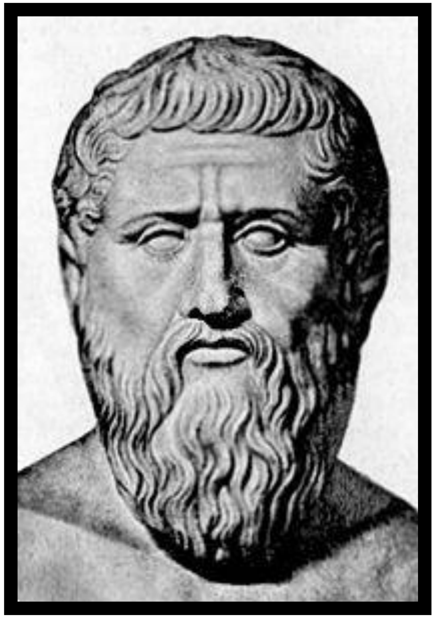
Oscar Bedoya

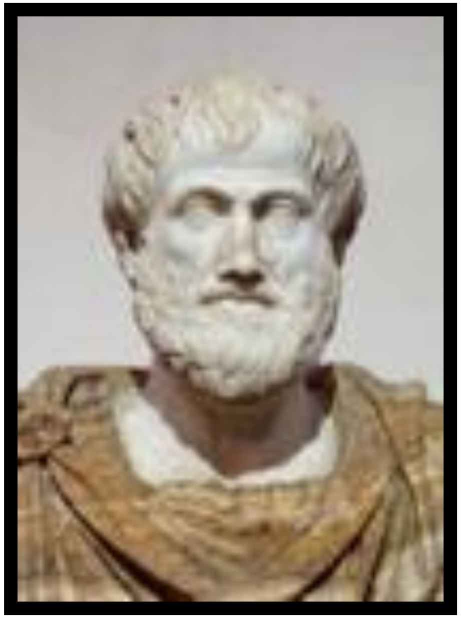
oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Lógica proposicional
* Concepto de proposición
* Valores de verdad
* Operadores lógicos
* Tipos de proposiciones
* Representación de frases del lenguaje natural

Lógica proposicional







470a.c
Sócrates

424a.c
Platón

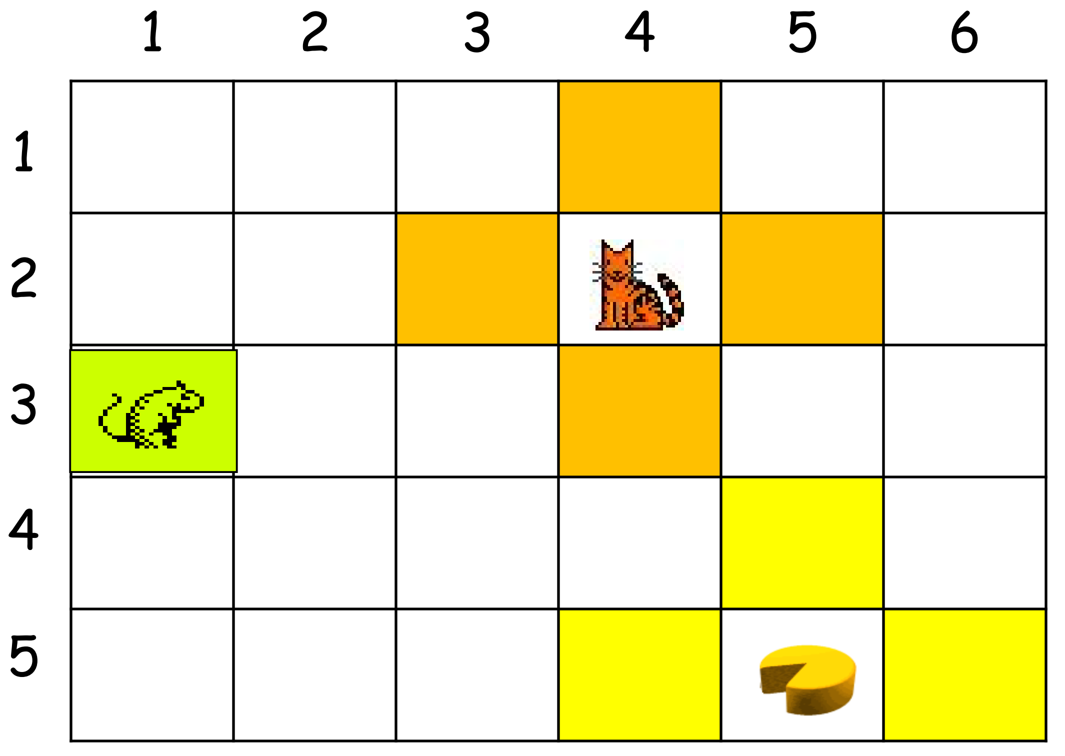
384a.c
Aristóteles

Lógica proposicional

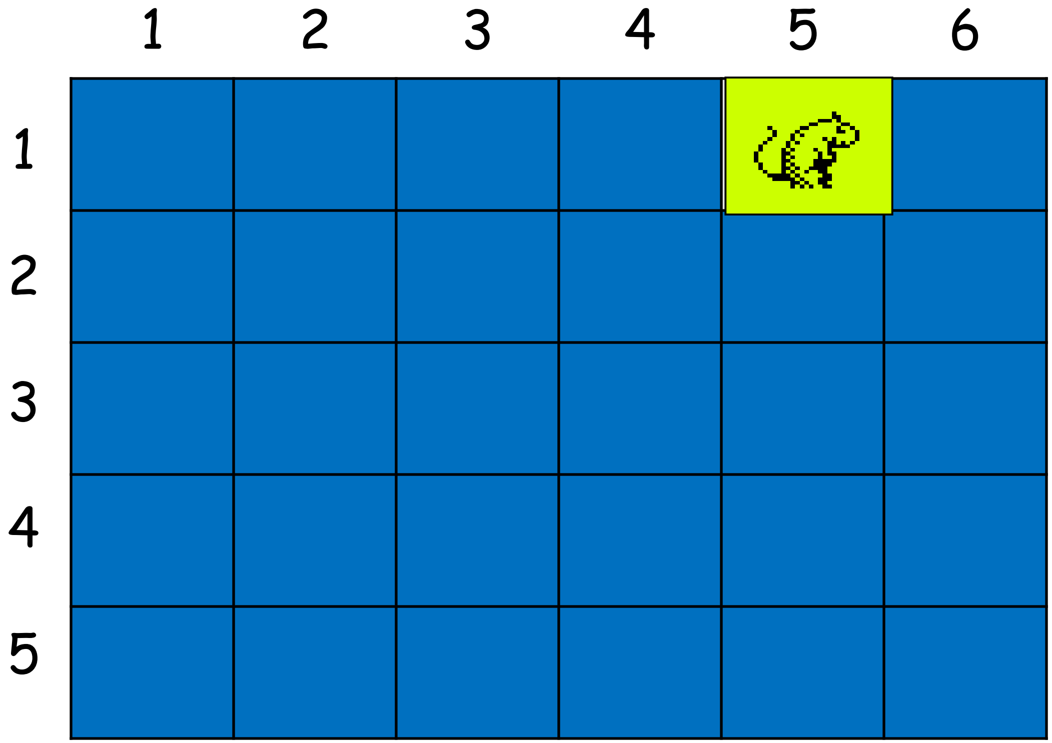
Silogismos

Todos los hombres son mortales
Sócrates es hombre
Por lo tanto, Sócrates es mortal

