

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

Carlos Andres Delgado

Carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

- * Definición de función
- * Dominio, Codominio y Rango
- * Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas
- * Función inversa
- * Composición de funciones
- * Funciones piso y techo
- * Funciones característica

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

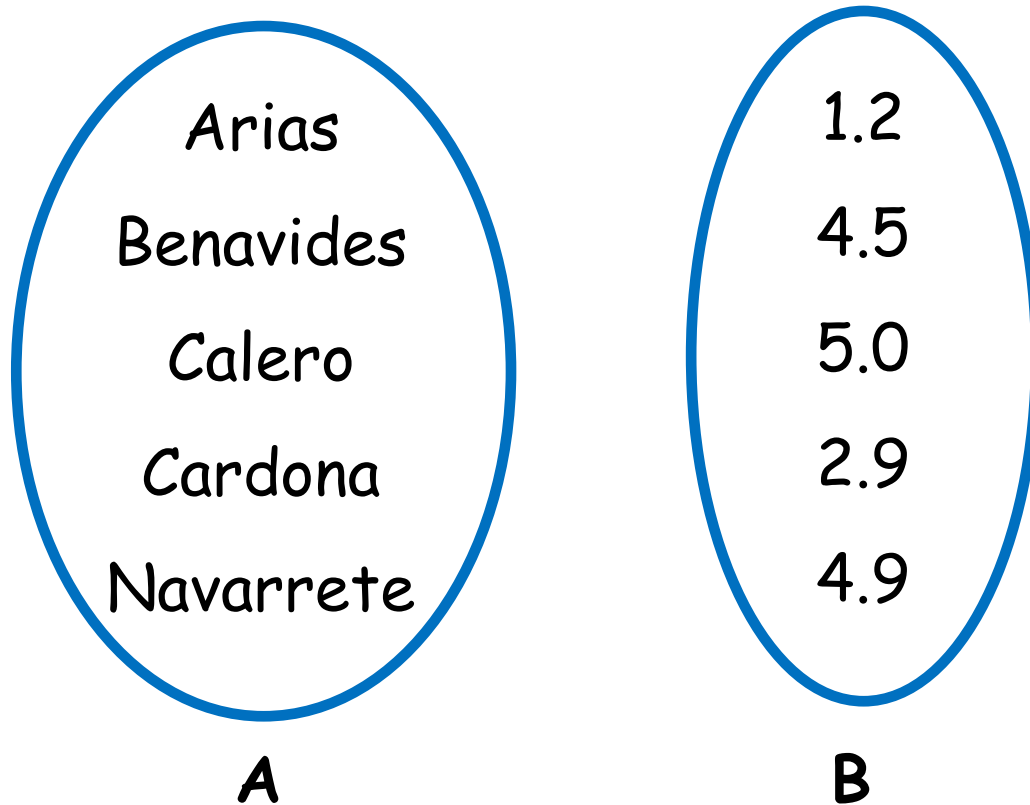
$A = \{\text{Arias, Benavides, Calero, Cardona, Navarrete}\}$

$B = \{1.2, 2.9, 4.5, 4.9, 5.0\}$

Funciones

Noción de función

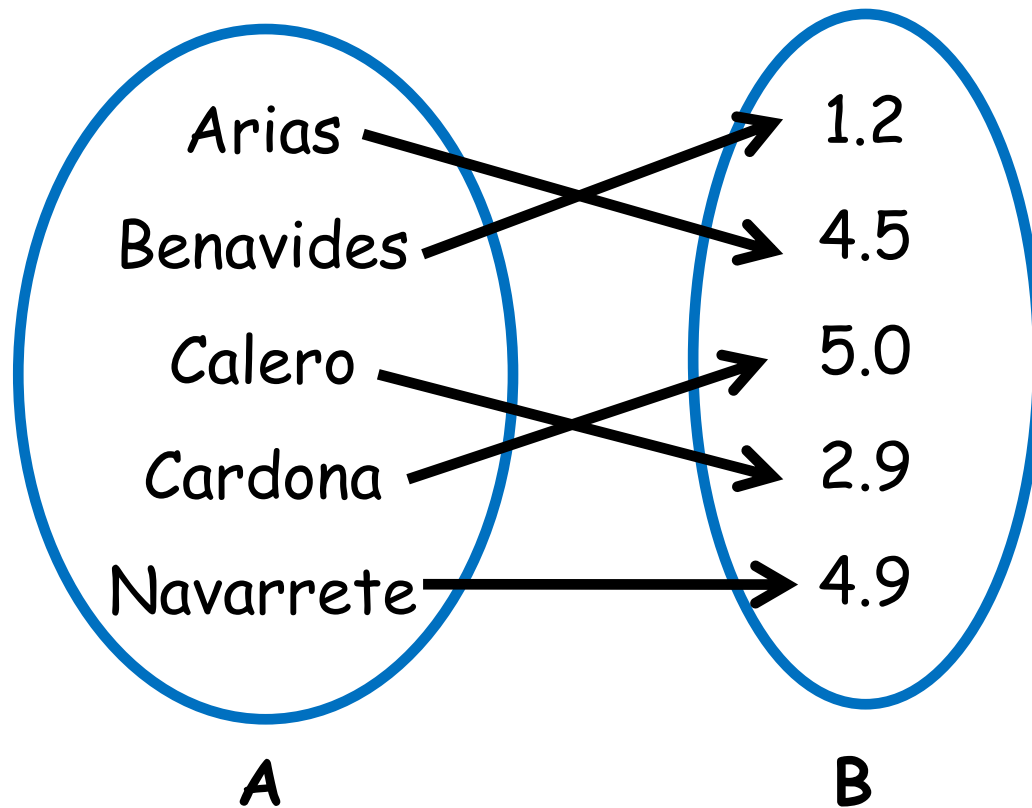
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

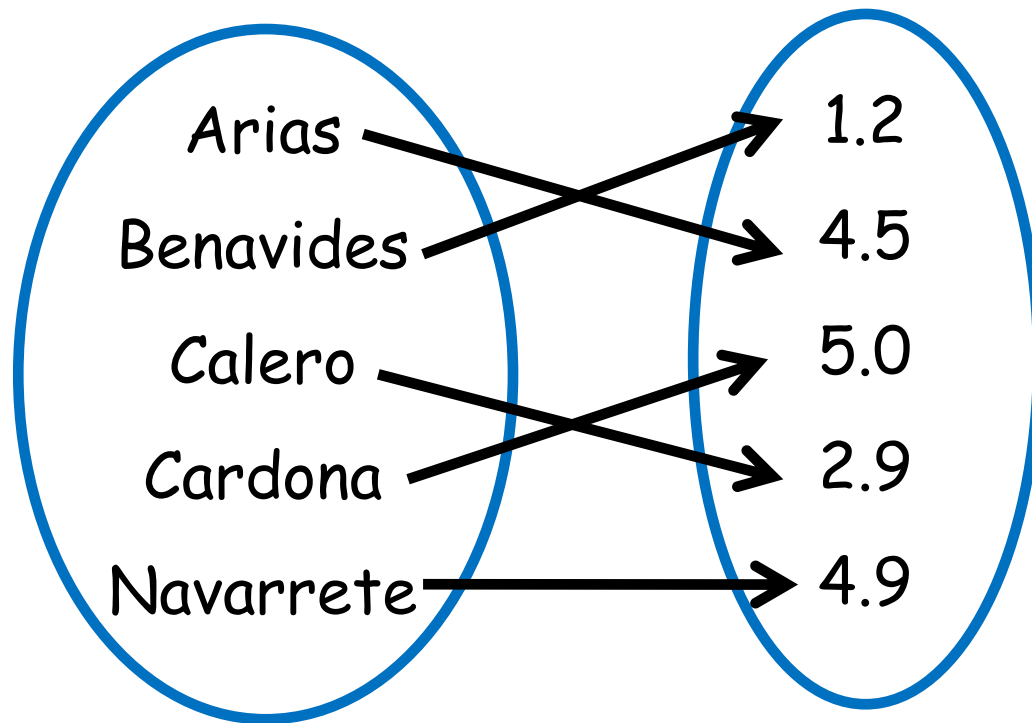
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



$$f(\text{Arias})=4.5$$

$$f(\text{Benavides})=1.2$$

Funciones

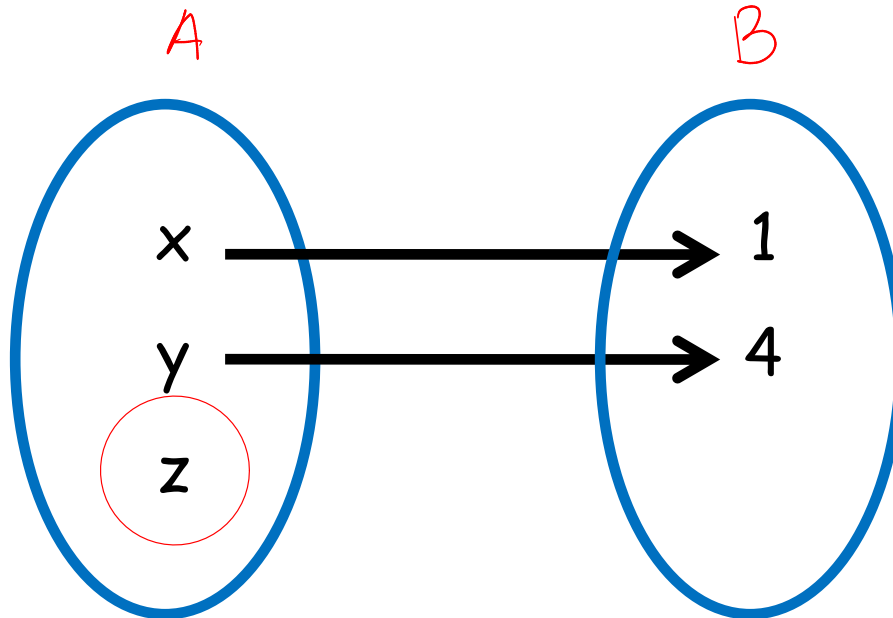
Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

Funciones

Función

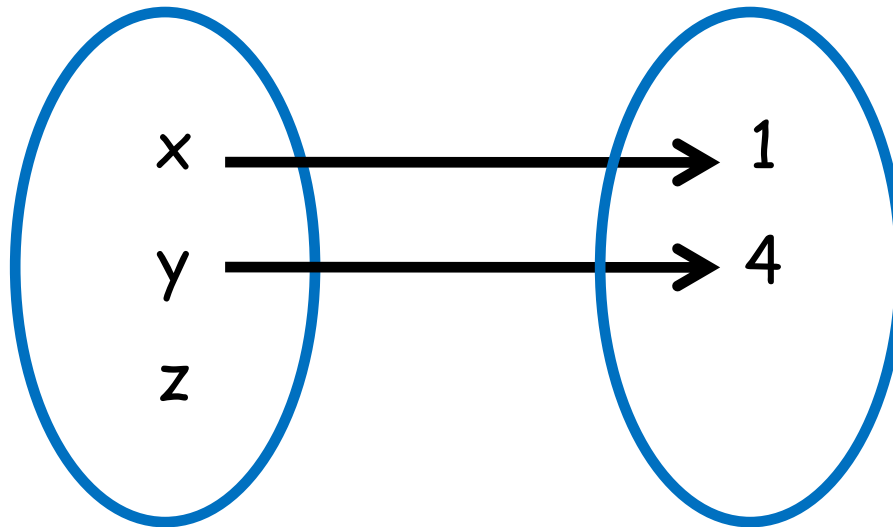
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

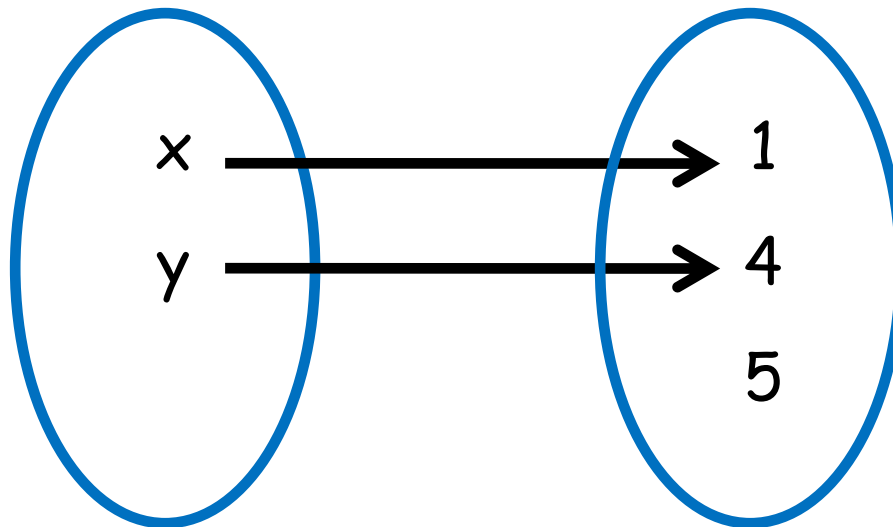


No es función porque z debe tener un valor asignado en B

Funciones

Función

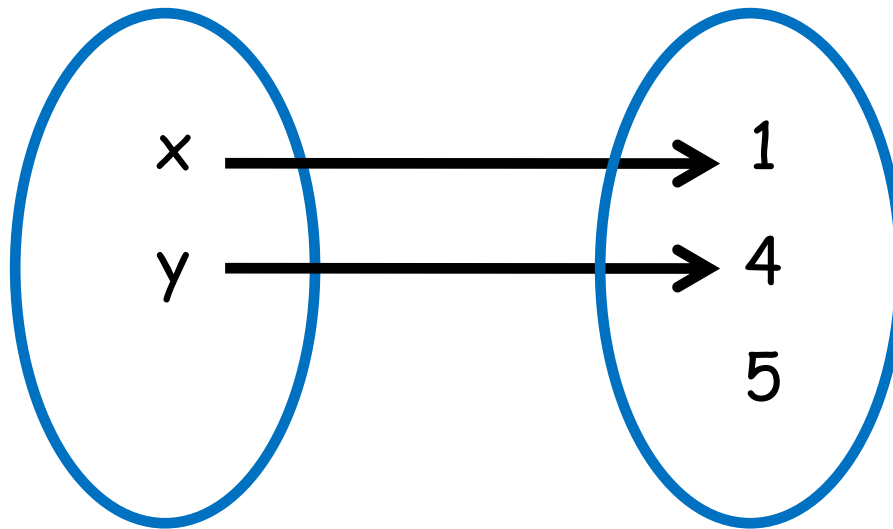
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

