Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Algebra de Boole
* Operadores
* Expresiones y funciones booleanas
* Expresiones duales
* Forma normal disyuntiva y conjuntiva

Algebra Booleana

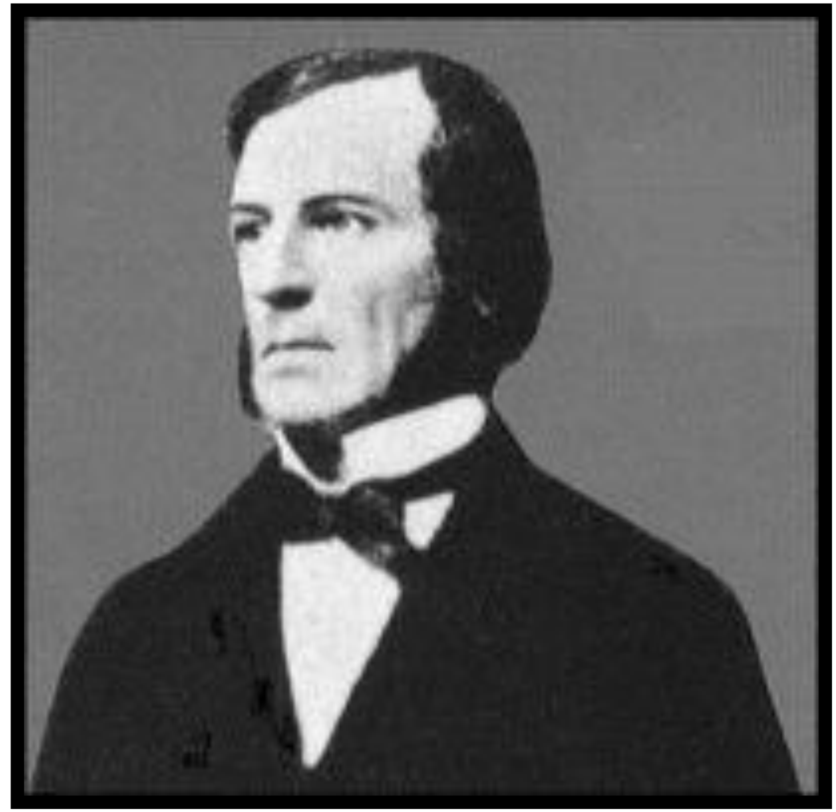
George Boole

AND → Conjunción

OR - Disyunción

- Publicó *The Laws of thought*, su trabajó más famoso. Allí presentó el álgebra de boole

- Su trabajo fue utilizado 100 años más tarde, por Shanon, como la base de lo que sería un computador



(1815-1864)

Algebra Booleana

Algebra de Boole

• Proporciona las operaciones y las leyes para trabajar con el conjunto {0,1}

Algebra Booleana

Algebra de Boole

- **Conjunto**

  {0,1}

- **Operaciones**

  Complemento

  Suma Booleana ← Disyunción

  Producto Booleano ← Conjunción

Algebra Booleana

- **Complemento**

$$\overline{0} = 1$$

$$\overline{1} = 0$$

Algebra Booleana

- **Suma booleana (+, OR)**

$1 + 1 = 1$

$1 + 0 = 1$

$0 + 1 = 1$

$0 + 0 = 0$

Algebra Booleana

- **Producto booleano (· , AND)**

$$1 \cdot 1 = 1$$

$$1 \cdot 0 = 0$$

$$0 \cdot 1 = 0$$

$$0 \cdot 0 = 0$$

Algebra Booleana

Expresiones booleanas

Se aplican los operadores para conocer el valor resultante de una expresión

$$\boxed{1 \cdot 0 + (\overline{0 + 1}) =}$$

$$0 + \overline{1} = 0 + 0 = 0$$

Expresiones booleanas

Se aplican los operadores para conocer el valor resultante de una expresión

$$1 \cdot 0 + (\overline{0 + 1}) = 1 \cdot 0 + (\overline{1})$$

Expresiones booleanas

Se aplican los operadores para conocer el valor resultante de una expresión

$$1 \cdot 0 + (\overline{0 + 1}) = 1 \cdot 0 + (\overline{1})$$

$$= 1 \cdot 0 + 0$$

Expresiones booleanas

Se aplican los operadores para conocer el valor resultante de una expresión

$$
\begin{aligned}
1 \cdot 0 + (\overline{0 + 1}) &= 1 \cdot 0 + (\overline{1}) \\
&= 1 \cdot 0 + 0 \\
&= 0 + 0
\end{aligned}
$$

Expresiones booleanas

Se aplican los operadores para conocer el valor resultante de una expresión

$$
\begin{aligned}
1 \cdot 0 + (\overline{0 + 1}) &= 1 \cdot 0 + (\overline{1}) \\
&= 1 \cdot 0 + 0 \\
&= 0 + 0 \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Algebra Booleana

Encuentre el valor de las siguientes expresiones booleanas:

- $\overline{1 \cdot 1 + (0 \cdot 1)}$ $= \overline{1 + 0} = \overline{1} = 0$
- $\overline{1} + \overline{0} \cdot \overline{1}$ $= 0 + 1 \times 0 = 0 + 0 = 0$

Algebra Booleana

Encuentre el valor de las siguientes expresiones booleanas:

- $\overline{1 \cdot 1 + (0 \cdot 1)} = 0$
- $\overline{1} + \overline{0} \cdot \overline{1} = 0$

Algebra Booleana

Variable booleana

Una variable x es booleana si toma valores en el conjunto B, donde B={0,1}

F, V

boolean

bool

Funciones booleanas

Una función que va de $B^n=\{(x_1,x_2,\ldots,x_n)|x_i\in B,1\leq i\leq n\}$ a B, se conoce como una función booleana de grado n

Funciones booleanas

Una función que va de $B^n=\{(x_1,x_2,\ldots,x_n)\,|\,x_i \in B, 1 \le i \le n\}$ a B, se conoce como una función booleana de grado n

x	y	$F(x,y) = \overline{x} \cdot y + \overline{y}$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Funciones booleanas

Una función que va de $B^n=\{(x_1,x_2,\ldots,x_n)|x_i\in B, 1\leq i\leq n\}$ a B, se conoce como una función booleana de grado n

$(\bar{x}$ and $y)$ or $\bar{y}$

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x}\cdot y$	$F(x,y)=\bar{x}\cdot y+\bar{y}$
1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de la función booleana representada por $F(x,y) = (\overline{x + y}) \cdot (\overline{x} + \overline{y})$

Algebra Booleana

Encuentre los valores de la función booleana representada por $F(x,y) = (\overline{x + y}) \cdot (\overline{x} + \overline{y})$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$x + y$	$\overline{x + y}$	$\overline{x} + \overline{y}$	$F(x,y)$	
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de la función booleana representada por $F(x,y) = (\overline{x + y}) \cdot (\overline{x} + \overline{y})$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$x + y$	$\overline{x + y}$	$\overline{x} + \overline{y}$	$F(x,y)$
1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de la función booleana representada por $F(x,y,z)= x\cdot y + \overline{z}$

x	y	z	$x \cdot y$	$\overline{z}$	$F(x,y,z)$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1

I	III
1	1
1	1
~~1~~	0
~~0~~	1
~~1~~	0
~~0~~	1
~~1~~	0
~~0~~	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de la función booleana representada por $F(x,y,z)= x \cdot y + \overline{z}$

x	y	z	$\overline{z}$	$x \cdot y$	$F(x,y)=x \cdot y + \overline{z}$
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas $F(x,y)=(\overline{x\cdot y})$ y $F(x,y)=\overline{x}+\overline{y}$

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas
$F(x,y)=(\overline{x \cdot y})$ y $F(x,y)=\overline{x} + \overline{y}$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$	$\overline{x} + \overline{y}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas

$F(x,y)=(\overline{x \cdot y})$ y $F(x,y)=\overline{x} + \overline{y}$

Leyes D'morgan

x	y	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$x \cdot y$	$\overline{x \cdot y}$	$\overline{x} + \overline{y}$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas $F(x,y)=x\cdot(x+y)$ y $F(x)=x$

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas $F(x,y)=x\cdot(x+y)$ y $F(x)=x$

x	y	$x+y$	$x\cdot(x+y)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
0	0	0	0

Algebra Booleana

Encuentre los valores de las funciones booleanas
$F(x,y)=x\cdot(x+y)$ y $F(x)=x$

x	y	$x+y$	$x\cdot(x+y)$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	0
0	0	0	0

Algebra Booleana

Identidades del algebra booleana

Identidad	Nombre
$\overline{\overline{x}} = x$	Ley del doble complemento
$x + x = x$ $x \cdot x = x$	Leyes de idempotencia
$x + 0 = x$ $x \cdot 1 = x$	Leyes de identidad
$x + 1 = 1$ $x \cdot 0 = 0$	Leyes de dominancia

