1. (10 puntos) Dado un conjunto $A = \{a_1, a_2, .., a_n\}$, se busca obtener $S = \{s_1, s_2, ...s_m\}$, que es la lista de todos los posibles subconjuntos de A. ¿Que podemos decir de este problema en términos de: tratabilidad y decibilidad?. Explique su respuesta.

$O(2^n)$ Decidible

intratable

2. (10 puntos) ¿Porque el problema SAT es tan importante en ciencias de la computación?. Explique usando los elementos vistos en el curso.

Porque puedo reducir una instancia de SAT a cualquier problema NPC, por lo tanto si SAT se puede solucionar en tiempo P cualquier problema NPC se soluciona en tiempo P

El problema de la partición (PRT)

- Entrada: Un conjunto de enteros positivos $A = \{a_1, a_2, ..a_n\}$.
- Salida: Verdadero, si existe una partición de A, es decir dos conjuntos A_1 y A_2, tal que $A_1 \cap A_2 = \phi$ y $A_1 \cup A_2 = A$ y que:

$$\sum_{a_i \in A_1} a_i = \sum_{a_j \in A_2} a_j$$

1) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 42\}$

$A_1 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$A_2 = \{42\}$

2) $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 43\}$

Negativo

El problema de suma de subconjuntos (SS)

- Entrada: Un conjunto de enteros positivos $M = \{m_1, m_2, ..m_n\}$ y una constante C.
- Salida: Verdadero, si existe un $M' \subseteq M$ tal que

$$\sum_{m_i \in M} m_i = C$$

Falso en otro caso

$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 42\}$

$C = 22 \quad M' = \{10, 12\}$

$\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 42\}$

$C = 85$

Porque SS toma tiempo NP

1) Solución: Requiere armar todos los posibles subconjuntos y verificar si la suma es igual a C $O(2^n)$

2) Verificación: Dado un subconjunto debe sumarse todos sus elementos, en el peor de los casos esto es lineal $O(2^n)$

- RedA con $PRT \leq_p SS$ dado $A = \{a_1, a_2, .., a_n\}$ construya $M = A$ y:

$$C = \lceil \frac{\sum_{m_i \in M} m_i}{2} \rceil$$

Tomo una instancia negativa de PRT,

$\{4, 6, 11\} = 21$

$SS \to \quad \lceil \frac{21}{2} \rceil = 11$

$C = 11 \quad S = \{11\}$

- RedB con $PRT \leq_p SS$ con $PRT \leq_p SS$ dado $A = \{a_1, a_2, .., a_n\}$ construya $M = A$ y:

$$C = \lfloor \frac{\sum_{m_i \in M} m_i}{2} \rfloor$$

Tomando el mismo ejemplo anterior

$\lfloor \frac{21}{2} \rfloor = 10$

$SS \to \{4, 6\}$

- RedC con $PRT \leq_p SS$ dado $A = \{a_1, a_2, .., a_n\}$ construya $M = A$ y:

$$C = \begin{cases} \frac{\sum_{m_i \in M} m_i}{2} & \texttt{Si} \sum_{m_i \in M} m_i \texttt{ es par} \\ (\sum_{m_i \in M} m_i) + 1 & \texttt{En otro caso} \end{cases}$$

1) SI el PRT es par, la respuesta Verdadero SII existen dos subconjuntos que sumen la mitad. Al hacer la capacidad en SS igual a la mitad, existe al menos un subconjunto que dé ese valor.

Si PRT no se cumple y la suma es par NO existe un subconjunto que sume la mitad. AL hacer la capacidad la mitad en SS tampoco existe un subconjunto que de ese valor.

Si PRT es impar, la salida es siempre es falsa

Truco: En SS hago la capacidad mayor que todo el conjunto, por lo tanto no existe un subconjunto que de una suma superior a la suma del conjunto

- RedD con $PRT \leq_p SS$ dado $A = \{a_1, a_2, .., a_n\}$ construya $M = A$ y:

$$C = \begin{cases} 2 \sum_{m_i \in M} m_i & \texttt{Si} \sum_{m_i \in M} m_i \texttt{ es par} \\ 2(\sum_{m_i \in M} m_i) + 1 & \texttt{En otro caso} \end{cases}$$

Esta reducción se descarta porque bajo ninguna circunstacia existe un subconjunto que sume más que el conjuto.

¿La reducción se hace en tiempo polinomial?

$A \to \overset{PRT}{n} \longrightarrow \overset{SS}{M = A}$ $O(n)$

$C \to$ Sumatorio $O(n)$

$O(n)$ ¡Lineal!