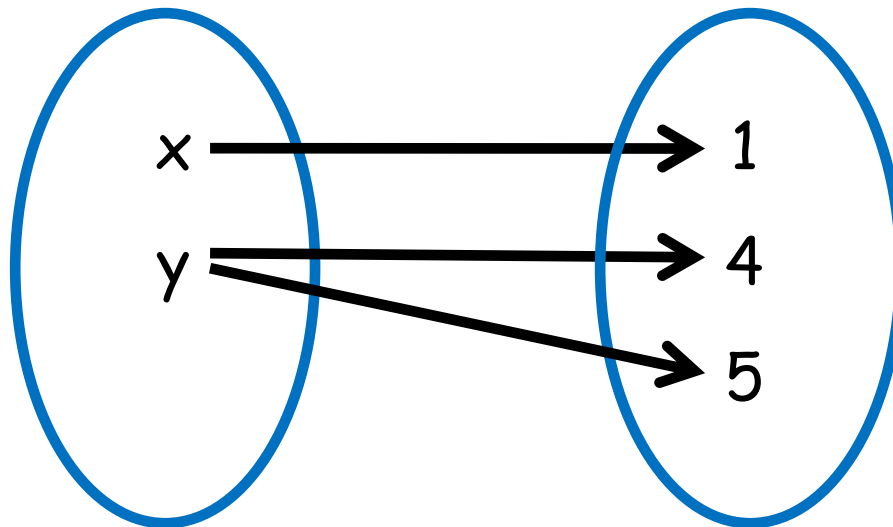


$$f(x)=1, f(y)=4$$

Funciones

Función

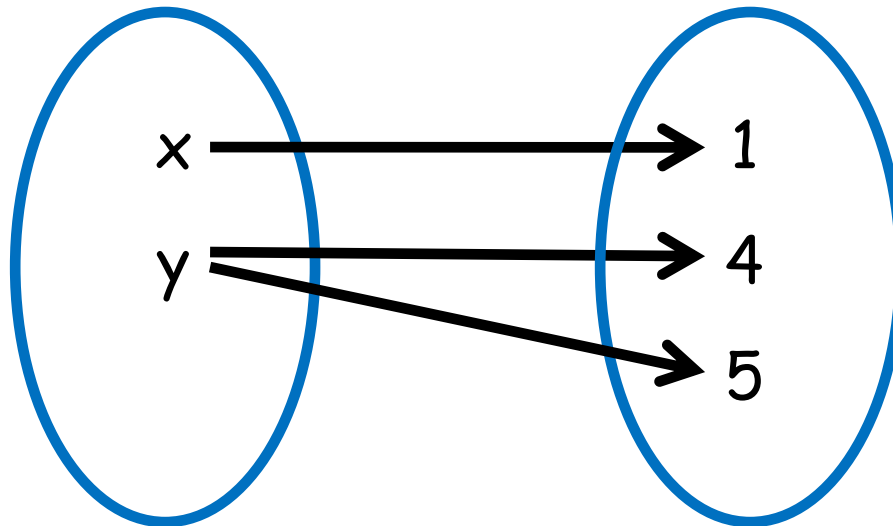
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

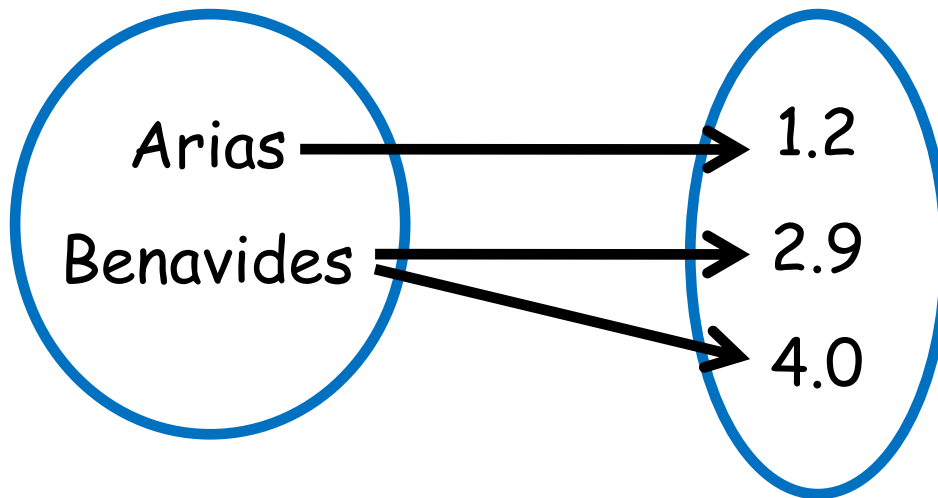


No es función porque debe asignarse exactamente un elemento de B

Funciones

Función

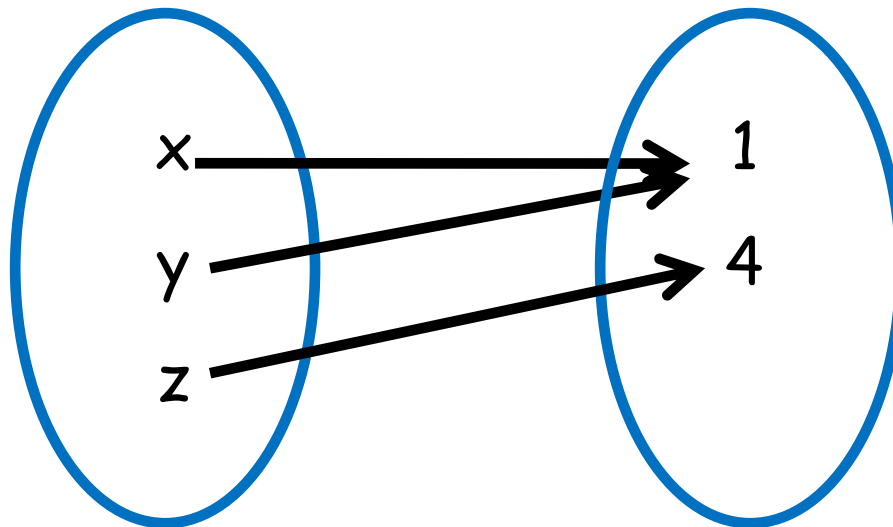
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

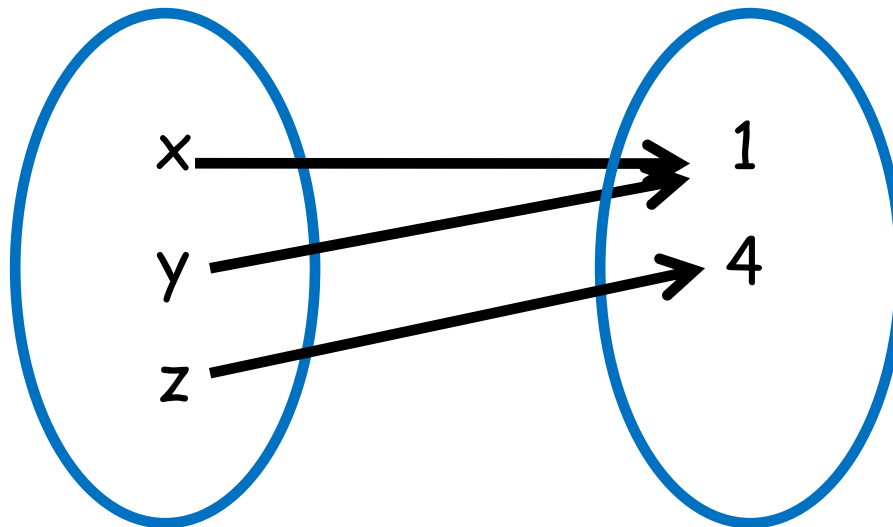
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

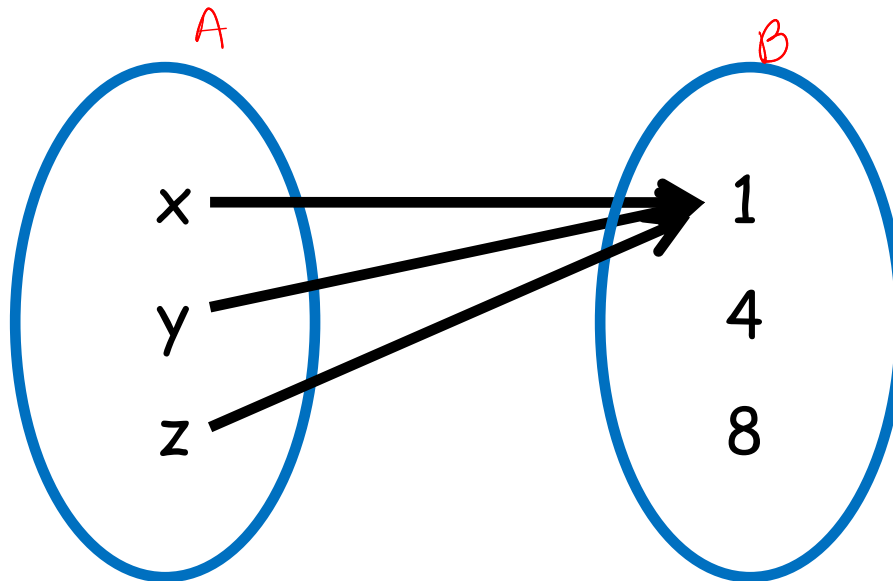


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=4$$

Funciones

Función

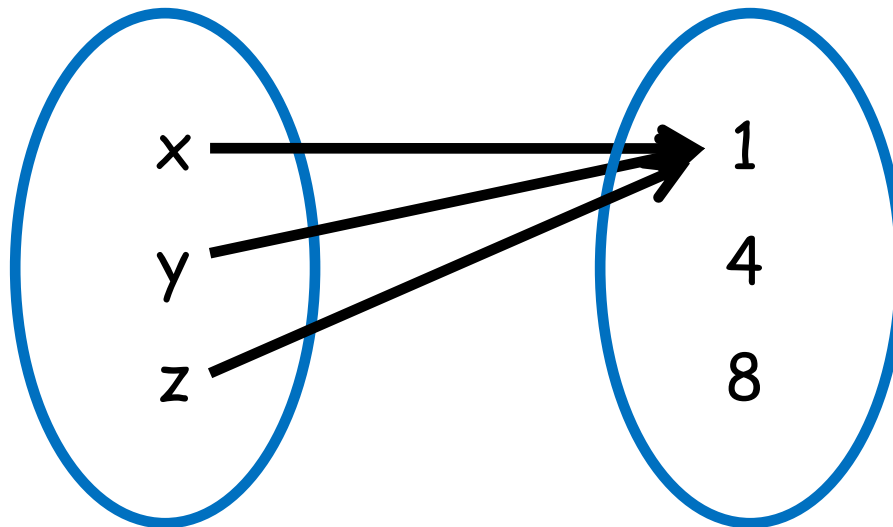
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

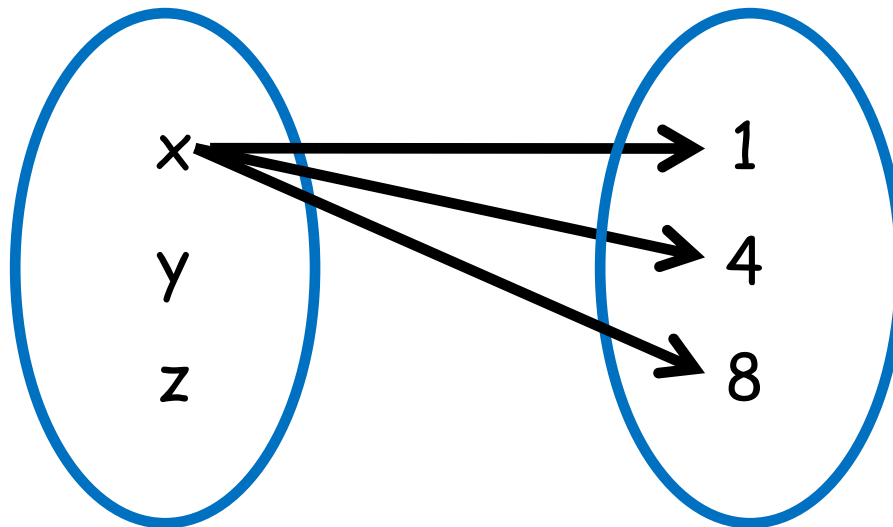


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=1$$

Funciones

Función

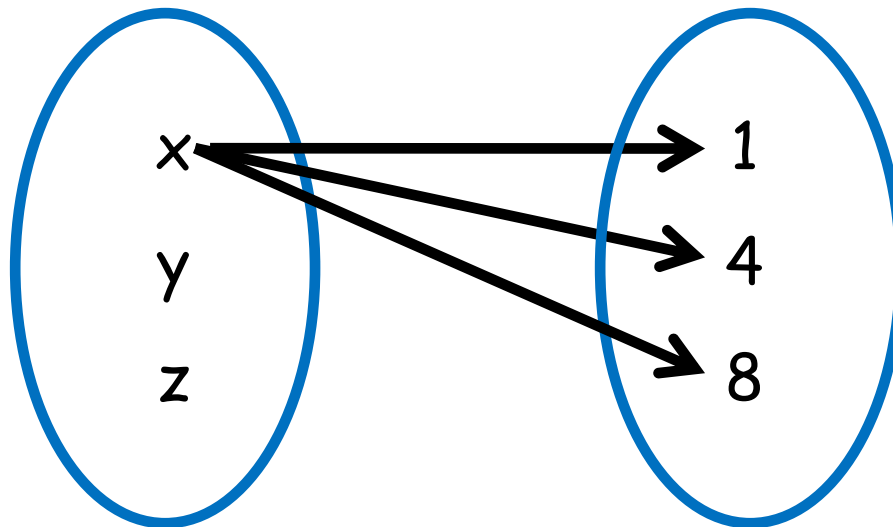
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



No es función

Funciones

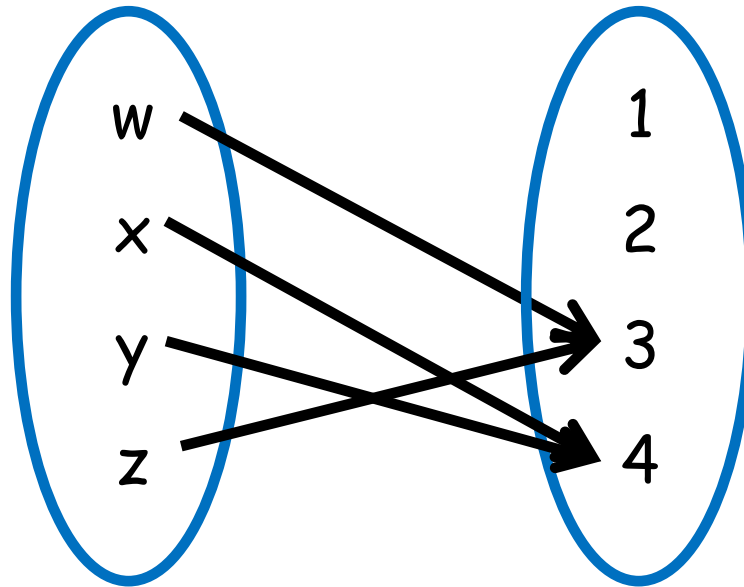
Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Es función

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

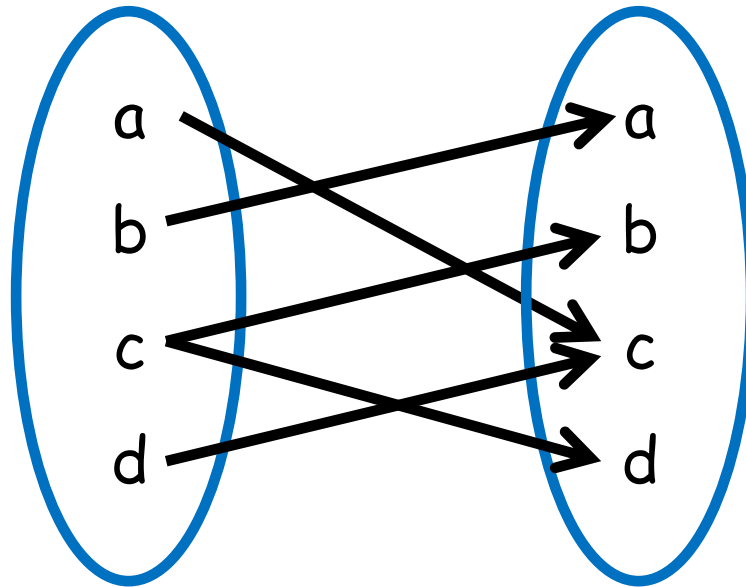
$f(c)=d$, $f(a)=c$, $f(b)=a$, $f(c)=b$, $f(d)=c$