Algebra Booleana

Identidades del algebra booleana

Identidad	Nombre
$x+y=y+x$ $x \cdot y=y \cdot x$	Leyes conmutativas
$x+(y+z)=(x+y)+z$ $x \cdot (y \cdot z)=(x \cdot y) \cdot z$	Leyes asociativas
$x+(y \cdot z)=(x+y) \cdot (x+z)$ $x \cdot (y+z)=x \cdot y+x \cdot z$	Leyes distributivas
$(\overline{x \cdot y})= \overline{x} + \overline{y}$ $\overline{(x+y)}=\overline{x} \cdot \overline{y}$	Leyes de De Morgan

Algebra Booleana

Identidades del algebra booleana

Identidad	Nombre
$x+x\cdot y=x$ $x\cdot(x+y)=x$	Ley de absorción
$x+\overline{x}=1$	Ley del inverso para el 1
$x\cdot\overline{x}=0$	Ley del inverso para el 0

Expresión Dual

Dada una expresión booleana E, la expresión dual se obtiene intercambiando entre sí la suma y el producto, y los 0's con los 1's

Algebra Booleana

Expresión Dual

Dada una expresión booleana E, la expresión dual se obtiene intercambiando entre sí la suma y el producto, y los 0's con los 1's

$x \cdot (y+0)$ tiene como expresión dual a $x + (y \cdot 1)$

$\overline{x} \cdot 1 + (\overline{y}+z)$ tiene como expresión dual a $(\overline{x}+0)(\overline{y} \cdot z)$

x	y	$x \cdot (y+0)$	$x + (y \cdot 1)$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	0

Algebra Booleana

Muestre el dual de las siguientes expresiones

- $x \cdot (\overline{x} + 0)$ $\quad X + (\overline{X} \cdot 0)$
- $(x + 1) \cdot (\overline{x} \cdot 0)$ $\quad (X \cdot 0) + (\overline{X} + 1)$
- $(\overline{x} \cdot 0) + (x \cdot 1) + (\overline{x} \cdot 1)$

$(\overline{X} + 1) \cdot (X + 0) \cdot (\overline{X} + 0)$

Algebra Booleana

Muestre el dual de las siguientes expresiones

- $x \cdot (\overline{x} + 0) = x + (\overline{x} \cdot 1)$
- $(x + 1) \cdot (\overline{x} \cdot 0) = (x \cdot 0) + (\overline{x} + 1)$
- $(\overline{x} \cdot 0) + (x \cdot 1) + (\overline{x} \cdot 1) = (\overline{x} + 1) \cdot (x + 0) \cdot (\overline{x} + 0)$

Algebra Booleana

Problema: dados los valores de una función booleana, determinar una expresión que la represente

Algebra Booleana

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	$\boxed{0}$
0	1	1
0	0	1

Minitermminos

Maxitterminos

$xy + \overline{x}y + \overline{x}\,\overline{y}$

$(\overline{x} + y)$

1
0
1
1

¿Cuál es la expresión booleana asociada a F(x,y)?

Algebra Booleana

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$$F(x,y)=\overline{x} + x \cdot y$$

Mintérmino

Un mintérmino de las variables $x_1,x_2,\ldots,x_n$ es el producto booleano $y_1 \cdot y_2 \ldots y_n$ donde $y_i=x_i$ ó $y_i=\overline{x_i}$

Algebra Booleana

- Suponga que

$x_1=0$
$x_2=1$
$x_3=0$
$x_4=1$
$x_5=1$

- A continuación se muestran algunos mintérminos:

$x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$

$x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot x_5$

$\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot x_5$

$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot \overline{x_5}$

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=0$
  $x_2=1$
  $x_3=0$
  $x_4=1$
  $x_5=1$

- A continuación se muestran algunos mintérminos:

$$x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot x_5$$

$$\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot x_5$$

$$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot \overline{x_5}$$

Indique el valor de cada mintermino

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=0$
  $x_2=1$
  $x_3=0$
  $x_4=1$
  $x_5=1$

- A continuación se muestran algunos mintérminos:

  $x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5$ (0)

  $x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot x_5$ (0)

  $\overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot x_5$ (1)

  $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot \overline{x_5}$ (0)

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=1$
  $x_2=0$
  $x_3=1$
  $x_4=1$
  $x_5=0$

- Indique el mintérmino que tiene como valor 1

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=1$
  $x_2=0$
  $x_3=1$
  $x_4=1$
  $x_5=0$

- Indique el mintérmino que tiene como valor 1

  $x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot \overline{x_5}$

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=0$
  $x_2=0$
  $x_3=0$
  $x_4=0$
  $x_5=1$

- Indique el mintérmino que tiene como valor 1

Algebra Booleana

- Suponga que

  $x_1=0$

  $x_2=0$

  $x_3=0$

  $x_4=0$

  $x_5=1$

- Indique el mintérmino que tiene como valor 1

  $\overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot x_5$

Algebra Booleana

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

¿Cuáles son los mintérminos que permiten obtener 1's en F(x,y)?

Algebra Booleana

$xy + \bar{x}y +$
$\bar{x}\,\bar{y}$

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- Mintérminos que tienen como valor 1:

$$x \cdot y$$

$$\bar{x} \cdot y$$

$$\bar{x} \cdot \bar{y}$$

Algebra Booleana

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- $F(x,y) = x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$

Algebra Booleana

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- $F(x,y) = x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$

$$= x \cdot y + \overline{x} \cdot (y + \overline{y})$$

$$= x \cdot y + \overline{x} \cdot 1$$

$$= x \cdot y + \overline{x}$$

Algebra Booleana

- Obtenga una expresión booleana para la función F(x,y,z)

$x\bar{y}z$

x	y	z	F
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	$\boxed{1}$
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Algebra Booleana

x	y	z	F
1	1	1	0
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

$$F(x,y,z) = x \cdot \overline{y} \cdot z$$

Algebra Booleana

- Obtenga una expresión booleana para la función $G(x,y,z)$

$xy\bar{z}+\bar{x}y\bar{z}$

x	y	z	G
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

Algebra Booleana

$(\overline{x}+\overline{y}+\overline{z})\times$

$(\overline{x}+y+\overline{z})\times$

$(\overline{x}+y+z)\times$

$(x+\overline{y}+\overline{z})\times$

$(x+y+\overline{z})\times$

$(\overline{x}+\overline{y}+\overline{z})$

x	y	z	G
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	0

$$G(x,y,z) = (x \cdot y \cdot \overline{z}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z})$$

Forma normal disyuntiva (FND)

La forma como se obtiene la expresión permite que se tengan sumas de mintérminos, lo cual se conoce como **expansión suma de productos**

Algebra Booleana

Forma normal disyuntiva (FND)

La forma como se obtiene la expresión permite que se tengan sumas de mintérminos, lo cual se conoce como **expansión suma de productos**

1) • $x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$ ✓

2) • $(x + \overline{y}) \cdot (y + \overline{x})$ ✗

3) • $(x + y) \cdot \overline{z}$ ✗

4) • $\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot \overline{y}$ ✓

Forma normal disyuntiva (FND)

La forma como se obtiene la expresión permite que se tengan sumas de mintérminos, lo cual se conoce como **expansión suma de productos**

- $x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$, **está** en FND
- $(x + \overline{y}) \cdot (y + \overline{x})$, **no está** en FND
- $(x + y) \cdot \overline{z}$, **no está** en FND
- $\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot \overline{y}$, **está** en FND

Algebra Booleana

Forma normal disyuntiva (FND)

La forma como se obtiene la expresión permite que se tengan sumas de mintérminos, lo cual se conoce como **expansión suma de productos**

- $x \cdot y + \overline{x} \cdot y + \overline{x} \cdot \overline{y}$
- $(x + \overline{y}) \cdot (y + \overline{x})$ ← $x(y + \overline{x}) + \overline{y}(y + \overline{x}) = x \cdot y + \underbrace{\cancel{x \cdot \overline{x}}}_{0} + \underbrace{\cancel{\overline{y}\, y}}_{0} + \overline{y}\, x$

  $x \cdot y + x\, \overline{y}$
- $(x + y) \cdot \overline{z}$ ⟵ Convertir a FND

  $x \cdot \overline{z} + y \cdot \overline{z}$
- $\overline{x} \cdot \overline{y} + x \cdot \overline{y}$

Algebra Booleana

Convertir a forma normal disyuntiva (FND)

- Se completa la tabla con las variables booleanas y se obtiene la expresión para F como sumas de mintérminos

Algebra Booleana

x	y	z	$x+y$	$\overline{z}$	$(x+y) \cdot \overline{z}$
1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0