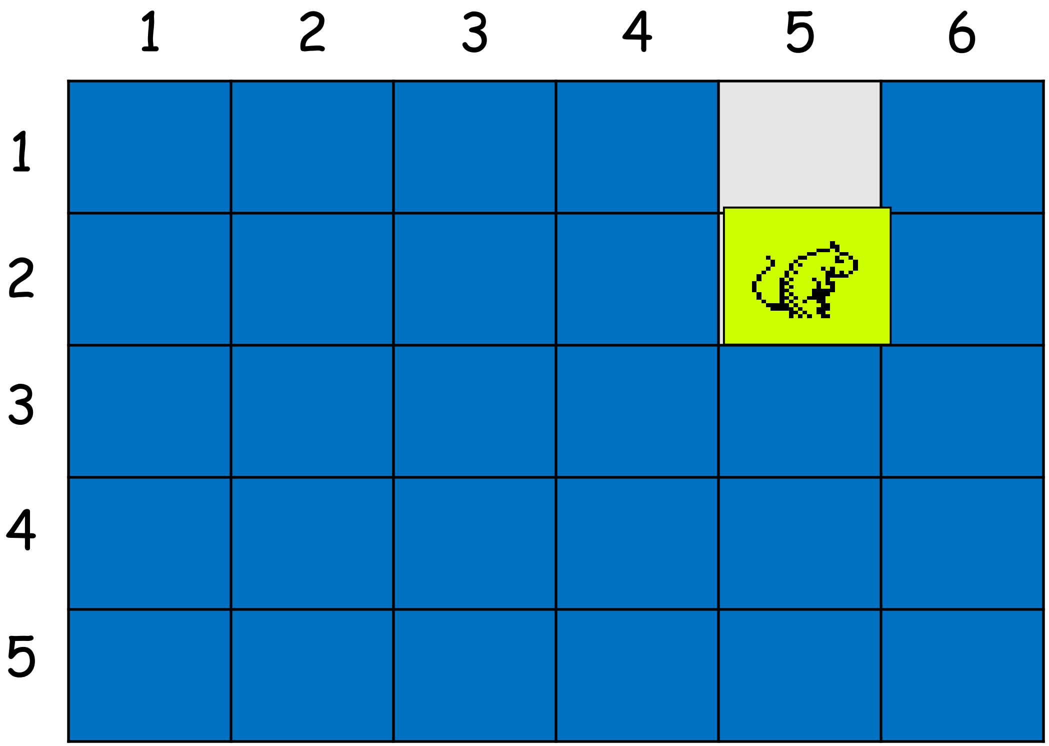
Lógica proposicional



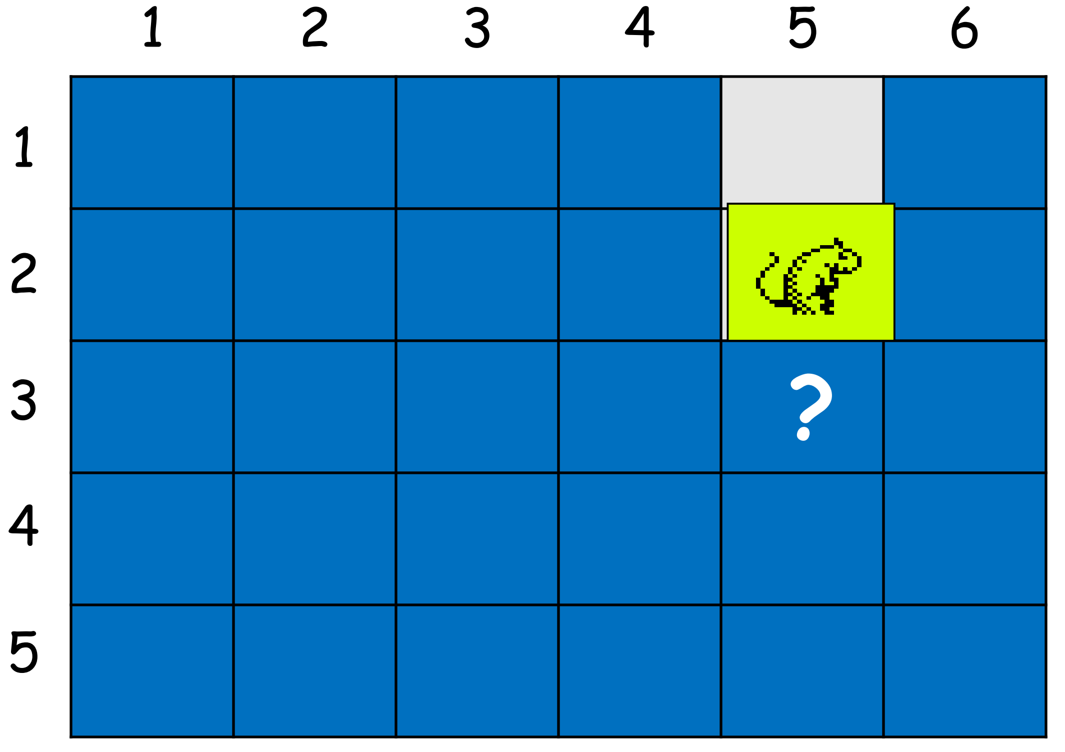
Lógica proposicional



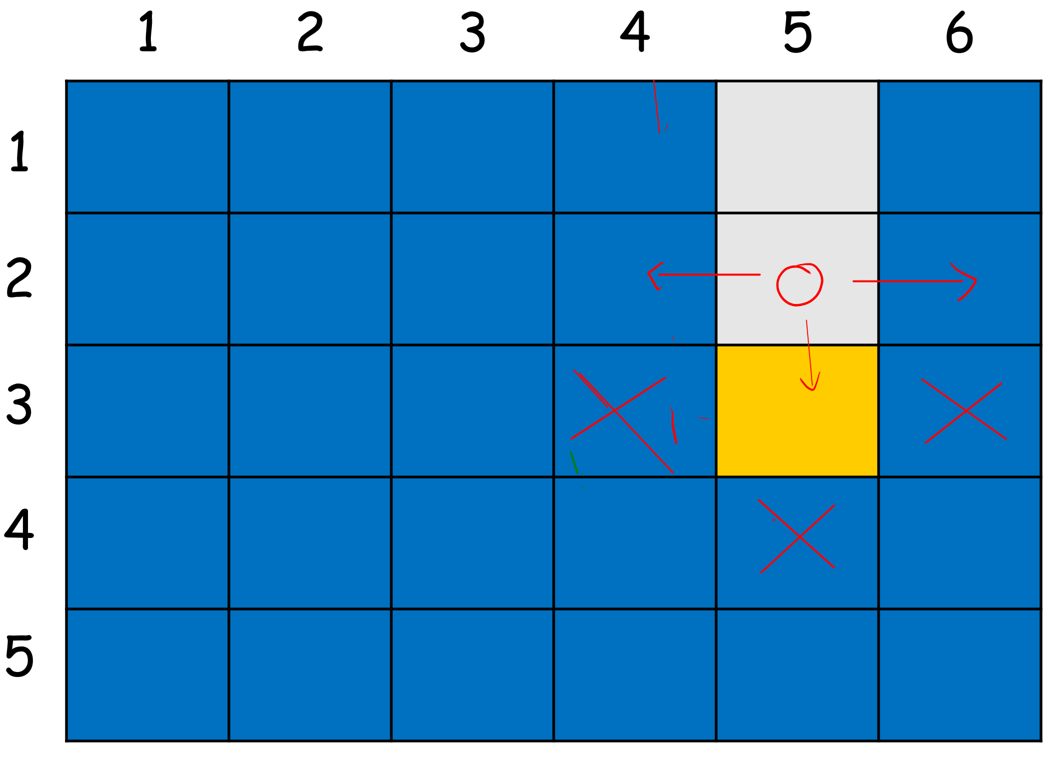
Lógica proposicional



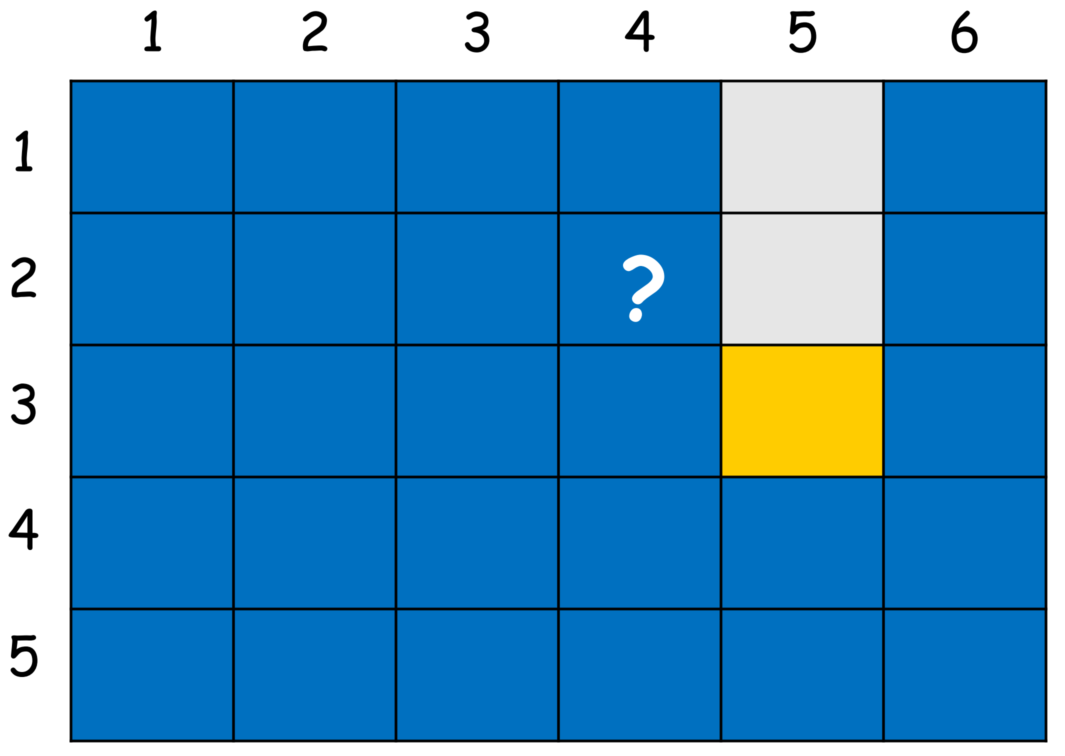
Lógica proposicional



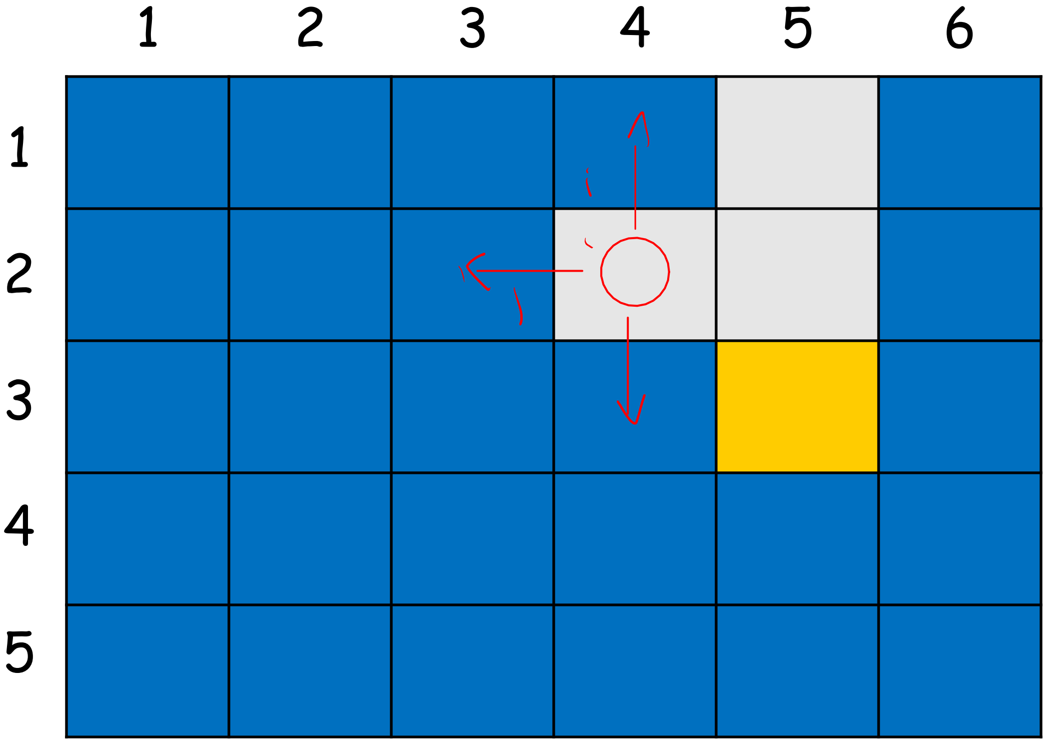
Lógica proposicional



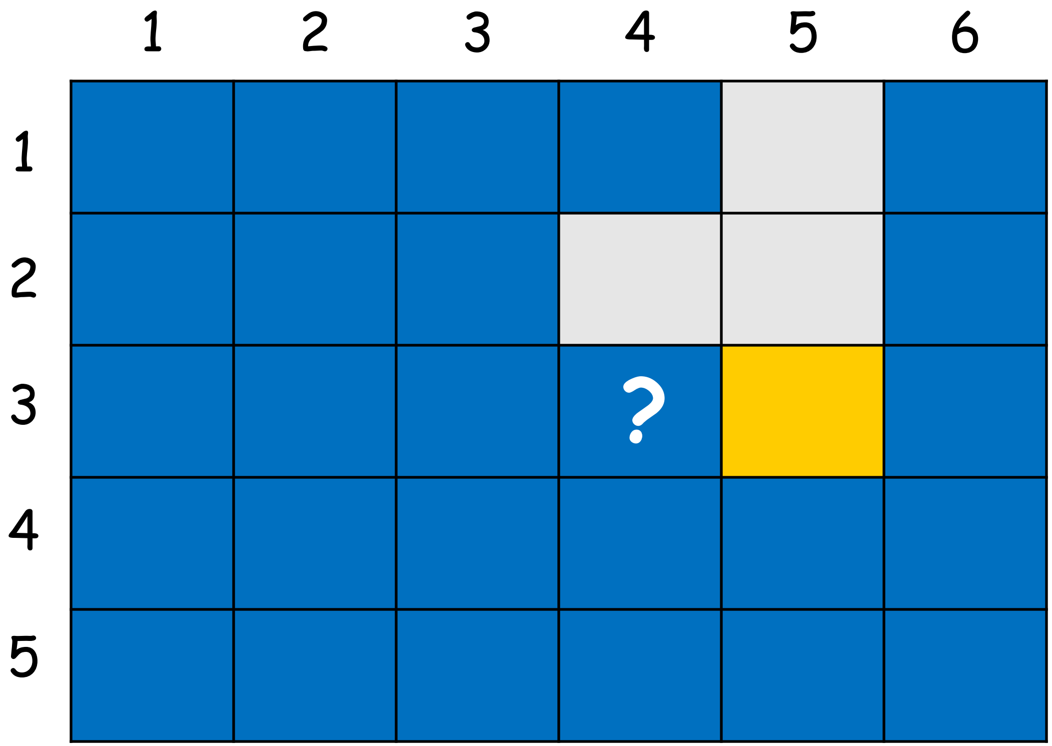
Lógica proposicional



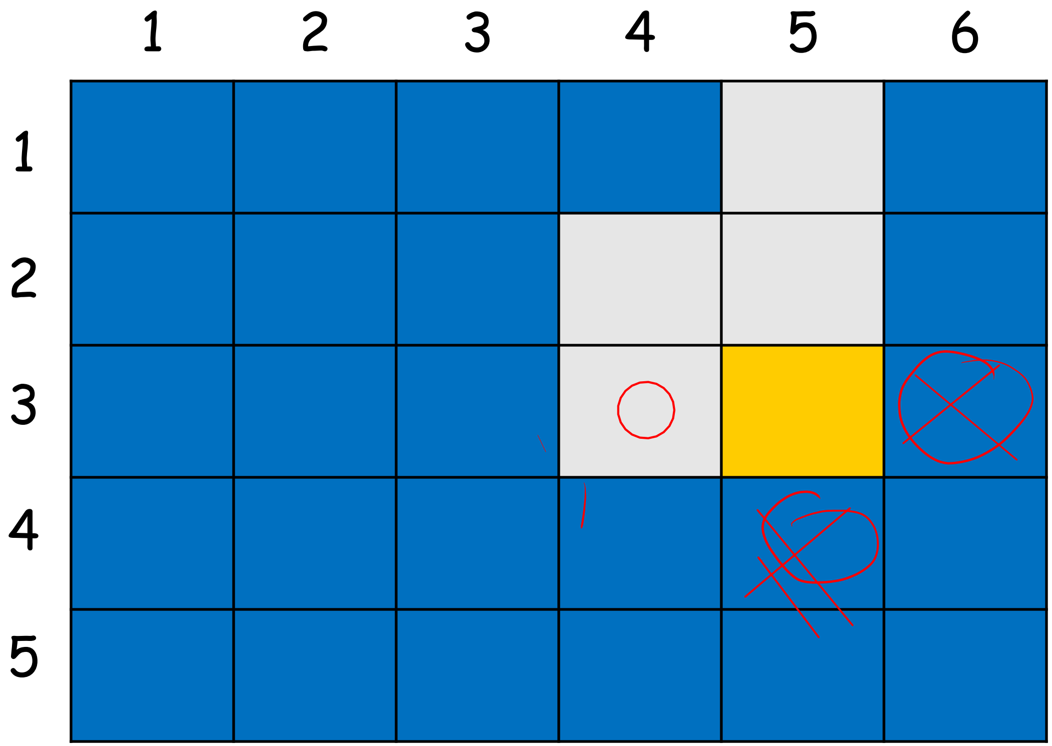