NO

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$f(c)=d$, $f(a)=c$, $f(b)=a$, $f(c)=b$, $f(d)=c$



No es función

Funciones

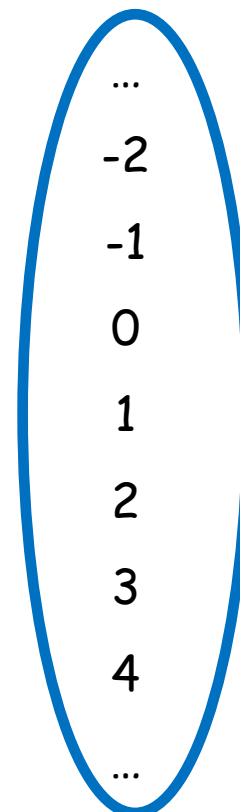
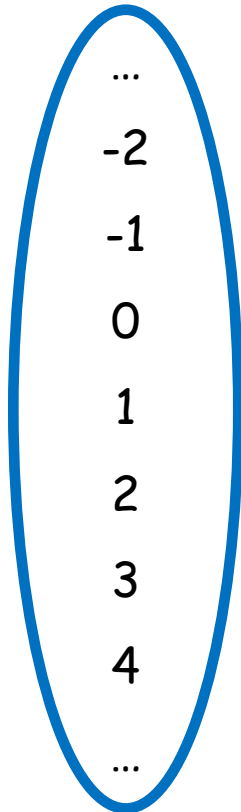
Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$

Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

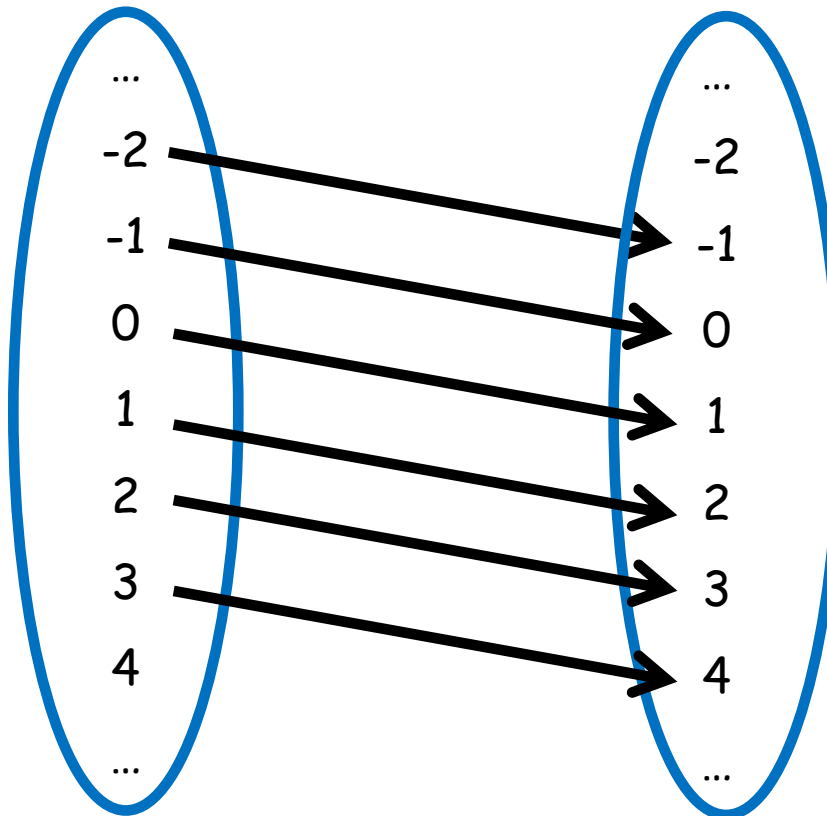
$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

• $f(x) = 1/x$

No, $x = 0$

• $f(x) = \sqrt{x}$

No, $x < 0$

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

Sí

• $f(x) = \pm x$

$x = 1 \quad f(x) = \begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases}$ No

• $f(x) = x^2 + 1$

Sí

Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x)=1/x$. **no es una función** porque $f(0)$ no está definida
- $f(x)=\sqrt{x}$. **no es una función** porque $f(-1)$ no está definida
- $f(x)=\pm x$. **no es una función** porque asigna dos valores a x
- $f(x)=x^2+1$. **si es una función**

Funciones

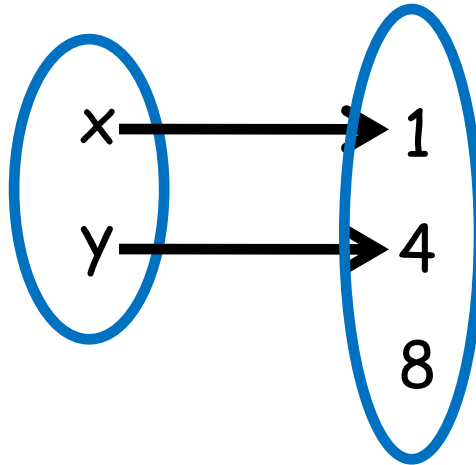
Dominio, Codominio y Rango

Si f es una función de A a B , se dice que:

- A es el **dominio**
- B es el **codominio**
- El **rango** de f es el conjunto de todas las imágenes de los elementos de A . Si $f(a)=b$ se dice que b es la imagen de a

Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

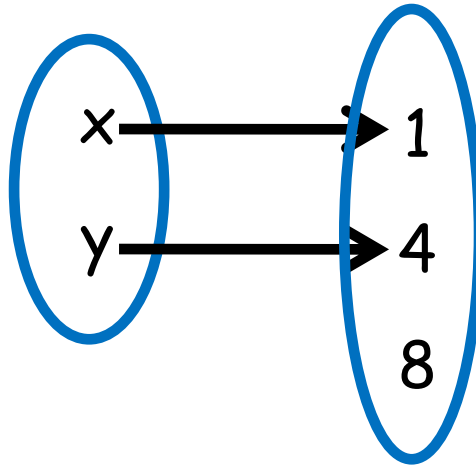


Domino = $\{x, y\}$
Codominio $\{1, 4, 8\}$
Rango = $\{1, 4\}$

Funciones

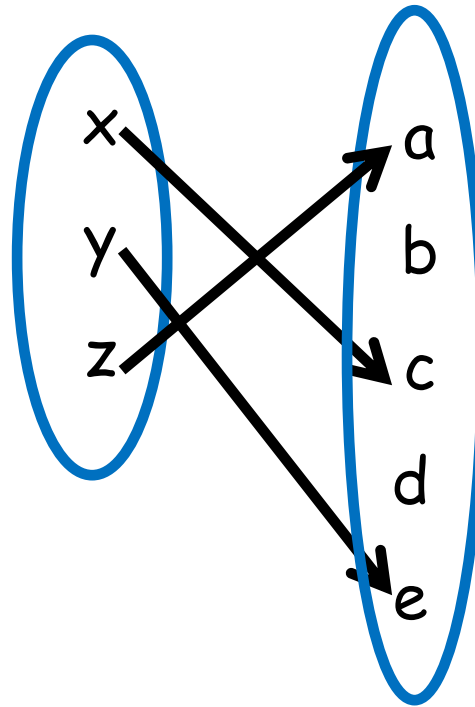
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y\}$
- **Codominio** = $\{1, 4, 8\}$
- **Rango** = $\{1, 4\}$



Funciones

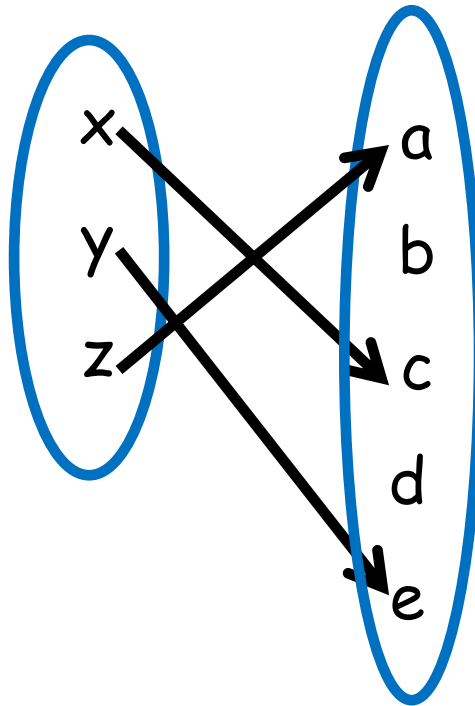
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y, z\}$
- **Codominio** = $\{a, b, c, d, e\}$
- **Rango** = $\{a, c, e\}$



Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales

dominio

codominio

\mathbb{R}

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales

- Dominio= \mathbb{R}

- Codominio= \mathbb{R}

- Rango= $\mathbb{R}^+ \cup 0$

conj

\mathbb{N}^+ \mathbb{R}^+ \mathbb{Q}^+

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x) = x^2 + 4$ de los reales a los reales

0 $R = \{4, \infty\}$

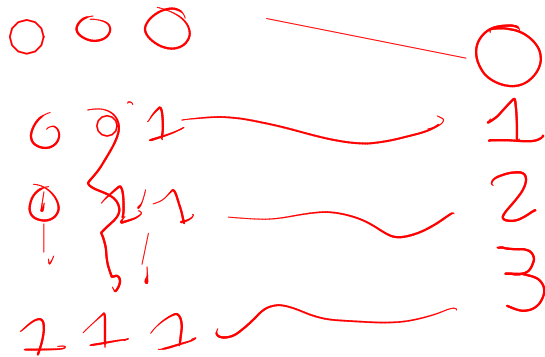
Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2+4$ de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango=Reales mayores o iguales a 4

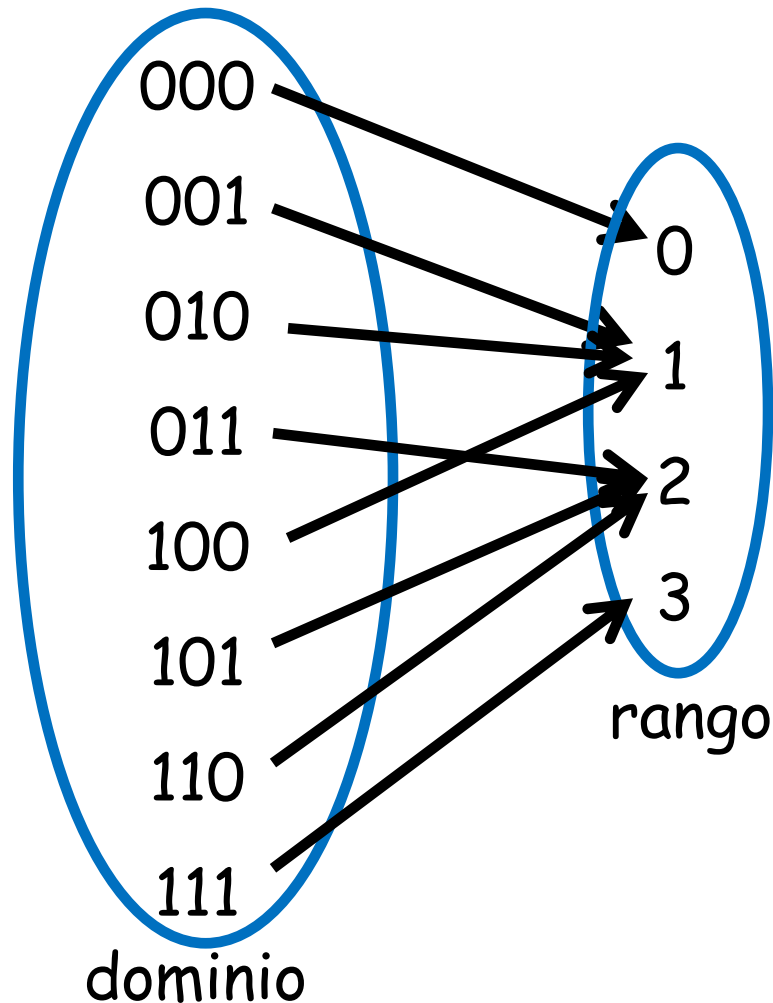
Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango

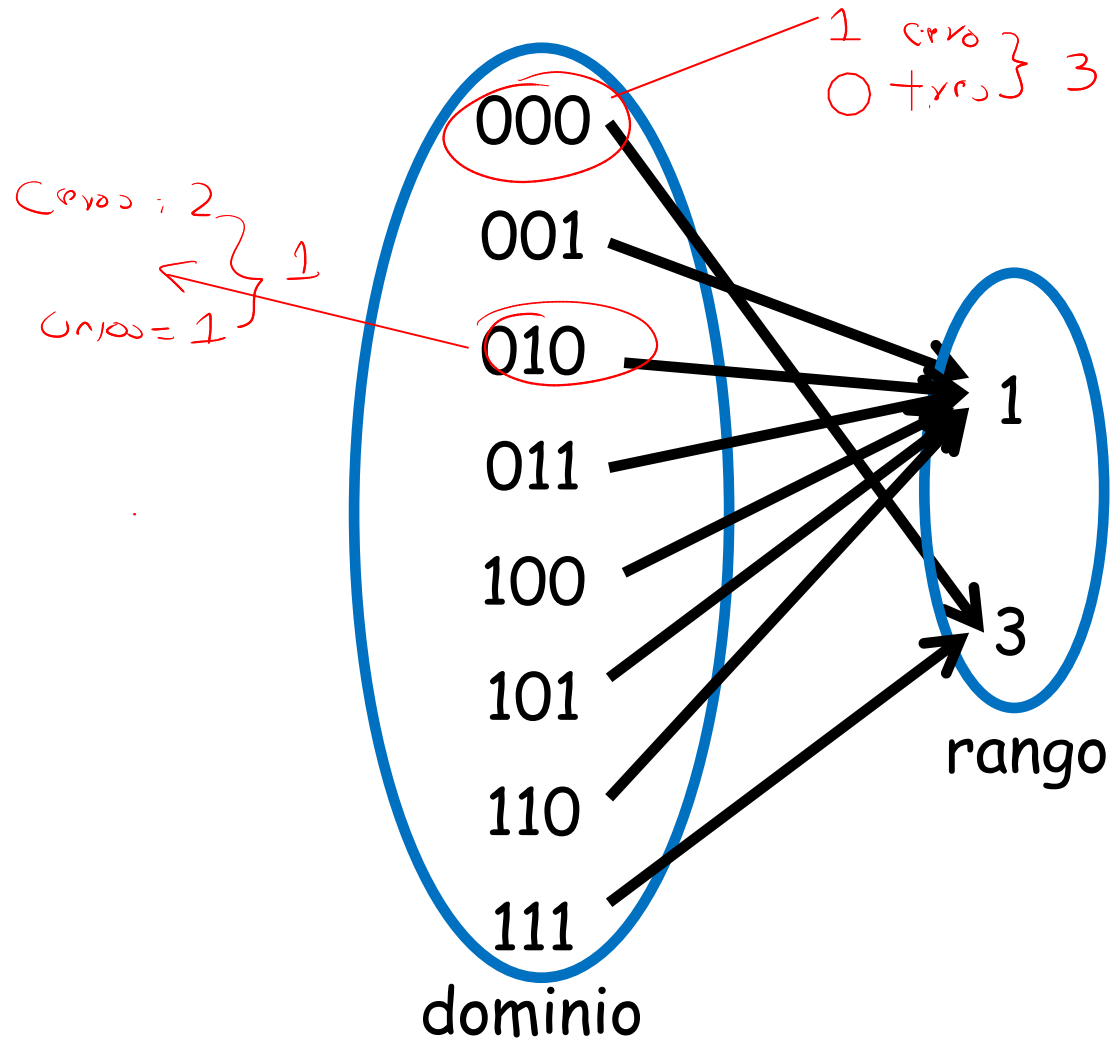


Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y asigna el valor absoluto de la diferencia entre la cantidad de 1's y 0's. Indique el dominio y el rango.