Algebra Booleana

x	y	z	$x+y$	$\overline{z}$	$(x+y) \cdot \overline{z}$
1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0

$$F(x,y,z) = (x \cdot y \cdot \overline{z}) + (x \cdot \overline{y} \cdot \overline{z}) + (\overline{x} \cdot y \cdot \overline{z})$$

Algebra Booleana

Convertir a FND:

$$(x + (\overline{y} \cdot z)) \cdot \overline{(x + y)}$$

$$(x + (\overline{y} \cdot z)) \cdot (\overline{x} \cdot \overline{y})$$

Demorgan

$$(x \cdot (\overline{x}\,\overline{y}) + (\overline{x} \cdot \overline{y}) \cdot (\overline{y} \cdot z))$$

$$0\,\overline{y} + \overline{x}\,\overline{y}\,z$$

$$\overline{x}\,\overline{y}\,z$$

$$\overline{x}\,\overline{x} = \overline{x}$$

$$\overline{y}\,\overline{y} = \overline{y}$$

$$x \cdot \overline{x} = 0$$

$$0\,\overline{y} = 0$$

Algebra Booleana

Convertir a FND:

$$(x + (\overline{y} \cdot z)) \cdot \overline{(x + y)}$$

$\overline{x}\ \overline{y}\ z$

x	y	z	$\overline{y}$	$\overline{y} \cdot z$	$x + \overline{y} \cdot z$	$x+y$	$\overline{x+y}$	$(x + \overline{y} \cdot z) \cdot \overline{(x+y)}$
1	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0

Algebra Booleana

$F(x,y,z) = (\overline{x} \cdot \overline{y} \cdot z)$

x	y	z	$\overline{y}$	$\overline{y}\cdot z$	$x + \overline{y}\cdot z$	$x+y$	$\overline{x+y}$	$(x + \overline{y}\cdot z) \cdot \overline{(x+y)}$
1	1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	0

Algebra Booleana

Encuentre las expresiones en FND de las siguientes funciones booleanas

a) $F(x,y) = \overline{x} + y$

Algebra Booleana

$F(x,y) = \overline{x} + y$

x	y	$\overline{x}$	$\overline{x} + y$
1	1	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

FND: $F(x,y) = (x \cdot y) + (\overline{x} \cdot y) + (\overline{x} \cdot \overline{y})$

Algebra Booleana

Encuentre las expresiones en FND de las siguientes funciones booleanas

a) $F(x,y) = \overline{x} + y$

b) $\boxed{F(x,y) = 1}$

$xy + x\overline{y} + \overline{x}y + \overline{x}\,\overline{y}$

Algebra Booleana

$F(x,y) = 1$

x	y	F(x,y)
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	1

FND: $F(x,y) = (x \cdot y) + (x \cdot \overline{y}) + (\overline{x} \cdot y) + (\overline{x} \cdot \overline{y})$

Algebra Booleana

Encuentre las expresiones en FND de las siguientes funciones booleanas

a) $F(x,y) = \overline{x} + y$

b) $F(x,y) = 1$

c) $F(x,y) = \overline{y}$

Algebra Booleana

$F(x,y) = \overline{y}$

x	y	$F(x,y)$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	1

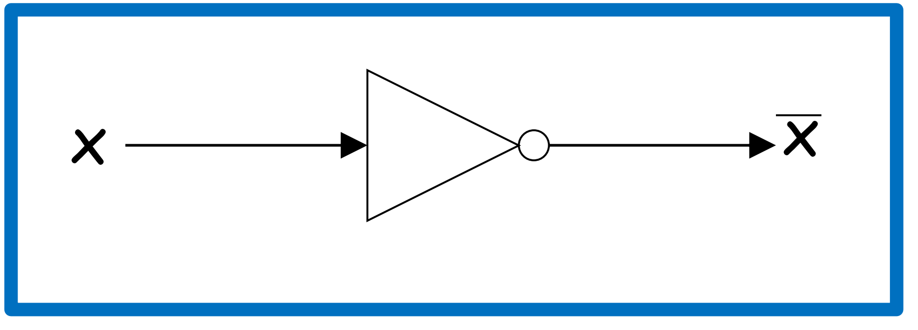
FND: $F(x,y) = (x \cdot \overline{y}) + (\overline{x} \cdot \overline{y})$

* Compuertas NOT, OR, AND
* Diseño de circuitos

Compuertas lógicas

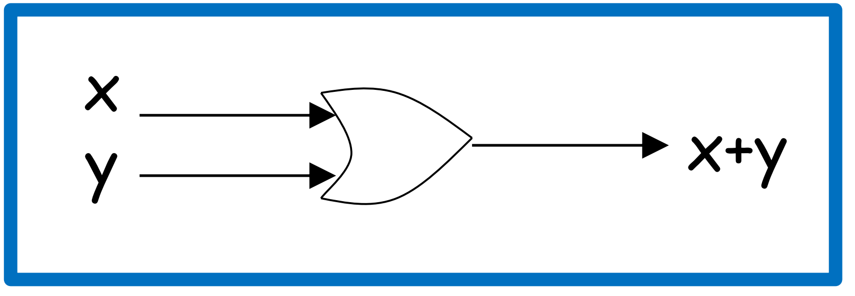
Compuerta NOT o inversor

Acepta solo una variable booleana como entrada y produce el complemento de ese valor como salida



Compuerta OR

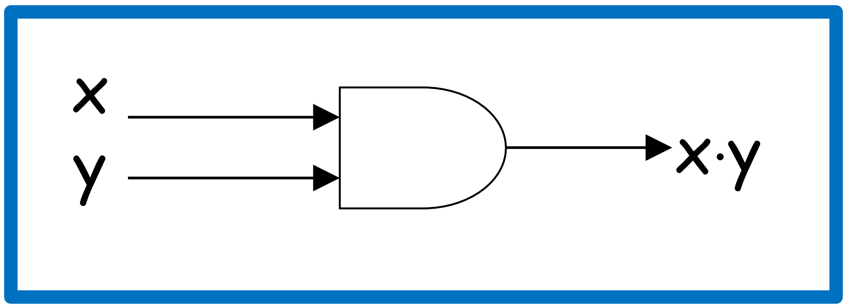
Toma como entrada los valores de dos o más variables booleanas. La salida es la suma booleana de sus valores de entrada



Compuertas lógicas

Compuerta AND

Toma como entrada los valores de dos o más variables booleanas. La salida es el producto booleano de sus valores de entrada



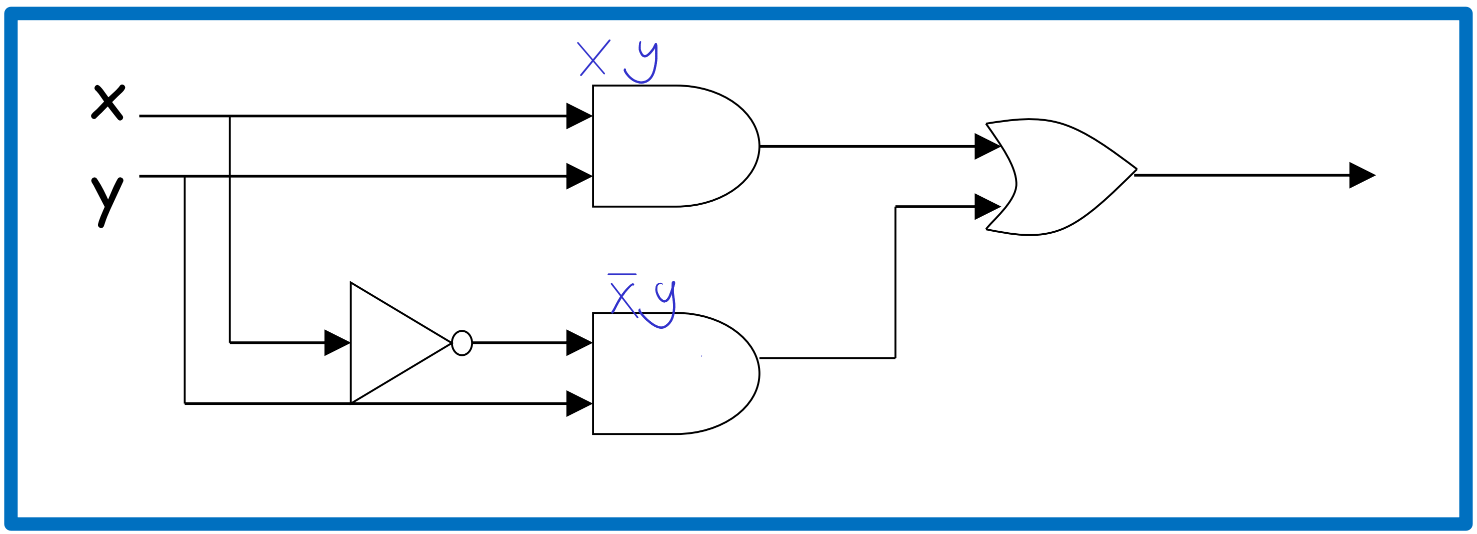
Compuertas lógicas

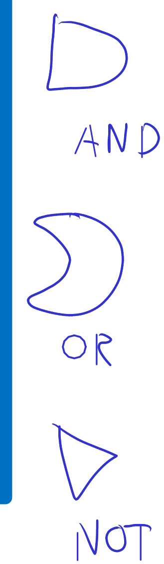
Combinación de compuertas

Las compuertas se pueden combinar para producir una salida que corresponda a una función booleana determinada