Lógica proposicional



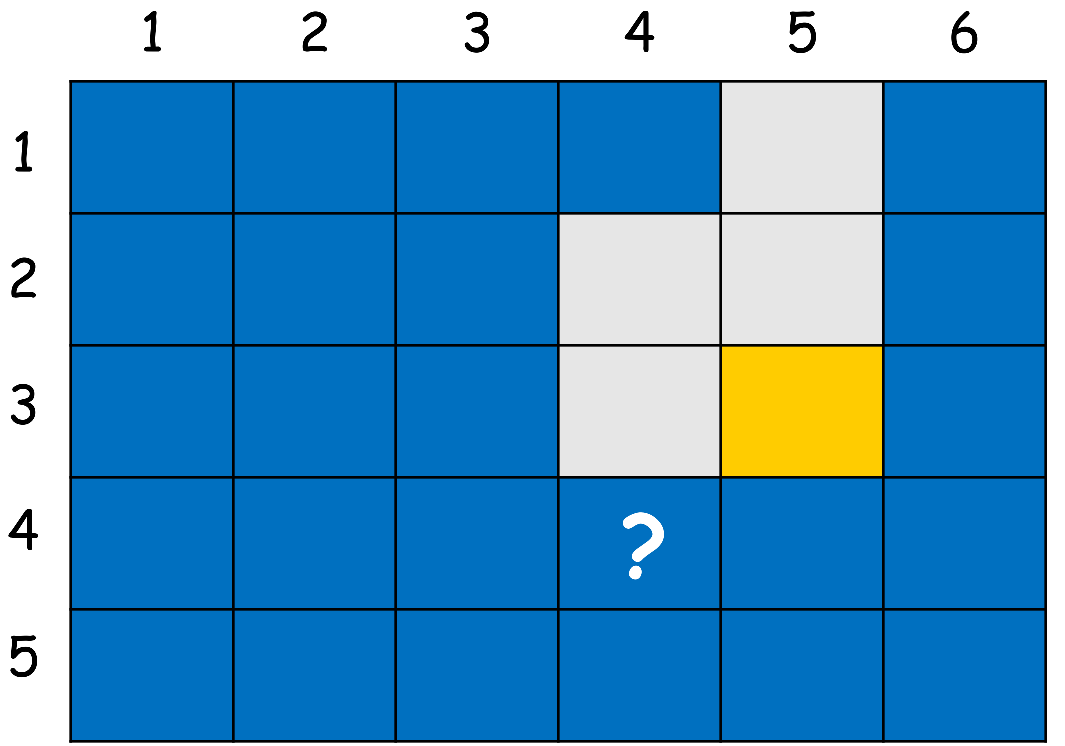
Lógica proposicional



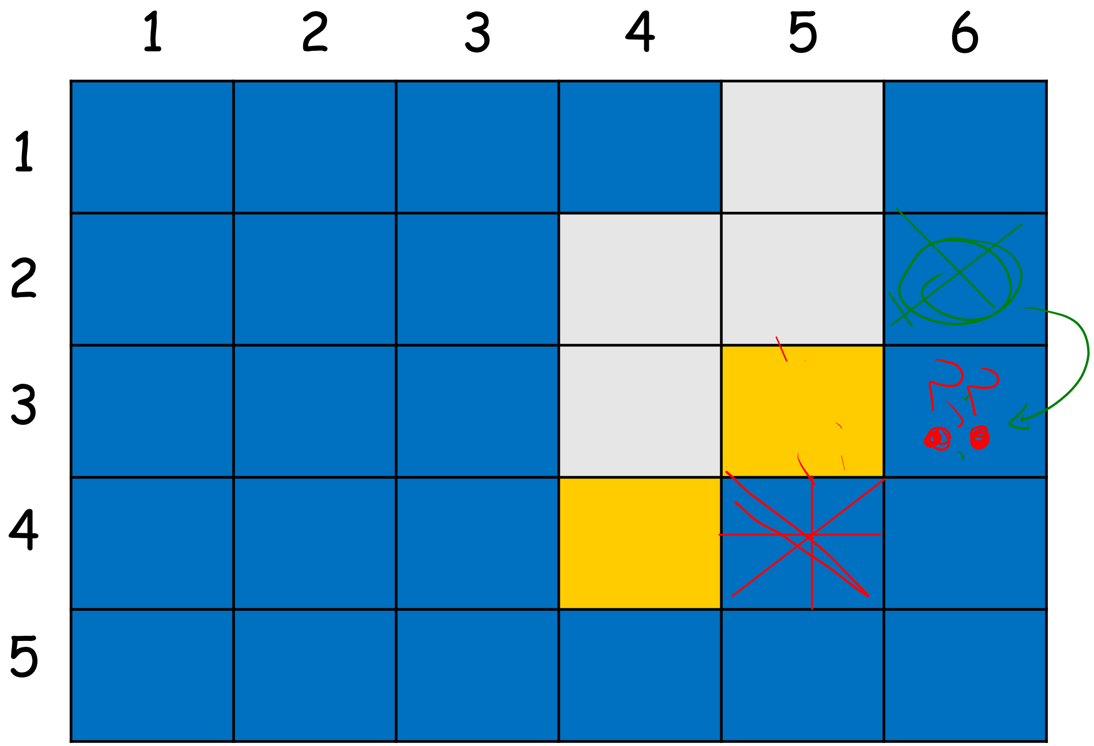
Lógica proposicional



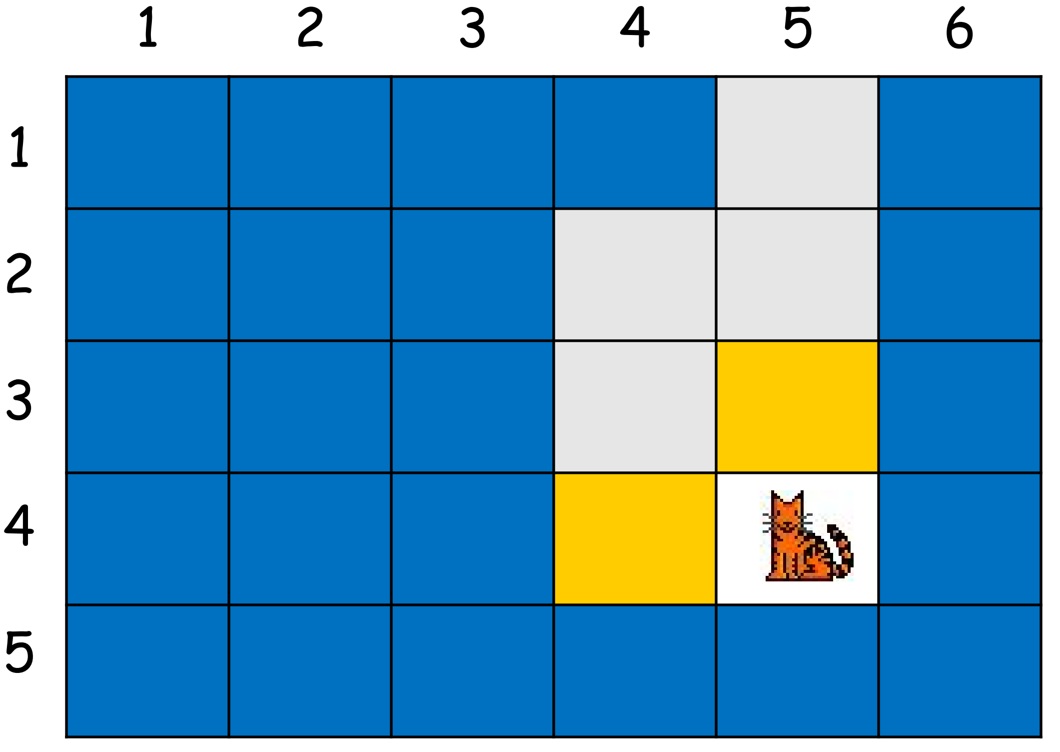
Lógica proposicional



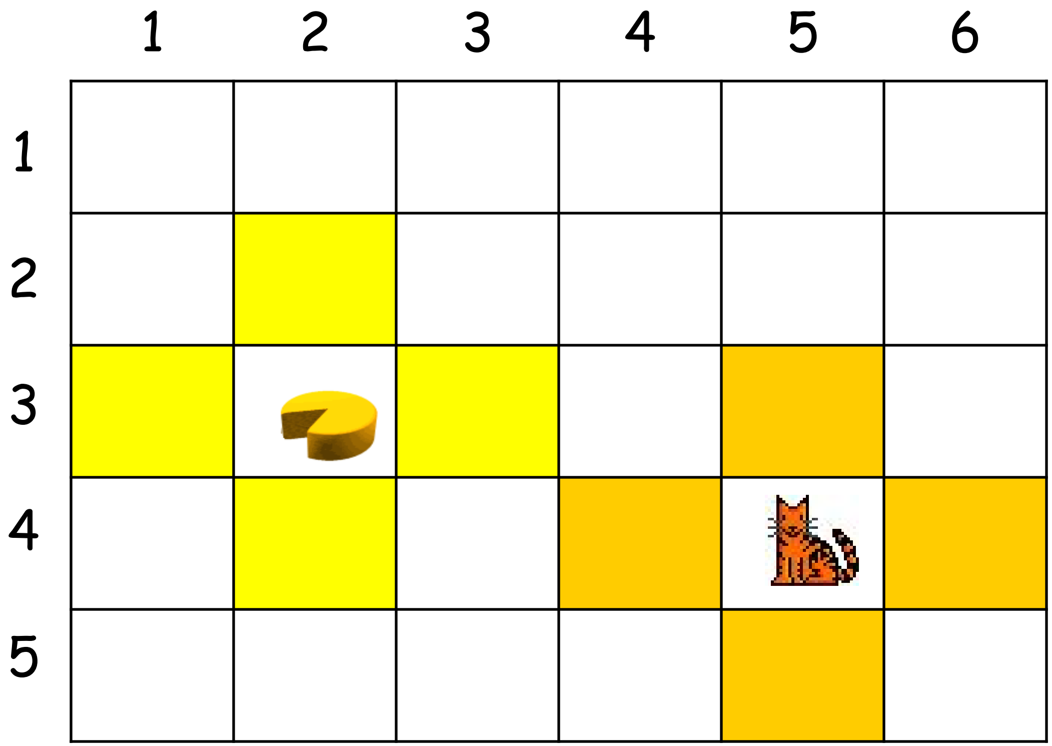
Lógica proposicional



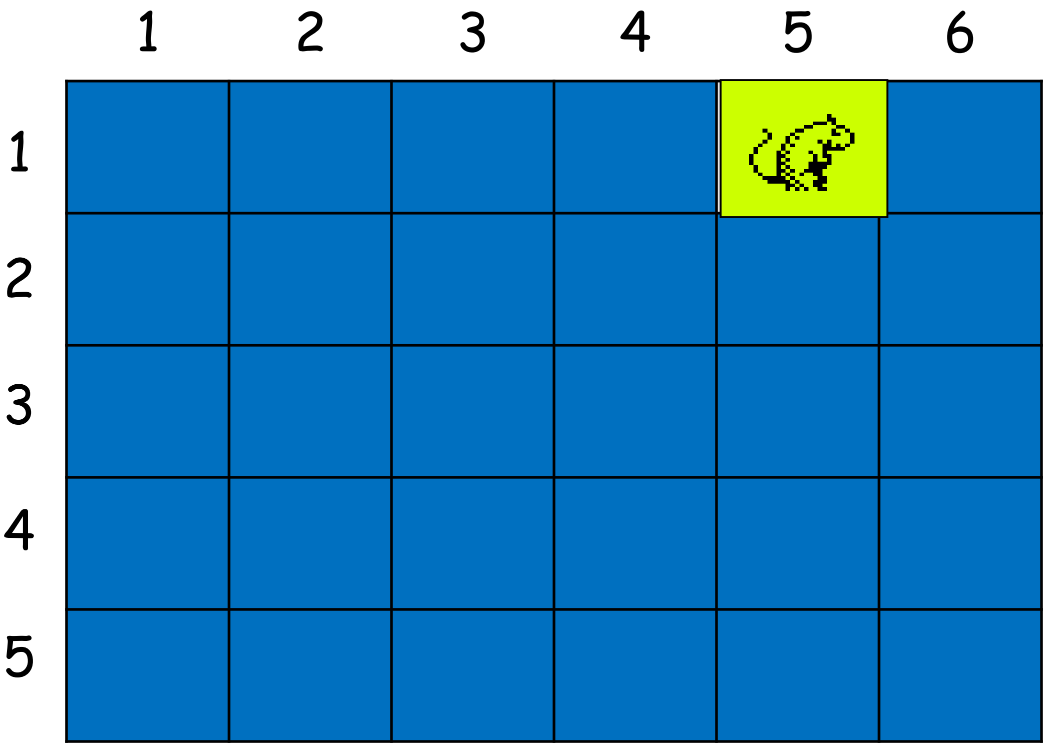
Lógica proposicional



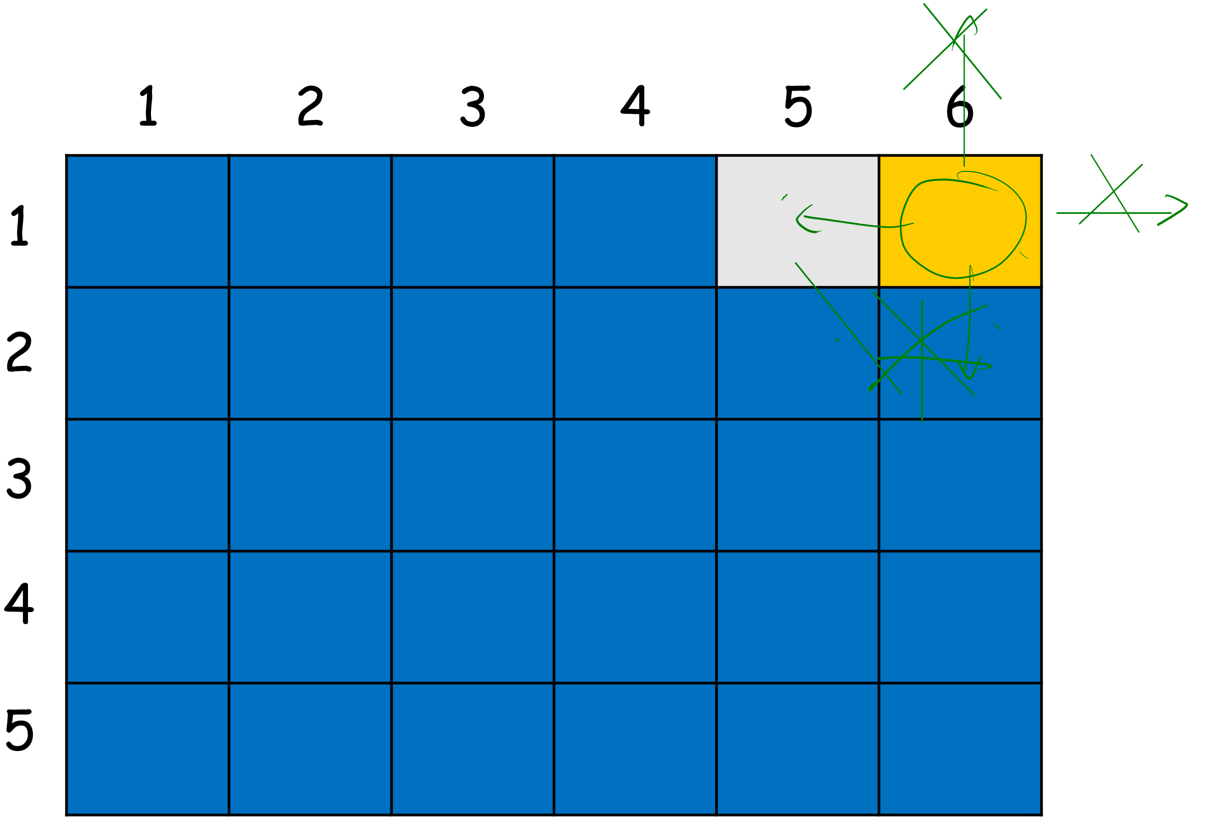
Lógica proposicional