001 } 1
011 } 1
111 } 3

Funciones



Funciones

¿Que es una función?

Una función permite mapear elementos de un conjunto A hacia B

¿Que condición debe cumplir para que sea función?

Para que cada elemento de A esté asignado a exactamente a uno de B

A = dominio

B = codominio

$f(A)$: rango

Tips:

- Tener cuidado con los dominios y codominios, porque estos pueden hacer que una $f: A \rightarrow B$ sea función o no lo sea.

Funciones

Tipos de funciones

- Inyectiva
- Sobreyectiva
- Biyectiva

Funciones

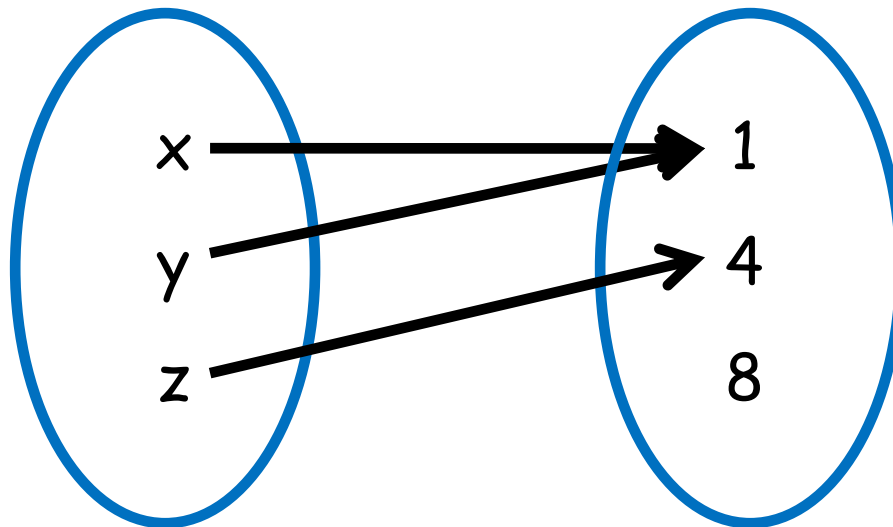
Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

Funciones

Función inyectiva

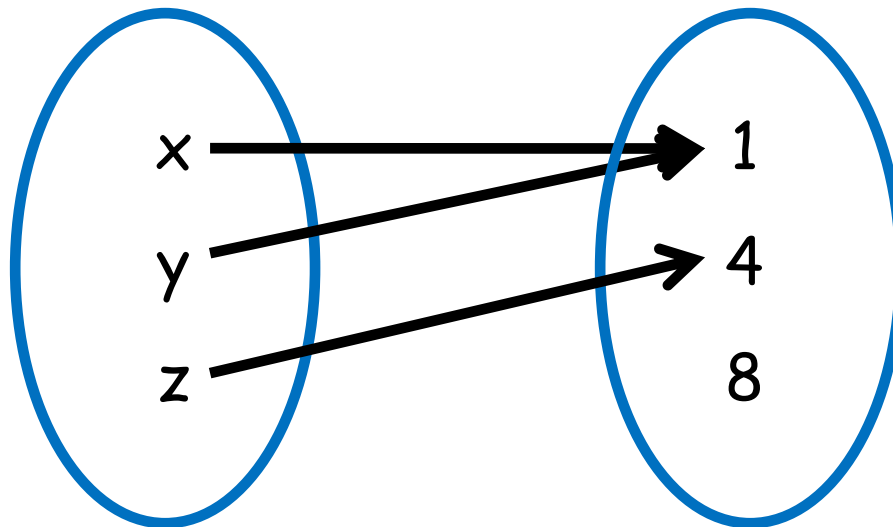
- Una función f se llama uno a uno o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

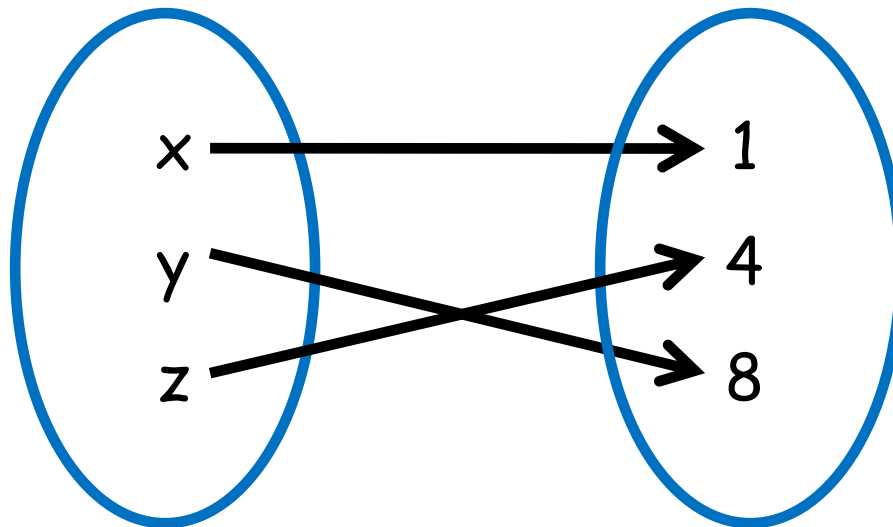


No es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

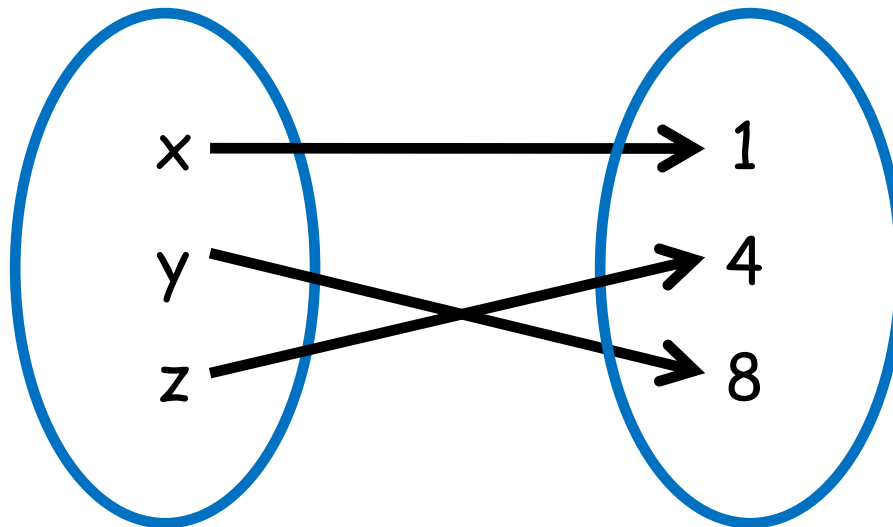
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

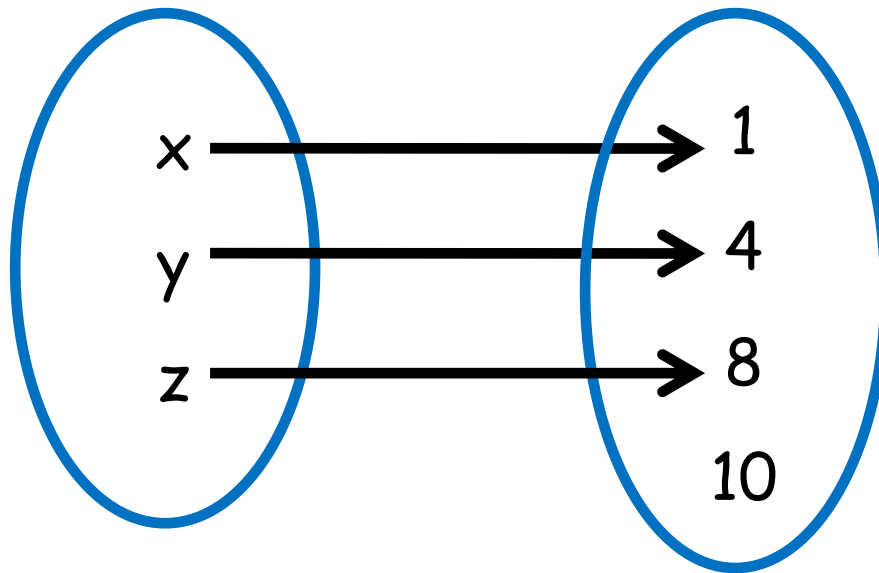


Es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

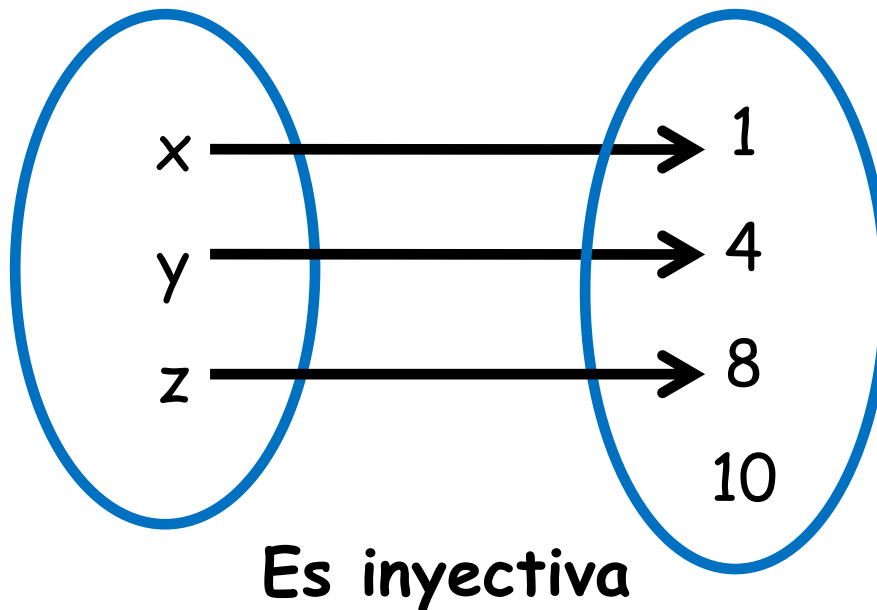
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son inyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$

Si

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros

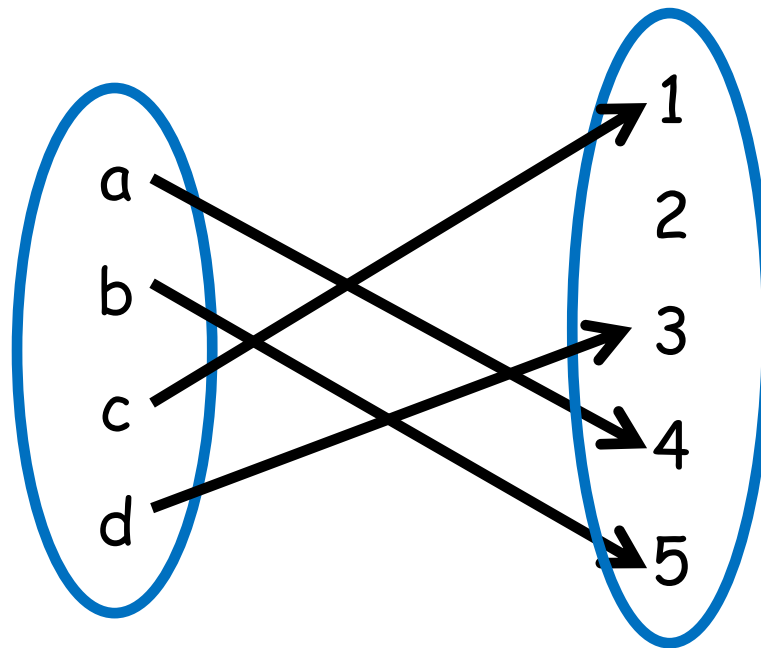
$x=1$ $f(x)=1$ $x=-1$ $f(x)=1$
No

- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

Si

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es inyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es inyectiva** porque $f(1)=f(-1)=1$
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es inyectiva** porque cada x tiene un solo y asignado, $x+1$

Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

Funciones

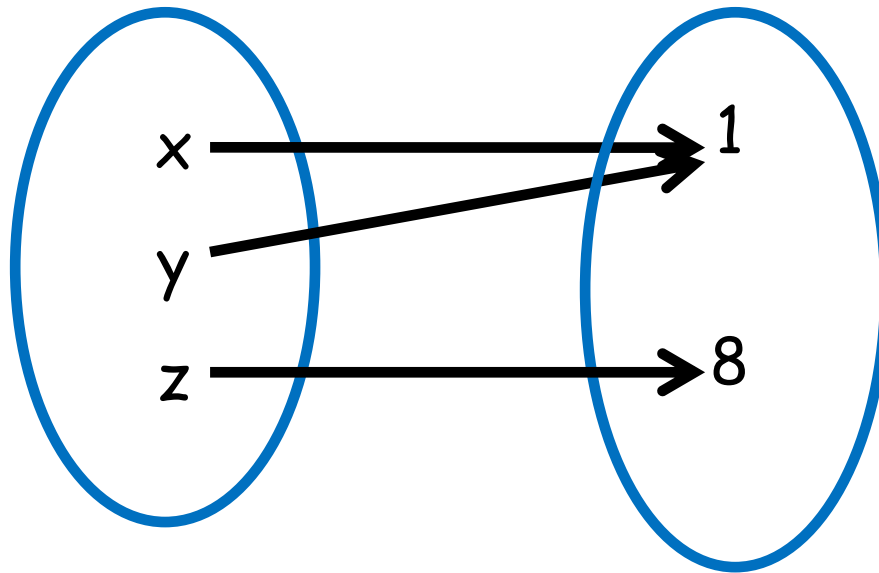
Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$
- Una función es sobreyectiva si el codominio es igual al rango

