

1. [10 puntos] Traduzca a lógica proposicional, explique claramente que es cada variable proposicional: Si Kiko descubre que el producto que tu vendiste está defectuoso, se pondrá furioso. Desafortunadamente, yo sé de hecho que ha descubierto que el producto está defectuoso. Por lo tanto Kiko está furioso.

2. [20 puntos] Dado el dominio  $D = \{0, 1, 2\}$  y la siguiente tabla de verdad

$P(0,0)$	$P(0,1)$	$P(0,2)$
V	F	F
$P(1,0)$	$P(1,1)$	$P(1,2)$
F	V	V
$P(2,0)$	$P(2,1)$	$P(2,2)$
V	F	F

Indique el valor de verdad justificando claramente el procedimiento realizado:

- $\forall x P(0, x) \rightarrow F$
- $\exists y \forall x P(x, y) \rightarrow F$
- $\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow V$ 
  - $x=0 \quad y=0$
  - $x=1 \quad y=1$
  - $x=2 \quad y=0$

## Resolver por inferencia y consecuencia lógica

$p$ : Kiko sabe que el producto es defectuoso  
 $q$ : Kiko está furioso

$p \rightarrow q$

$p$   
 $q$

Modo ponens

$\neg(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

$\neg((p \rightarrow q) \wedge p) \vee q$

$\neg(p \rightarrow q) \vee \neg p \vee q$

$\neg(\neg p \vee q) \vee \neg p \vee q$

$\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg p \vee q$

$(\neg p \vee \neg p) \wedge (\neg q \vee \neg p) \vee q$

$\neg q \vee \neg p \vee q$

$\neg \vee \neg p \vee \neg$

5

$\forall p \quad P(0, x) \equiv F$   
 $\wedge P(0, 0) \wedge P(0, 1) \wedge P(0, 2)$

$\exists y \forall x \quad p(x, y) \equiv F$   
 $\begin{cases} x=0 & y=0 \\ x=1 & y=1, 2 \\ x=2 & y=0 \end{cases}$

3. [20 puntos] Usando tablas de pertenencia o notación de conjuntos (la que usted quiera) indique si las siguientes identidades son correctas:

- $\overline{A \cap (B - \bar{A})} = \overline{\bar{A} \cap B}$  NO
- $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$
- $\overline{A \cap (\bar{A} \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Muestre el procedimiento realizado claramente.

$\bar{A}$	$B$	$\bar{A}$	$B - \bar{A}$	$A \cap B - \bar{A}$
1	1	0	-1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	1	0	0

4. [30 puntos] Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

Calcule:

- $|P(A \times B)|$
- Demuestre si la función  $f : A \rightarrow B, f(a) = |2a|$  es biyectiva
- Muestre los elementos de  $(A \cup \overline{\bar{A} - B}) - \overline{A - \bar{B}}$

Muestre el proceso realizado

$A \cap B - \bar{A}$	$\bar{A} \cap B$	$A \cap B$
1	0	1
0	0	1
1	1	0
1	0	1

- $\overline{A \cap (B - \overline{A})} = \overline{\overline{A} \cap B}$
- $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$
- $\overline{A \cap (\overline{A} \cup B)} = \overline{\overline{A} \cap \overline{B}}$

Muestre el procedimiento realizado claramente.

A	B	C	A - B	(A - B) - C	A > C	B - C	(A - C) - (B - C)
1	1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$\overline{A \cap (\overline{A} \cup B)}$$

A	B	A
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1

$$\overline{A} \cup B$$

1
0
1
1

$$A \cap (\overline{A} \cup B)$$

1
0
0
0

$$\overline{A \cap (\overline{A} \cup B)}$$

0
1
1
1

$$\overline{B}$$

0
1
0
1

$$\overline{A} \cap \overline{B}$$

0
0
0
1

- 
- $\overline{A \cap (B - \bar{A})} = \overline{\bar{A} \cap B}$
  - $(A - B) - C = (A - C) - (B - C)$
  - $\overline{A \cap (\bar{A} \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$

Muestre el procedimiento realizado claramente.

$$\{x | \overline{x \in A \cap (B - \bar{A})}\}$$

$$\{x | \overline{x \in \bar{A} \cup (B - \bar{A})}\}$$

$$\{x | x \in \bar{A} \vee x \in (B - \bar{A})\}$$

$$\{x | x \in \bar{A} \vee (x \in B \wedge \underline{x \notin \bar{A}})\}$$

$$\{x | x \in \bar{A} \vee (x \in B \wedge x \in A)\}$$

$$= \{x | (x \in \bar{A} \vee x \in B) \wedge (x \in \bar{A} \vee x \in A)\}$$

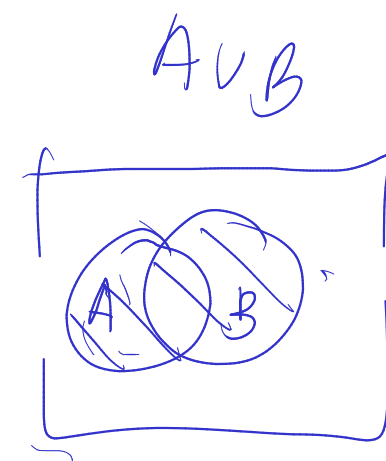
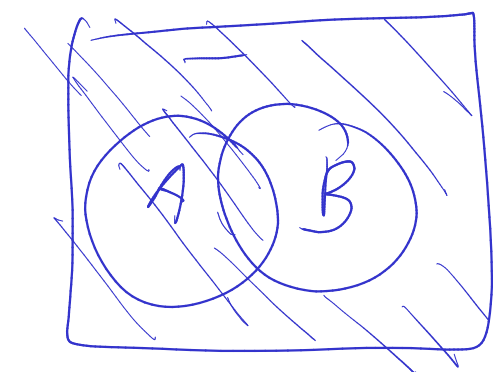
$$\{x | (x \in \bar{A} \vee x \in B) \wedge x \in U\}$$