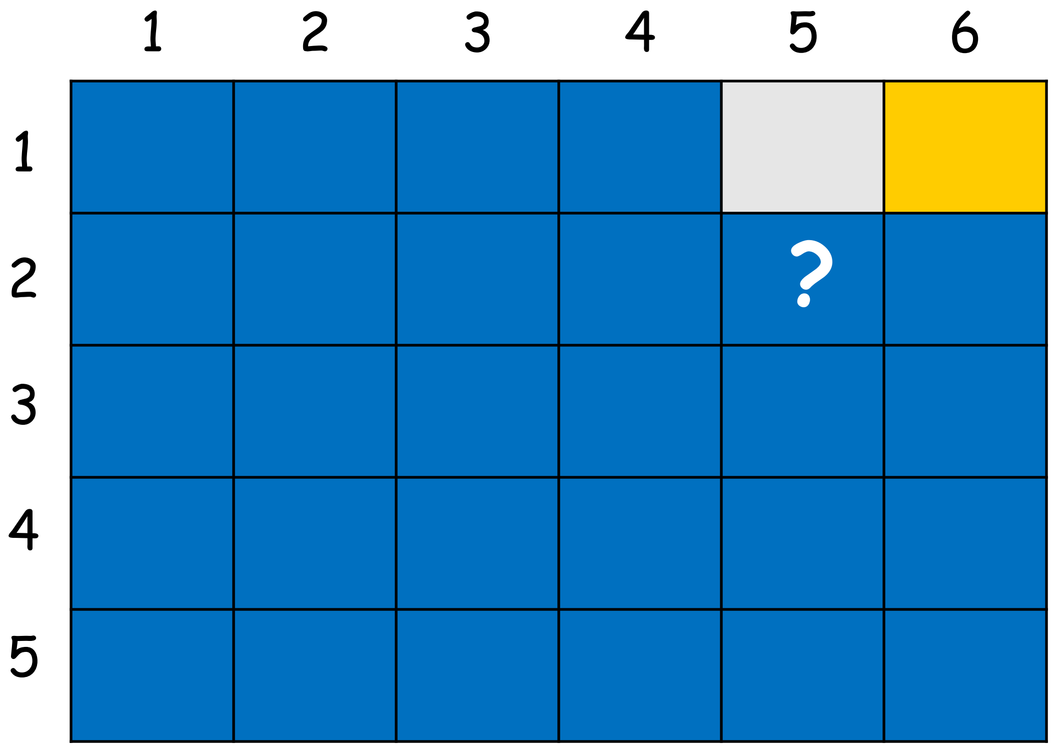
Lógica proposicional



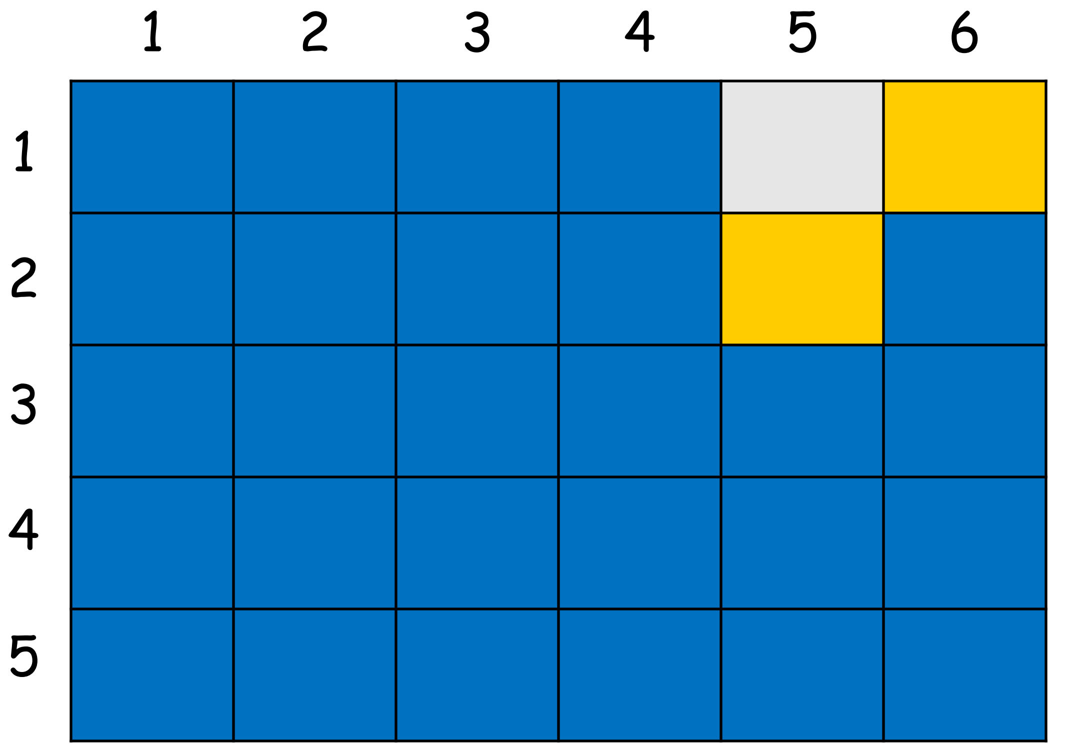
Lógica proposicional



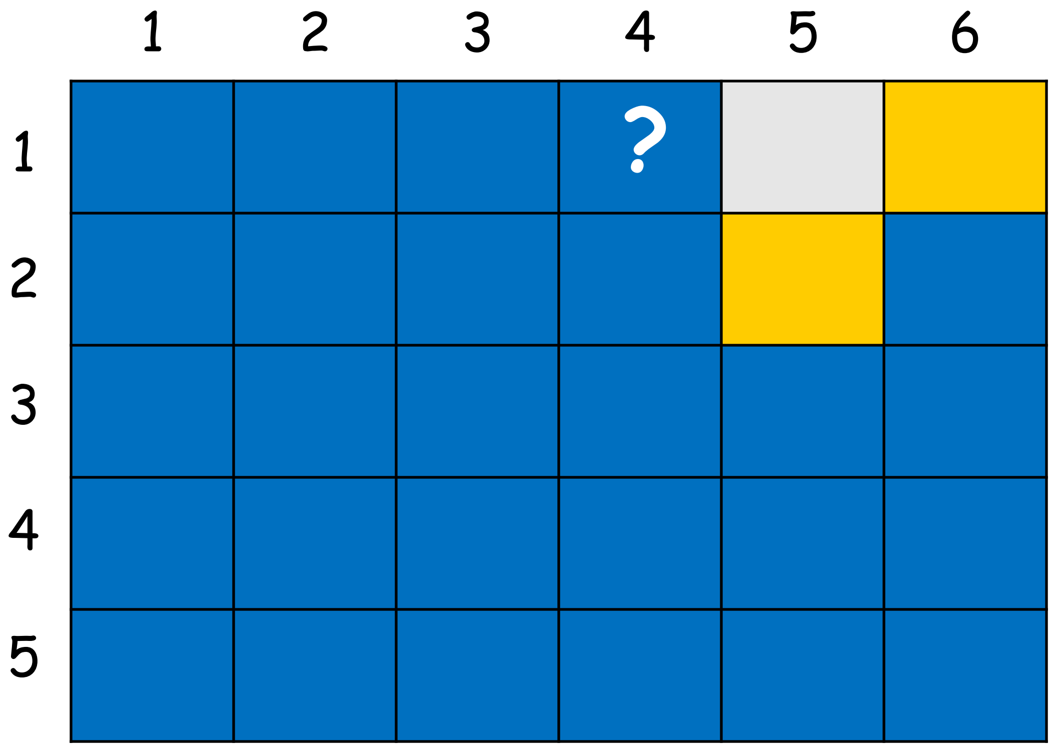
Lógica proposicional



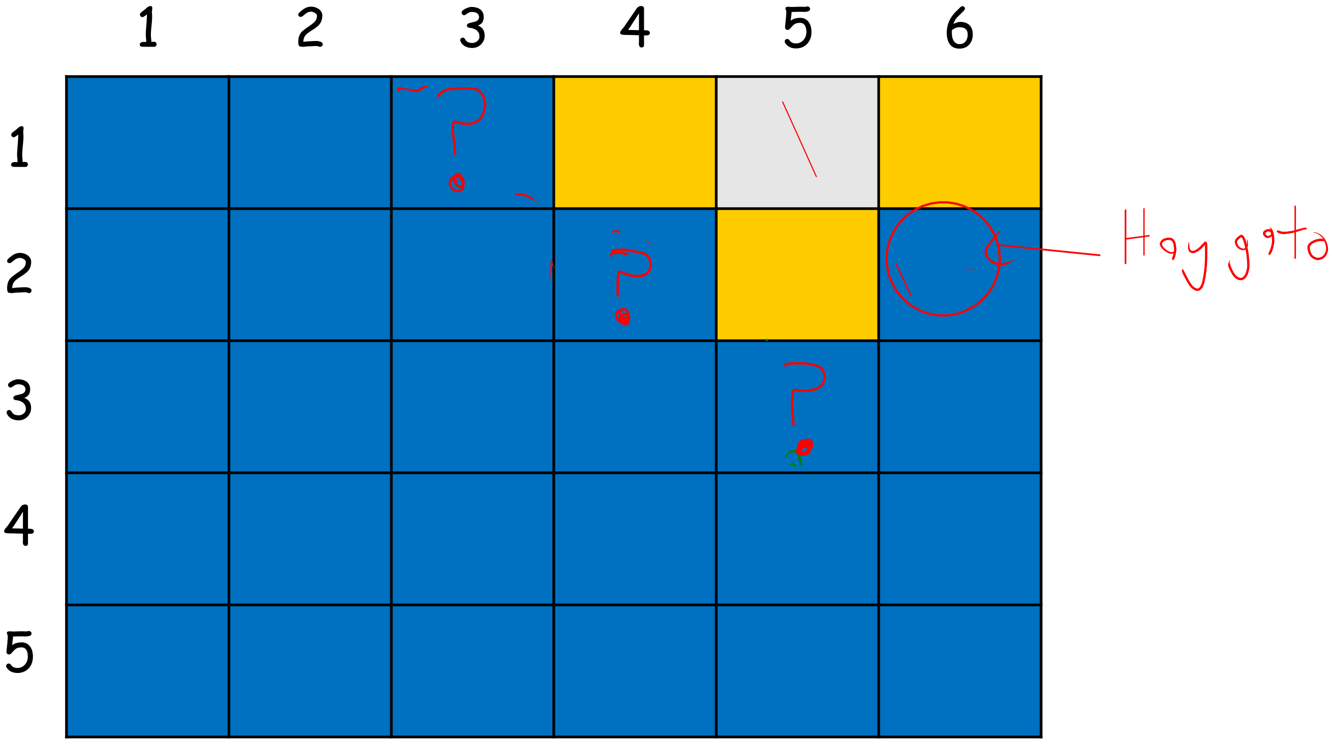
Lógica proposicional



Lógica proposicional

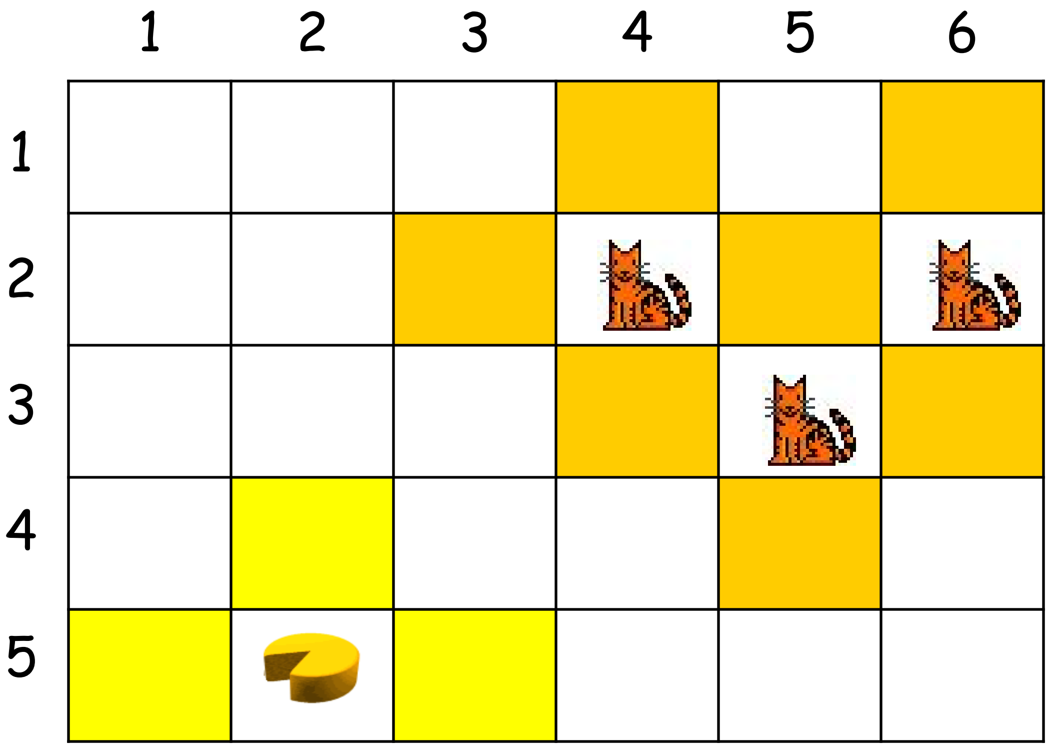


Lógica proposicional



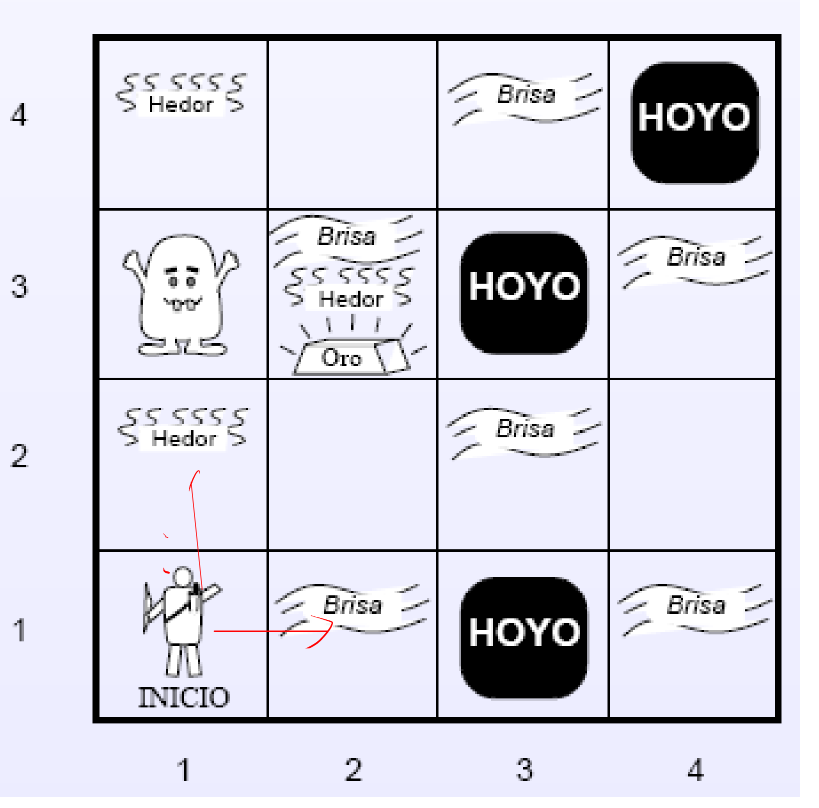
¿Qué puede inferir?
¿Qué acción debe emprender?