Funciones

Función sobreyectiva

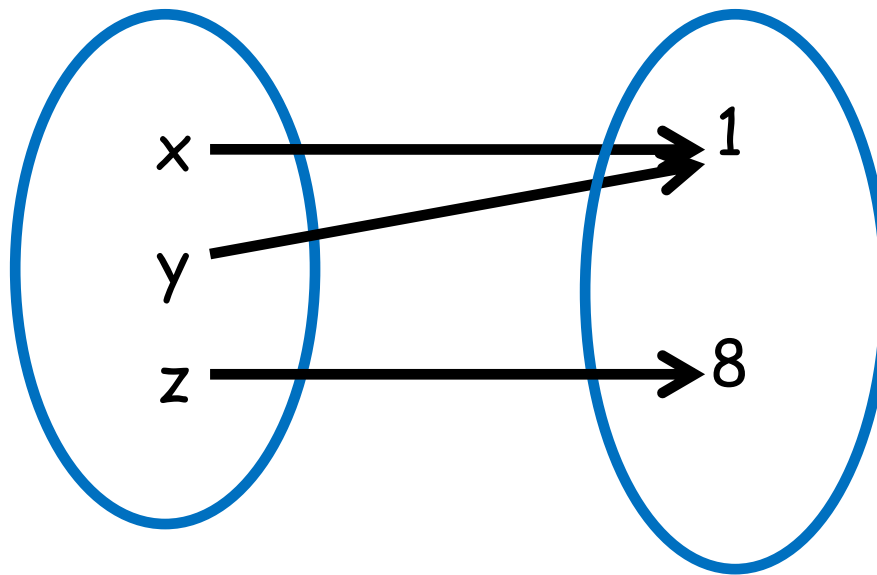
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

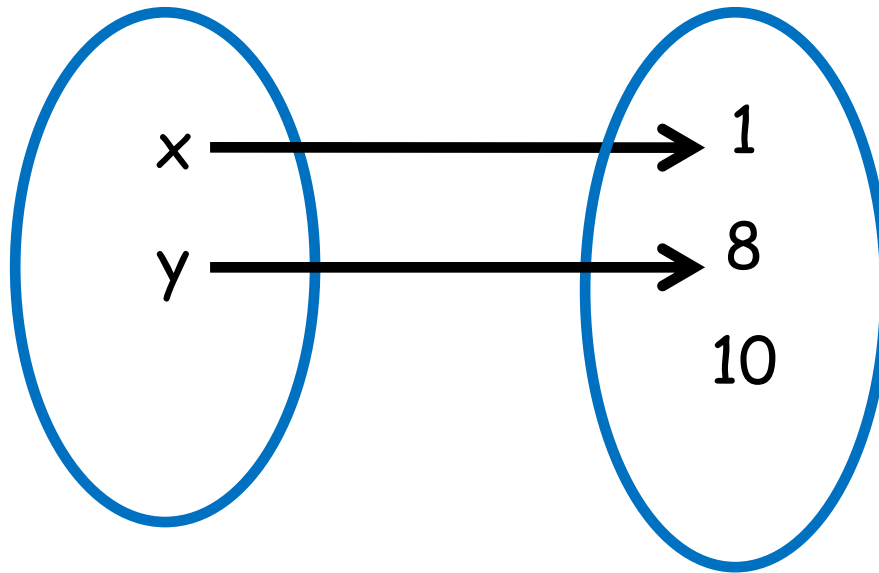


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

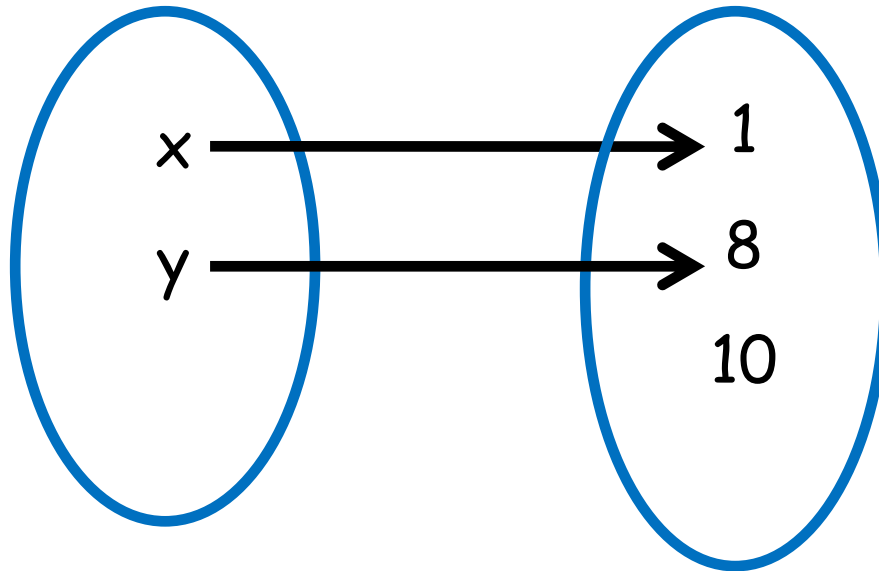
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

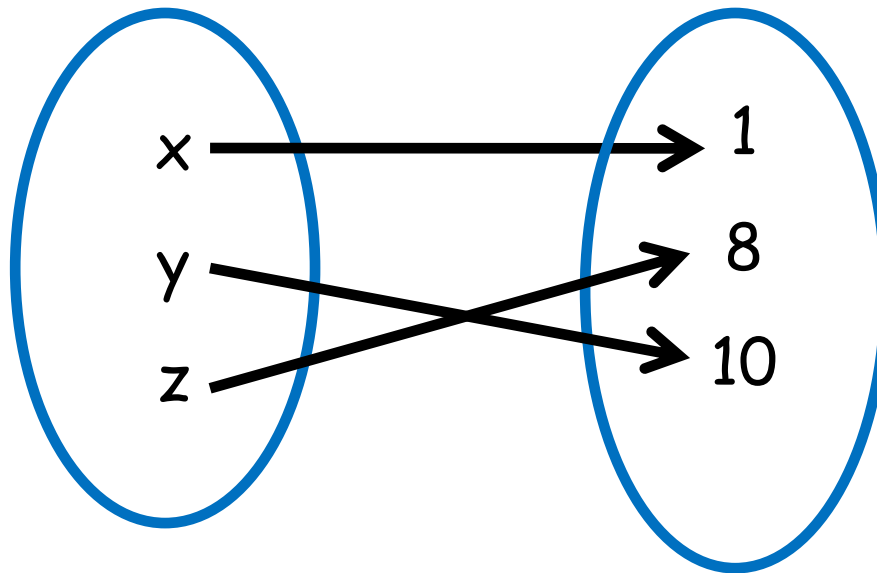


No es sobreyectiva porque
10 no está en el rango

Funciones

Función sobreyectiva

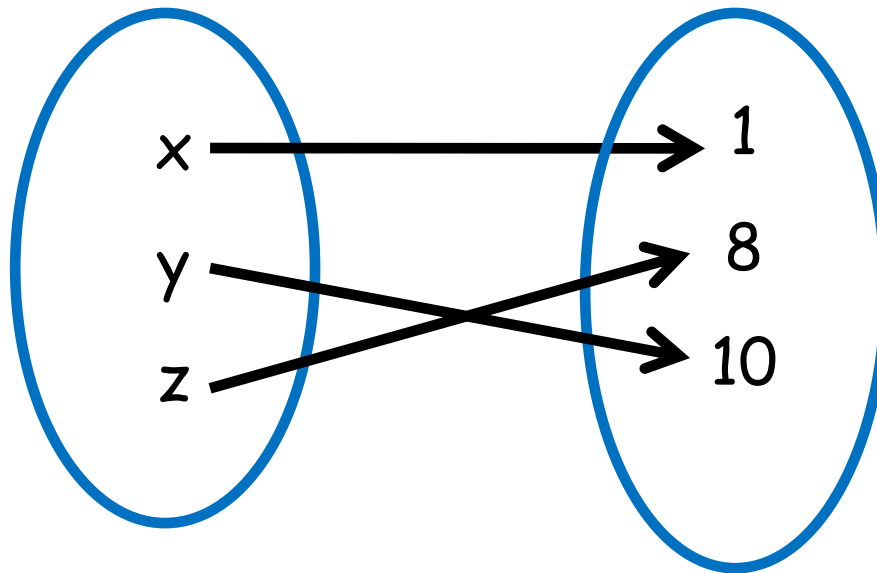
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

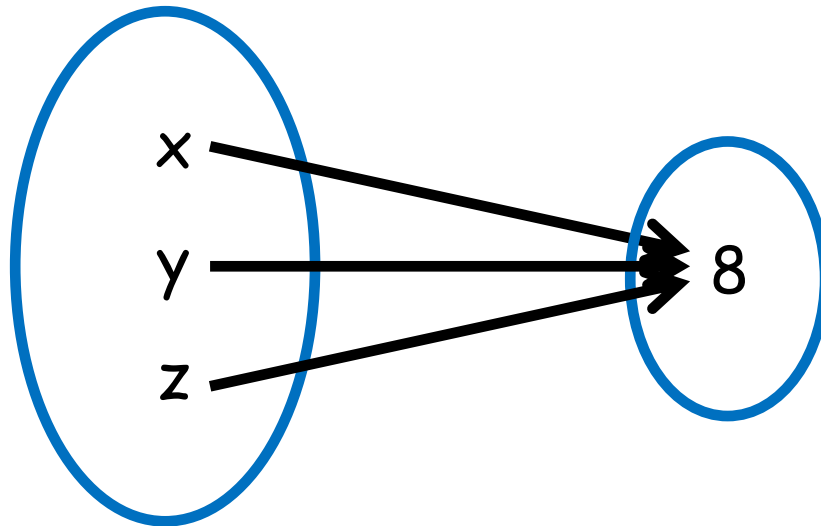


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

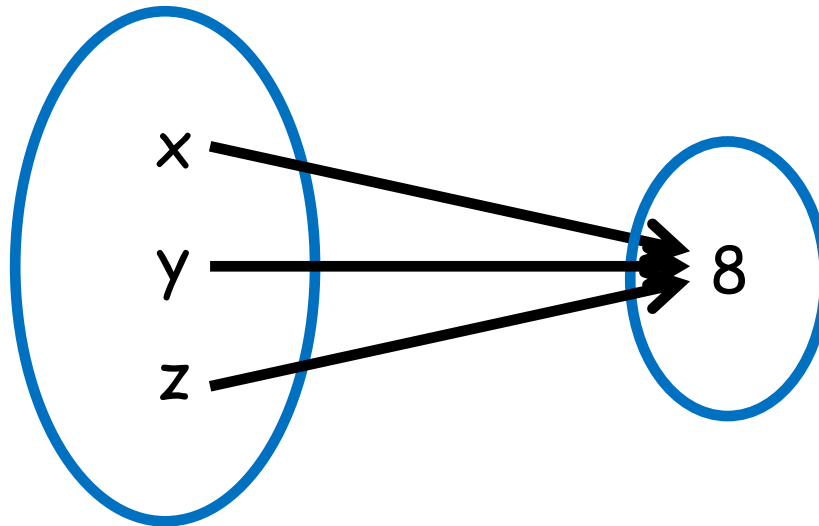
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Es sobreyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son sobreyectivas:

• f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$

SÍ

• $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros

NO

Dom \rightarrow Cod

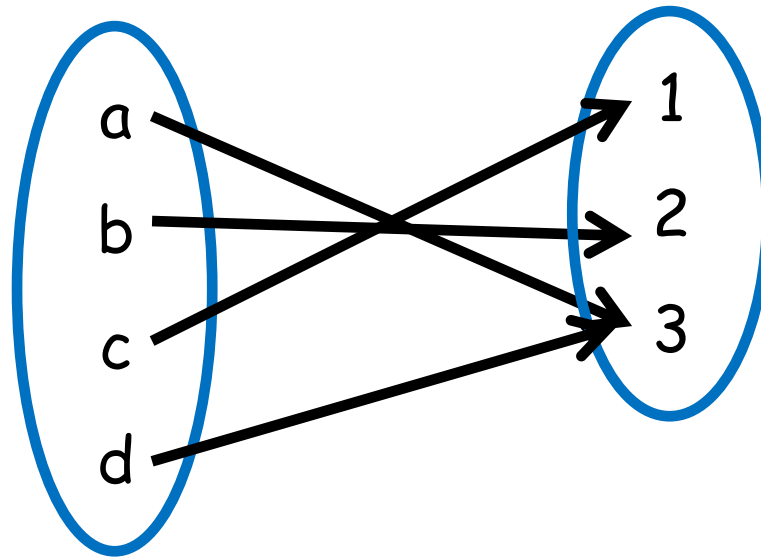
$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^+ \cup \{0\}$

• $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

SÍ

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es sobreyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es sobreyectiva** porque -1 que está en el codominio no está en el rango
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es sobreyectiva** porque cada y del codominio es una imagen

Funciones

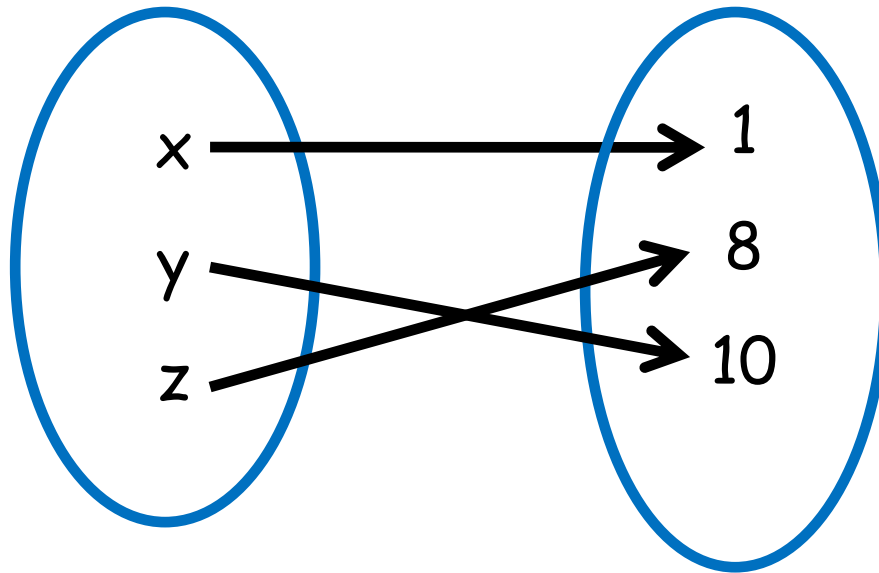
Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

Funciones

Función biyectiva

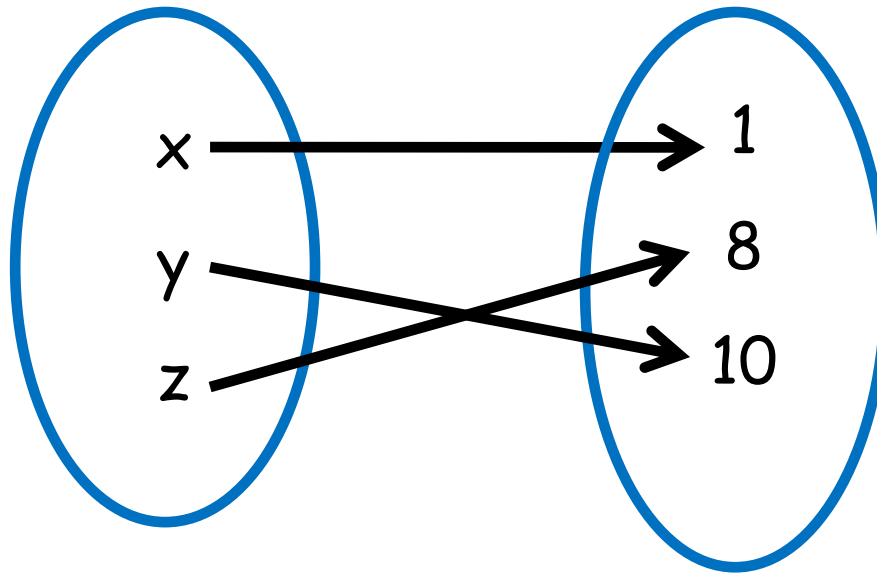
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