Compuertas lógicas

Combinación de compuertas

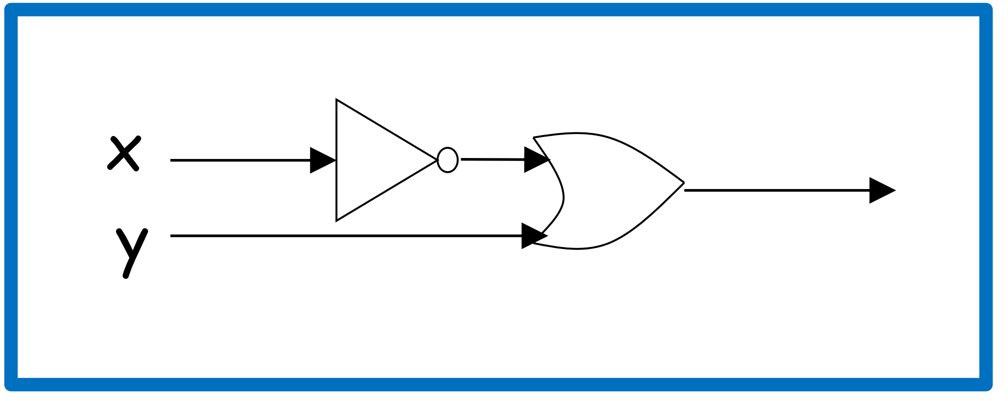




$F(x,y) = xy + \bar{x}y$

Compuertas lógicas

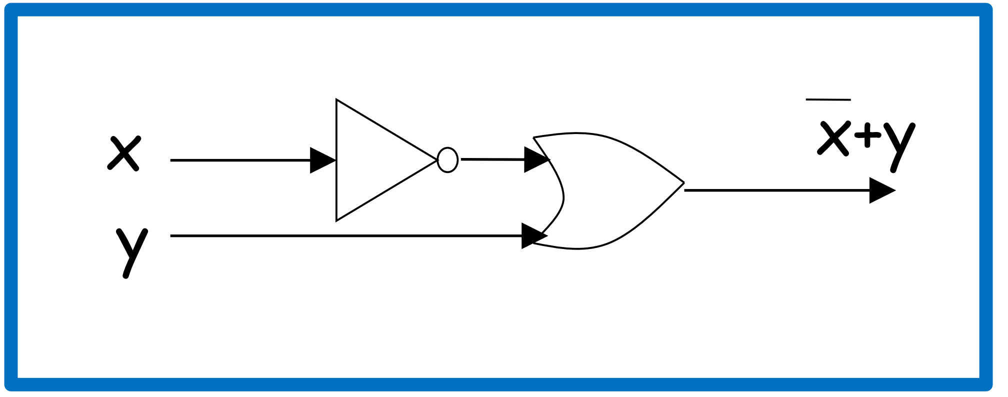
Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



$\overline{x} + y$

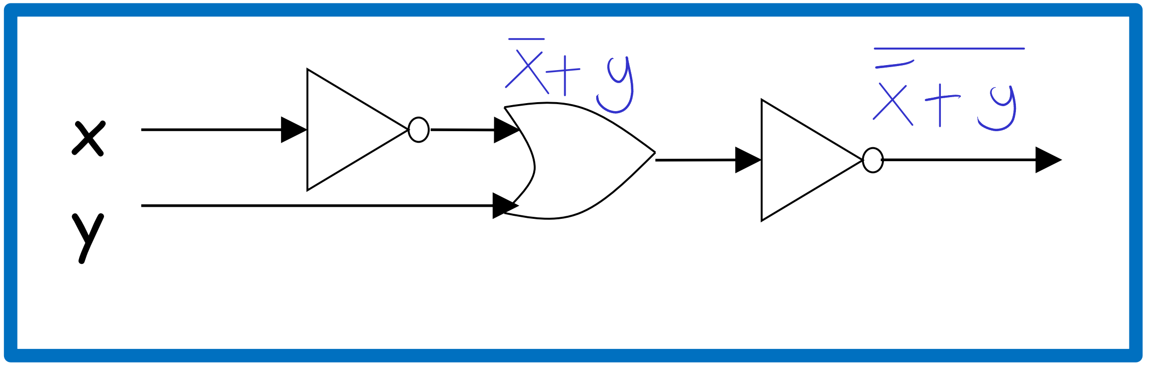
Compuertas lógicas

Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



Compuertas lógicas

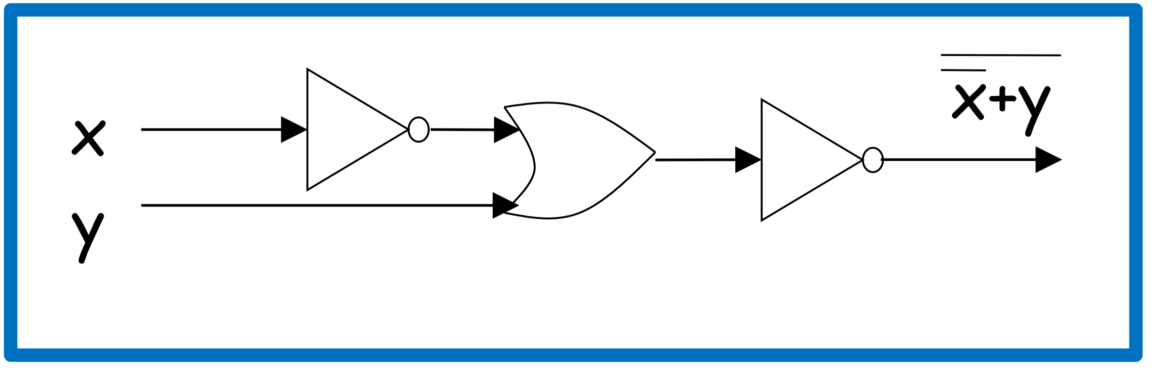
Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