$$\{x | (A \cup B) \cap U\}$$

$$\{x | x \in A \cup B\}$$

$$\{x | x \in \overline{\bar{A} \cap B}\}$$

$$\{x | x \in \overline{A \cap B}\}$$



4. [30 puntos] Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

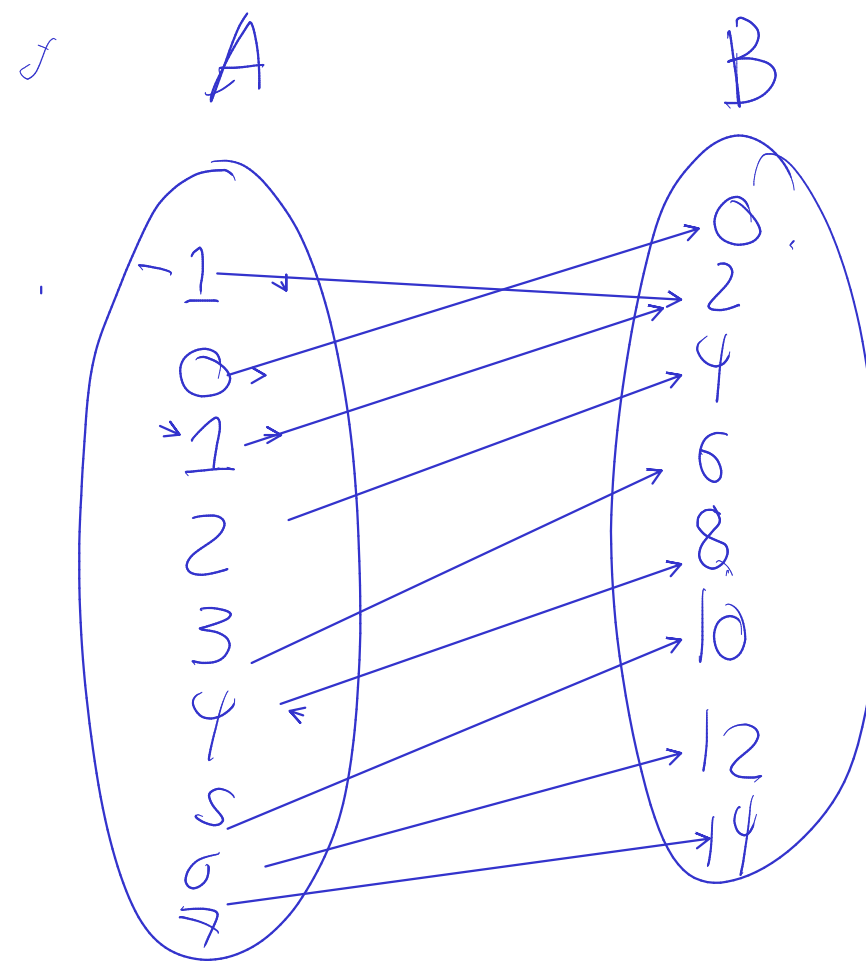
Calcule:

- $|P(A \times B)|$
- Demuestre si la función  $f : A \rightarrow B, f(a) = |2a|$  es biyectiva
- Muestre los elementos de  $(A \cup \overline{A - B}) - \overline{A - B}$

Muestre el proceso realizado

$$|A \times B| = 9 \times 8 = 72$$

$$|P(A \times B)| = 2^{72}$$



1) ¿Inyectivo?

$$\text{No, } f(-1) = f(1) = 2$$

2) ¿Sobreyectivo?

- Si,  $\text{codominio} = \text{Rango}$   
 No es biyectiva

4. [30 puntos] Dado los siguientes conjuntos:

$$A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$B = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$$

$$U = \{x | x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq -20 \wedge x \leq 20\}$$

Calcule:

- $|P(A \times B)|$
- Demuestre si la función  $f : A \rightarrow B$ ,  $f(a) = |2a|$  es biyectiva
- Muestre los elementos de  $(A \cup \overline{A-B}) \subseteq A \cup \overline{B}$

Muestre el proceso realizado

$$\overline{A} = \{-20, -19, \dots, -2, 8, 9, 10, \dots, 20\}$$

$$\overline{A-B} = \{-20, -19, \dots, -2, 9, 11, 13, 15, 16, 17, \dots, 20\}$$

$$\overline{\overline{A-B}} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$$

$$\rightarrow A \cup \overline{\overline{A-B}} = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14\}$$

$$\overline{B} = \{-20, -19, \dots, -1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$A \cap \overline{B} = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$$

$$\rightarrow \overline{A \cap \overline{B}} = \{-20, -19, -18, \dots, -1, 0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, \dots, 20\}$$

$$A \cap \overline{(A \cap \overline{B})} = \{0, 2, 4, 6\}$$