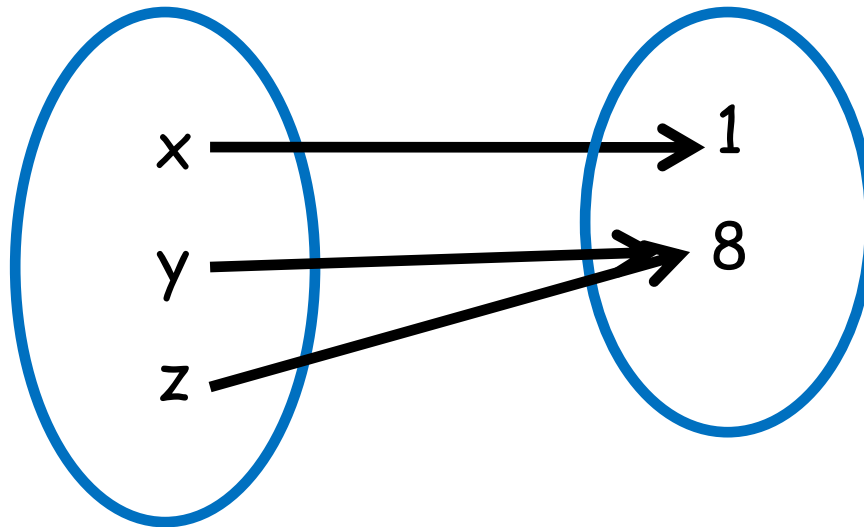


Es biyectiva

Funciones

Función biyectiva

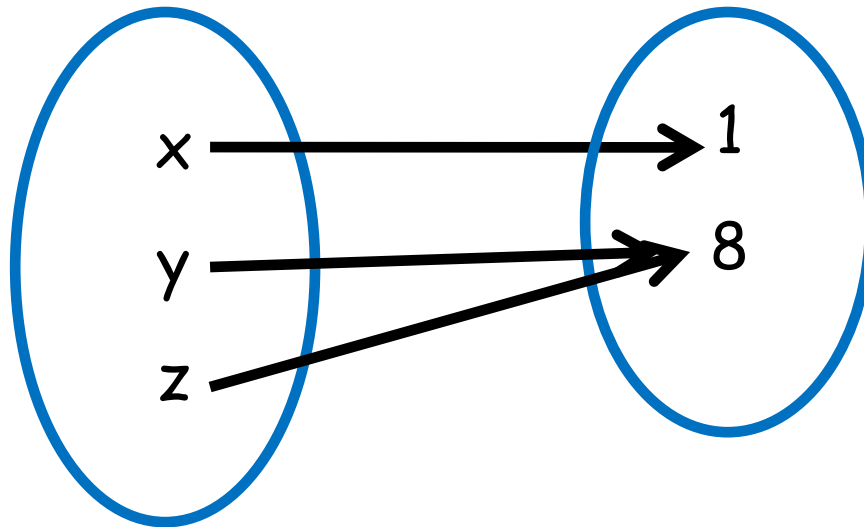
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

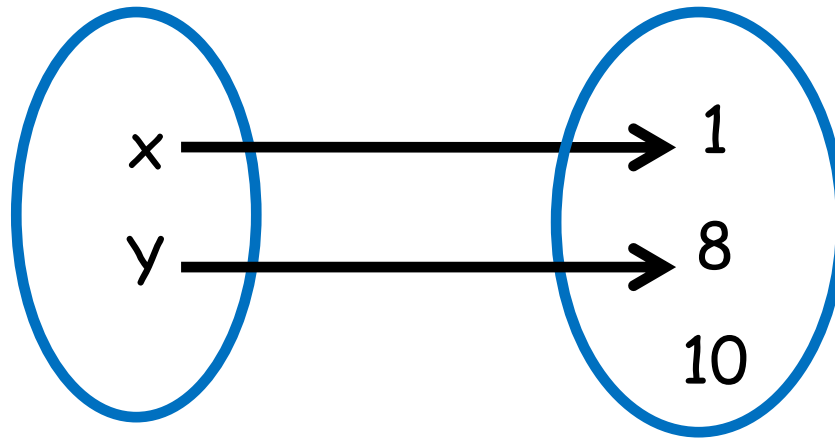


No es biyectiva porque
no es inyectiva

Funciones

Función biyectiva

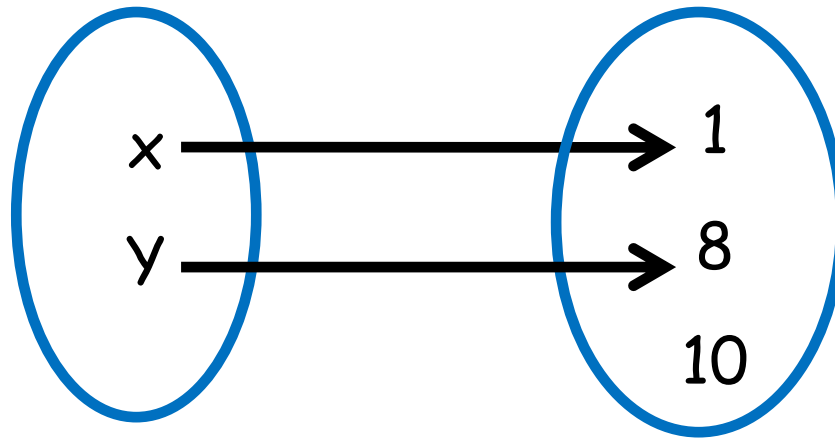
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

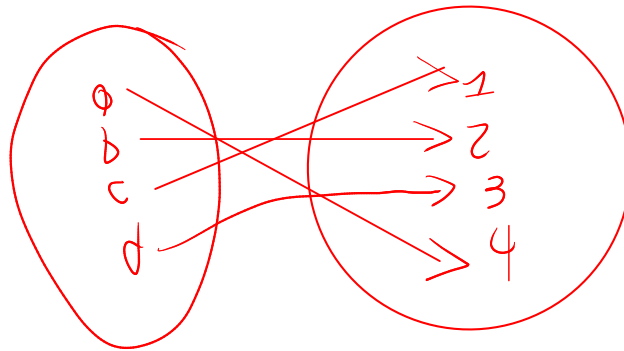
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



No es biyectiva porque
no es sobreyectiva

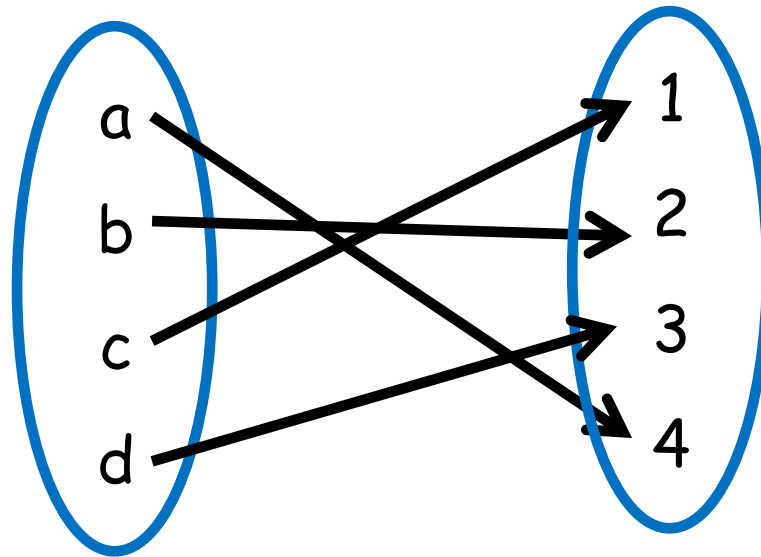
Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva



Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

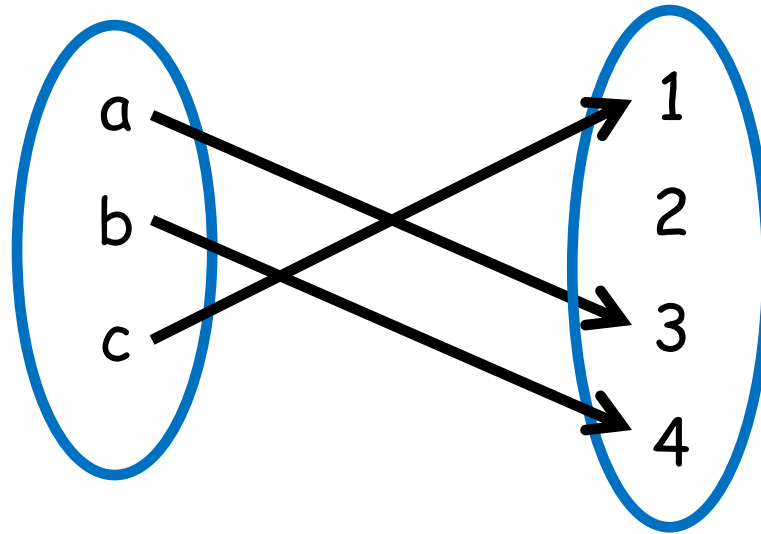


Es biyectiva

Funciones

Clasifique cada una de las siguientes funciones como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva

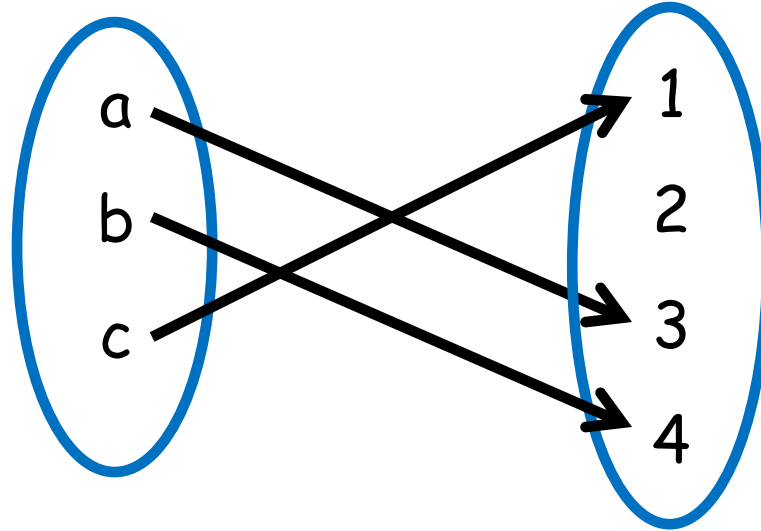
Funciones



Injectivo? Si
Sobreyecto No

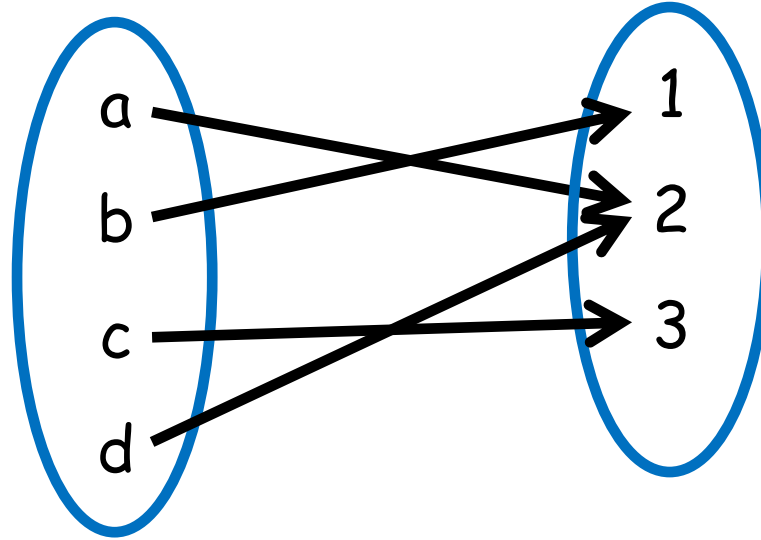
biyectivo No

Funciones



Inyectiva pero no sobreyectiva

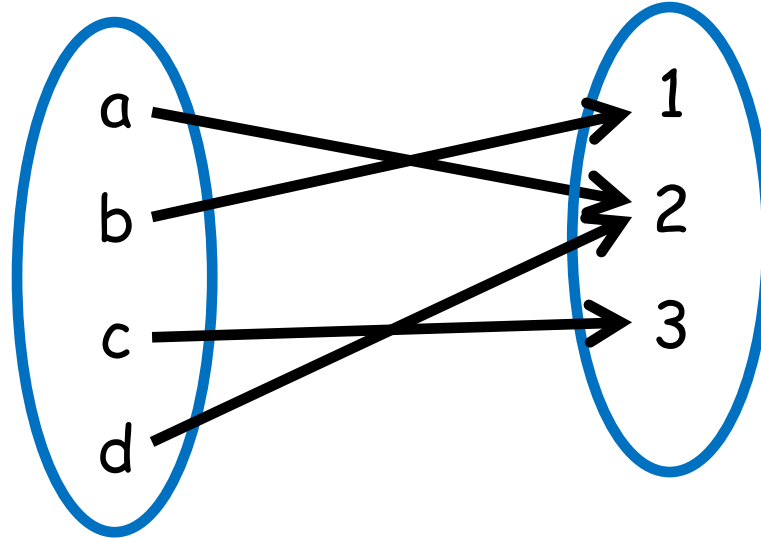
Funciones



Inyectiva: No

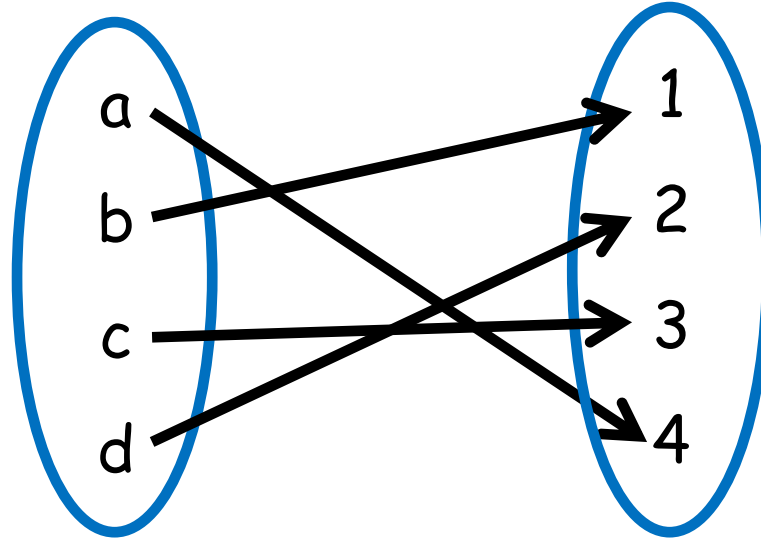
So biyectiva: Si

Funciones

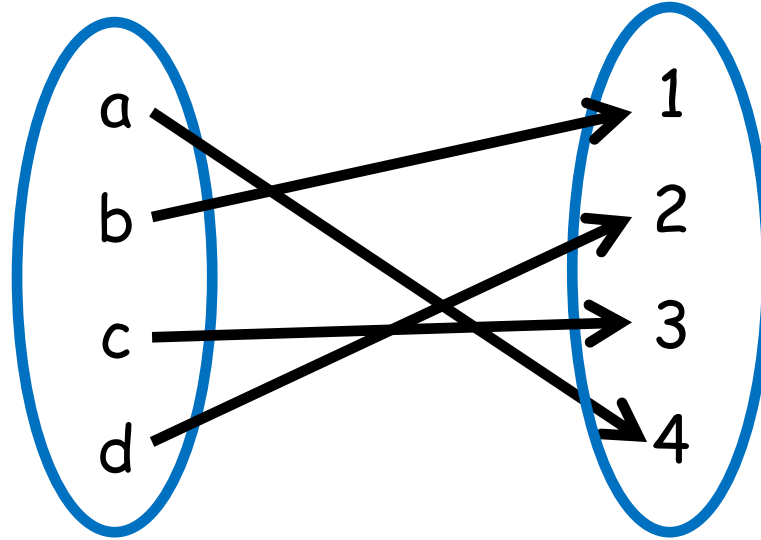


Sobreyectiva pero no inyectiva

Funciones

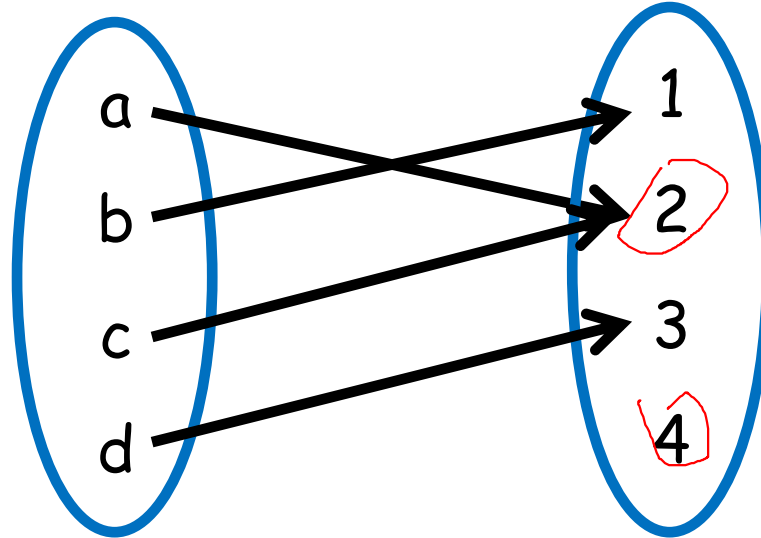


Funciones

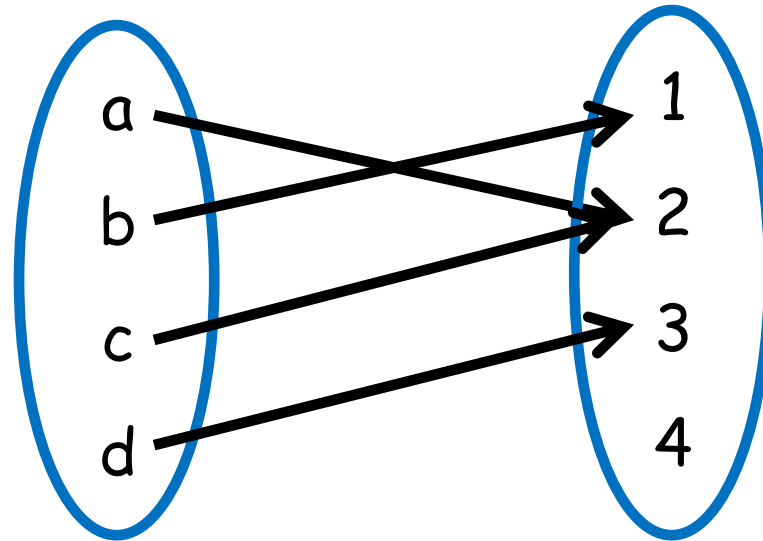


Biyectiva

Funciones

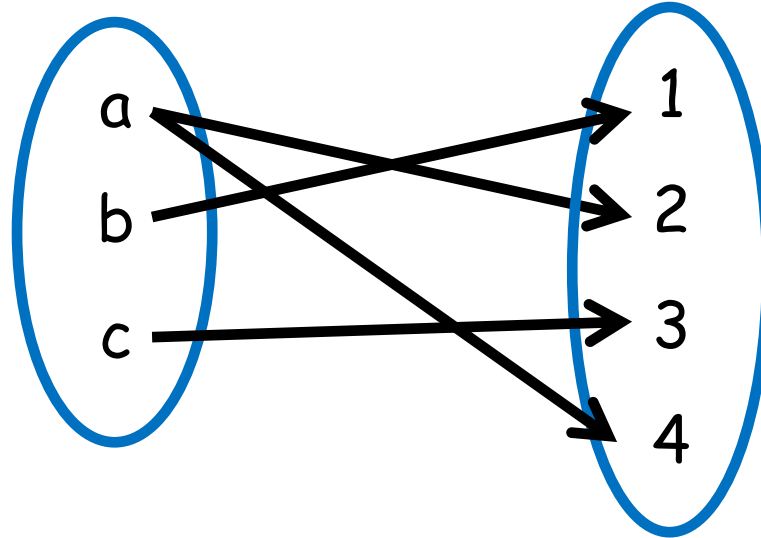


Funciones

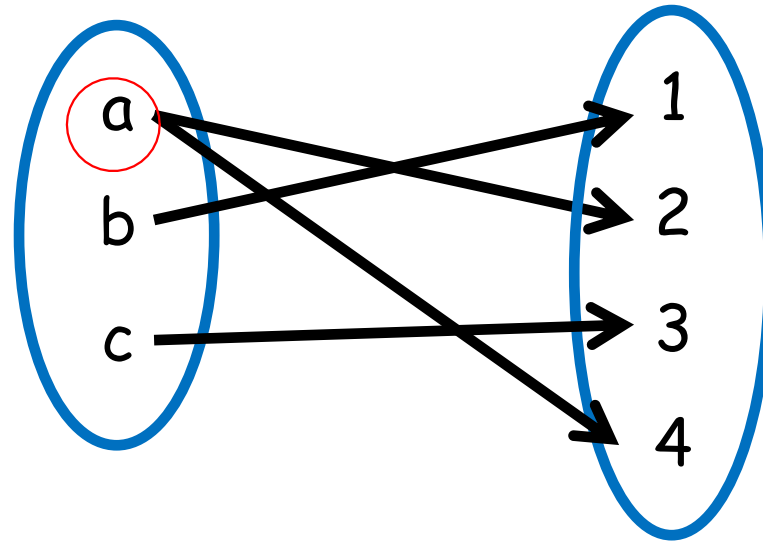


Ni inyectiva ni sobreyectiva

Funciones



Funciones

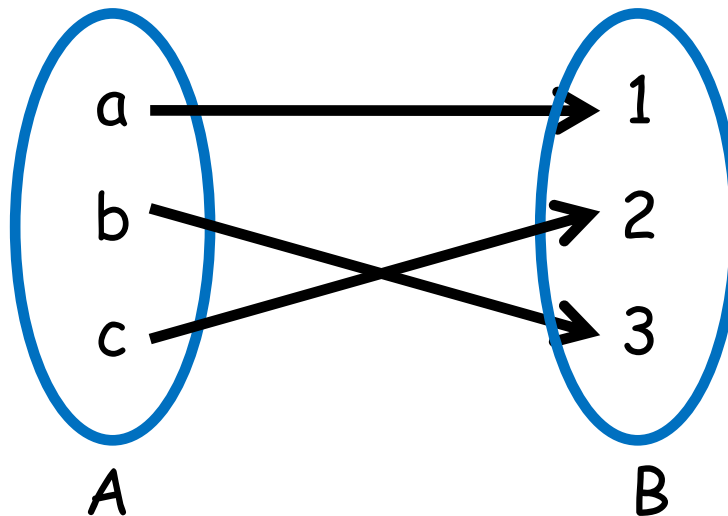


No es función

Funciones

Función inversa

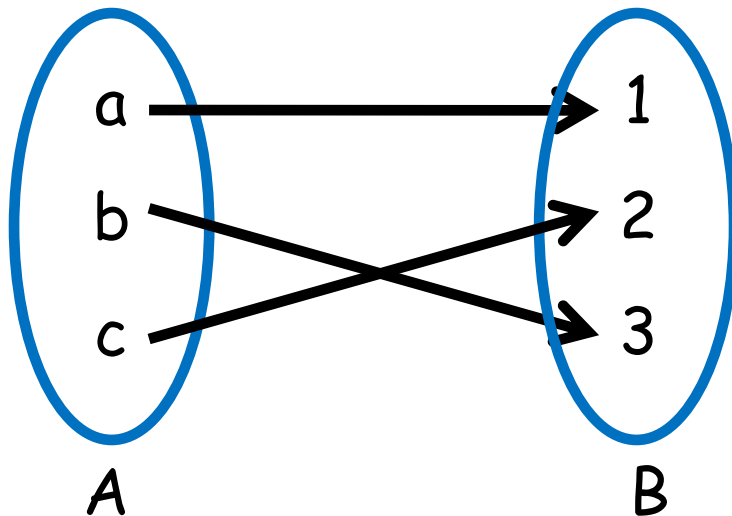
Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



Funciones

Función inversa

Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



$$f^{-1}(1)=a$$

$$f^{-1}(2)=c$$

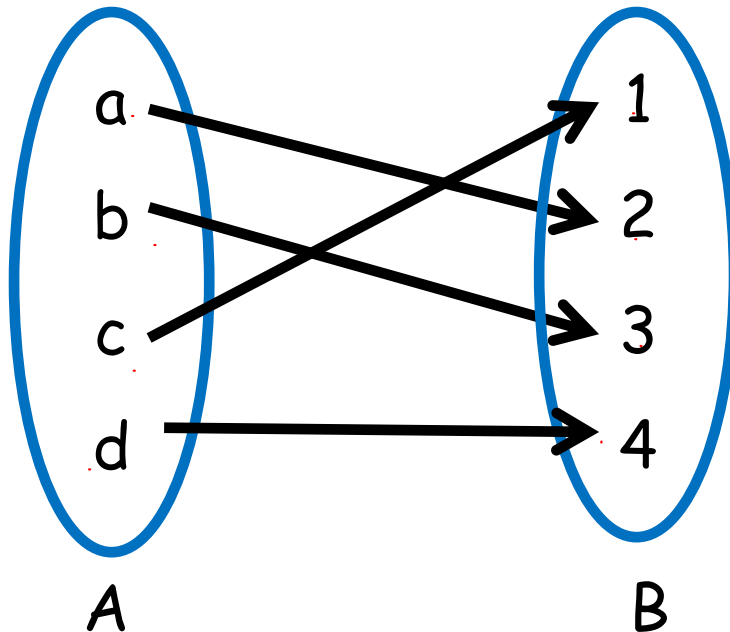
$$f^{-1}(3)=b$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$



$$f^{-1}(1)=c$$

$$f^{-1}(2)=a$$

$$f^{-1}(3)=b$$

$$f^{-1}(4)=d$$

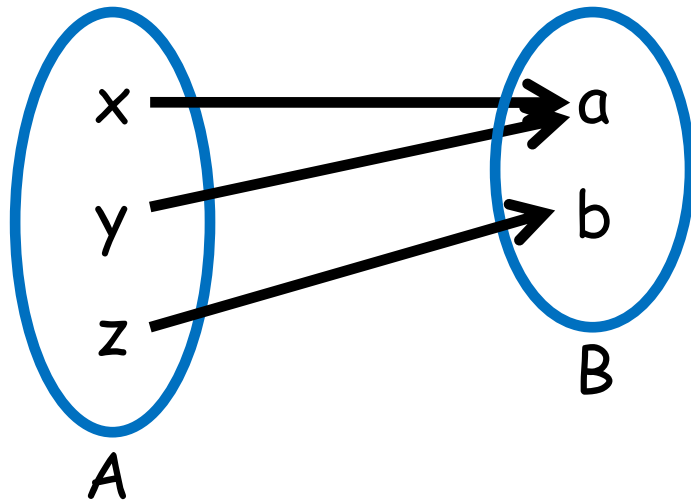
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$

$A \rightarrow B$



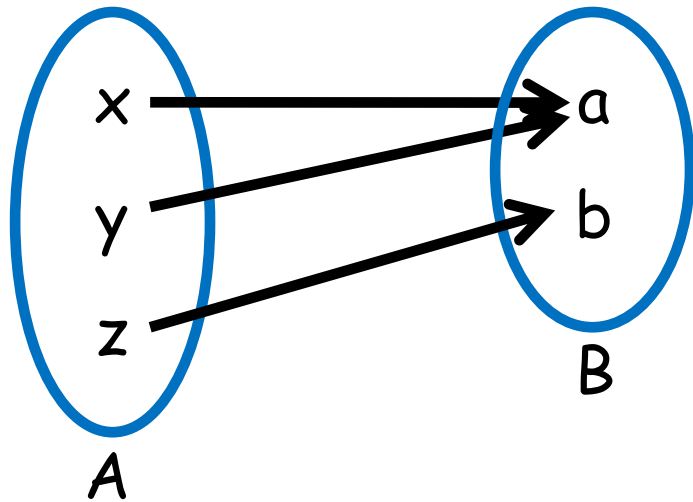
- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

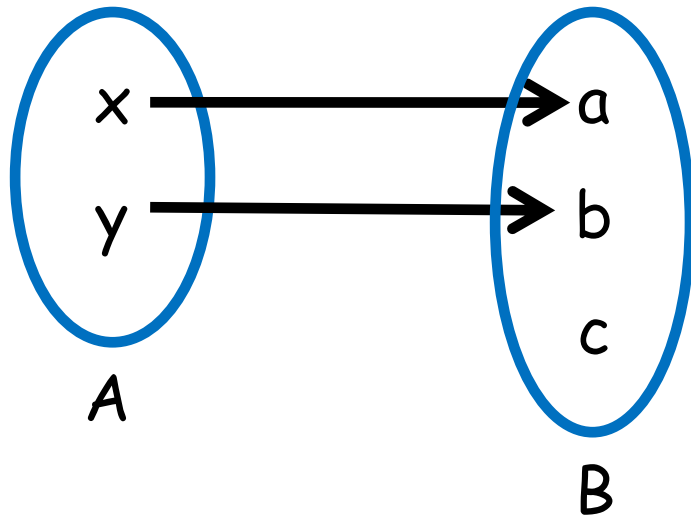
f^{-1} no está definida cuando f no es inyectiva

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$

Funciones

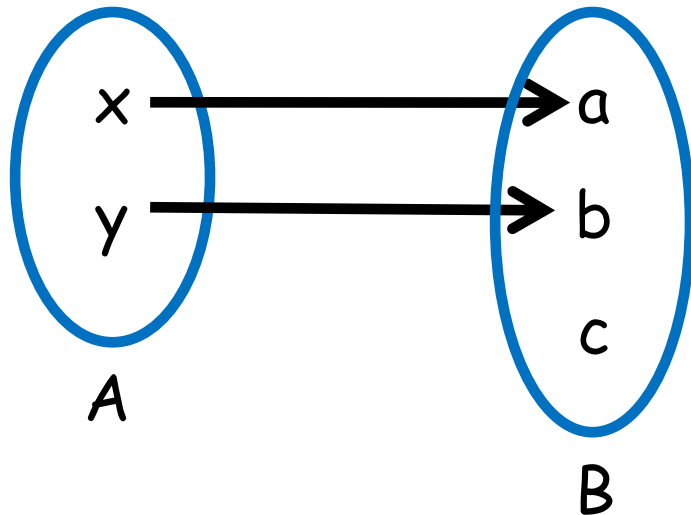
Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