Lógica proposicional



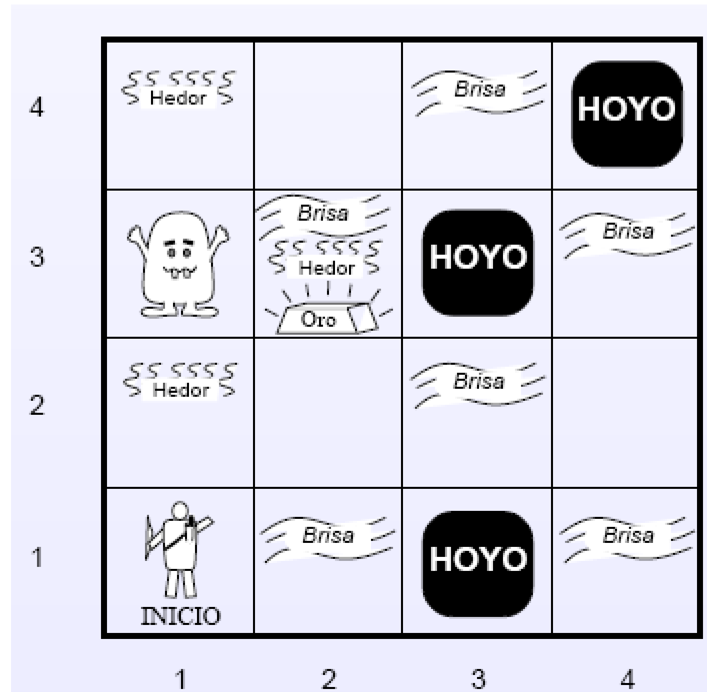
El mundo del Wumpus

- Antiguo juego de computador de un agente que explora una cueva con el objetivo de encontrar el oro (si es posible, el oro puede estar en un hueco) y salir por el mismo punto que entró

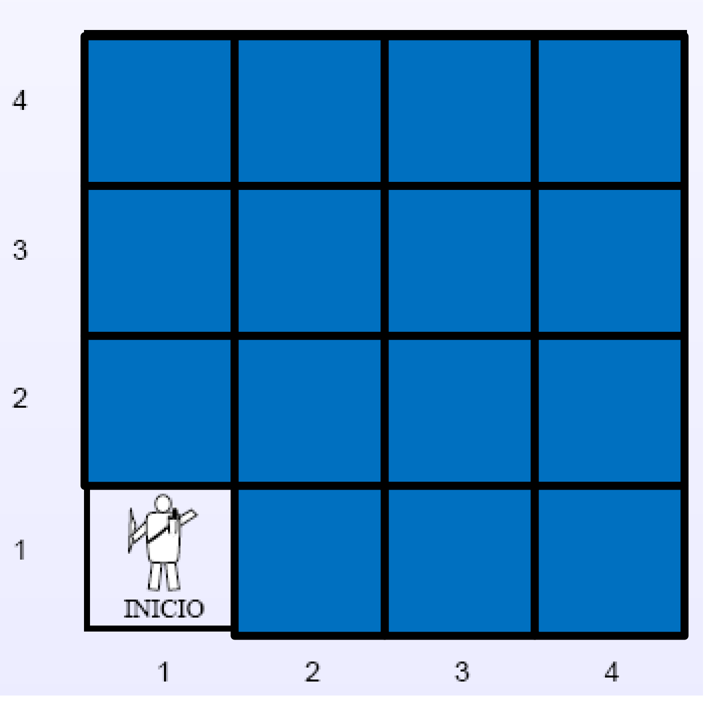


El mundo del Wumpus

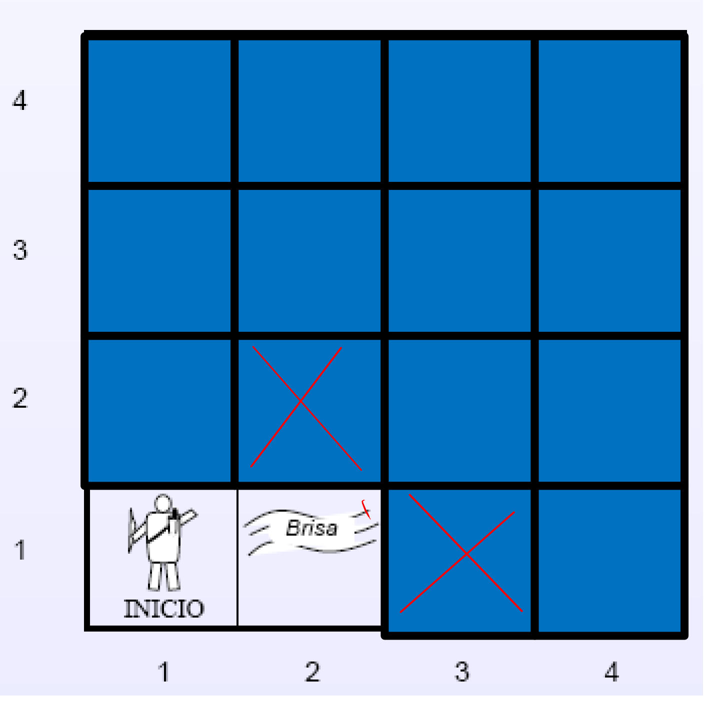
- El agente puede intentar matar al Wumpus con una única flecha
- 1000 puntos si toma el oro
- Cada acción realizada cuesta 1 punto
- 10000 puntos si da muerte al Wumpus
- El Wumpus no se mueve
- Cuando muere el Wumpus emite un gemido