$\overline{\bar{x}+y}$

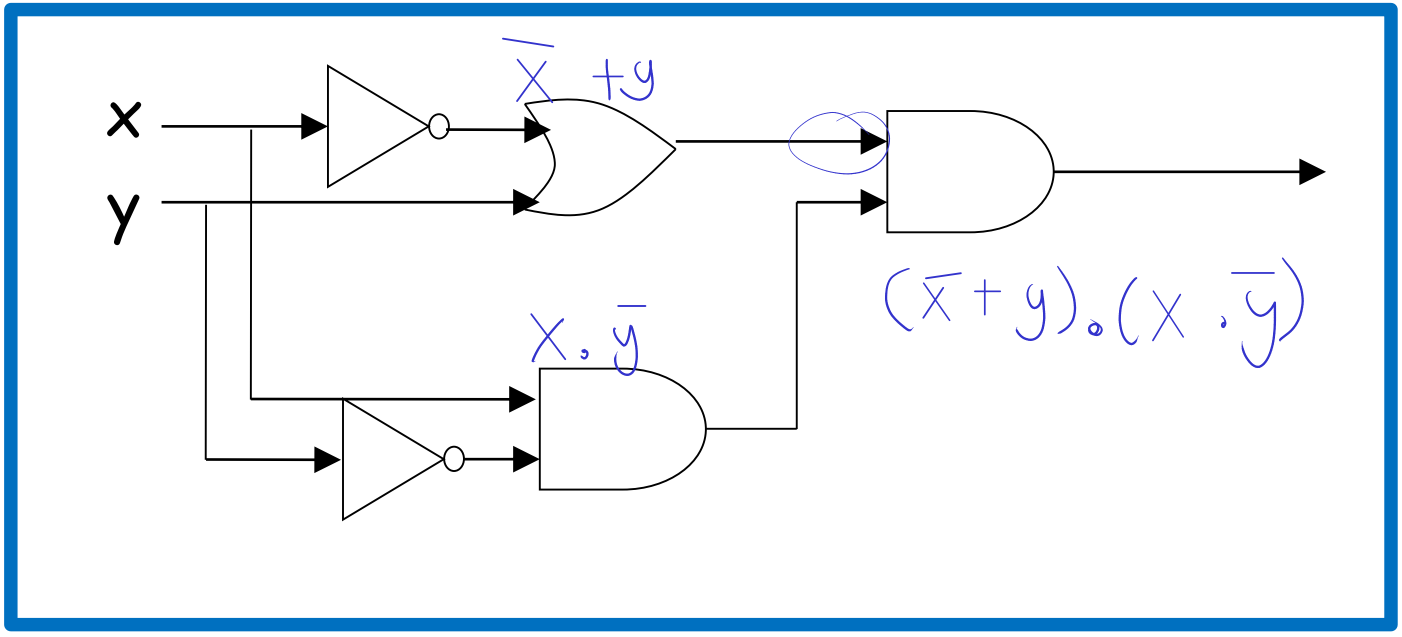
Compuertas lógicas

Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



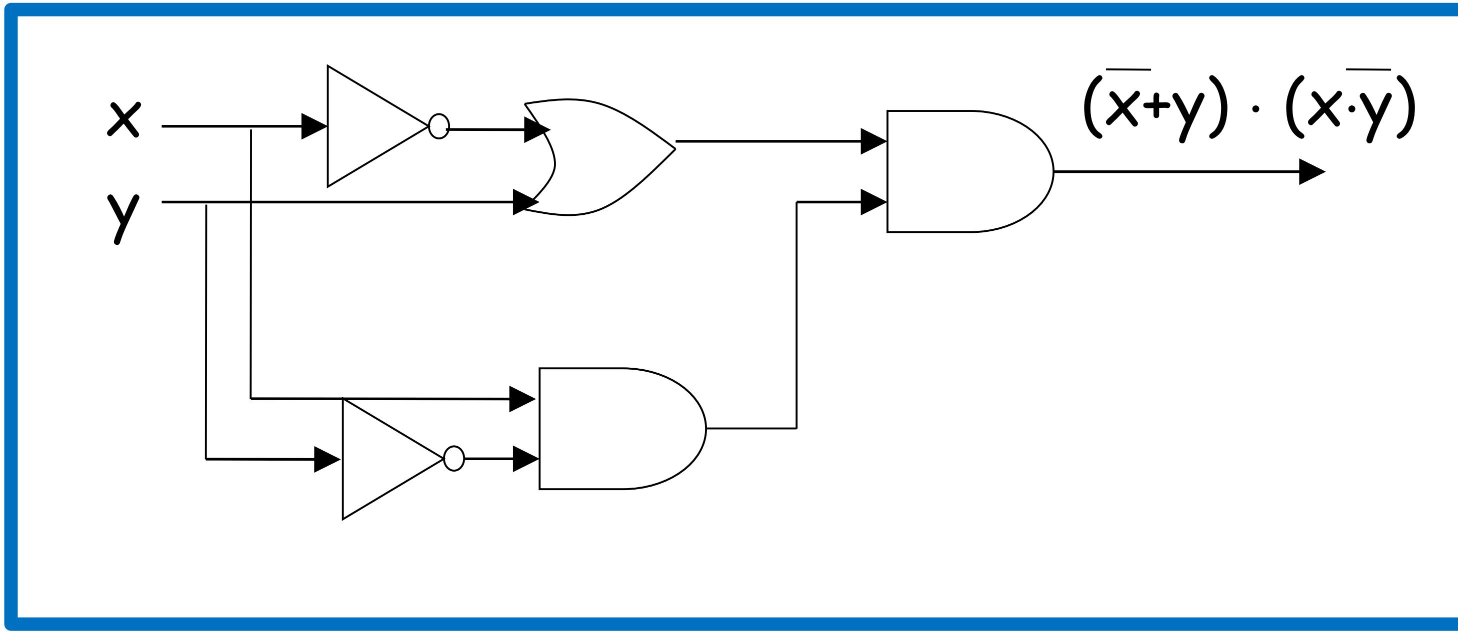
Compuertas lógicas

Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



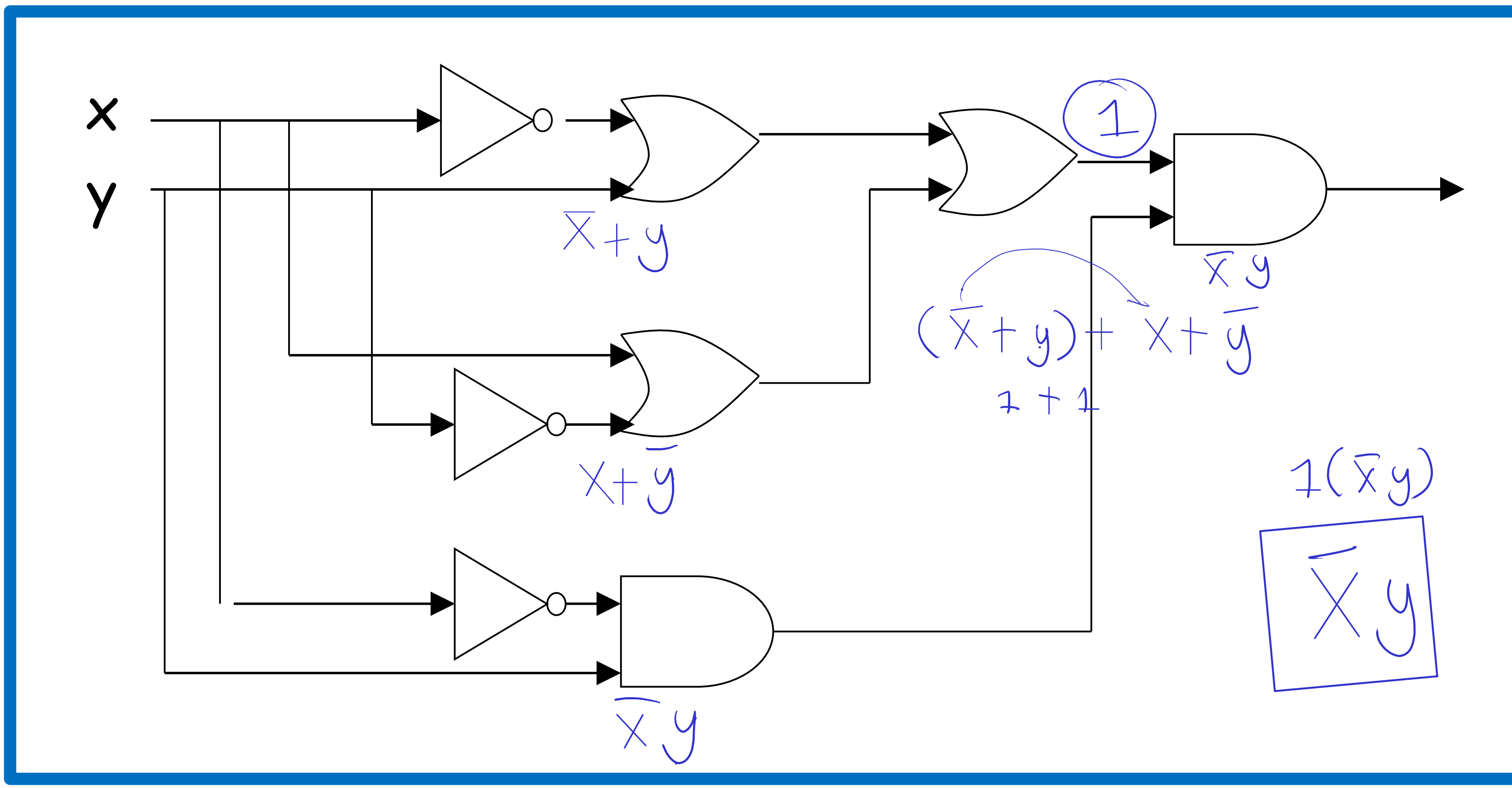
Compuertas lógicas

Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas

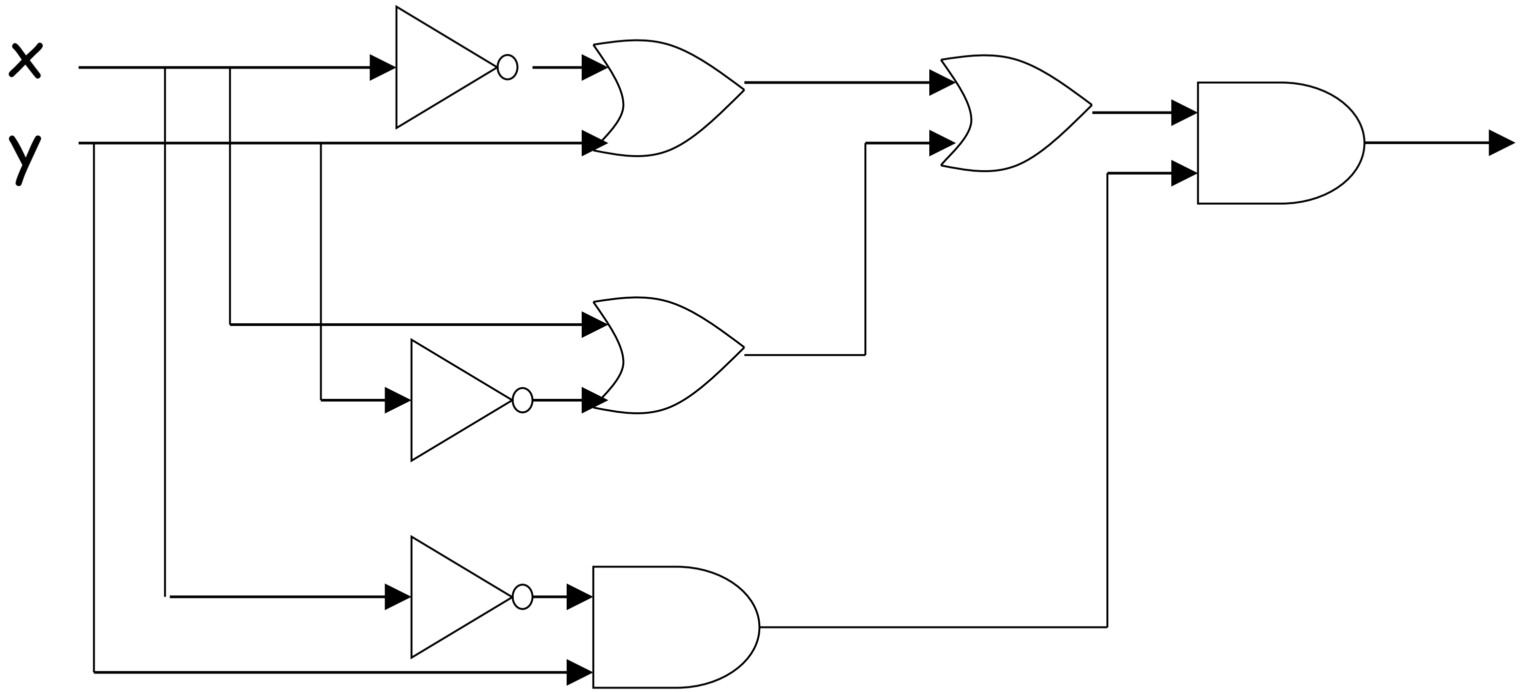


Compuertas lógicas

Indique la salida del siguiente circuito por medio de expresiones booleanas



Compuertas lógicas

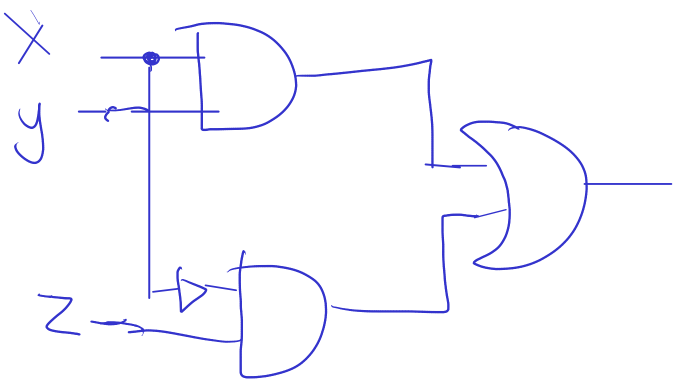