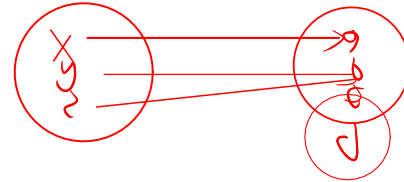
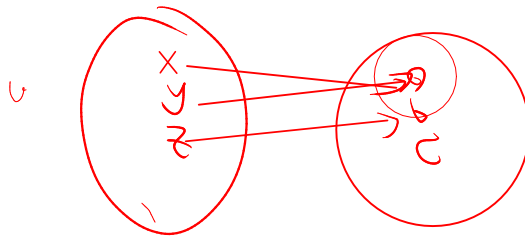
- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

f^{-1} no está definida cuando f no es sobreyectiva

Funciones

Función inversa

Una función $f:A \rightarrow B$ es invertible si es biyectiva



Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

• $f(x) = 2x + 1$

$(-\frac{1}{2})$

INJ: SI

SI

SOB: SI

• $f(x) = x^2 + 1$

INJ: NO

SOB

$f(1) = f(-1)$ NO

$x \geq 1$

• $f(x) = x^3$

INJ: SI

SOB: SI

SI

• $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$

INJ:

SOB:

\mathbb{R}^+

$f(1) = \frac{2}{3}$ $f(-1) = \frac{2}{3}$ } NO

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x)=2x+1$, **es invertible**
- $f(x)=x^2+1$, **no es invertible**. $f(-1)=f(1)=1$ no es inyectiva
- $f(x)=x^3$, **es invertible**
- $f(x)=(x^2+1)/(x^2+2)$, **no es invertible**. no es inyectiva [$f(-1)=f(1)=2/3$], ni sobreyectiva (1 no es imagen en f)

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:
 $\left\{ \begin{array}{l} a \rightarrow b \\ a \neq b \end{array} \right\}$

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$
 - INJ: $f(0.8) = 1, f(0.3) = 1$ NO
 - SUR: $\rightarrow 0.8$ NO Solo de número \mathbb{Z}
- $f(x) = 3x^2 + 7$
 - INJ: $f(2) = f(-2)$ NO
 - SUR: NO, porque $x < 0$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$
 - NO función en $x = -2$
- $f(x) = x^5 + 1$
 - INJ: SI
 - SUR: SI
 - $\left. \begin{array}{l} \text{INJ: SI} \\ \text{SUR: SI} \end{array} \right\} \text{Inv biyectiva}$

$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ SI

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(2) = 1$
- $f(x) = 3x^2 + 7$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(-1) = 10$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$. **no**, no es sobreyectiva. 1 no es imagen
- $f(x) = x^5 + 1$. **si**

no es función

Funciones

Dadas las siguientes funciones de los enteros a los enteros, complete la tabla indicando si cumple, o no, cada propiedad

- $f_1(x) = x^2 - 1$ $f(4) = f(-4)$ $X < -1$ No
- $f_2(x) = 5x - 8$

	Inyectiva	Sobreyectiva	Biyectiva
f_1	No	No	No
f_2	Sí	Sí	Sí

Justifique solamente las propiedades que no se cumplen

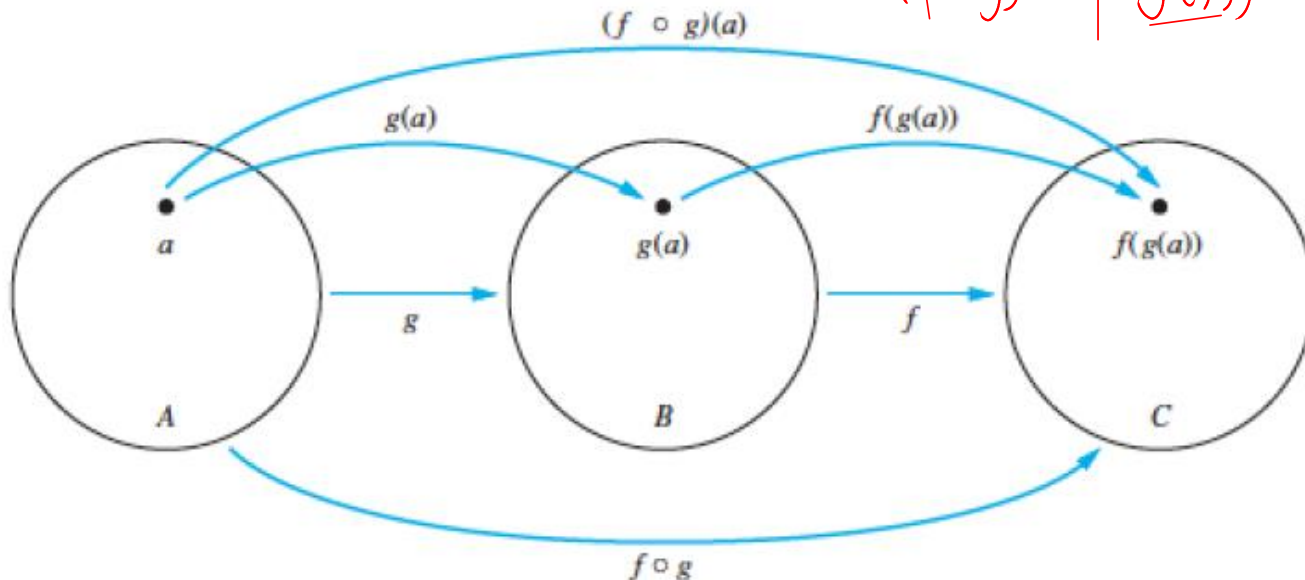
Composición de funciones

Dadas dos funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$ se denomina composición de g con f , como la función $f \circ g: A \rightarrow C$ tal que:

$$f \circ g = \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: a g b \wedge b f c\}$$

$$= \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: b = g(a) \wedge c = f(b)\}$$

$$(f \circ g)(a) = f(g(a))$$



Composición de funciones

Sea $g = \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$ tal que $g(a) = b$, $g(b) = c$ y $g(c) = a$

Sea $f = \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ tal que $f(a) = 3$, $f(b) = 2$, $f(c) = 1$

Estudiamos $f \circ g$

$$f(g(a)) = f(b) = 2$$

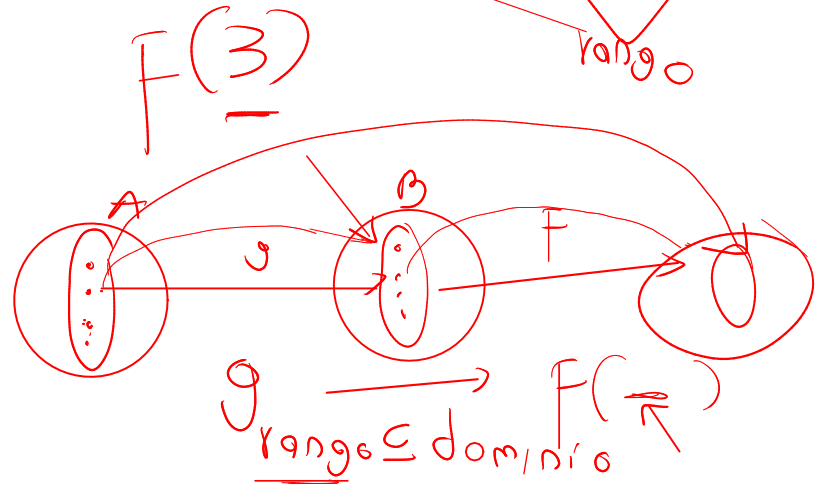
$$f(g(b)) = f(c) = 1$$

$$f(g(c)) = f(a) = 3$$

$\text{rango}_g \subseteq \text{dominio}_f$

Observe que $g \circ f$

$$g(f(a)) = g(3) = \text{????}$$



$f \circ g$ está bien definida
sii $\text{rango } g \subseteq \text{dominio de } f$

Composición de funciones

Sea $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $g(y) = 3y + 2$

Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $f(x) = 2x + 3$

$$f \circ g (z) = f(g(z)) = f(\underline{3z + 2}) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$$

$$g \circ f (z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = \underline{6z + 11}$$

La composición no es conmutativa

Funciones piso y techo

La función entera piso asigna a un número real x el mayor entero que es menor o igual que x . Se denota así:

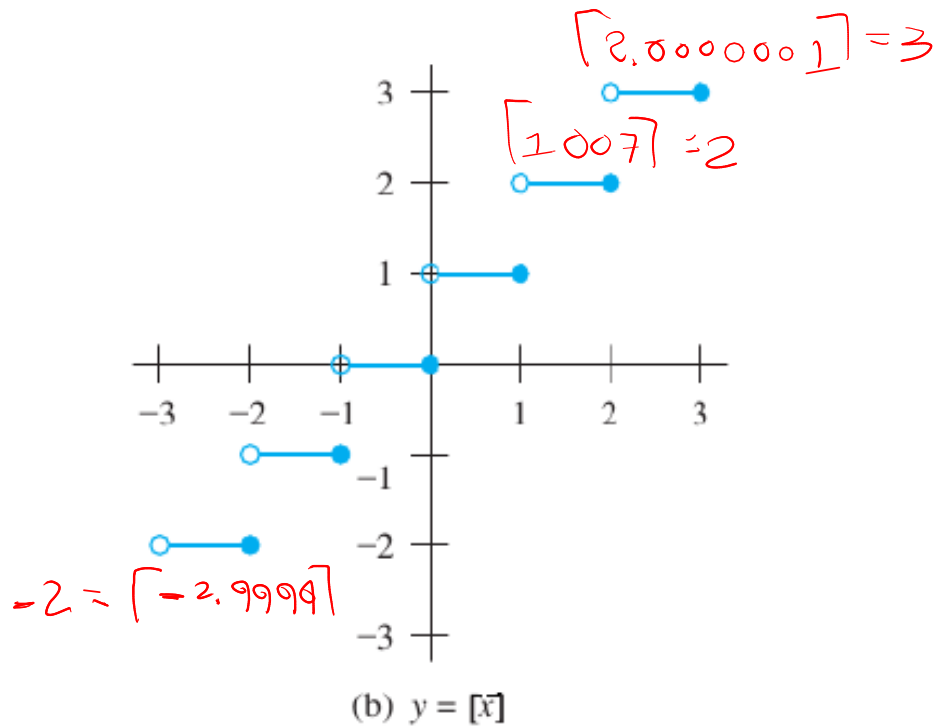
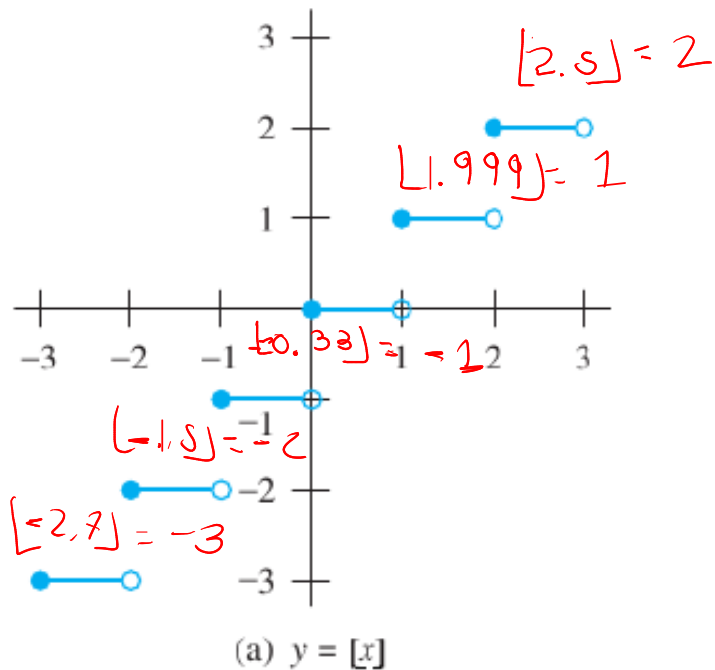
$$\lfloor x \rfloor$$

$$\lfloor x \rfloor$$

La función entera techo o función de parte entera por exceso, asigna a un número real x el mayor entero que es mayor o igual que x . Se denota así:

$$\lceil x \rceil$$

Funciones piso y techo



Funciones piso y techo

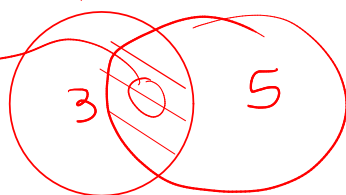
Sean k y n enteros positivos. Entonces el número de múltiplos de k entre 1 y n está dado por $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, con $k = 2$, el número de múltiplos es $\left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = [50]$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, ¿Cuántos números son divisibles entre 3 o por 5? Pista: Aquí aplica la propiedad de union de conjuntos.

$$\left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{15} \right\rfloor$$

$\text{mcm}(3, 5) = 15$



Función característica

La función característica de un subconjunto A con respect al Universal $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ Se define así

$$f_a(u_i) \begin{cases} 1 & \text{Si } u_i \in A \\ 0 & \text{Si } u_i \notin A \end{cases}$$

Ejemplo: Si $A = \{4, 7, 9\}$ y $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ Entonces $f_A(2) = 0$, $f_A(4) = 1$, $f_A(7) = 1$ y $f_A(12) = 0$

Funciones.

Inyectiva: Es una función que tiene una relación UNO A UNO lo que quiere decir que cada elemento del rango es imagen unicamente de un elemento x diferente. Es decir que dos x no comparten la misma imagen.

Sobreyectiva: Es una función donde el codominio es igual al rango.

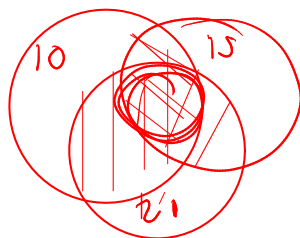
Biyectiva: Inyectiva y sobreyectiva.

Inversa: $A \rightarrow B$ la inversa $B \rightarrow A$ esta debe ser BIYECTIVA.

Composición $(f(g(x)))$ ¿Que característica debe cumplir? El rango que f debe ser subconjunto de g
 $g(f(x))$ ¿Que característica tiene? No es igual $f(g(x))$ y el rango de g debe ser subconjunto de f.

Indique el número multiplos por 10 o 15 o 21 de los números entre 1 y 1000

$$\left\lfloor \frac{1000}{10} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{15} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{21} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{30} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{210} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{1000}{105} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1000}{210} \right\rfloor$$



$$3 \times 7 \times 5 = 105$$

$$\begin{array}{c} 5 \quad 3 \\ 10 \quad 15 \quad 21 \\ \hline 2 \times 3 \times 7 \times 5 \end{array}$$

¿Cuanto multiplos entre 2 o 4 o 9 hay entre 1 y 100?

$$\left\{ \begin{aligned} & \left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor + \cancel{\left\lfloor \frac{100}{4} \right\rfloor} + \left\lfloor \frac{100}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{18} \right\rfloor - \cancel{\left\lfloor \frac{100}{36} \right\rfloor} - \cancel{\left\lfloor \frac{100}{4} \right\rfloor} + \cancel{\left\lfloor \frac{100}{36} \right\rfloor} \\ & \quad \searrow \left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{9} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{18} \right\rfloor \end{aligned} \right.$$