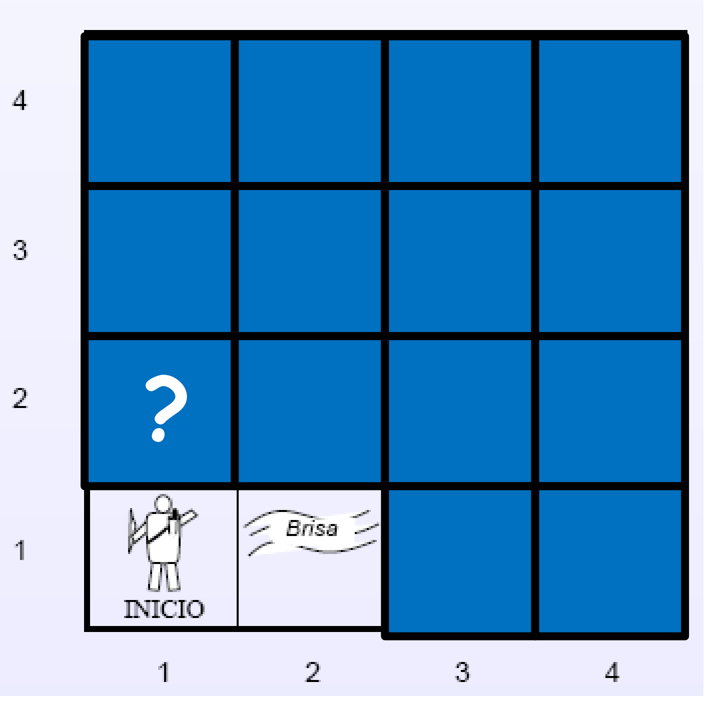
Lógica proposicional



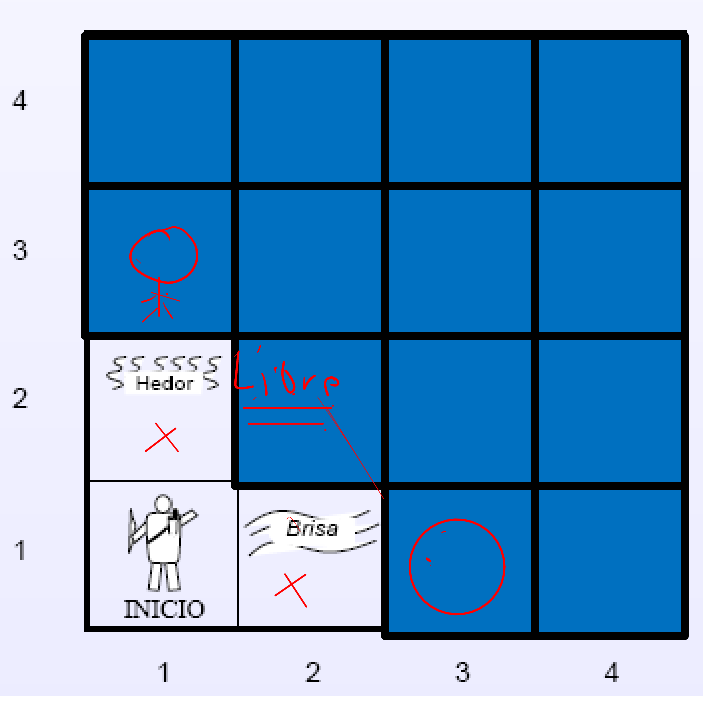
Lógica proposicional



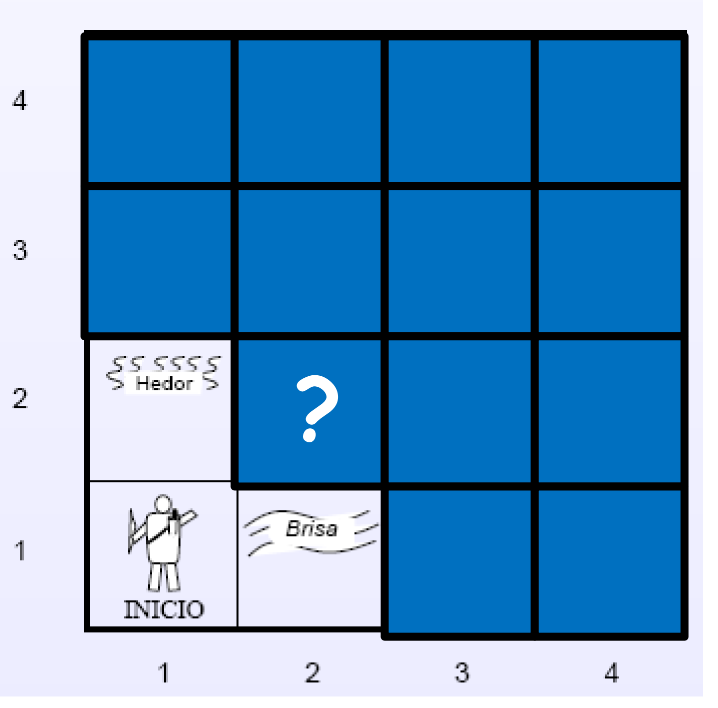
Lógica proposicional



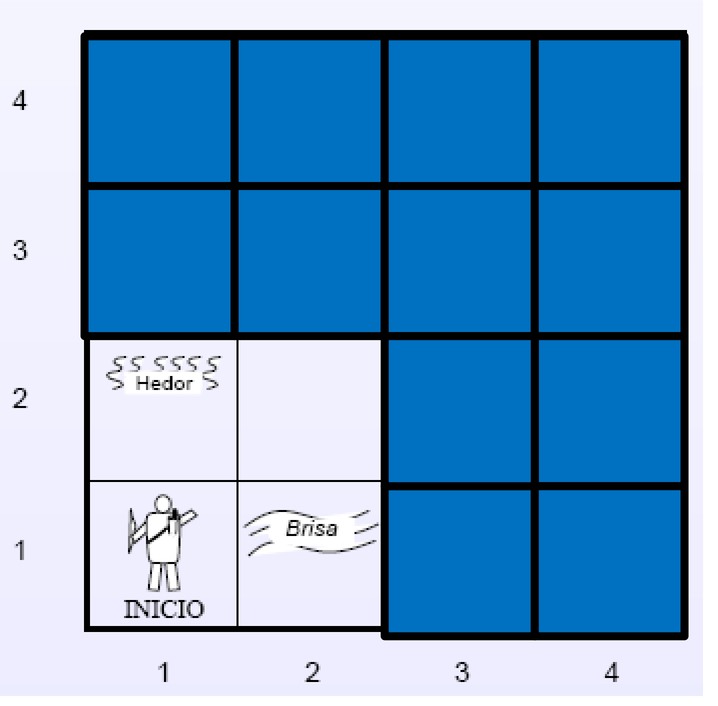
Lógica proposicional



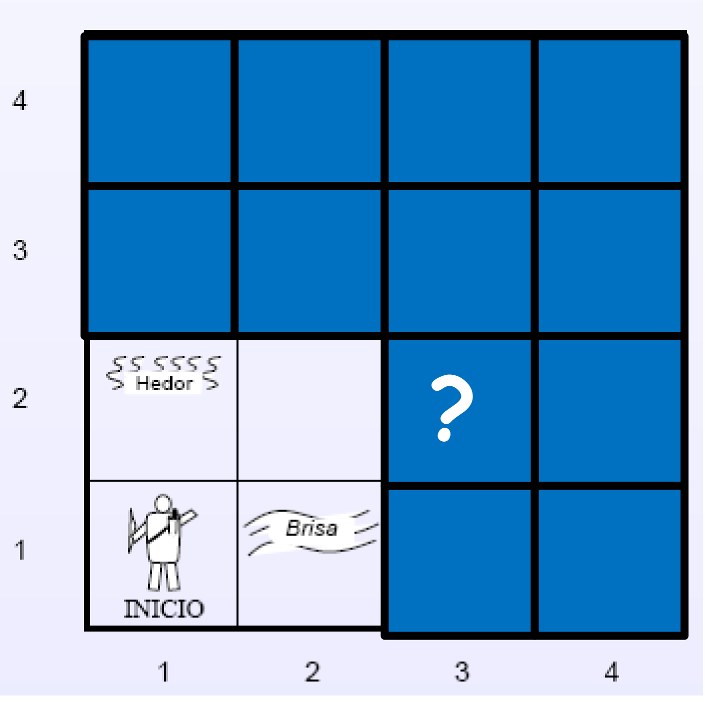
Lógica proposicional



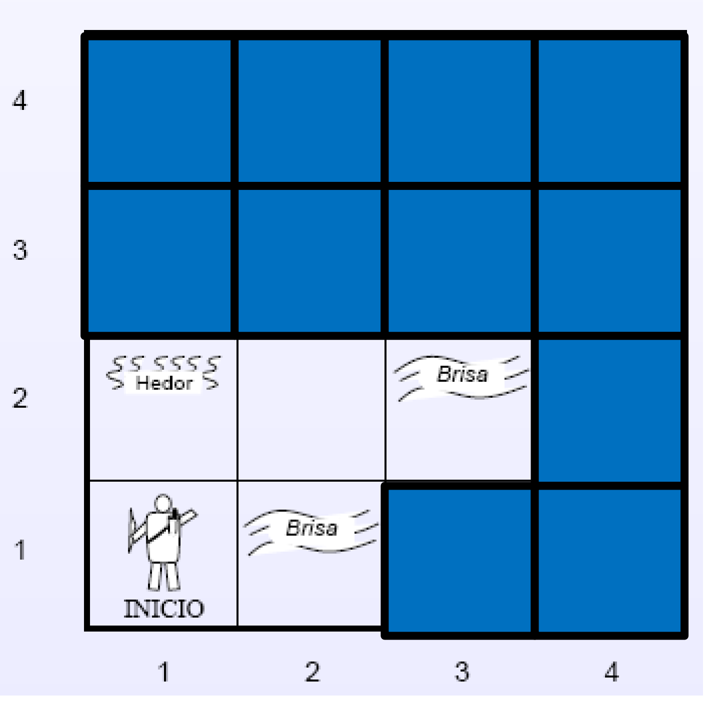
Lógica proposicional



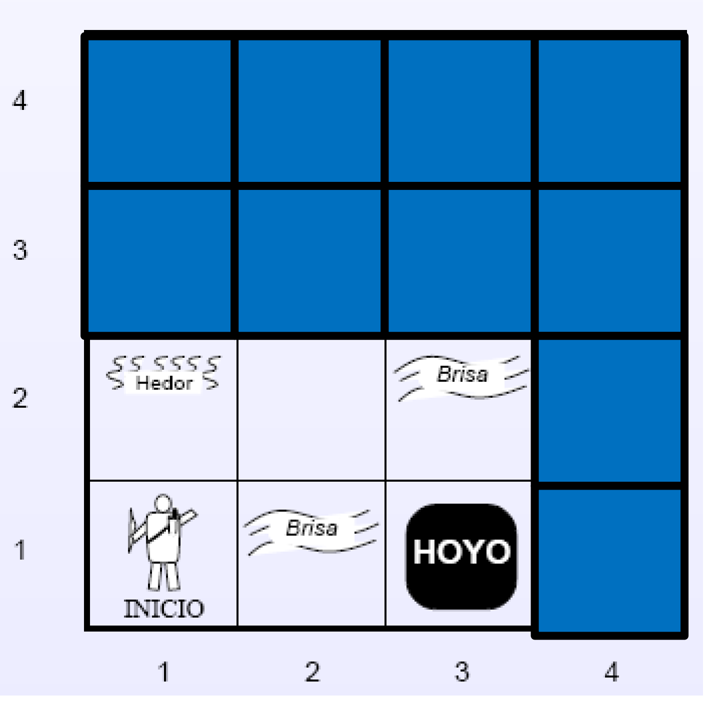
Lógica proposicional



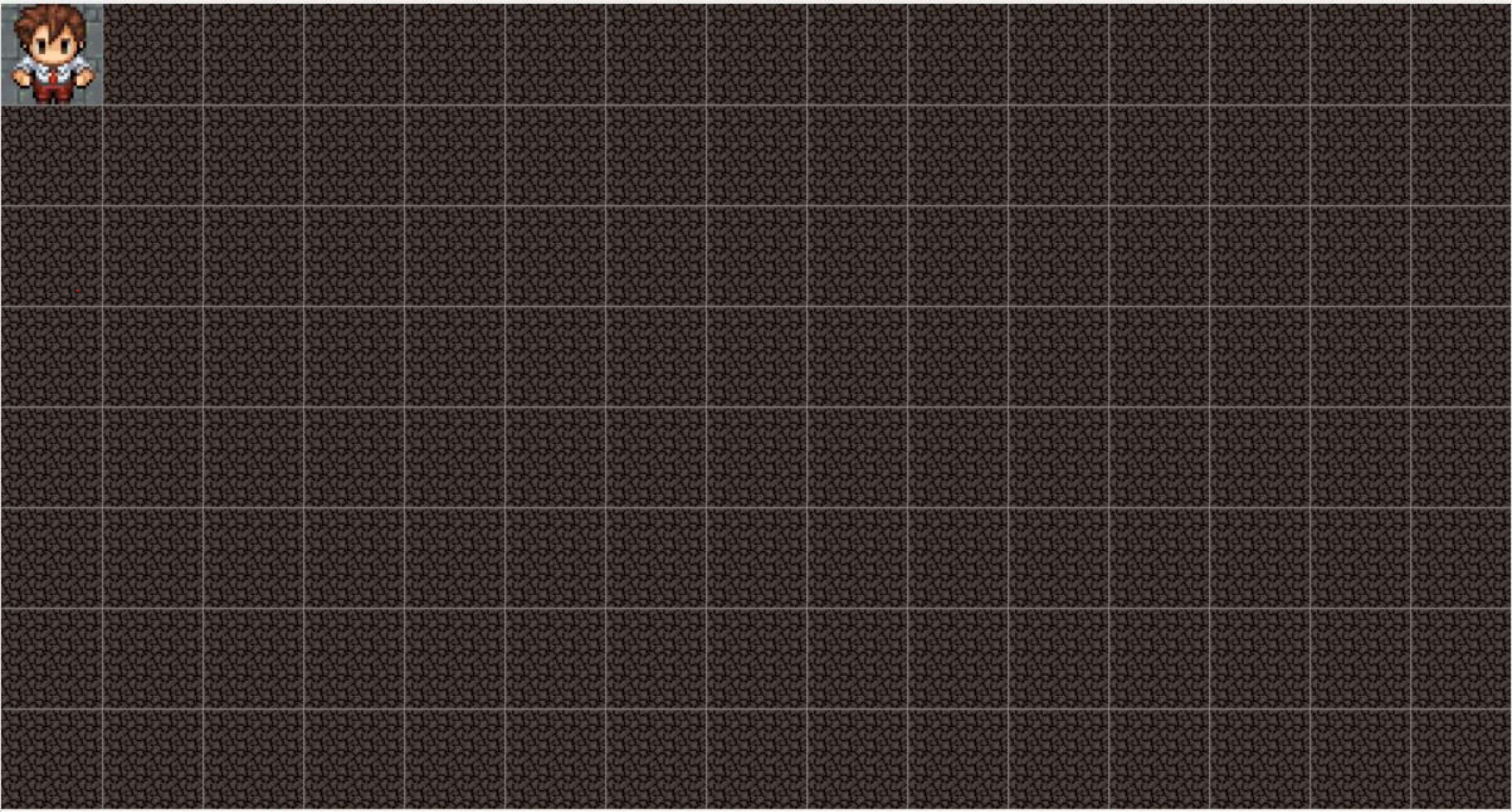
Lógica proposicional



Lógica proposicional



http://kryten.mm.rpi.edu/otter/wumpus/Wumpus.html



https://thiagodnf.github.io/wumpus-world-simulator/

Lógica proposicional

Lógica proposicional

Lógica de predicados

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

V

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

V

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

F

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

F

ELESPECTADOR·COM

Política - Hace 2 horas

"La cadena perpetua desarticula a todo el sistema penal": Roy Barreras

Sí

La nueva universidad, en tiempos de COVID-19

No

"Pensé que me estaba equivocando al no convocar presenciales": Lidio García

No

Comienza extinción de dominio a hacienda vinculada al exembajador Sanclemente

No

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Bogotá es la capital de Colombia

Lima es la capital de Perú

2+3=6

5-1=4

4 es un número primo

$\overset{8}{x} + 1 = \overset{7}{y}$

Lógica proposicional

Proposición

• No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

No son proposiciones porque no son oraciones declarativas

Lógica proposicional

Proposición

• No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

No son proposiciones porque no se sabe si es verdadero o falso

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

  ¿Qué hora es?

  Lea esto con atención

  $x + 1 = 2$

  Mañana lloverá

Lógica proposicional

Proposición

- Indique cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones

11 es un número primo Sí

Andrés vivirá 60 años No

Cali no va a ganar el torneo No

Camila tiene un promedio de 4.5 Sí

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

  11 es un número primo

  Camila tiene un promedio de 4.5

  Bogotá es la capital de Colombia

  Lima es la capital de Perú

  2+3=6

  5-1=4

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

  11 es un número primo

  Camila tiene un promedio de 4.5

  Bogotá es la capital de Colombia

  Lima es la capital de Perú

  2+3=6

  5-1=4

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

El **valor de verdad** de una proposición indica si es verdadera (V) o falsa (F)

Lógica proposicional

Proposición

• Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

El valor de verdad de p es **V** (verdadero)

El valor de verdad de t es **F** (Falso)

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

¿Cuál es el valor de verdad de r, s y u?

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

• Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

• Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Las proposiciones se pueden relacionar por medio de conectivos lógicos u operadores

Lógica proposicional

Operadores lógicos

- Negación ($\neg$)
- Conjunción ($\wedge$)
- Disyunción ($\vee$)
- O-exclusivo ($\oplus$)
- Implicación ($\rightarrow$)
- Doble implicación ($\leftrightarrow$)

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

1. Hoy es martes y la temperatura es de 21° C
2. Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas
3. No es cierto que Juan perdió el examen
4. Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final
5. Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

  Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

  Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

  No es cierto que Juan perdió el examen

  Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

  Javier perdió Discretas o Cálculo

¿Cuál es el valor de verdad de “Hoy es martes y la temperatura es de 21° C”?

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

  Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

  Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

  No es cierto que Juan perdió el examen

  Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

  Javier perdió Discretas o Cálculo

¿Cuál es el valor de verdad de "Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas"?

Lógica proposicional

Negación (¬)

Proposición	Negación
p: "Bogotá es la capital de Colombia"	¬p: "Bogotá no es la capital de Colombia"
p:"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	¬p: "El idioma oficial en Colombia no es el inglés"

Lógica proposicional

Negación (¬)

- Tabla de verdad

p	**¬p**
V	F
F	V

Lógica proposicional

Conjunción ($\wedge$)

- En este salón hay más hombres que mujeres y las mujeres tienen un mejor promedio de calificaciones que los hombres
- Este semestre perdí Discretas y Cálculo

Conjunción (∧)

p	q	p∧q
"Bogotá es la capital de Colombia"	"1+1=2"	"Bogotá es la capital de Colombia" y "1+1=2"
"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2" y "El idioma oficial en Colombia es el inglés"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" y "1+1=2"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés	"1+1=7"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" y "1+1=7"

Conjunción ($\wedge$)

p	q	p$\wedge$q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

```
Inicio
  nota→ entero
  preguntar (nota)
  si (nota>=0.0 y nota<=5.0)
     mostrar("Es un nota válida")
  sino
     mostrar("NO es una nota válida")
Fin
```

```
Inicio
  a, b → entero
  c → entero
  preguntar(a)
  preguntar(b)
  si (a>1 y b<15)
     c = 2*a + 3*b
     mostrar(c)
  sino
     c = 4*a + 2
     mostrar(c)
Fin
```

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
2	10	34
0	40	2
5	20	22

```
Inicio
  a, b → entero
  c → entero
  preguntar(a)
  preguntar(b)
  si (a>1 y b<15)
     c = 2*a + 3*b
     mostrar(c)
  sino
     c = 4*a + 2
     mostrar(c)
Fin
```

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
2	10	34
0	40	2
5	20	22

Conjunción ($\wedge$)

p	q	r	$p \wedge q \wedge r$

Muestre la tabla de la conjunción cuando se tienen 3 proposiciones

Lógica proposicional

Conjunción (∧)

p	q	r	p∧q∧r
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Disyunción ($\vee$)

- Pueden ver Inteligencia artificial los que han visto FADA o Programación interactiva

Lógica proposicional

Disyunción ($\vee$)

p	q	$p \vee q$
"Bogotá es la capital de Colombia"	"1+1=2"	"Bogotá es la capital de Colombia" o "1+1=2"
"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2" o "El idioma oficial en Colombia es el inglés"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=2"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés	"1+1=7"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=7"

Lógica proposicional

Disyunción (∨)

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Inicio

a, b → entero

c → entero

preguntar(a)

preguntar(b)

si (a>10 ó b<5)

c = 2*a + 4*b

mostrar(c)

sino

c = 3*a – 1*b

mostrar(c)

Fin

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
15	7	58
8	10	14
1	2	10

58 ✓✓

14 ✓✓✓

10 ✓✓✓

```
Inicio
  a, b → entero
  c → entero
  preguntar(a)
  preguntar(b)
  si (a>10 ó b<5)
     c = 2*a + 4*b
     mostrar(c)
  sino
     c = 3*a – 1*b
     mostrar(c)
Fin
```