$$((\overline{x}+y) + (x+\overline{y})) \cdot (\overline{x} \cdot y)$$

Compuertas lógicas

Así mismo, es posible construir un circuito dada una expresión booleana

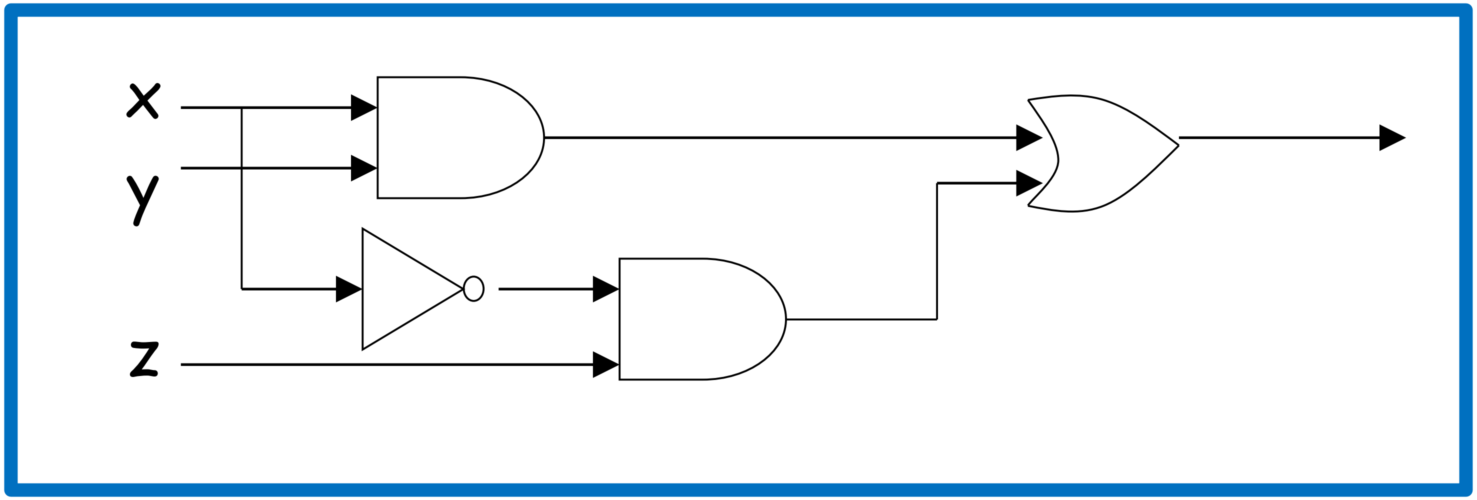
$$(x \cdot y) + (\overline{x} \cdot z)$$



Compuertas lógicas

Así mismo, es posible construir un circuito dada una expresión booleana

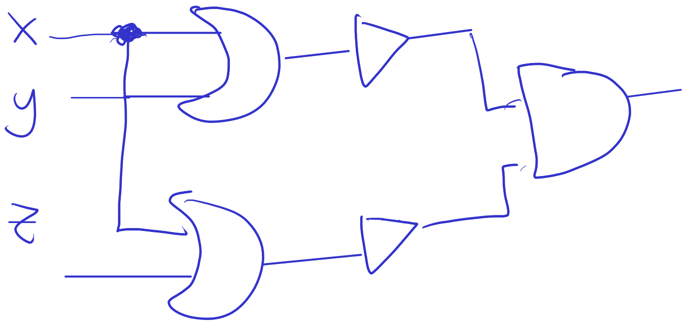
$$(x \cdot y) + (\overline{x} \cdot z)$$



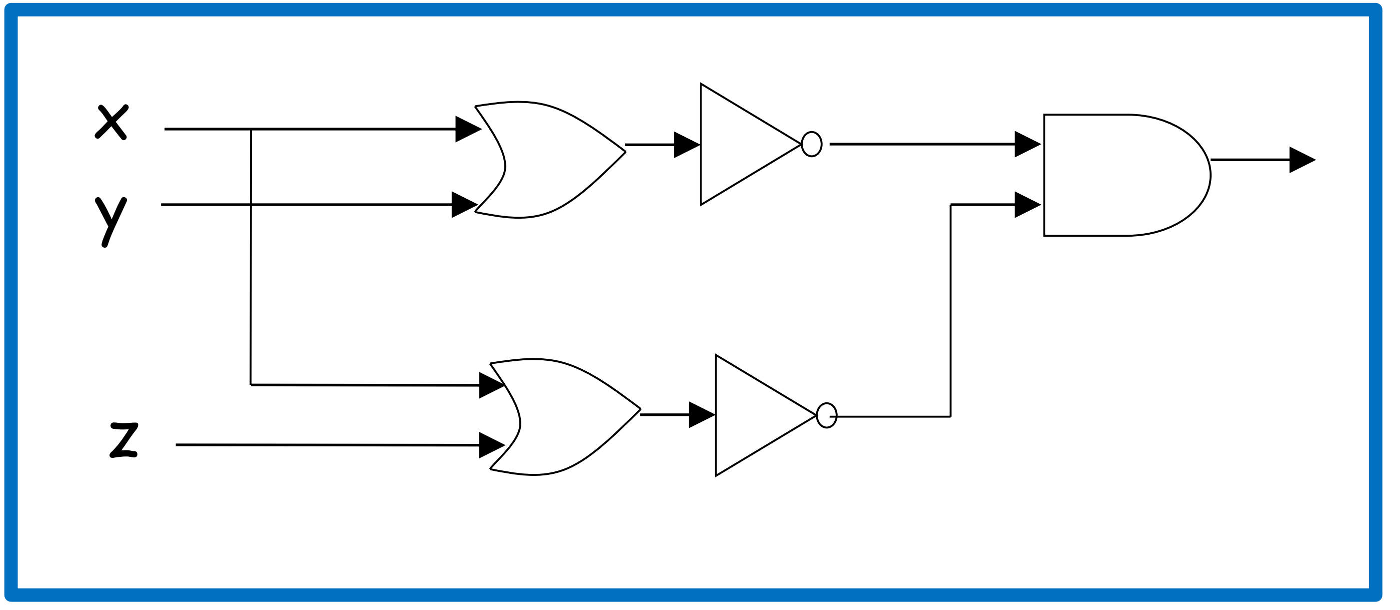
Compuertas lógicas

Muestre el circuito para la siguiente expresión booleana:

- $\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$



Compuertas lógicas



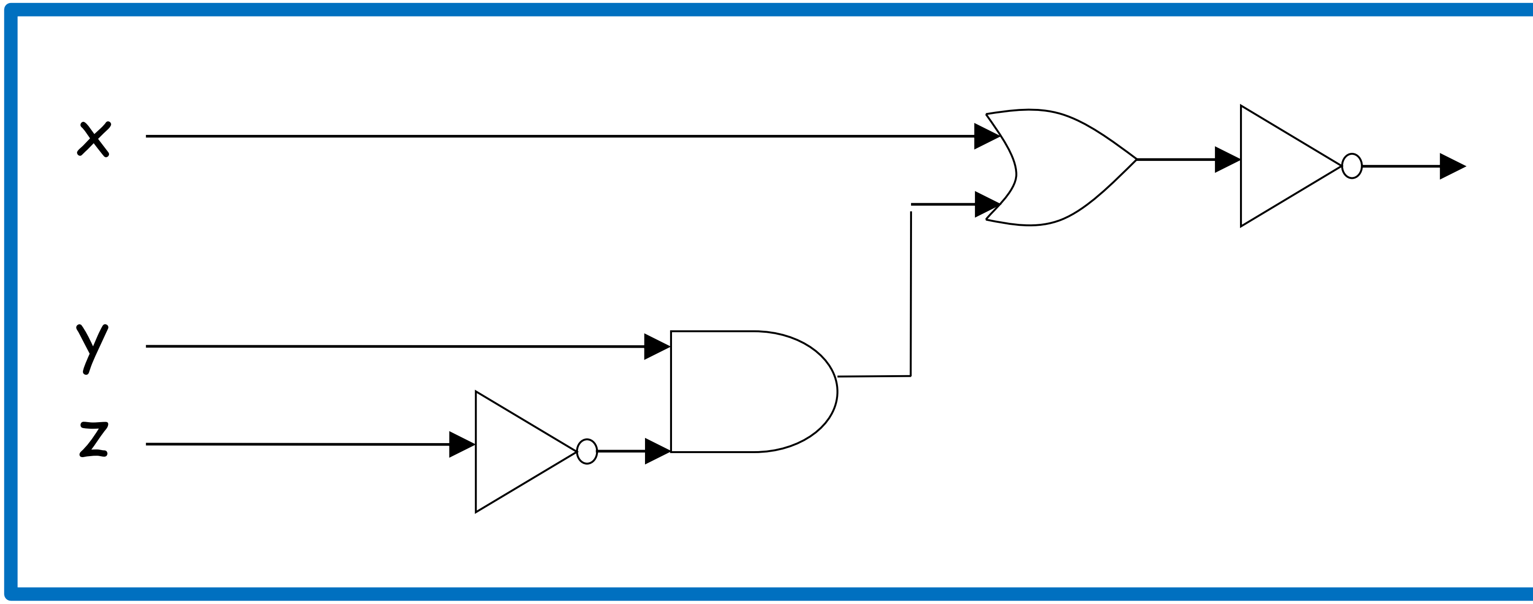
$$\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$$

Compuertas lógicas

Muestre el circuito para la siguiente expresión booleana:

- $\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$
- $\overline{x + (y \cdot \overline{z})}$

Compuertas lógicas



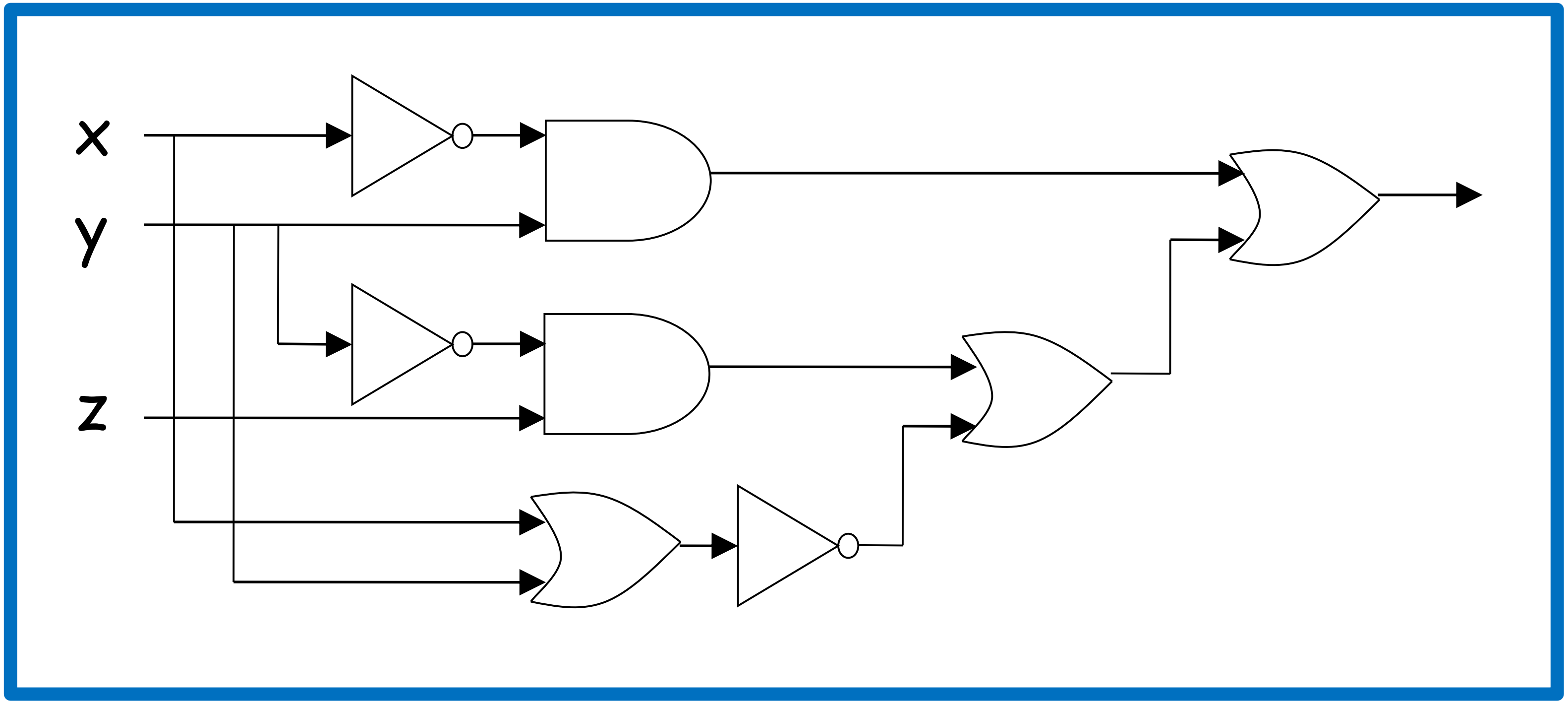
$$\overline{x + (y \cdot \overline{z})}$$

Compuertas lógicas

Muestre el circuito para la siguiente expresión booleana:

- $\overline{(x + y)} \cdot \overline{(x + z)}$
- $\overline{x + (y \cdot \overline{z})}$
- $(\overline{x} \cdot y) + (\overline{y} \cdot z) + \overline{(x + y)}$

Compuertas lógicas



$$(\overline{x} \cdot y) + (\overline{y} \cdot z) + (\overline{x + y})$$

Diseño de circuitos

1. Construir la tabla que presente los estados deseados para el circuito
2. Obtener la función booleana correspondiente a la tabla
3. Simplificar la expresión booleana si es posible

   minitérminos

4. Dibujar el circuito simplificado correspondiente

Compuertas lógicas

Problema: un comité de 3 personas se encuentra en una votación acerca de ciertas propuestas. Una propuesta es aceptada si al menos 2 de los 3 votan a favor. Diseñar el circuito que determina si una propuesta es aceptada o no