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
15	7	58
8	10	14
1	2	10

Lógica proposicional

O-exclusivo ($\oplus$)

- Hamlet fue escrito o en 1601 o en 1688
- Sarah quiere o a Oscar o a Juan
- En su plato de entrada escoger o sopa o ensalada
- En su bandeja puede escoger o carne o pollo

Lógica proposicional

O-exclusivo (⊕)

En su plato de entrada puede escoger o sopa o ensalada

p	**q**	**p⊕q**
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

O-exclusivo (⊕)

p	q	p⊕q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Lógica proposicional

Implicación (→)

- Si el jueves hay tropel entonces perdemos clase
- Si pierdo los parciales entonces pierdo discretas
- Si me queda discretas en 2.9 entonces el profesor no me pasa

Implicación (→)

Si soy elegido, bajaré los impuestos

p	q	p→q
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

V
F
V *
V

Lógica proposicional

Implicación (→)

Si soy elegido, bajaré los impuestos

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Solo se incumple el condicional si es elegido y no baja los impuestos

Lógica proposicional

Implicación (→)

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Si hace sol, entonces iremos a la playa

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen
- Puede tomar el postre si, y solo si, acabas tu comida

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

  p: "paso el curso"

  q: "gano el examen"

p	q	p↔q	
V	V	?	V
V	F	?	F
F	V	?	F
F	F	?	V

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

p: "paso el curso"

q: "gano el examen"

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

$p \leftrightarrow q \equiv p \to q \land q \to p$

Doble implicación (↔)

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Lógica proposicional

Conectivo	Significado	Proposición Compuesta	Nombre en lógica
$\wedge$	y	$p \wedge q$	Conjunción
$\vee$	O	$p \vee q$	Disyunción
$\neg$	No	$\neg p$	Negación
$\rightarrow$	si .. entonces	$p \rightarrow q$	Condicional
$\leftrightarrow$	si y solo si	$p \boxed{\leftrightarrow} q$	Bicondicional
Condicional negativo	q a menos que p	$\neg p \rightarrow q$	

q unless p

Lógica proposicional

Conectivo condicional negativo

Voy a discretas **a menos** que llueva.

a: Voy a discretas

b: Llueve

Juan va a estudiar A MENOS que llueva
Si no llueva entonces Juan va a estudiar

note that "q unless $\neg p$" means that if $\neg p$ is false, then q must be true.

$$\neg b \to a$$

$p \leftrightarrow q$

To remember that "p only if q" expresses the same thing as "if p, then q," note that "p only if q" says that p cannot be true when q is not true. That is, the statement is false if p is true, but q is false. When p is false, q may be either true or false, because the statement says nothing about the truth value of q. Be careful not to use "q only if p" to express $p \to q$ because this is incorrect. To see this, note that the true values of "q only if p" and $p \to q$ are different when p and q have different truth values.

$p \leftrightarrow q$

Es análogo a p-> q PERO p no puede ser verdad si q no es verdad (Only) si y sólo si.

Si p es verdadero entonces q debe ser verdadero
Si p es falso entonncces q debe ser falso.

$$p \leftrightarrow q \neq p \to q$$

$$q \leftrightarrow p \neq q \to p$$

Lógica proposicional

Precedencia de los operadores

- Negación ($\neg$)
- Conjunción (AND)
- Disyunción (OR)
- Implicación ($\rightarrow$)
- Doble implicación ($\leftrightarrow$)

$\boxed{\neg p} \vee q \boxed{\wedge} r$

Lógica proposicional

p	$\neg p$
V	F
F	V

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Valor de verdad de proposiciones compuestas

- Se quiere conocer el valor de verdad de proposiciones compuestas. Para esto, se **completan las tablas de verdad** para cada una de las posibles combinaciones

$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$

$(p \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)$

$(p \wedge \neg r) \vee (\neg p \rightarrow r)$

$(p \oplus q) \rightarrow (\neg p \oplus \neg q)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **(p∧q)→(¬p∧q)**

x y x → y

p	q	¬p	p∧q	¬p∧q	(p∧q)→(¬p∧q)
V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V		
V	F	F	F		
F	V	V	F		
F	F	V	F		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V	F	
V	F	F	F	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	F	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **(¬p→¬q)∧(q∨p)**

p	q	¬p	¬q	¬p→¬q	q∨p	(¬p→¬q)∧(q∨p)
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F				
V	F	F				
F	V	V				
F	F	V				

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	V		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	V		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V	
V	F	F	V	V	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F				
V	F	F				
F	V	V				
F	F	V				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	V		
F	F	V	V	V		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V	V	
V	F	F	V	F	F	
F	V	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	V	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg \mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \rightarrow (\mathbf{p} \oplus \neg \mathbf{q})$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **(p∧¬r)∨(¬q→r)**

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F				
V	V	F	F				
V	F	V	V				
V	F	F	V				
F	V	V	F				
F	V	F	F				
F	F	V	V				
F	F	F	V				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F	F			
V	V	F	F	V			
V	F	V	V	F			
V	F	F	V	V			
F	V	V	F	F			
F	V	F	F	V			
F	F	V	V	F			
F	F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F		
V	V	F	F	V	V		
V	F	V	V	F	F		
V	F	F	V	V	V		
F	V	V	F	F	F		
F	V	F	F	V	F		
F	F	V	V	F	F		
F	F	F	V	V	F		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F	V	
V	V	F	F	V	V	V	
V	F	V	V	F	F	V	
V	F	F	V	V	V	F	
F	V	V	F	F	F	V	
F	V	F	F	V	F	V	
F	F	V	V	F	F	V	
F	F	F	V	V	F	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	F	F	F

Resumen metódo de las tabla de verdad

1) Descomponer la expresión en expresiones más simples

2) Evaluar los valores de las variables proposionales

$p \to q$

Si me eligen (p)
entonces
bajaran los impuestos (q)

p	q	$p \to q$	$q \to p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Considere el siguiente acertijo:
En una mesa hay tres cajas etiquetadas A, B, y C. Dentro de cada caja, pero no visibles desde afuera, hay una ficha de plástico. Una ficha es roja, otra es blanca y la otra es azul. No se sabe qué ficha está en cada caja. Lo que sí se sabe es que exáctamente una de las siguientes tres afirmaciones es cierta:

1. *La caja A contiene la ficha roja.*
2. *La caja B no contiene la ficha roja.*
3. *La caja C no contiene la ficha azul.*

A partir de la anterior información, determine cuál es el color de la ficha de cada una de las cajas.

p: Hay un ficha de plastico dentro de la caja
q: La ficha es visible desde afuera.
r: Hay una ficha roja
s: Hay una ficha blanca
t: Hay una ficha azul
u: Yo sé que ficha hay en una caja.

1) $p \wedge \neg q$

2) $r \wedge s \wedge t$

3) $\neg u$

A es necesario para B   B->A
A es suficiente para B   A->B

Para A es una condición necesaria que ocurra B

Efecto

causa

$\boxed{A}$ es una condición necesaria para $\boxed{B}$

$B \rightarrow A$

$\boxed{A}$ es una condición suficiente para $\boxed{B}$

$A \rightarrow B$

A es necesario para B B->A

Para Ganar discretas es necesario ganar el examen
Para ser Colombiana es necesario nacer en Cali

A es suficiente para B   A->B

Con ganar los quices es suficiente para Ganar Calculo
Nacer en cali es suficiente para ser Colombiana

Si A sucede es suficiente para que B suceda.

A es $\boxed{\text{necesario}}$ y $\boxed{\text{suficiente}}$ para B

$B \rightarrow A \wedge A \rightarrow B \equiv A \leftrightarrow B$

$p \to q$

"if p, then q"
"if p, q"
"p is sufficient for q"
"q if p"
"q when p"
"a necessary condition for p is q"
"q unless $\neg p$"

"p implies q"
"p only if q"
"a sufficient condition for q is p"
"q whenever p"
"q is necessary for p"
"q follows from p"

Si p entonces q
Si p,q
$p \to q$ P es suficiente para q
q si p
Una necesaria condición para p es q
p a menos no p

p implica q
p solo si q (doble implicación) $p \leftrightarrow q$
Una necesaria condición para q es p
q cuando p
q es necesario para p $p \to q$
q sucede desde p

Que p, q, y r sean las proposiciones

p : Se han visto osos pardos en la zona.

q : El senderismo es seguro en el sendero.

r : Las bayas están maduras a lo largo del sendero.

Escriba estas proposiciones usando p, q, y r y la lógica conectiva (incluidas las negaciones).

a) Las bayas están maduras a lo largo del camino, pero los osos pardos no se ha visto en la zona.

$r \land \neg p$

b) No se han visto osos pardos en la zona y se han hecho caminatas seguras, pero las bayas están maduras a lo largo del sendero.

$\neg p \land q \lor r$

c) Si las bayas están maduras a lo largo del sendero, la caminata es segura si y sólo si no se han visto osos pardos en la zona.

entonces

$r \to (q \leftrightarrow \neg p) \neq (r \to q) \Leftrightarrow \neg p$

d) No es seguro caminar por el sendero, pero los osos pardos no se ha visto en la zona y las bayas a lo largo del sendero están maduros.

$\neg q \land \neg p \land r$

e) Para que la caminata en el sendero sea segura, es necesario pero no suficiente para que las bayas no estén maduras a lo largo del camino y para que los osos pardos no hayan sido vistos en la zona.

p : Se han visto osos pardos en la zona.
q : El senderismo es seguro en el sendero.
r : Las bayas están maduras a lo largo del sendero.

La caminata sea segura es necesario para que las bayas no esten maduras y los osos no se han visto

Efecto

Causa

y

q es necesario para p

$(\neg r \land \neg p) \to q$

La caminata es segura no es suficiente para que las bayas no esten maduras y los osos no se han visto

Causa

Efecto

p es suficiente para q

f) El senderismo no es seguro en el sendero cuando los osos grizzli se han visto en la zona y las bayas están maduras a lo largo de el rastro.

$\neg(q \to (\neg r \land \neg p))$

$(\neg r \land \neg p) \to q \land \neg(q \to (\neg r \land \neg p))$

$(p \land r) \to \neg q$

Lógica proposicional

Tipos de proposiciones compuestas

- Tautología
- Contradicción
- Contingencia

Lógica proposicional

Tipos de proposiciones compuestas

- **Tautología**. La proposición es verdadera para todos los posibles valores de verdad
- **Contradicción**. La proposición es falsa para todos los posibles valores de verdad
- **Contingencia**. La proposición no es ni tautología ni contradicción

Lógica proposicional

Clasifique como Tautología, Contradicción o Contingencia las siguientes proposiciones compuestas:

- $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
- $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p\oplus q)\rightarrow(p\leftrightarrow q)$**

p	q	$p\oplus q$	$p\leftrightarrow q$	$(p\oplus q)\rightarrow(p\leftrightarrow q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F		
V	F	V		
F	V	V		
F	F	F		

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	V	
V	F	V	F	
F	V	V	F	
F	F	F	V	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ es una contingencia

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$**

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ es una tautología

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{p})\rightarrow(\neg\mathbf{q}\wedge\mathbf{q})$

Tabla de verdad para $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge \neg p$	$\neg(p \wedge \neg p)$	$\neg q \wedge q$	$\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	F	F

$\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$ es una contradicción

Lógica proposicional

Clasifique la siguiente proposición compuesta como tautología, contradicción o contingencia

$$(\neg \mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q}) \oplus (\neg \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q})$$

Lógica proposicional

Desarrolle la tabla de verdad para los siguientes pares de proposiciones:

$$\neg(p \vee q),\ \neg p \wedge \neg q$$

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p}\vee\mathbf{q})$, $\neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\vee q$	$\neg(p\vee q)$	$\neg p\wedge\neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Lógica proposicional

Leyes de morgan

Tabla de verdad para **¬(p∨q)**, **¬p∧¬q**

p	q	¬p	¬q	p∨q	¬(p∨q)	¬p∧¬q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

NO (Hoy es martes o hay discretas)
Hoy no es martes y no hay discretas

$$\boxed{\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q}$$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg\mathbf{(p\vee q)}$, $\neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\vee q$	$\neg(p\vee q)$	$\neg p\wedge\neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Se dice que $\neg\mathbf{(p\vee q)}$ y $\neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$
son lógicamente equivalentes

$$\neg(\mathbf{p}\vee\mathbf{q}) \equiv \neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$$

Lógica proposicional

Equivalencia lógica (≡)

Dos proposiciones son **lógicamente equivalentes** si tienen los mismos valores de verdad

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg\mathbf{(p \lor q)}$, $\neg\mathbf{p} \land \neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \lor q$	$\neg(p \lor q)$	$\neg p \land \neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Se dice que $\neg\mathbf{(p \lor q)}$ y $\neg\mathbf{p} \land \neg\mathbf{q}$
son lógicamente equivalentes

$$\neg\mathbf{(p \lor q)} \equiv \neg\mathbf{p} \land \neg\mathbf{q}$$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p} \vee \mathbf{q})$, $\neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Ley de De Morgan: $\neg(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \equiv \neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$

Lógica proposicional

Augustus De Morgan

- Fue tutor de Ada Lovelace
- Perdió la visión de un ojo desde que tenía 2 meses de nacido
- Fue cuarto Wrangler. Universidad de Cambridge
- En 1838 presentó la primera explicación clara de una demostración por inducción matemática

(1806 – 1871)

Lógica proposicional

Muestre que los siguientes pares de proposiciones son lógicamente equivalentes:

- $p \rightarrow q$, $\neg p \vee q$
- $p \vee (q \wedge r)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **p→q**, **¬p∨q**

p	q	p→q	¬p	¬p∨q
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

$\boxed{p \to q \equiv \neg p \vee q}$

Eliminar implicación

$(p \vee q) \to r \equiv \neg(p \vee q) \vee r$

$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r$

$p \vee q \vee r$

$(p \vee q) \rightarrow r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee r$

p	q	r	$p \vee q \Rightarrow r$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	T

p	q	r	$(\neg p \wedge \neg q) \vee r$
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
F	F	F	T

Tabla de verdad para $\mathbf{p \rightarrow q}$, $\mathbf{\neg p \vee q}$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Lógica proposicional

Distributiva

Tabla de verdad para **p∨(q∧r), (p∨q)∧(p∨r)**

p	q	r	q∧r	p∨(q∧r)	p∨q	p∨r	(p∨q)∧(p∨r)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$p \vee (q \wedge r) = (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} p \vee (p \wedge q) \equiv p \\ p \wedge (p \vee q) \equiv p \end{array}}$$

$$(p \vee p) \wedge (p \vee q)$$

$$p \wedge (p \vee q)$$

p	q	$p \wedge (q \vee p)$
T	T	T
T	F	T
F	T	F
F	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $p \vee (q \wedge r)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$p \vee (q \wedge r)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$**

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Ley distributiva: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Lógica proposicional

Indique si el siguiente par de proposiciones es lógicamente equivalente:

- $\neg p \rightarrow \neg q$, $\neg p \vee q$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$\neg p \rightarrow \neg q$, $\neg p \vee q$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg p \vee q$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Como no coinciden para todos los valores de verdad, no son lógicamente equivalentes

SI usted n variables proposicionales, entonces hay 2^n

$q_1 \dots q_n$

q_1	q_2	q_3
$\frac{2^n}{2}$ V	$\frac{2^n}{4}$ V	$\frac{2^n}{8}$ V
		$\frac{2^n}{8}$ f
	$\frac{2^n}{4}$ f	$\frac{2^n}{8}$ V
		$\frac{2^n}{8}$ f
$\frac{2^n}{2}$ F	$\frac{2^n}{4}$ V	$\frac{2^n}{8}$ V
		$\frac{2^n}{8}$ f
	$\frac{2^n}{4}$ f	$\frac{2^n}{8}$ V
		$\frac{2^n}{8}$ f

$n = 3 \qquad 2^3 = 8$

	q_1	q_2	q_3
4	V	V	V
	V	V	F
	V	F	V
	V	F	F
4	F	V	V
	F	V	F
	F	F	V
	F	F	f

a_1	a_2	a_3	a_4
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

$2^4 = 16$

1) $\begin{cases} 8 \text{ V} \\ 8 \text{ F} \end{cases}$

2) 4) V < 2V, 2F

4) F

4) V

4) F

3)

2) V

2) F

4)

Equivalencia	Nombre
$p \wedge V \equiv p$ $p \vee F \equiv p$	Leyes de identidad
$p \vee V \equiv V$ $p \wedge F \equiv F$	Leyes de dominación
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Leyes de idempotencia
$\neg(\neg p) \equiv p$	Ley de la doble negación
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Leyes conmutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Leyes asociativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Leyes distributivas
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Leyes de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Leyes de absorción
$p \vee \neg p \equiv V$ $p \wedge \neg p \equiv F$	Leyes de negación

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \lor (p \land q) \equiv p}$

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \vee (p \wedge q) \equiv p}$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \lor (p \land q) \equiv p}$

p	q	$p \land q$	$p \lor (p \land q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \vee (p \wedge q) \equiv p}$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Aplique la ley que se indica en cada caso:

- Distributiva sobre $\neg \mathbf{p} \vee (\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q})$

$(\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)$ $\quad$ $\boxed{V} \wedge (\neg p \vee \neg q)$

- De Morgan sobre $\neg (\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q})$

$(\neg p \vee q)$

- De Morgan sobre $\neg (\mathbf{q} \vee (\neg \mathbf{p} \vee \mathbf{r}))$

$\neg q \wedge \neg (\neg p \vee r)$

$\neg q \wedge p \wedge \neg r$

Lógica proposicional

Equivalencias relacionadas con implicaciones

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q}$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$ ← Contrapositiva (Demostración)

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$\boxed{r \vee s}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\neg r \rightarrow s}$$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p}$

$\neg p \vee q \equiv q \vee \neg p$

$$\boxed{\neg p \vee q \equiv \neg p \vee q}$$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Lógica proposicional

Aplique la ley $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ en los siguientes casos:

- $(\neg p \wedge r) \rightarrow q$
- $(p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r)$

$\neg(\neg p \wedge r) \vee q \equiv p \vee \neg r \vee q$

$\neg(p \vee q) \vee \neg q \vee r$

$\boxed{(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee r}$

$(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee \neg q) \vee r$

$((\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q) \vee r$

Lógica proposicional

Equivalencias relacionadas con doble implicación
$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

Lógica proposicional

Demostrar equivalencias lógicas

Las equivalencias lógicas se pueden demostrar construyendo la tabla de verdad. Otra forma de hacerlo consiste en utilizar equivalencias ya conocidas

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg(\mathbf{p} \vee (\neg \mathbf{p} \wedge \mathbf{q})) \equiv \neg \mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q}$

1) Morgan $\neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$

2) Morgan $\neg p \wedge (p \vee \neg q)$

3) Distributivo $\cancel{(\neg p \wedge p)} \vee (\neg p \wedge \neg q)$

4) Negación $F \vee (\neg p \wedge \neg q)$

5) Identidad $(\neg p \wedge \neg q)$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg\mathbf{(p\vee(\neg p\wedge q))} \equiv \neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q)) \equiv$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \land \neg q}$

$\neg(p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \land \neg(\neg p \land q)$ De Morgan

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$ De Morgan

$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$ De Morgan

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{\neg(p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \land \neg q}$

$\neg(p \lor (\neg p \land q))$	$\equiv \neg p \land \neg(\neg p \land q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \land [\neg(\neg p) \lor \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \land (p \lor \neg q)$	Doble negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$	$\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Distributiva

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \lor (\neg p \land q)) \equiv \neg p \land \neg q}$

$\neg(p \lor (\neg p \land q))$	$\equiv \neg p \land \neg(\neg p \land q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \land [\neg(\neg p) \lor \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \land (p \lor \neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p \land p) \lor (\neg p \land \neg q)$	Distributiva
	$\equiv F \lor (\neg p \land \neg q)$	Ley de negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$	$\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Distributiva
	$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Ley de negación
	$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee F$	Conmutativa

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p\vee(\neg p\wedge q)) \equiv \neg p\wedge\neg q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q))$	$\equiv \neg p\wedge\neg(\neg p\wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge[\neg(\neg p)\vee\neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge(p\vee\neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p\wedge p)\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Distributiva
	$\equiv F\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Ley de negación
	$\equiv (\neg p\wedge\neg q)\vee F$	Conmutativa
	$\equiv (\neg p\wedge\neg q)$	Identidad

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow (p \vee q) \equiv V}$

1) $(\neg p \vee p) \vee q$ Implicacion

2) $V \vee q$ Negación

3) V Dominacion

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \to (p \vee q) \equiv V}$

$p \to (p \vee q)$	$\equiv \neg p \vee (p \vee q)$	$p \to q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv (\neg p \vee p) \vee q$	Asociativa
	$\equiv V \vee q$	Negación
	$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv V$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(p\wedge q)\rightarrow(p\vee q) \equiv V}$

$(p\wedge q)\rightarrow(p\vee q) \equiv \neg\underline{(p\wedge q)}\vee(p\vee q)$	$p\rightarrow q\equiv\neg p\vee q$
$\equiv (\neg p\vee\neg q)\vee(p\vee q)$	De Morgan
$\equiv \neg p\vee(\neg q\vee p)\vee q$	Asociativa
$\equiv \neg p\vee(p\vee\neg q)\vee q$	Conmutativa
$\equiv (\neg p\vee p)\vee(\neg q\vee q)$	Asociativa
$\equiv V\vee V$	Negación
$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg \mathbf{p} \rightarrow (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \equiv \mathbf{V}$

1) $p \vee (p \rightarrow q)$

2) $p \vee \neg p \vee q$

3) $V \vee q$

4) V

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg \mathbf{p} \rightarrow (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \equiv \mathbf{V}$

$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$	$\equiv \neg(\neg p) \vee (p \rightarrow q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv p \vee (p \rightarrow q)$	Doble negación
	$\equiv p \vee (\neg p \vee q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv (p \vee \neg p) \vee q$	Asociativa
	$\equiv V \vee q$	Negación
	$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boxed{(\neg p \to \neg q) \to q} \equiv (\neg p \wedge q) \vee q$

1) $\neg(\neg p \to \neg q) \vee q$

2) $\neg(p \vee \neg q) \vee q$

3) $(\neg p \wedge q) \vee q$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q \equiv (\neg p \wedge q) \vee q}$

$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q$	$\equiv \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \vee q$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv \neg[\neg(\neg p) \vee \neg q] \vee q$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv \neg(p \vee \neg q) \vee q$	Doble negación
	$\equiv [\neg p \wedge \neg(\neg q)] \vee q$	De Morgan
	$\equiv (\neg p \wedge q) \vee q$	Doble negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg[\, (p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)\,] \equiv F$

1) $\neg(\neg(p \wedge q) \boxed{\vee} (p \rightarrow q))$

2) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \rightarrow q)$

3) $(p \wedge q) \wedge \neg(\neg p \vee q)$

4) $p \wedge q \wedge p \wedge \neg q$

5) $p \wedge F$

$\boxed{6)\ F}$

Lógica proposicional

Representación de frases del lenguaje natural

- La lógica permite representar de forma no ambigua frases que se usan en el lenguaje natural

- Cada preposición se denota como una variable

a: "Juan es estudiante"

Se codifican "y", "o", "si" ... "entonces", "si y sólo si" con sus respectivos conectores $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

- La preposiciones no pueden ir negadas, en caso de ser negativas se usa el conector $\neg$. Ejemplo: "Juan no es estudiante".

a: "Juan es estudiante"

$\neg$ a

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: "mides menos de 1.20 metros"

q: "eres menor de 16 años"

r: "puedes montar en la montaña rusa"

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: "mides menos de 1.20 metros"

q: "eres menor de 16 años"

r: "puedes montar en la montaña rusa"

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r$$

Lógica proposicional

Una foto es rectangular o cuadrada. Una foto es a color o en blanco y negro. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro. Si es rectangular, es una foto en color. En caso de que la foto sea en blanco y negro, entonces es un retrato. Si la foto es un retrato, es la foto de mi amigo. Se sabe que la foto no es a color

Lógica proposicional

r: "la foto es rectangular"

c: "la foto es cuadrada"

l: "la foto es a color"

b: "la foto es a blanco y negro"

t: "la foto es un retrato"

a: "la foto es de mi amigo"

Lógica proposicional

1. $r \lor c$
2. $b \lor l$
3. $c \rightarrow b$
4. $r \rightarrow l$
5. $b \rightarrow t$
6. $t \rightarrow a$
7. $\neg l$

Lógica proposicional

- Uno de los siguientes equipos ganó el torneo: América, Cali, Millonarios, Santa Fe, Medellín o Nacional
- Si el vencedor fue América o Cali, un equipo del Valle ganó el torneo
- Si Millonarios o Santa Fe ganaron, el vencedor fue un equipo de Bogotá
- Si el vencedor fue Medellín o Nacional, un equipo de Antioquia ganó el torneo
- Si Medellín fue derrotado entonces Santa Fe también
- Cali perdió =)
- Si América perdió, entonces el Valle no ganó el torneo
- Si el Cali perdió, entonces un equipo de Antioquia no ganó el torneo
- Si Nacional fue derrotado entonces Millonarios y Medellín también

Lógica proposicional

a: "América ganó el torneo"

c: "Cali ganó el torneo"

m: "Millonarios ganó el torneo"

s: "Santa Fe ganó el torneo"

e: "Medellín ganó el torneo"

n: "Nacional ganó el torneo"

v: "un equipo del Valle ganó el torneo"

p: "un equipo de Antioquia ganó el torneo"

b: "un equipo de Bogotá ganó el torneo"

Lógica proposicional

1. $\boxed{a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n}$
2. $(a \vee c) \rightarrow v$
3. $(m \vee s) \rightarrow b$
4. $(e \vee n) \rightarrow p$
5. $\neg e \rightarrow \neg s$
6. $\neg c$
7. $\neg a \rightarrow \neg v$
8. $\neg c \rightarrow \neg p$
9. $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

Lógica proposicional

1. $a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n$
2. $(a \vee c) \rightarrow v$
3. $(m \vee s) \rightarrow b$
4. $(e \vee n) \rightarrow p$
5. $\neg e \rightarrow \neg s$
6. $\neg c$
7. $\neg a \rightarrow \neg v$
8. $\neg c \rightarrow \neg p$
9. $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

Lógica proposicional

Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

Destruye los sueños y esperanzas de amigos y conocidos

Lógica proposicional

a: “Superman es capaz de prevenir el mal”

b: “Superman quiere prevenir el mal”

c: “Superman previene el mal”

d: “Superman es impotente”

e: “Superman es malévolo”

f: “Superman existe”

Lógica proposicional

1. $(a \wedge b) \rightarrow c$ Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría

2. $\neg a \rightarrow d$ Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente

3. $\neg b \rightarrow e$ Sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo

4. $\neg c$ Supermán no previene el mal

5. $f \rightarrow \neg d \wedge \neg e$ Si supermán existe, no es impotente ni malévolo.

6. $\neg f$ Supermán no existe ☹

Prontamente obtendrás las herramientas para demostrar que Superman no existe y así destruir los sueños y esperanzas de amigos y conocidos ☺

Lógica proposicional

Prueba el anterior enunciado en esta herramienta:

http://logictools.org

Lógica proposicional

http://logictools.org

```
((a and b) => c)   &
(-a => d) &
(-b => e) &
-c &
(f => -d and -e) &
-f
```

Seleccionar truth table: better

Lógica proposicional

Juan tiene 20 o 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que Pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años

- Traduzca a lógica proposicional.
- Pruebe su argumento en logictoools.org.

logictools

a: Juan tiene 20 años
b: Juan tiene 22 años
c: Juan nacio antes que Pedro

1) $a \vee b$
2) $b \to c$
3) $\neg c$
4) $\therefore a$

Sistema en Logictools

a or b &
b -> c &
-c &
a