Compuertas lógicas

- **Entrada**: la decisión de cada uno de los 3 votantes, donde 1 significa un voto a favor y 0 un voto en contra
- **Salida**: 1 si la propuesta se aprueba, 0 si no es aceptada

Compuertas lógicas

Tabla de valores

A	B	C	Decisión
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

$A B C +$

$\bar{A} B \bar{C} +$

$A \bar{B} C +$

$\bar{A} B C$

Compuertas lógicas

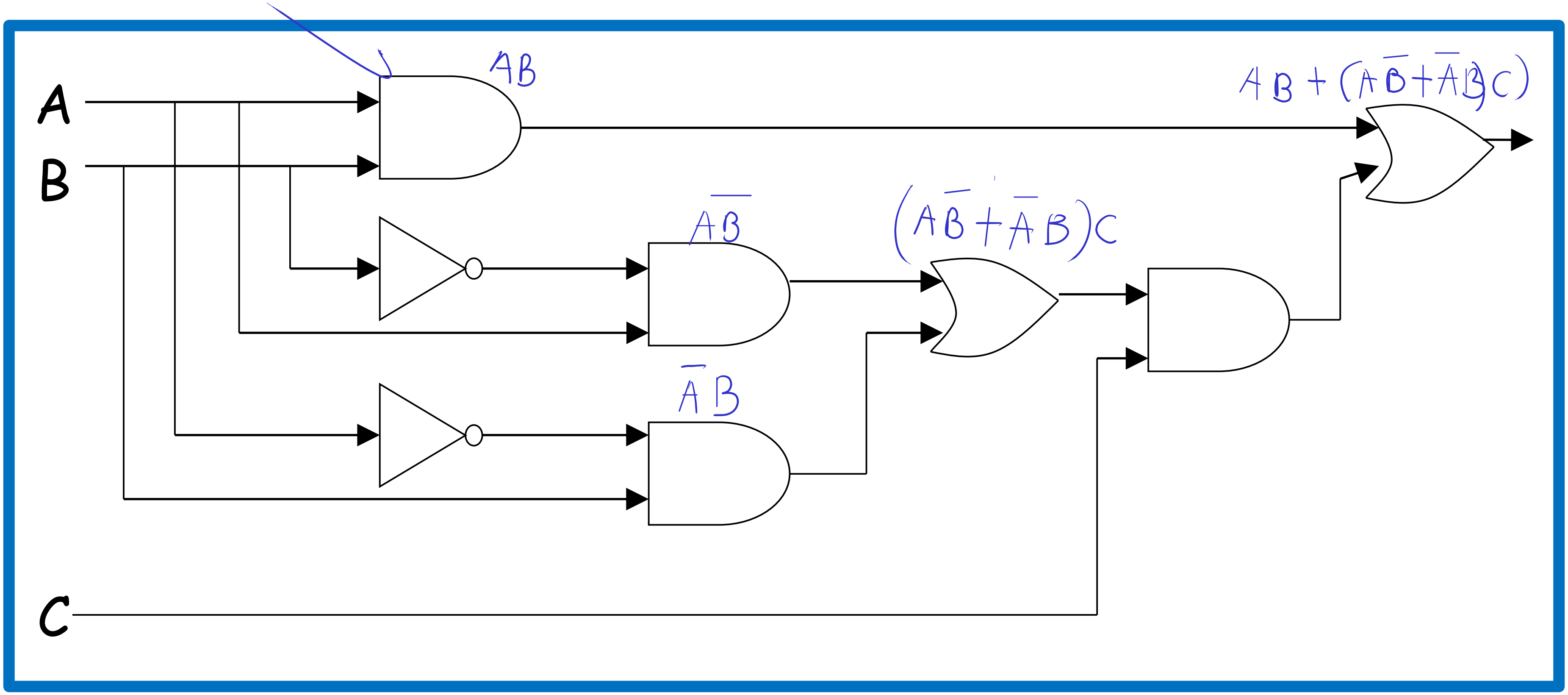
A	B	C	Decisión
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

Decisión= $A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C$

$(AB)(C+\overline{C}) + (A\overline{B} + \overline{A}B)C = AB + (A\overline{B}+\overline{A}B)C$

Compuertas lógicas

El circuito que resuelve el problema de la votación es:



Compuertas lógicas

Problema: un bombillo es controlado por dos interruptores. Cada interruptor tiene dos estados, abierto o cerrado. El bombillo debe prender únicamente cuando ambos interruptores están abiertos o cuando ambos están cerrados. Diseñe el circuito para controlar el bombillo

Compuertas lógicas

- **Entrada**: el estado de cada uno de los dos interruptores, donde 1 significa que un interruptor está abierto y 0 si está cerrado
- **Salida**: 1 si el bombillo debe prender, de lo contrario 0

Compuertas lógicas

Tabla de valores

X	Y	B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

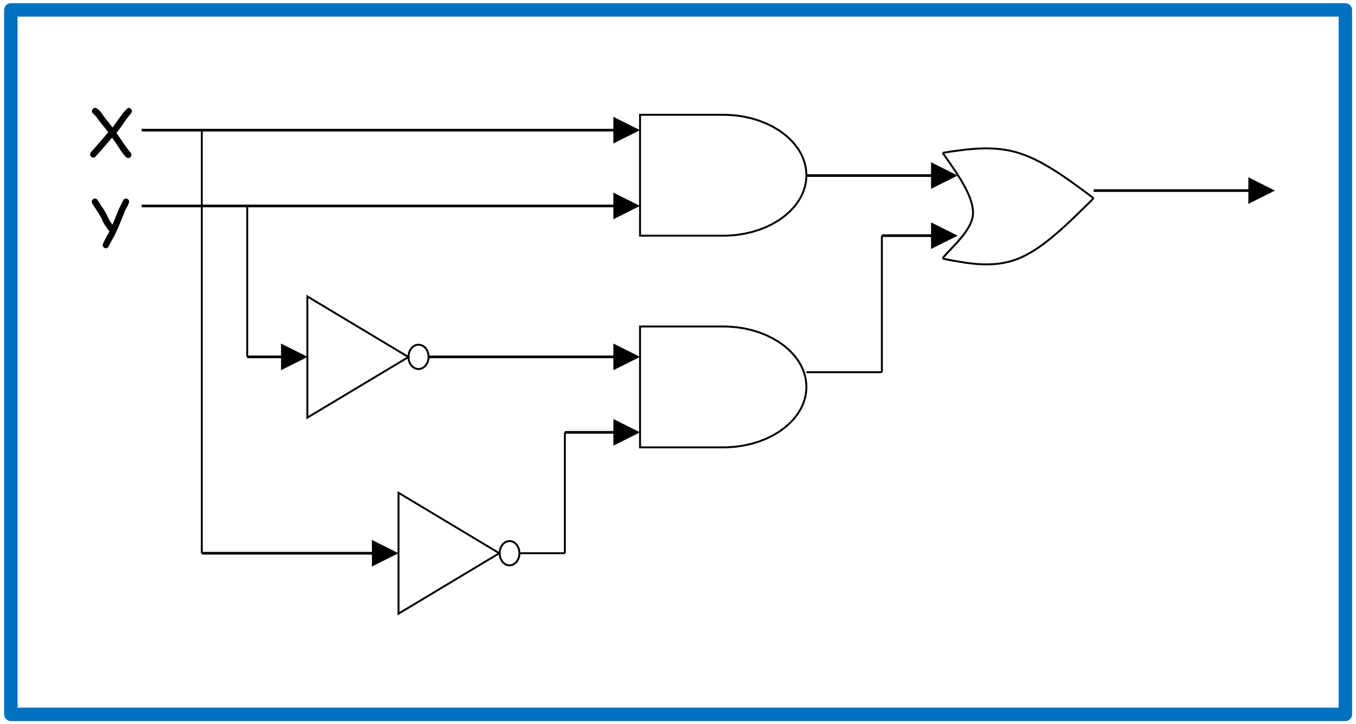
Compuertas lógicas

X	Y	B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$$\mathbf{B} = (X \cdot Y) + (\overline{X} \cdot \overline{Y})$$

Compuertas lógicas

El circuito que resuelve el problema del bombillo es:



Compuertas lógicas

Problema: juegan dos personas A, B, cada una tiene una moneda de mil pesos. Lanzan al aire simultáneamente la moneda, si se obtiene doble cara gana el jugador A, de lo contrario gana B

Compuertas lógicas

- **Entrada**: lo obtenido (cara o sello) en cada una de las dos monedas lanzadas, donde 1 indica que salió cara y 0 que salió sello
- **Salida**: 1 si gana el juego A, 0 si gana el juego B

Compuertas lógicas

Tabla de valores

X	Y	G
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Compuertas lógicas

Tabla de valores

X	Y	G
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

$$G = X \cdot Y$$

Compuertas lógicas

El circuito que resuelve el problema del juego es: