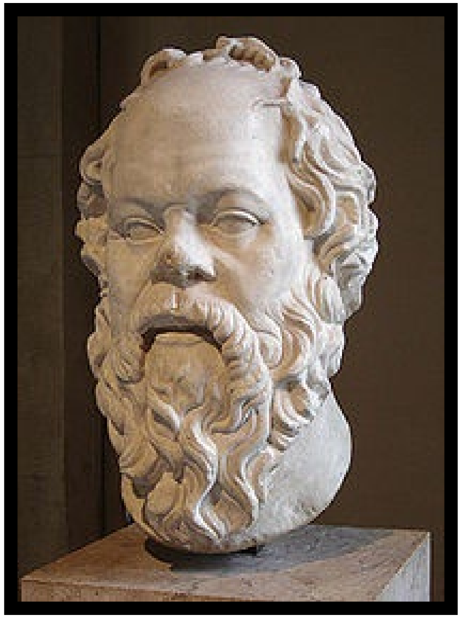
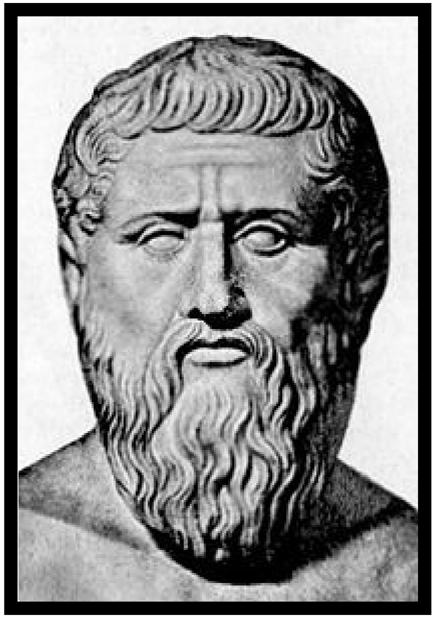
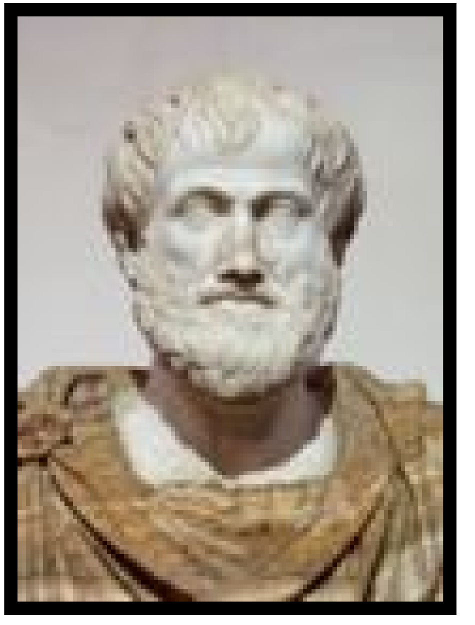
Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Lógica proposicional
* Concepto de proposición
* Valores de verdad
* Operadores lógicos
* Tipos de proposiciones
* Representación de frases del lenguaje natural

Lógica proposicional

470a.c
Sócrates

424a.c
Platón

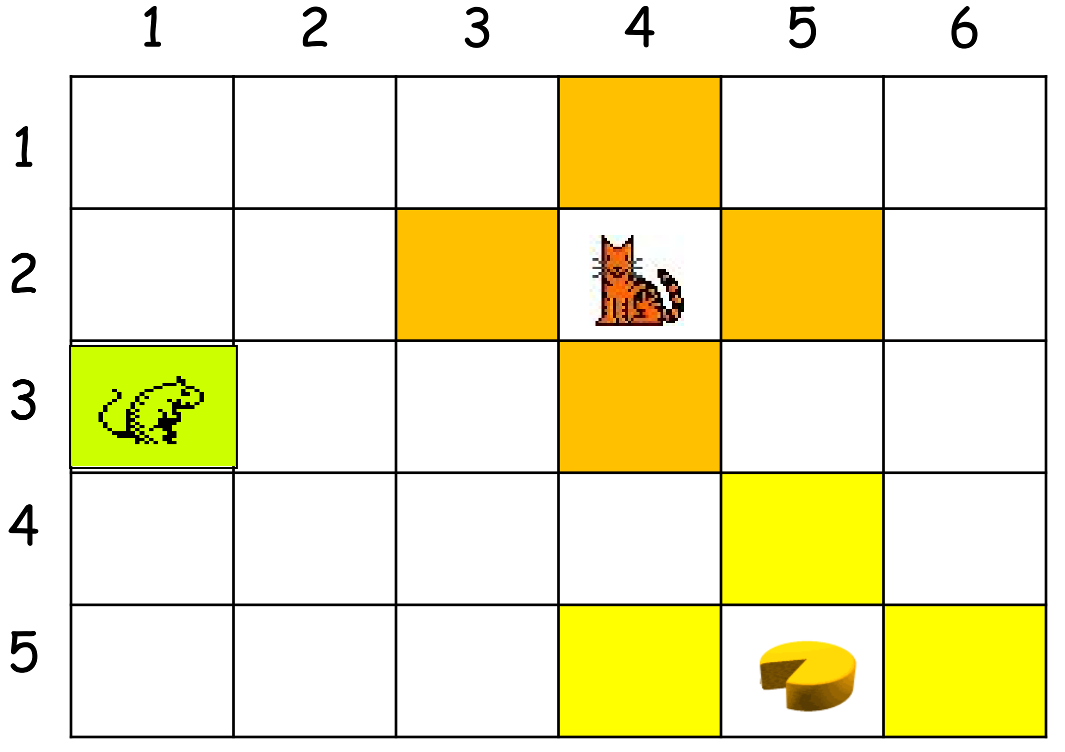
384a.c
Aristóteles

Lógica proposicional

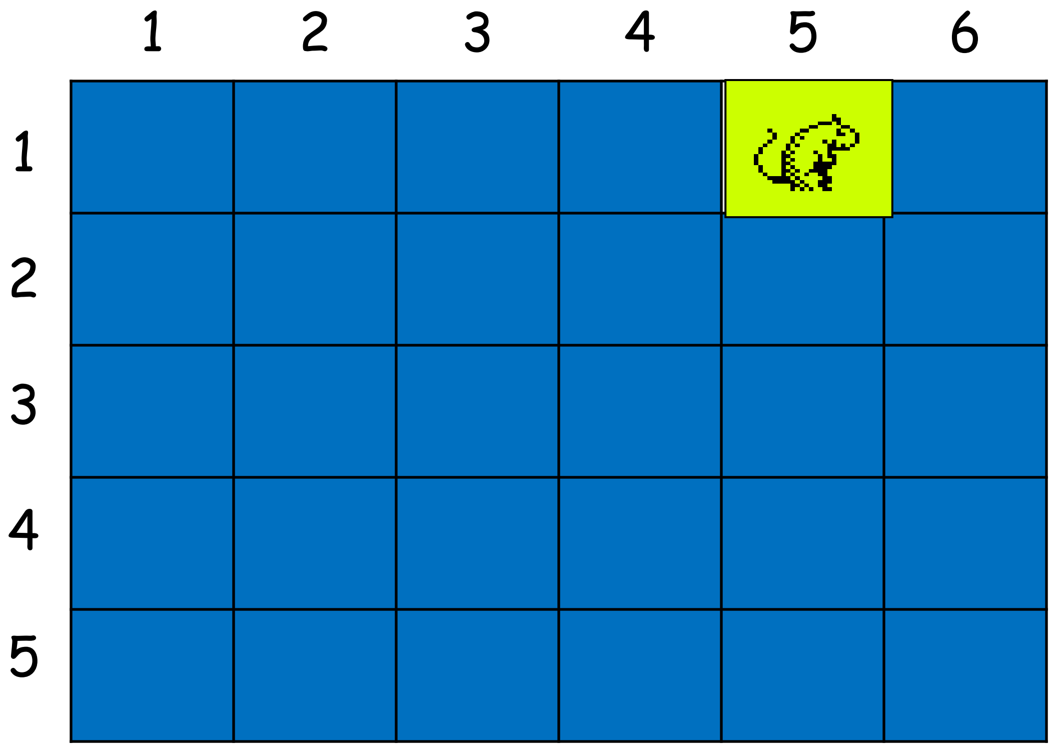
Silogismos

Todos los hombres son mortales
Sócrates es hombre
Por lo tanto, Sócrates es mortal

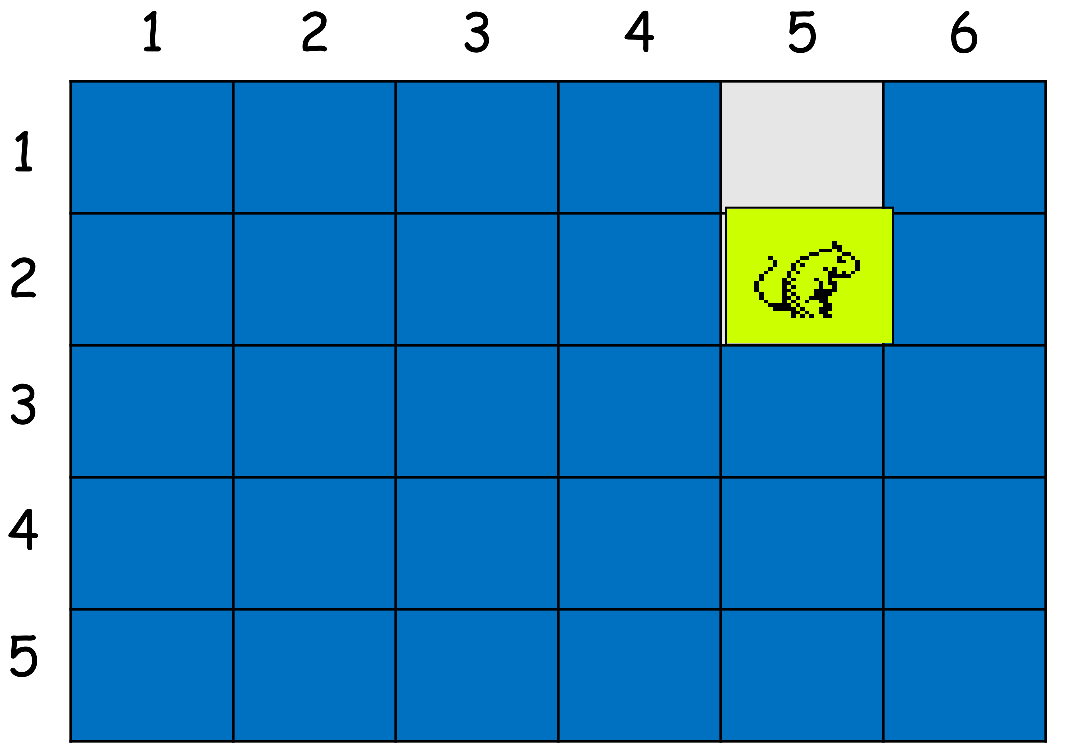
Lógica proposicional



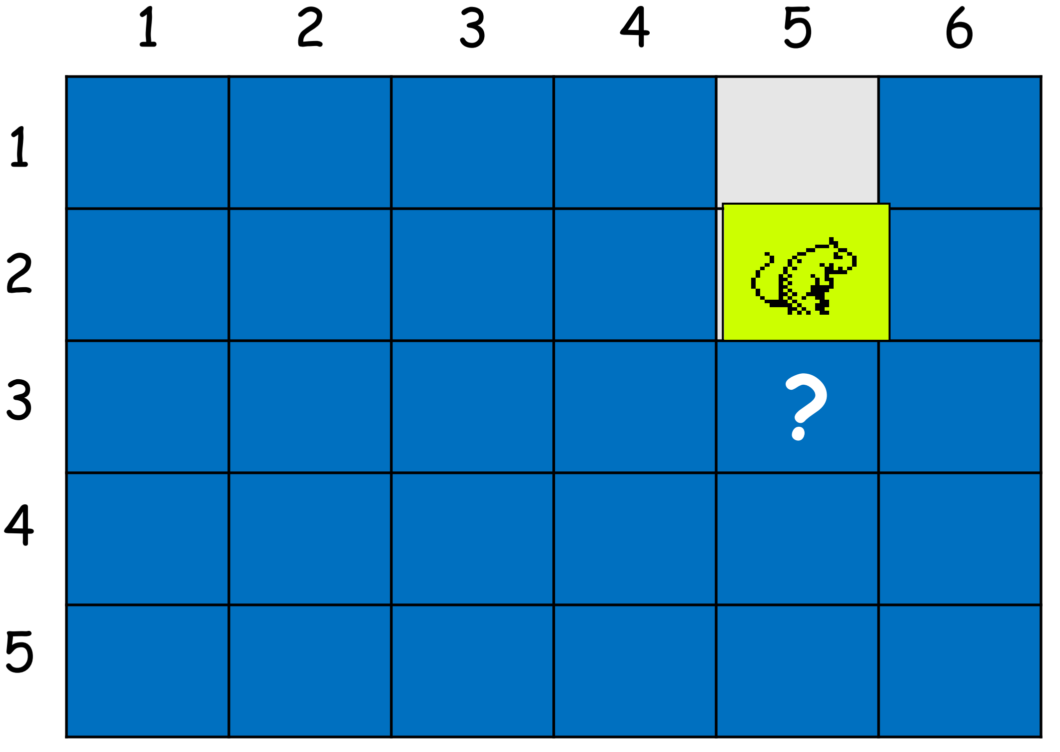
Lógica proposicional



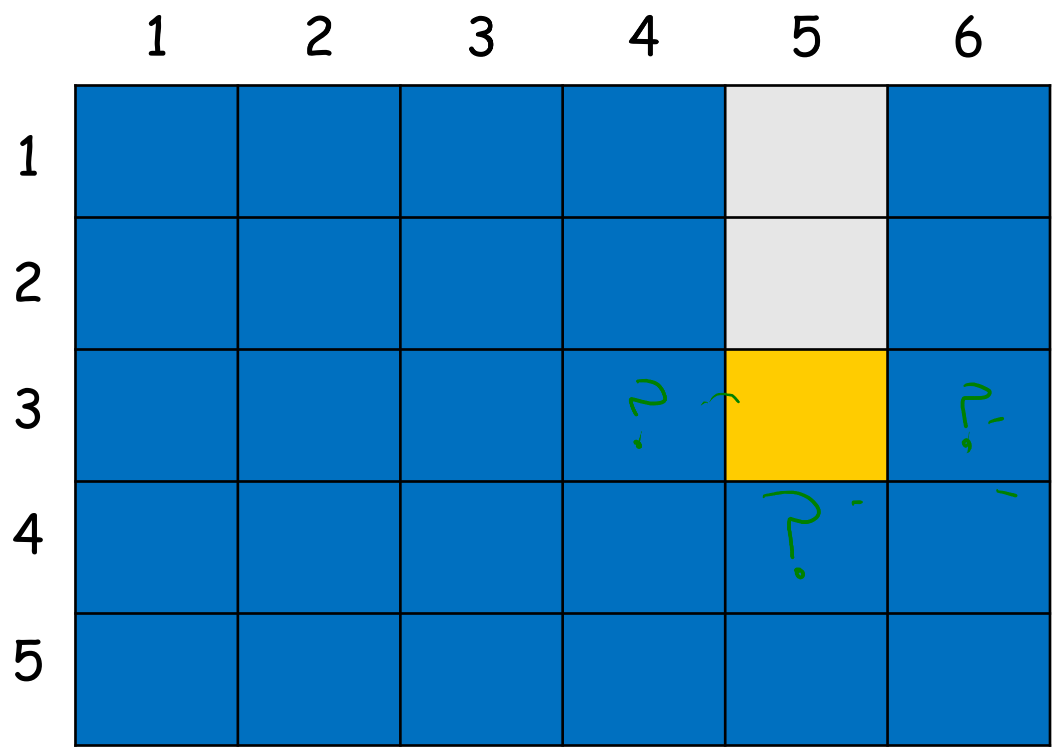
Lógica proposicional



Lógica proposicional



Lógica proposicional

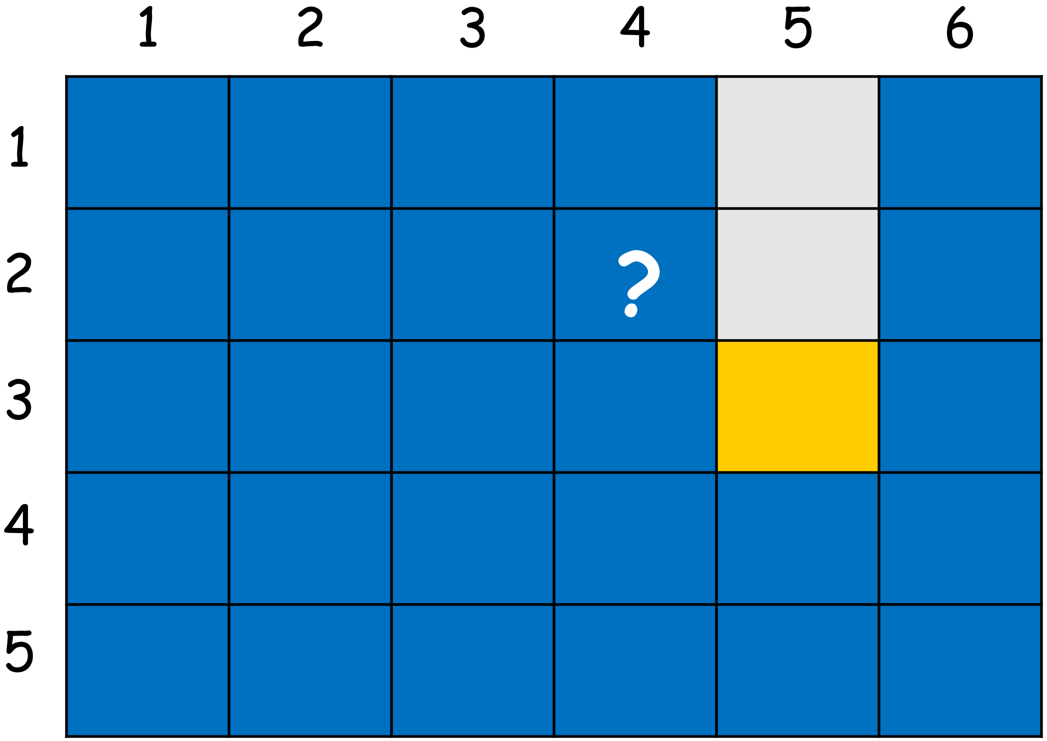


4, 5

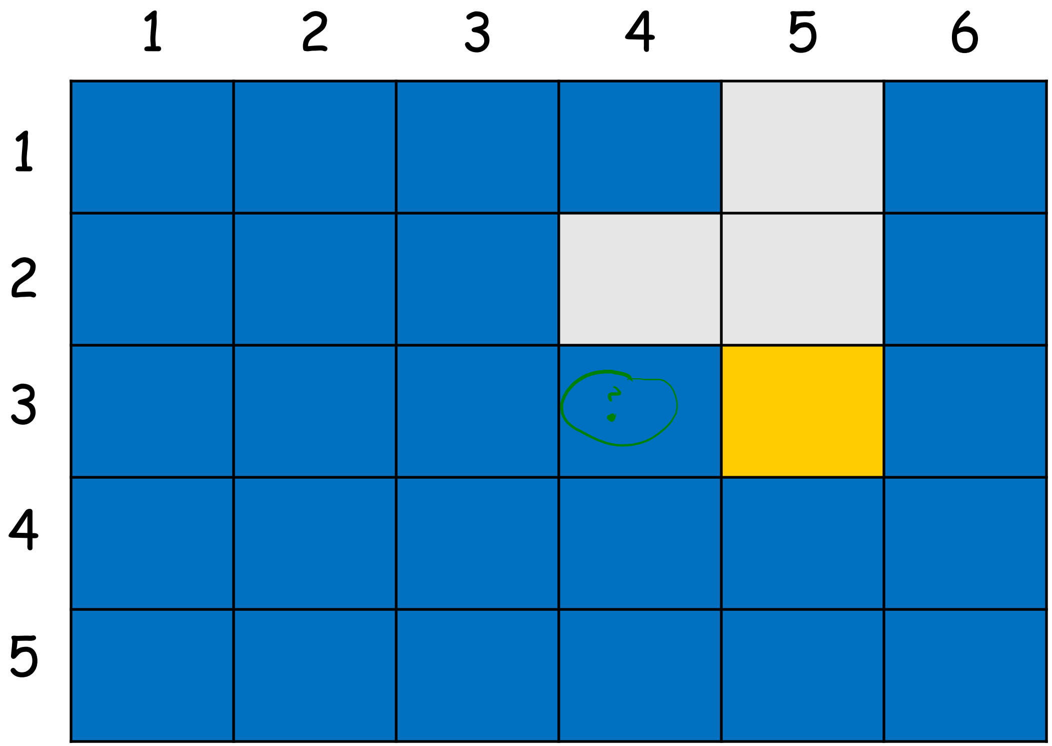
3, 4

3, 6

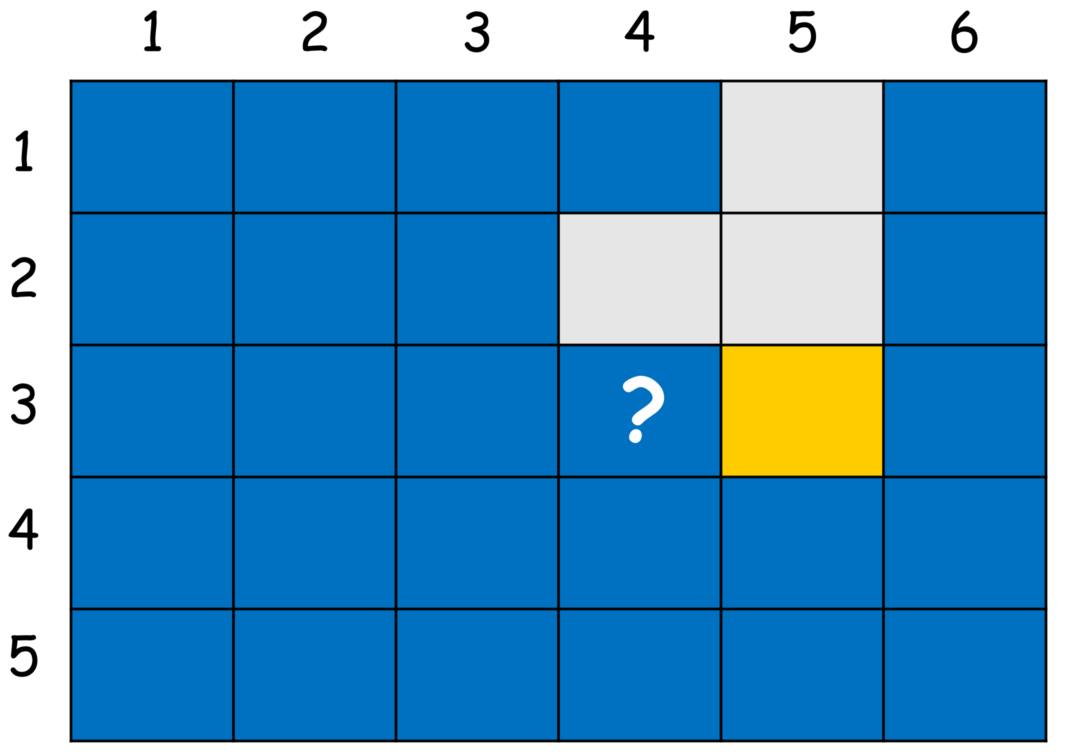
Lógica proposicional



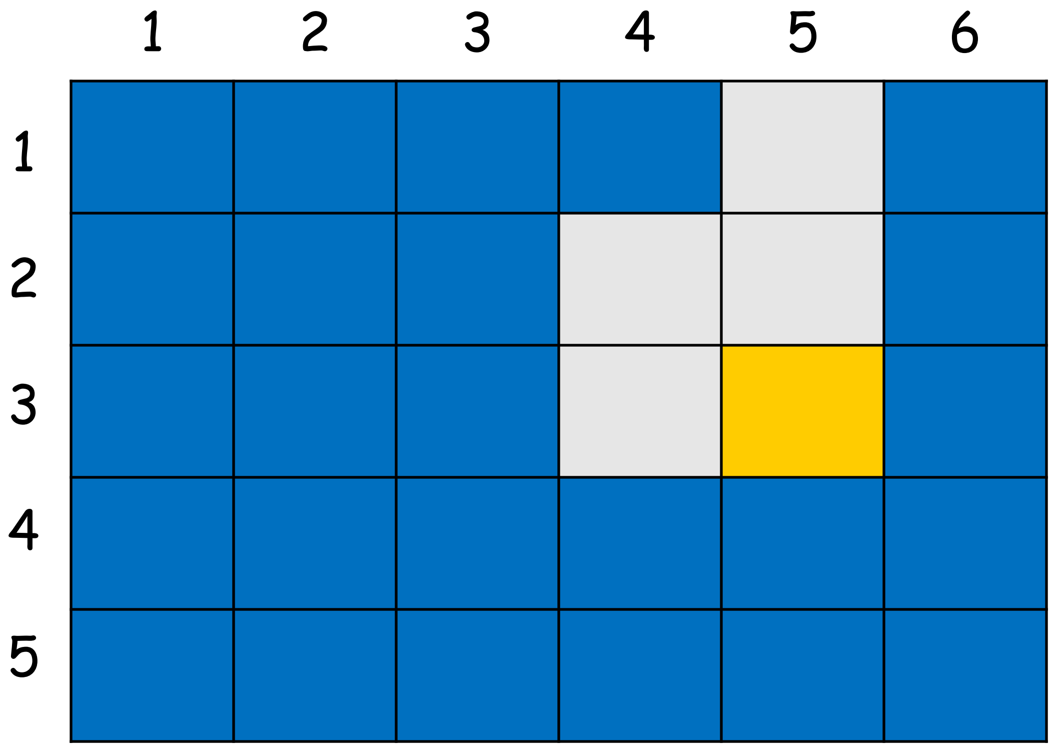
Lógica proposicional



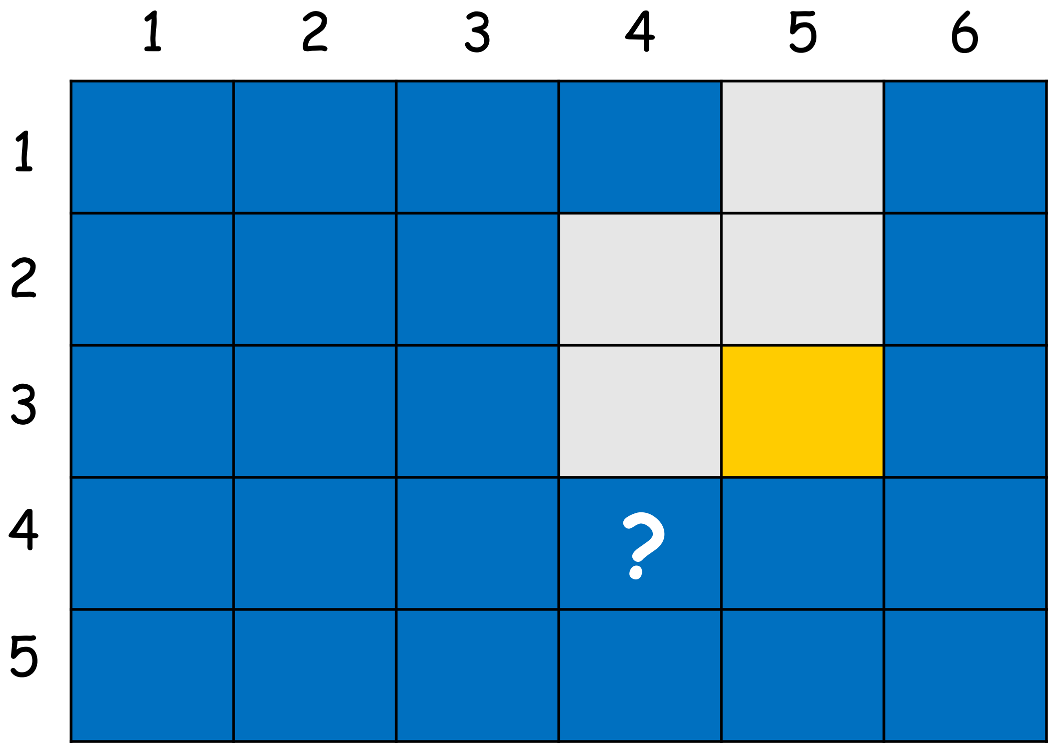
Lógica proposicional



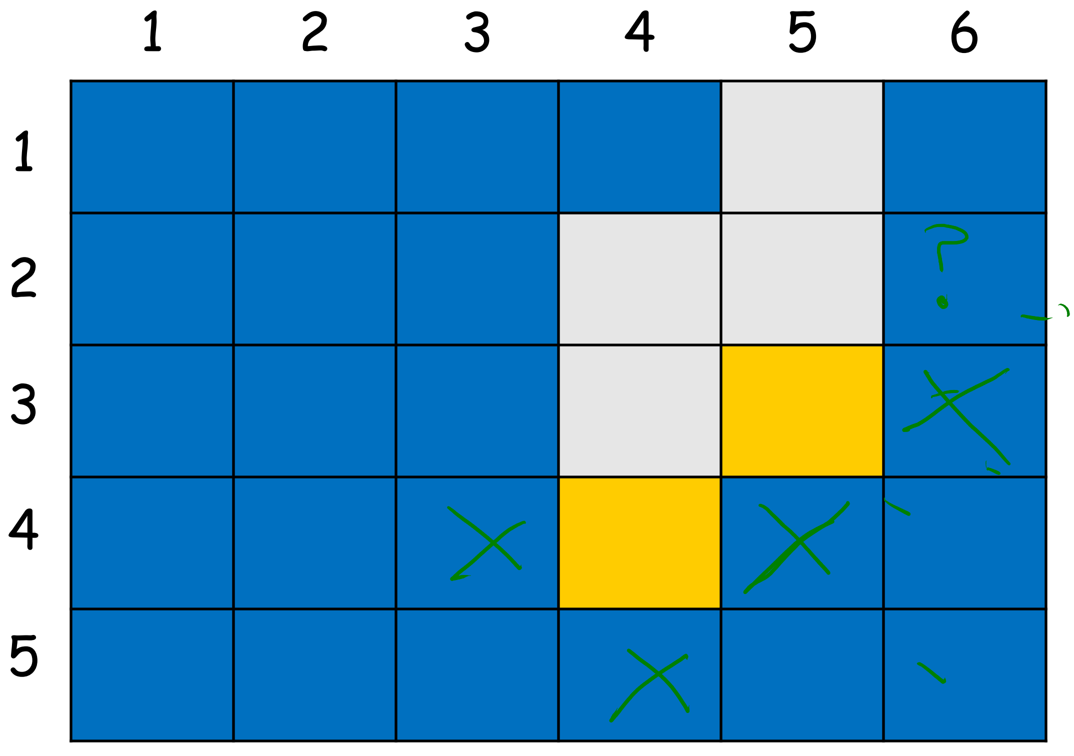
Lógica proposicional



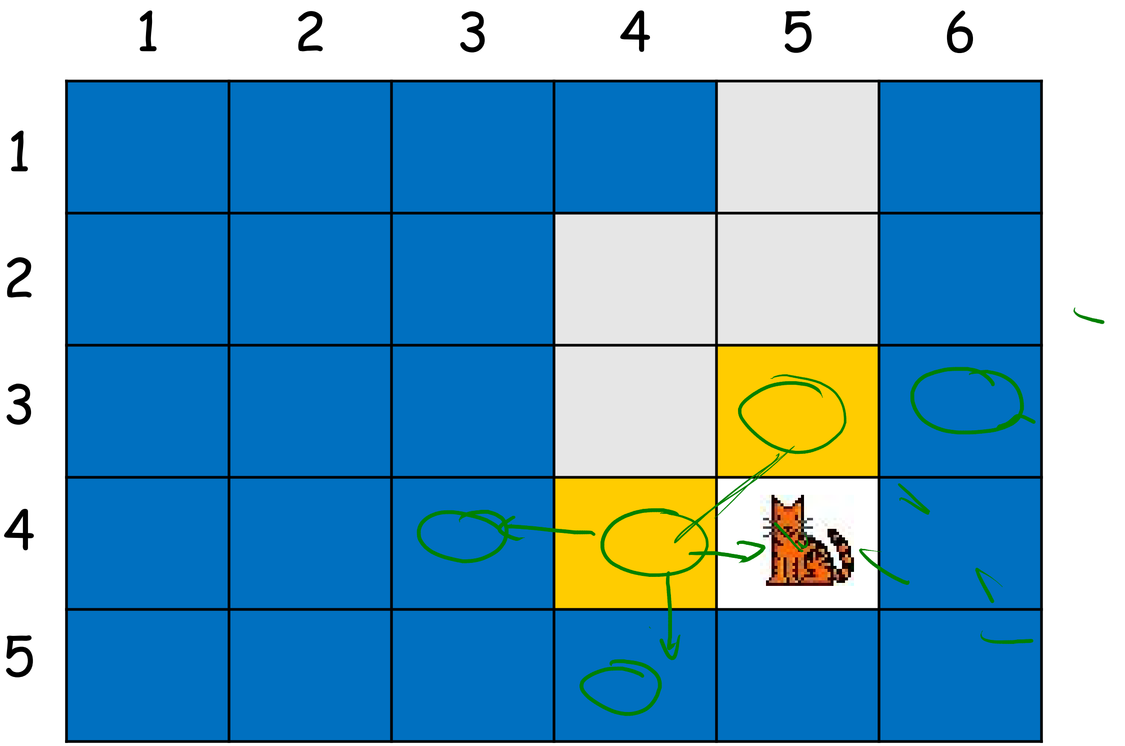
Lógica proposicional



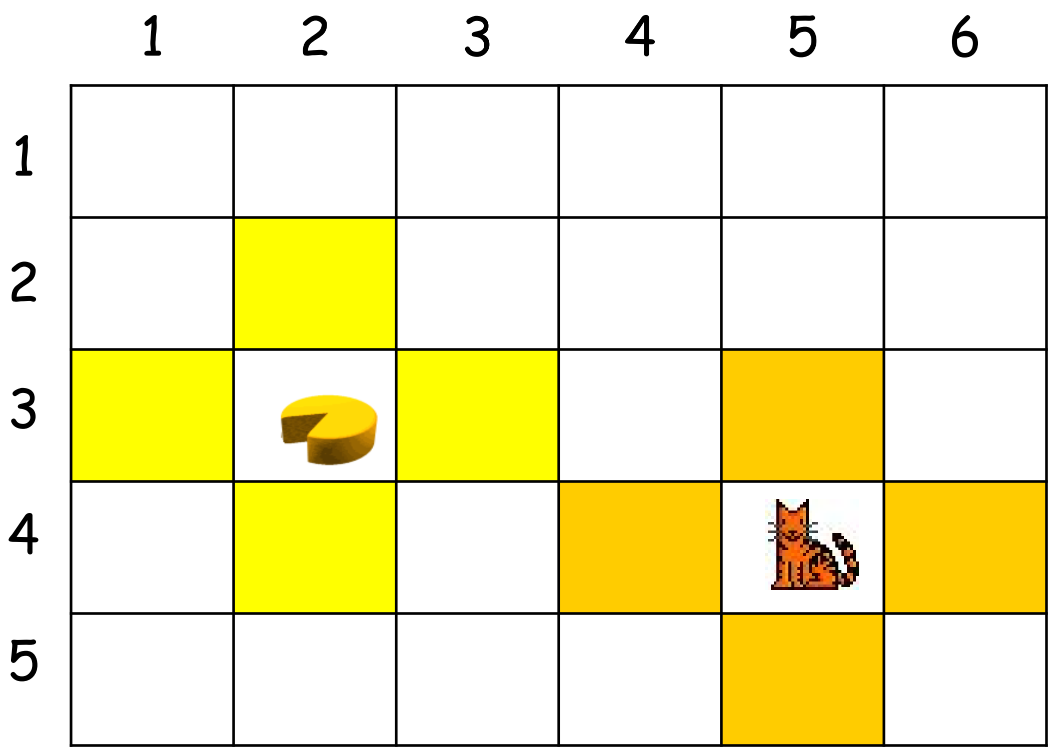
Lógica proposicional



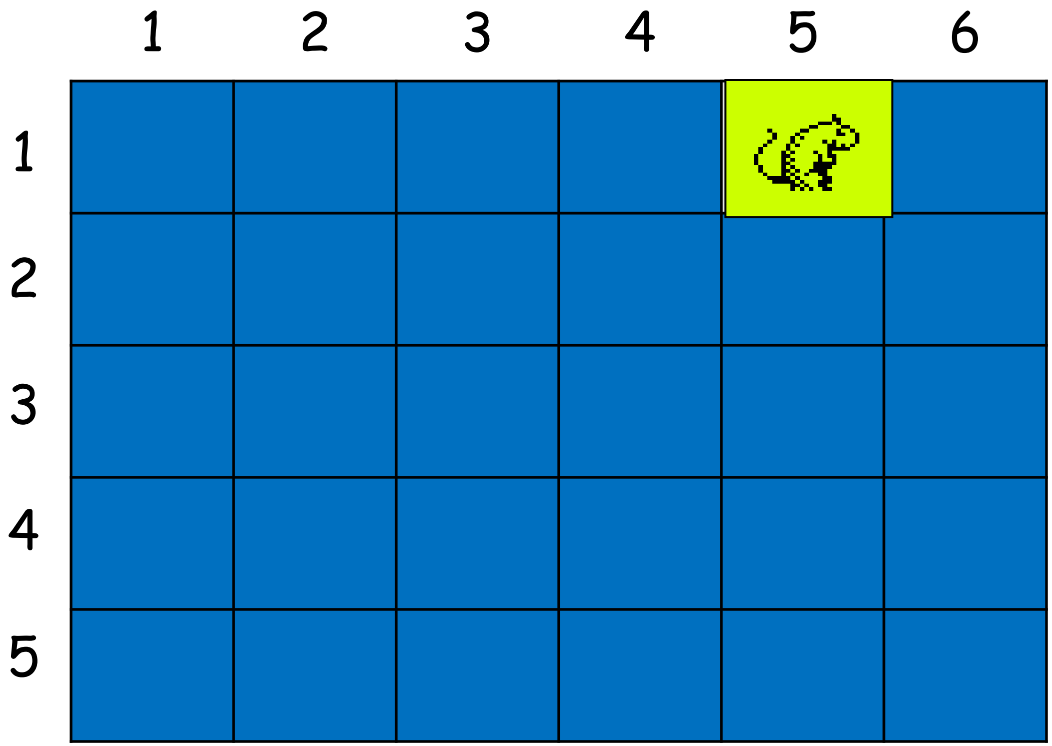
Lógica proposicional



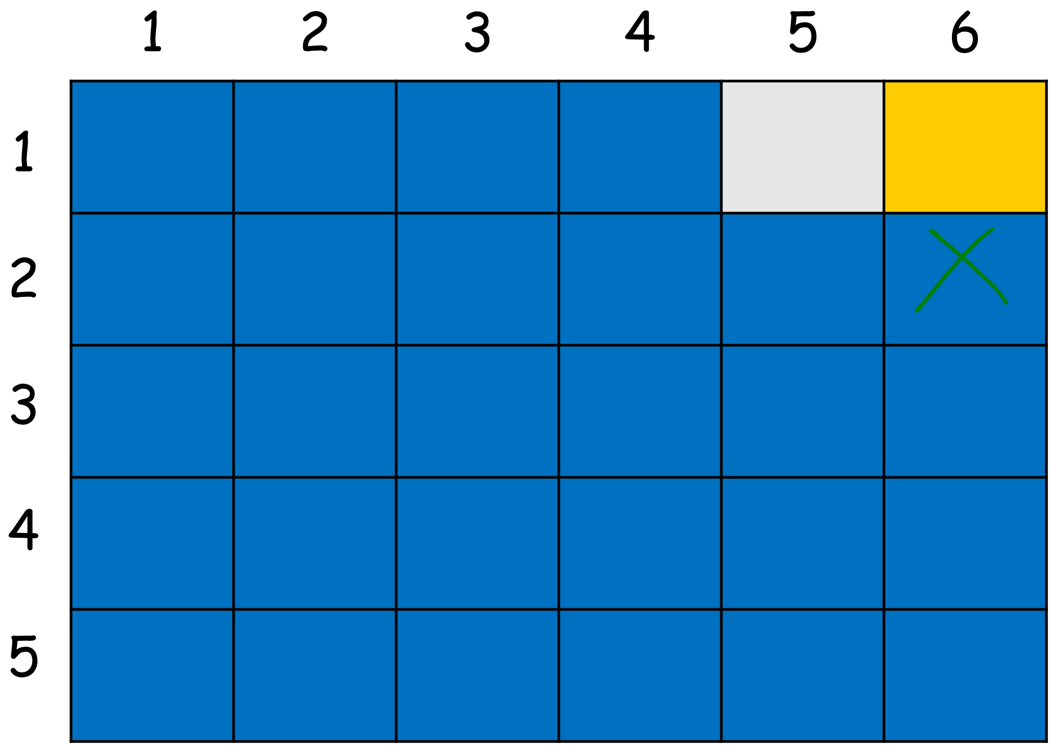
Lógica proposicional



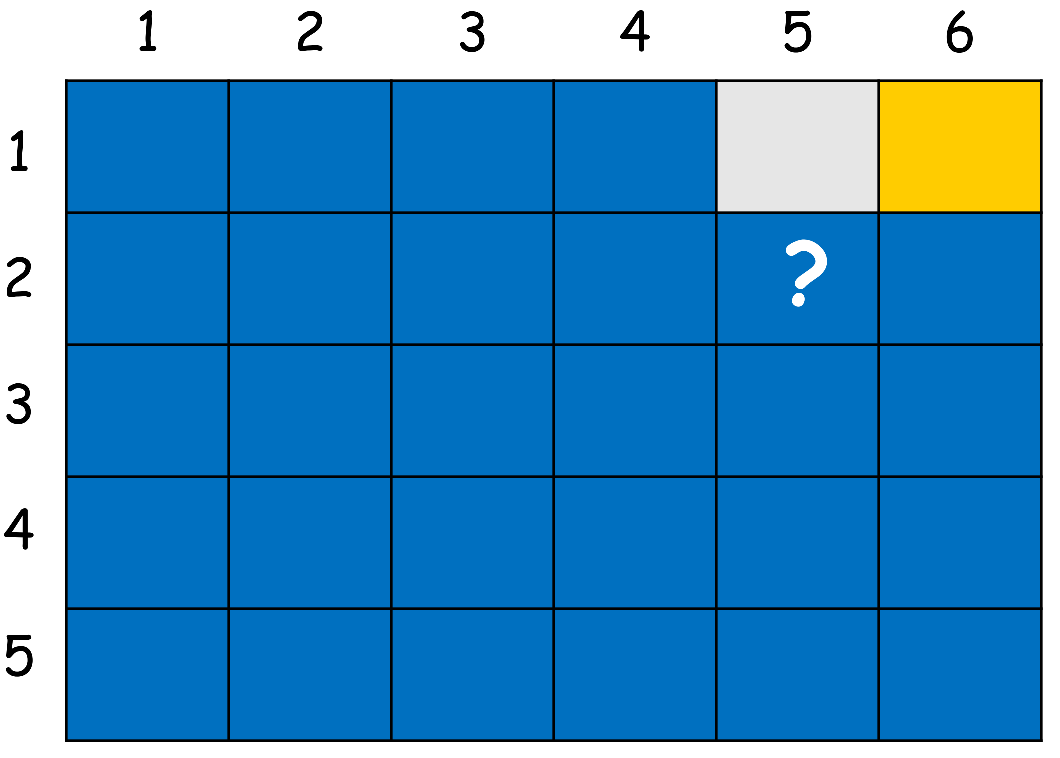
Lógica proposicional



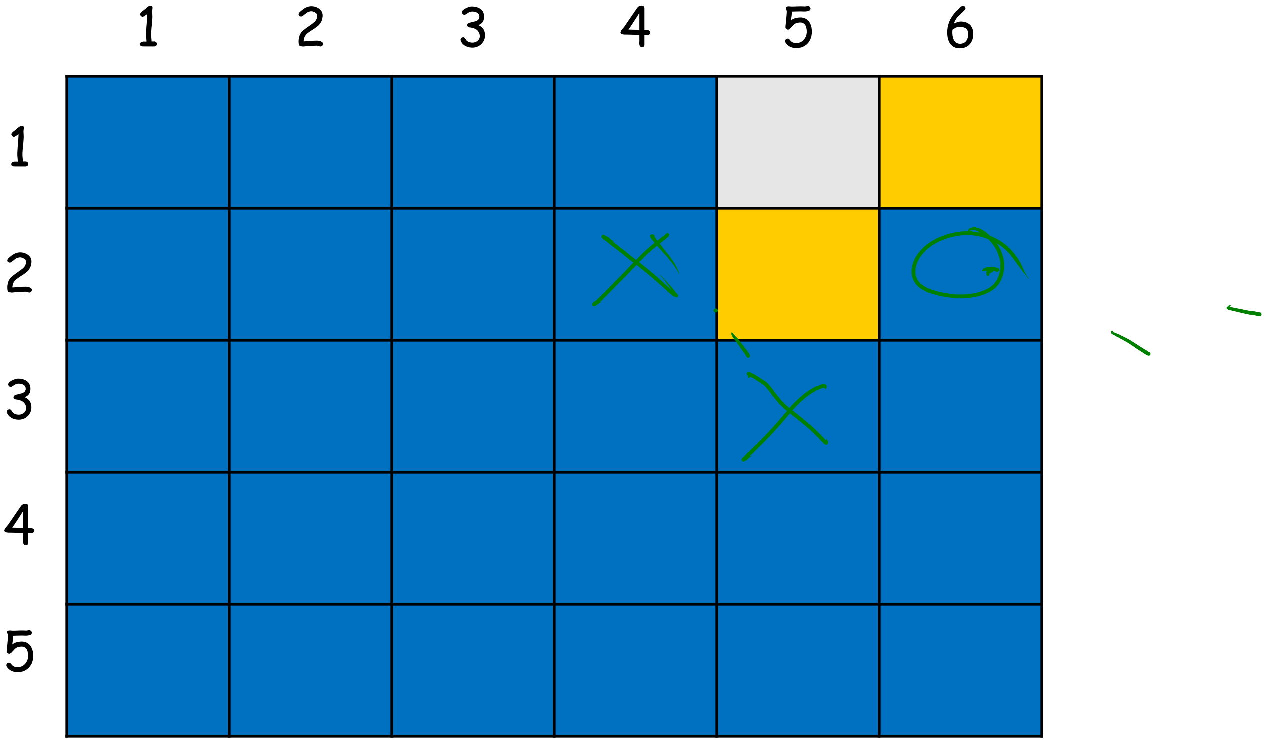
Lógica proposicional



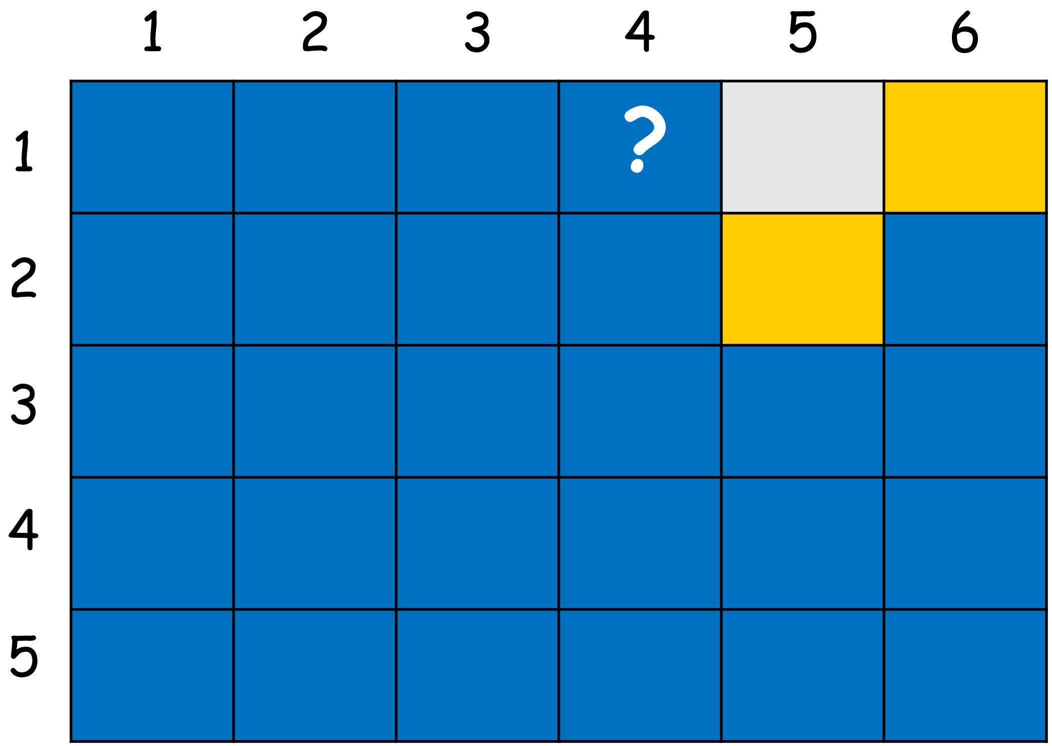
Lógica proposicional



Lógica proposicional



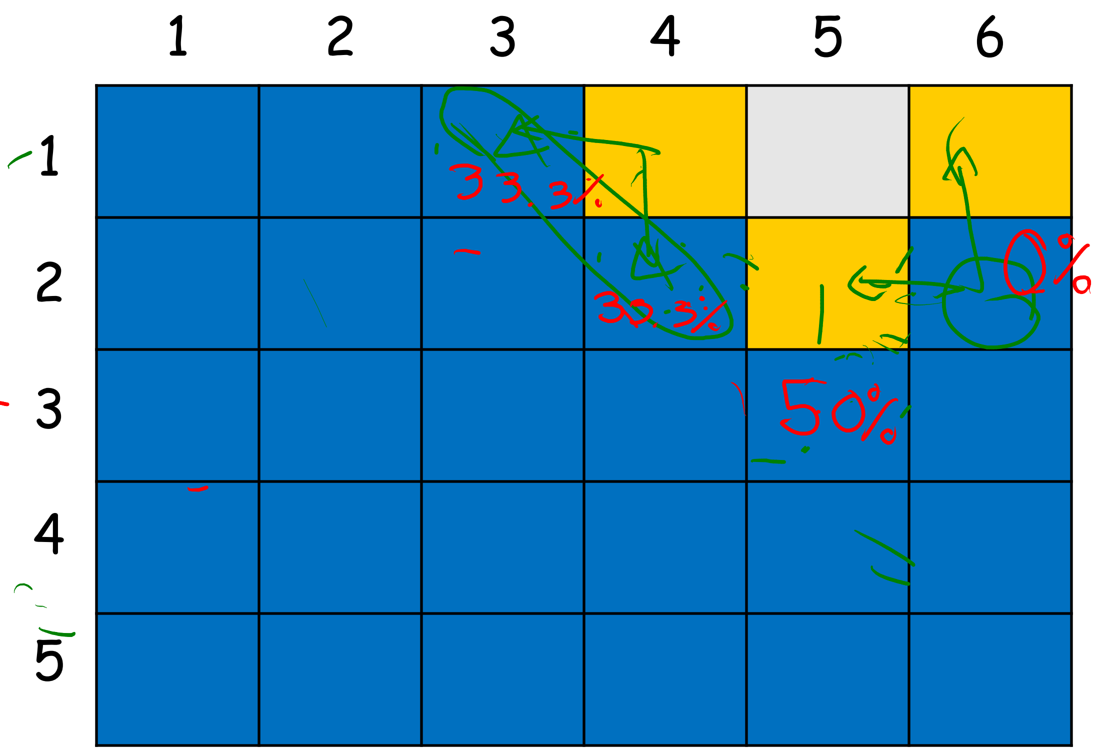
Lógica proposicional



Lógica proposicional

Gatos
(2,6)

Paso
Caso 1
(1,3)
Caso 2
(2,4)
Caso 3
(1,3)
(2,4)

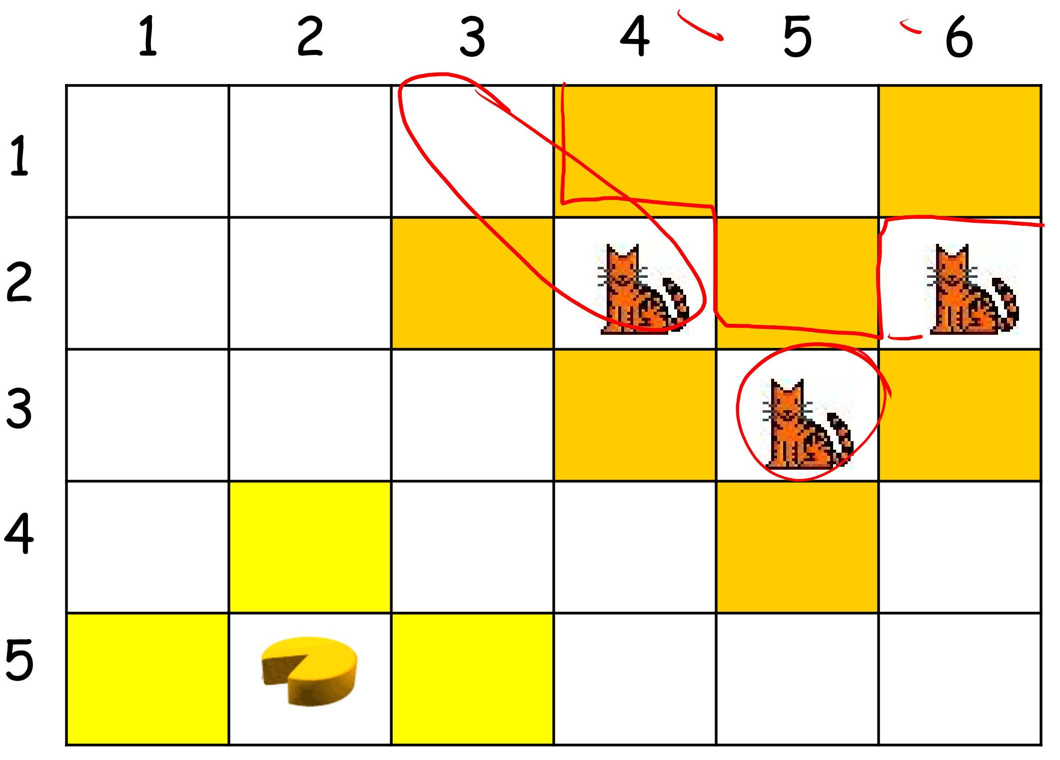


Caso hay gato (3,5)

No hay gato (3,5)

¿Qué puede inferir?
¿Qué acción debe emprender?

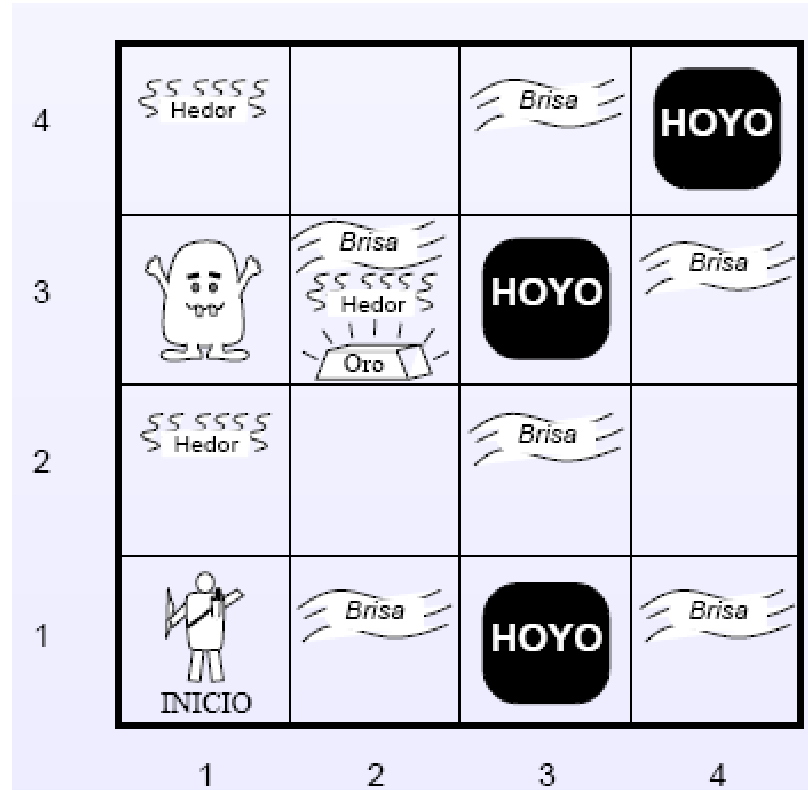
Lógica proposicional



Lógica proposicional

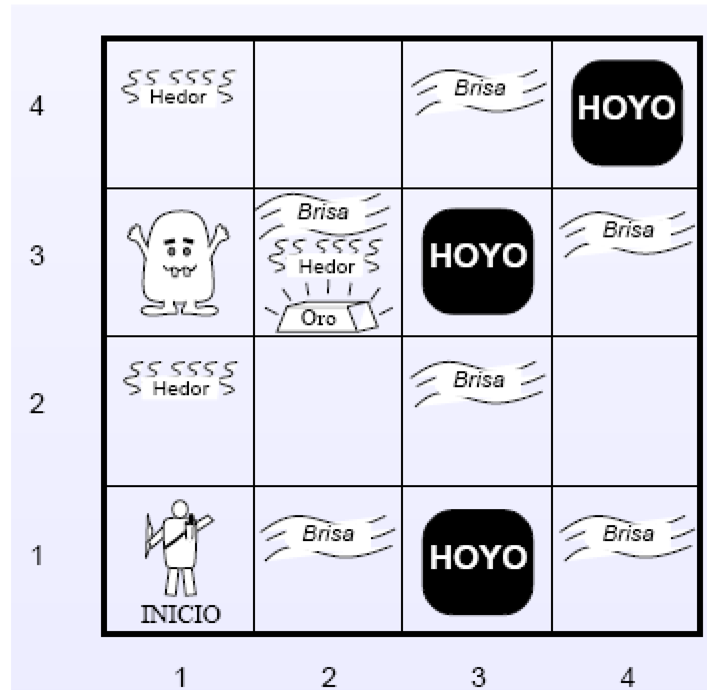
El mundo del Wumpus

- Antiguo juego de computador de un agente que explora una cueva con el objetivo de encontrar el oro (si es posible, el oro puede estar en un hueco) y salir por el mismo punto que entró

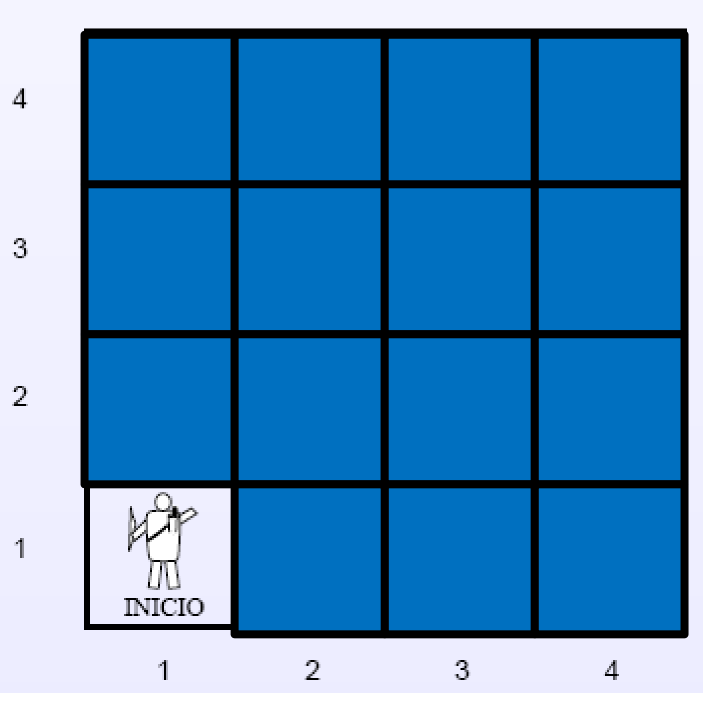


El mundo del Wumpus

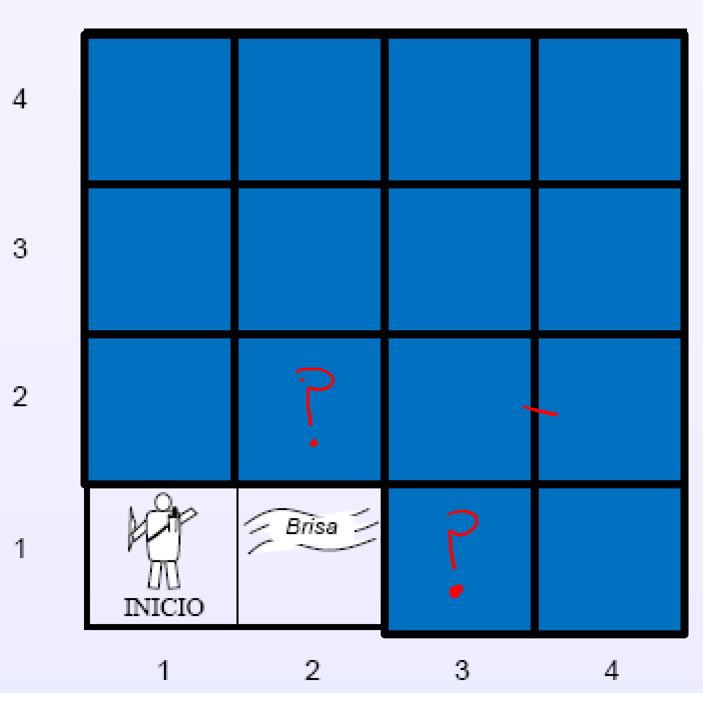
- El agente puede intentar matar al Wumpus con una única flecha
- 1000 puntos si toma el oro
- Cada acción realizada cuesta 1 punto
- 10000 puntos si da muerte al Wumpus
- El Wumpus no se mueve
- Cuando muere el Wumpus emite un gemido



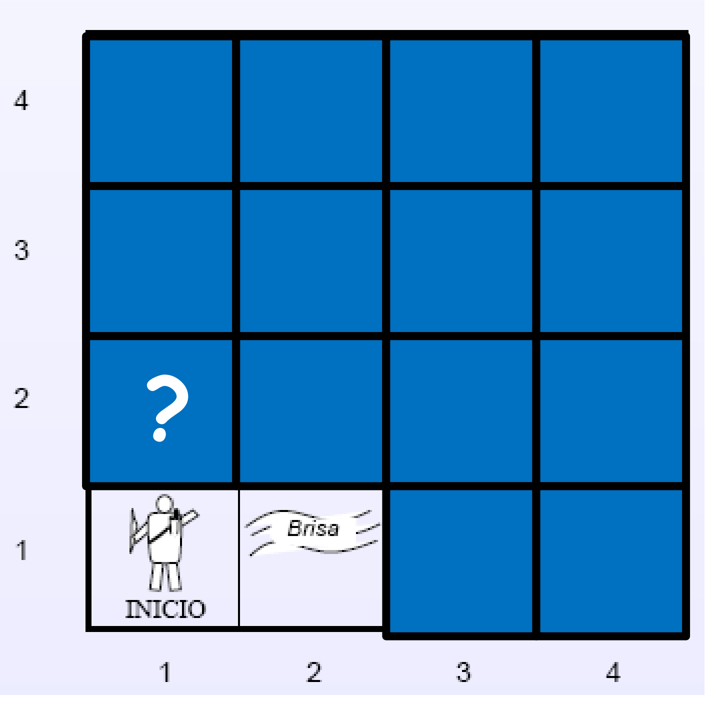
Lógica proposicional



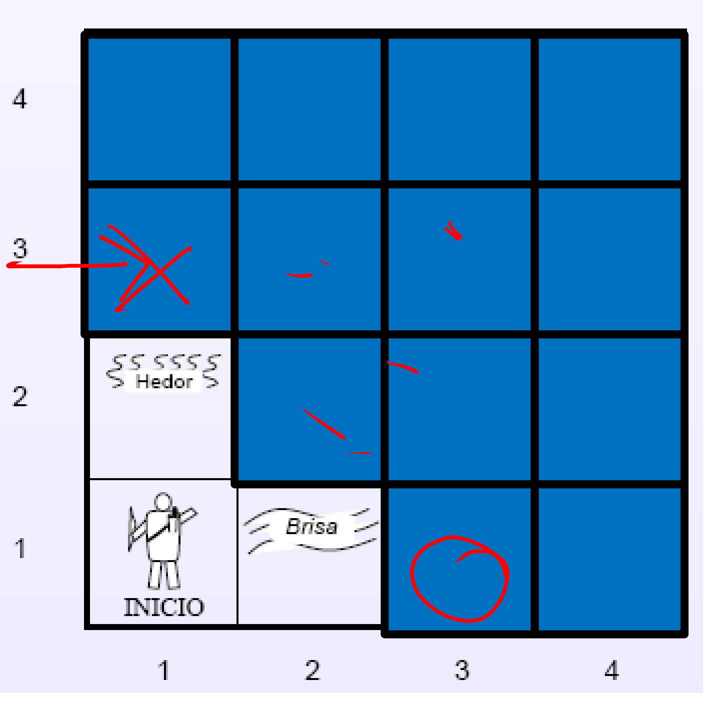
Lógica proposicional



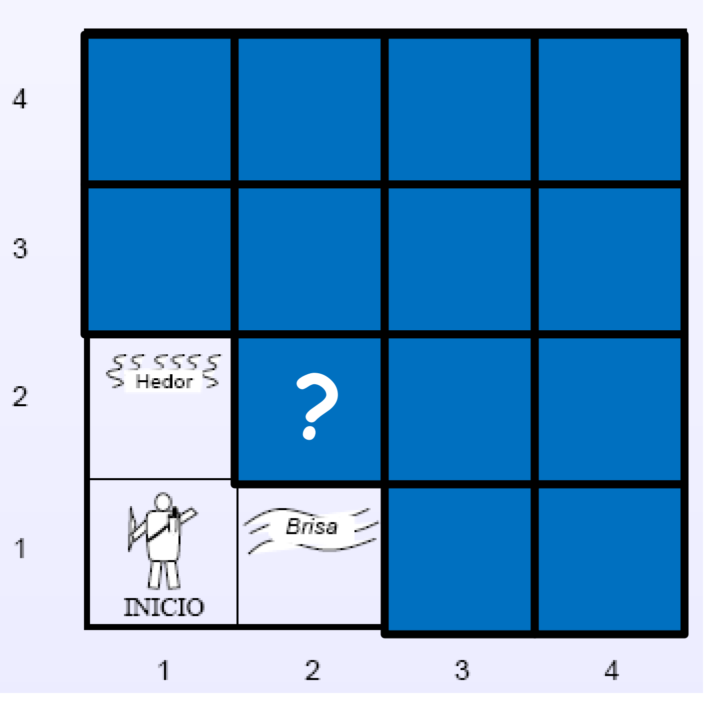
Lógica proposicional



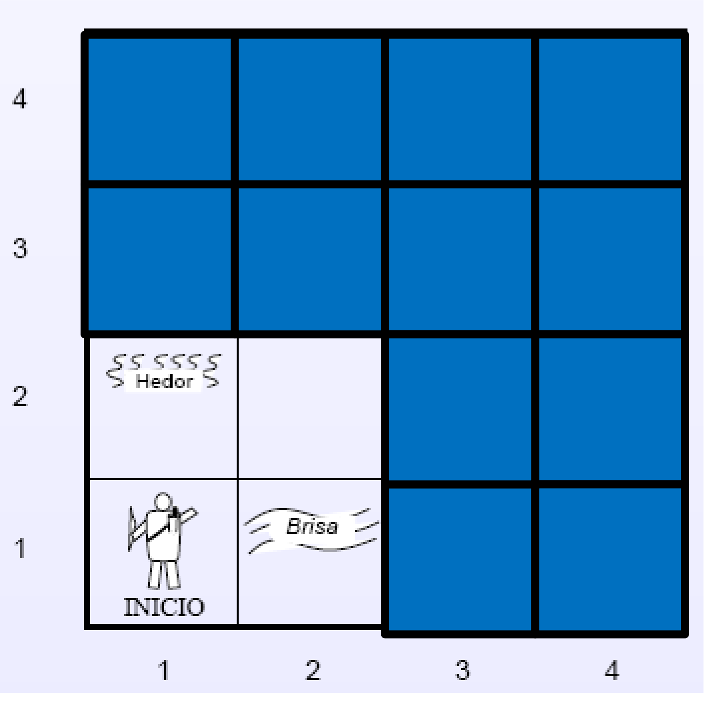
Lógica proposicional



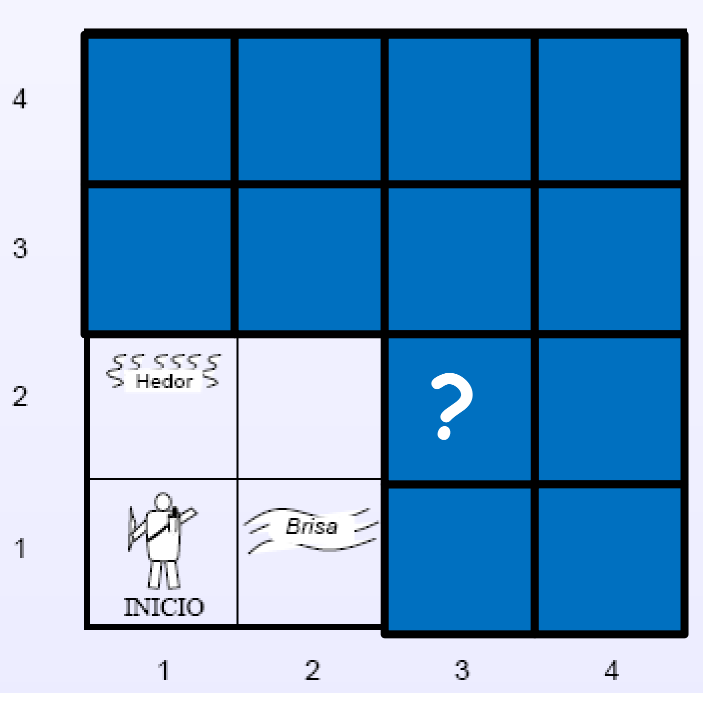
Lógica proposicional



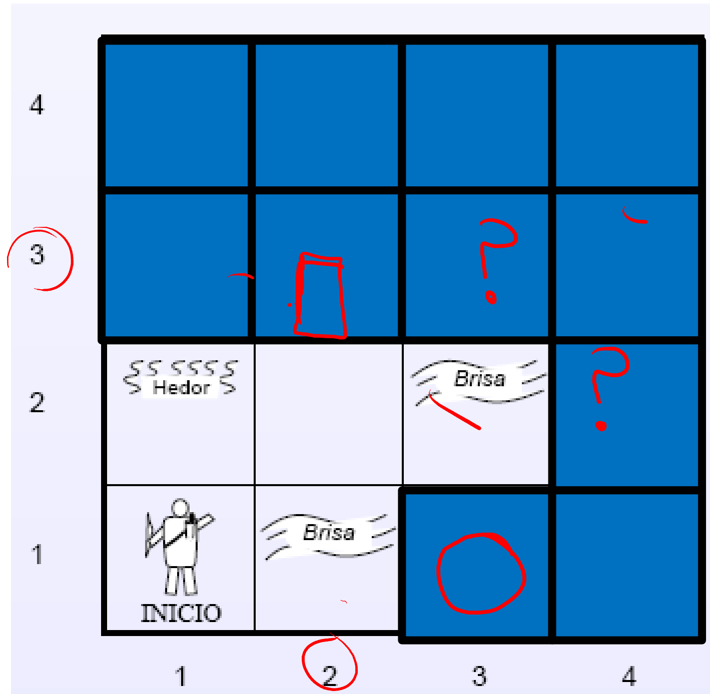
Lógica proposicional



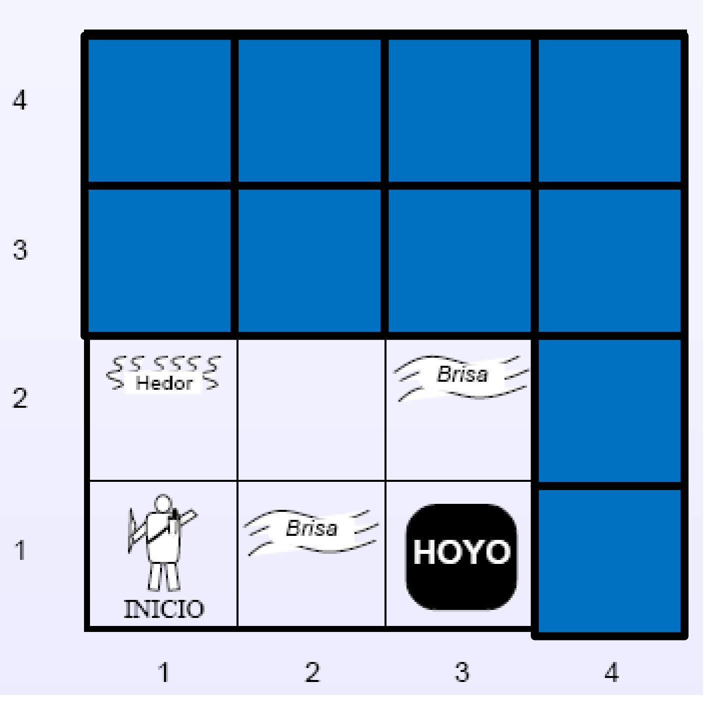
Lógica proposicional



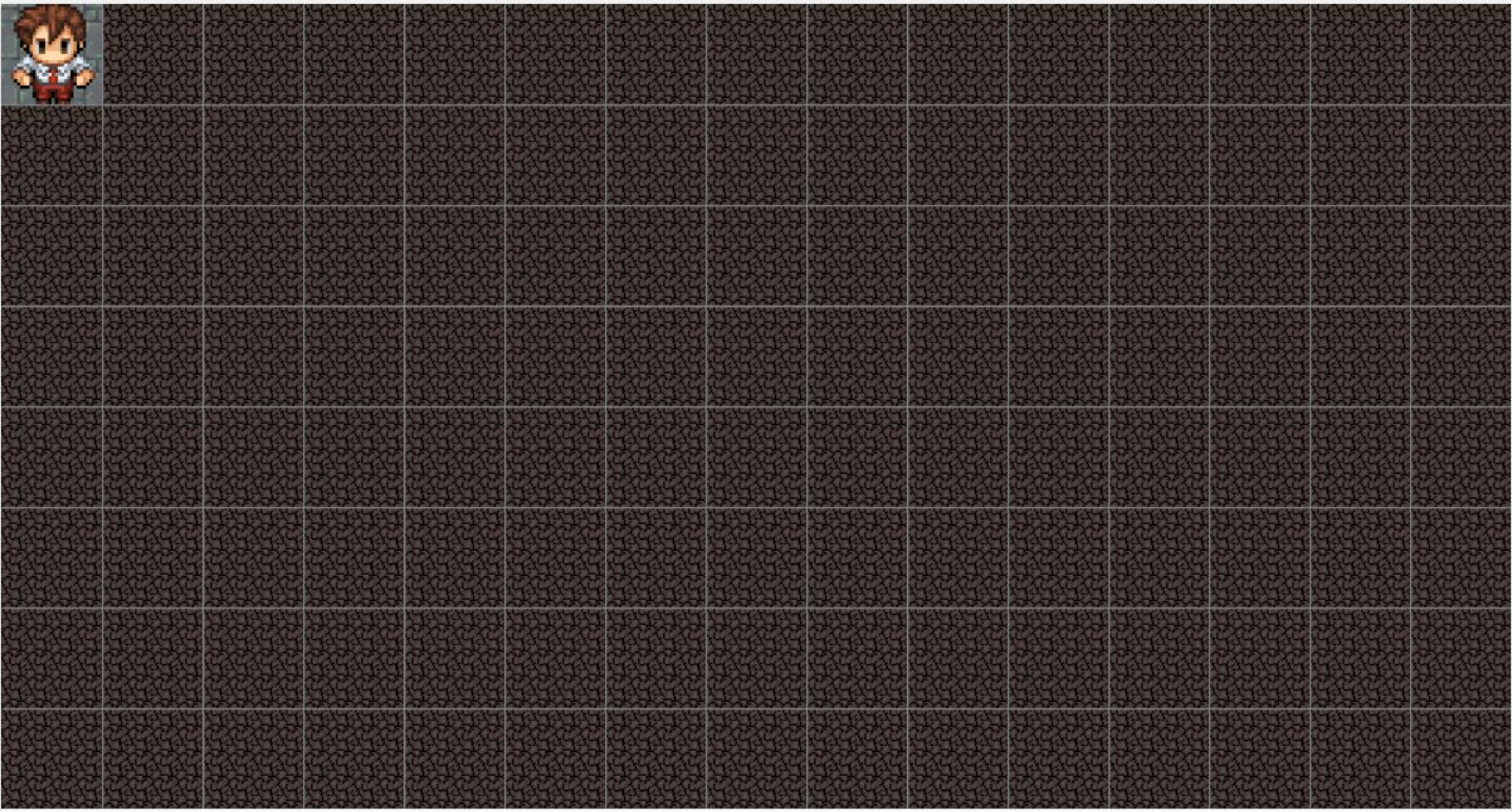
Lógica proposicional



Lógica proposicional



http://kryten.mm.rpi.edu/otter/wumpus/Wumpus.html



https://thiagodnf.github.io/wumpus-world-simulator/

Lógica proposicional

Lógica proposicional

Lógica de predicados

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

• Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

ELESPECTADOR·COM

Política - Hace 2 horas

"La cadena perpetua desarticula a todo el sistema penal": Roy Barreras

La nueva universidad, en tiempos de COVID-19

“Pensé que me estaba equivocando al no convocar presenciales": Lidio García

Comienza extinción de dominio a hacienda vinculada al exembajador Sanclemente

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Bogotá es la capital de Colombia

Lima es la capital de Perú

2+3=6

5-1=4

4 es un número primo

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

No son proposiciones porque no son oraciones declarativas

Lógica proposicional

Proposición

• No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

No son proposiciones porque no se sabe si es verdadero o falso

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

¿Qué hora es?

Lea esto con atención

$x + 1 = 2$

Mañana lloverá

Lógica proposicional

Proposición

- Indique cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones

11 es un número primo — Sí

Andrés vivirá 60 años — No

Cali no va a ganar el torneo — No

Camila tiene un promedio de 4.5 — Sí

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

  11 es un número primo

  Camila tiene un promedio de 4.5

  Bogotá es la capital de Colombia

  Lima es la capital de Perú

  2+3=6

  5-1=4

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

  11 es un número primo

  Camila tiene un promedio de 4.5

  Bogotá es la capital de Colombia

  Lima es la capital de Perú

  2+3=6

  5-1=4

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: "2+3=6"

u: "5-1=4"

El **valor de verdad** de una proposición indica si es verdadera (V) o falsa (F)

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: “11 es un número primo”

q: “Camila tiene un promedio de 4.5”

r: “Bogotá es la capital de Colombia”

s: “Lima es la capital de Perú”

t: “2+3=6”

u: “5-1=4”

El valor de verdad de p es **V** (verdadero)

El valor de verdad de t es **F** (Falso)

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

  p: "11 es un número primo"

  q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

  r: "Bogotá es la capital de Colombia"

  s: "Lima es la capital de Perú"

  t: "2+3=6"

  u: "5-1=4"

¿Cuál es el valor de verdad de r, s y u?

V V V

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

• Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

• Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Las proposiciones se pueden relacionar por medio de conectivos lógicos u operadores

Lógica proposicional

Operadores lógicos

- Negación ($\neg$)
- Conjunción ($\wedge$)
- Disyunción ($\vee$)
- O-exclusivo ($\oplus$)
- Implicación ($\rightarrow$)
- Doble implicación ($\leftrightarrow$)

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

1. Hoy es martes y la temperatura es de 21° C
2. Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas
3. No es cierto que Juan perdió el examen
4. Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final
5. Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

  p q

  Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

  Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

  No es cierto que Juan perdió el examen

  Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

  Javier perdió Discretas o Cálculo

$p \wedge q \equiv F$

$F \wedge V \equiv F$

¿Cuál es el valor de verdad de "Hoy es martes y la temperatura es de 21° C"?

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

    Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

    Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

    No es cierto que Juan perdió el examen

    Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

    Javier perdió Discretas o Cálculo

¿Cuál es el valor de verdad de “Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas“?

Lógica proposicional

Negación (¬)

Proposición	Negación
p: "Bogotá es la capital de Colombia"	¬p: "Bogotá no es la capital de Colombia"
p:"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	¬p: "El idioma oficial en Colombia no es el inglés"

Negación (¬)

- Tabla de verdad

p	¬p
V	F
F	V

Lógica proposicional

Conjunción (∧)

$V \wedge V \equiv V$

- En este salón hay más hombres que mujeres y las mujeres tienen un mejor promedio de calificaciones que los hombres
- Este semestre perdí Discretas y Cálculo

$F \wedge F \equiv F$

Lógica proposicional

Conjunción (∧)

p	q	p∧q
“Bogotá es la capital de Colombia”	“1+1=2”	“Bogotá es la capital de Colombia” y “1+1=2”
“1+1=2”	“El idioma oficial en Colombia es el inglés”	“1+1=2” y “El idioma oficial en Colombia es el inglés”
“El idioma oficial en Colombia es el inglés”	“1+1=2”	“El idioma oficial en Colombia es el inglés” y “1+1=2”
“El idioma oficial en Colombia es el inglés	“1+1=7”	“El idioma oficial en Colombia es el inglés” y “1+1=7”

Lógica proposicional

Conjunción (∧)

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	r	p∧q∧r
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F

p	q	r	p∧q∧r
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Inicio

nota→ entero

preguntar (nota)

si (nota>=0.0 y nota<=5.0)

mostrar("Es un nota válida")

sino

mostrar("NO es una nota válida")

Fin

p: nota ≥ 0.0

q: nota ≤ 5.0

$p \wedge q$

```
Inicio
  a, b → entero
  c → entero
  preguntar(a)
  preguntar(b)
  si (a>1 y b<15)
     c = 2*a + 3*b
     mostrar(c)
  sino
     c = 4*a + 2
     mostrar(c)
Fin
```

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
2	10	34
0	40	2
5	20	22

```
Inicio
  a, b → entero
  c → entero
  preguntar(a)
  preguntar(b)
  si (a>1 y b<15)
     c = 2*a + 3*b
     mostrar(c)
  sino
     c = 4*a + 2
     mostrar(c)
Fin
```

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
2	10	34
0	40	2
5	20	22

Conjunción ($\wedge$)

p	q	r	$p \wedge q \wedge r$

Muestre la tabla de la conjunción cuando se tienen 3 proposiciones

Lógica proposicional

Conjunción (∧)

p	q	r	p∧q∧r
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Disyunción ($\vee$)

• Pueden ver Inteligencia artificial los que han visto FADA o Programación interactiva

Lógica proposicional

Disyunción (∨)

p	q	p∨q
"Bogotá es la capital de Colombia"	"1+1=2"	"Bogotá es la capital de Colombia" o "1+1=2"
"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2" o "El idioma oficial en Colombia es el inglés"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=2"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés	"1+1=7"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=7"

Lógica proposicional

Disyunción (∨)

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

```
Inicio
   a, b → entero
   c → entero
   preguntar(a)
   preguntar(b)
   si (a>10 ó b<5)
      c = 2*a + 4*b
      mostrar(c)
   sino
      c = 3*a - 1*b
      mostrar(c)
Fin
```

a	b	c
15	7	58
8	10	14
1	2	10

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
15	7	58
8	10	14
1	2	10

```
Inicio
   a, b → entero
   c → entero
   preguntar(a)
   preguntar(b)
   si (a>10 ó b<5)
      c = 2*a + 4*b
      mostrar(c)
   sino
      c = 3*a – 1*b
      mostrar(c)
Fin
```

Lógica proposicional

O-exclusivo (⊕)

- Hamlet fue escrito o en 1601 o en 1688
- Sarah quiere o a Oscar o a Juan
- En su plato de entrada escoger o sopa o ensalada
- En su bandeja puede escoger o carne o pollo

Lógica proposicional

O-exclusivo (⊕)

En su plato de entrada puede escoger o sopa o ensalada

p	q	p⊕q
V	V	? F
V	F	? V
F	V	? V
F	F	? F

O-exclusivo (⊕)

p	q	p⊕q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Lógica proposicional

Implicación (→)

- Si el jueves hay tropel entonces perdemos clase
- Si pierdo los parciales entonces pierdo discretas
- Si me queda discretas en 2.9 entonces el profesor no me pasa

Lógica proposicional

Implicación (→)

Si soy elegido, bajaré los impuestos

p	q	p→q	
V	V	?	V
V	F	?	F
F	V	?	V*
F	F	?	V

Lógica proposicional

Implicación (→)

Si soy elegido, bajaré los impuestos

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Solo se incumple el condicional si es elegido y no baja los impuestos

Lógica proposicional

Implicación (→)

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Si hace sol, entonces iremos a la playa

Lógica proposicional

$p \leftrightarrow q \equiv p \to q \wedge q \to p$

Doble implicación ($\leftrightarrow$)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen
- Puede tomar el postre si, y solo si, acabas tu comida

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

  p: "paso el curso"

  q: "gano el examen"

p	q	p↔q	
V	V	?	V
V	F	?	F
F	V	?	F
F	F	?	V

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

p: "paso el curso"

q: "gano el examen"

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Lógica proposicional

Doble implicación (↔)

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

q p

Iré al restaurante a menos que llueva

$\neg p \to q$

Si no llueve entonces iré al restaurante

Condición necesaria
Condición suficiente

A

Ganar el examen es necesario para pasar el curso. B

$B \to A$

A

Ganar el examen es suficiente para pasar el curso.

B

$A \to B$

Ganar el examen es condicion necesaria y suficiente para pasar el curso $A \leftrightarrow B$

llover es condición necesaria para ir a discretas

Si voy a discretas entonces llueve

llover es suficiente para ir a discretas

Si llueve entonces voy a discretas

Lógica proposicional

Conectivo	Significado	Proposición Compuesta	Nombre en lógica
$\wedge$	y	$p \wedge q$	Conjunción
$\vee$	O	$p \vee q$	Disyunción
$\neg$	No	$\neg p$	Negación
$\rightarrow$	si .. entonces	$p \rightarrow q$	Condicional
$\leftrightarrow$	si y solo si	$p \leftrightarrow q$	Bicondicional
Condicional negativo	q a menos que p	$\neg p \rightarrow q$	

q es necesario para p p->q

q es suficiente para p q->p

Conectivo condicional negativo

Voy a discretas **a menos** que llueva.

a: Voy a discretas

b: Llueve

$$\neg b \rightarrow a$$

Lógica proposicional

$S \otimes 3 \oplus 8$ or

Precedencia de los operadores

- Paréntesis de agrupación ( ) $\neg p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow S$ $\boxed{\neg p} \wedge q \vee r \leftrightarrow S$

XOR

- Negación (¬)
- XOR (⊕)
- Conjunción (AND)
- Disyunción (OR)
- Implicación (→) or -ex revisar
- Doble implicación (↔)

$F \wedge V \leftrightarrow F$

$F \leftrightarrow F$

V

$F \wedge q \vee r \leftrightarrow S$

$F \wedge F \vee r \leftrightarrow S$

$F \vee r \leftrightarrow S$

$F \vee V \leftrightarrow S$

$V \leftrightarrow S$

$p = V$

$q = F$

$r = V$

$S = F$

$V \leftrightarrow F$

F

Lógica proposicional

p	¬p
V	F
F	V

c1 or c2 or c3

|| |

p	q	p∨q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Carne o pollo
en el restaurante

p	q	p⊕q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

c1 and c2 and c3
&& &

p	q	p∧q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

p	q	p→q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Si me eligen
bajaré los
impuestos

p	q	p↔q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

p->q y q->p

Valor de verdad de proposiciones compuestas

• Se quiere conocer el valor de verdad de proposiciones compuestas. Para esto, se **completan las tablas de verdad** para cada una de las posibles combinaciones

$$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$$

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$$

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

$$(p \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)$$

$$(p \wedge \neg r) \vee (\neg p \rightarrow r)$$

$$(p \oplus q) \rightarrow (\neg p \oplus \neg q)$$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)}$

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\mathbf{p}\wedge\mathbf{q})\rightarrow(\neg\mathbf{p}\wedge\mathbf{q})$

p	q	$\neg p$	$p\wedge q$	$\neg p\wedge q$	$(p\wedge q)\rightarrow(\neg p\wedge q)$
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(p \land q) \rightarrow (\neg p \land q)}$

p	q	$\neg p$	$p \land q$	$\neg p \land q$	$(p \land q) \rightarrow (\neg p \land q)$
V	V	F			
V	F	F			
F	V	V			
F	F	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V		
V	F	F	F		
F	V	V	F		
F	F	V	F		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$**

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V	F	
V	F	F	F	F	
F	V	V	F	V	
F	F	V	F	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \rightarrow (\neg \mathbf{p} \wedge \mathbf{q})$

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$\neg p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$
V	V	F	V	F	F
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F				
V	F	F				
F	V	V				
F	F	V				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	V		
F	V	V	F	F		
F	F	V	V	V		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V	
V	F	F	V	V	V	
F	V	V	F	F	V	
F	F	V	V	V	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$q \vee p$	$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	F	V	F
F	F	V	V	V	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V					
V	F					
F	V					
F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F				
V	F	F				
F	V	V				
F	F	V				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F			
V	F	F	V			
F	V	V	F			
F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \lor q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \lor q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \lor q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V		
V	F	F	V	F		
F	V	V	F	V		
F	F	V	V	V		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V	V	
V	F	F	V	F	F	
F	V	V	F	V	F	
F	F	V	V	V	V	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee q$	$p \oplus \neg q$	$(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F				
V	V	F	F				
V	F	V	V				
V	F	F	V				
F	V	V	F				
F	V	F	F				
F	F	V	V				
F	F	F	V				

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p \wedge \neg r$	$\neg q \rightarrow r$	$(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$
V	V	V	F	F			
V	V	F	F	V			
V	F	V	V	F			
V	F	F	V	V			
F	V	V	F	F			
F	V	F	F	V			
F	F	V	V	F			
F	F	F	V	V			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p\wedge\neg r$	$\neg q\rightarrow r$	$(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F		
V	V	F	F	V	V		
V	F	V	V	F	F		
V	F	F	V	V	V		
F	V	V	F	F	F		
F	V	F	F	V	F		
F	F	V	V	F	F		
F	F	F	V	V	F		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$**

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p\wedge\neg r$	$\neg q\rightarrow r$	$(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F	V	
V	V	F	F	V	V	V	
V	F	V	V	F	F	V	
V	F	F	V	V	V	F	
F	V	V	F	F	F	V	
F	V	F	F	V	F	V	
F	F	V	V	F	F	V	
F	F	F	V	V	F	F	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$

p	q	r	$\neg q$	$\neg r$	$p\wedge\neg r$	$\neg q\rightarrow r$	$(p\wedge\neg r)\vee(\neg q\rightarrow r)$
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	V	F	F	F

Lógica proposicional

Tipos de proposiciones compuestas

- Tautología
- Contradicción
- Contingencia

Lógica proposicional

Tipos de proposiciones compuestas

- **Tautología**. La proposición es verdadera para todos los posibles valores de verdad
- **Contradicción**. La proposición es falsa para todos los posibles valores de verdad
- **Contingencia**. La proposición no es ni tautología ni contradicción

Lógica proposicional

Clasifique como Tautología, Contradicción o Contingencia las siguientes proposiciones compuestas:

- $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
- $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F		
V	F	V		
F	V	V		
F	F	F		

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	V	
V	F	V	F	
F	V	V	F	
F	F	F	V	

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$**

p	q	$p \oplus q$	$p \leftrightarrow q$	$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	V	V

$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ es una contingencia

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)}$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$**

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$p \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$ es una tautología

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{p}) \rightarrow (\neg \mathbf{q} \wedge \mathbf{q})$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg$**(p$\wedge\neg$p)$\rightarrow$($\neg$q$\wedge$q)**

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\wedge\neg p$	$\neg(p\wedge\neg p)$	$\neg q\wedge q$	$\neg(p\wedge\neg p)\rightarrow(\neg q\wedge q)$
V	V	F	F	F	V	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	F	F

$\neg(p\wedge\neg p)\rightarrow(\neg q\wedge q)$ es una contradicción

Lógica proposicional

Clasifique la siguiente proposición compuesta como tautología, contradicción o contingencia

$$(\neg p \wedge \neg q) \oplus (\neg p \rightarrow q)$$

p	q	-p	-q	-p and -q	-p -> q	(-p and -q) xor (-p ->q)
V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V

Lógica proposicional

Desarrolle la tabla de verdad para los siguientes pares de proposiciones:

$$\neg(p \vee q),\ \neg p \wedge \neg q$$

p	q	-p	-q	pvq	-(pvq)	-p and -q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **¬(p∨q)**, **¬p∧¬q**

p	q	¬p	¬q	p∨q	¬(p∨q)	¬p∧¬q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p}\vee\mathbf{q})$, $\neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg$p	$\neg$q	p$\vee$q	$\neg$(p$\vee$q)	$\neg$p$\wedge$$\neg$q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg\mathbf{(p \vee q)}$, $\neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p \wedge \neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Se dice que $\neg\mathbf{(p \vee q)}$ y $\neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$
son lógicamente equivalentes

$$\neg(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \equiv \neg\mathbf{p} \wedge \neg\mathbf{q}$$

Equivalencia lógica (≡)

Dos proposiciones son **lógicamente equivalentes** si tienen los mismos valores de verdad

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg\mathbf{(p\lor q)}$, $\neg\mathbf{p}\land\neg\mathbf{q}$

p	q	¬p	¬q	p∨q	¬(p∨q)	¬p∧¬q
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Se dice que $\neg\mathbf{(p\lor q)}$ y $\neg\mathbf{p}\land\neg\mathbf{q}$
son lógicamente equivalentes

$$\neg\mathbf{(p\lor q)} \equiv \neg\mathbf{p}\land\neg\mathbf{q}$$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg(\mathbf{p}\lor\mathbf{q})$, $\neg\mathbf{p}\land\neg\mathbf{q}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\lor q$	$\neg(p\lor q)$	$\neg p\land\neg q$
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Ley de De Morgan: $\neg(\mathbf{p}\lor\mathbf{q}) \equiv \neg\mathbf{p}\land\neg\mathbf{q}$

Lógica proposicional

Augustus De Morgan

• Fue tutor de Ada Lovelace

• Perdió la visión de un ojo desde que tenía 2 meses de nacido

• Fue cuarto Wrangler. Universidad de Cambridge

• En 1838 presentó la primera explicación clara de una demostración por inducción matemática

(1806 – 1871)

Lógica proposicional

Muestre que los siguientes pares de proposiciones son lógicamente equivalentes:

- $p \to q$, $\neg p \vee q$
- $p \vee (q \wedge r)$, $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{p}\rightarrow\mathbf{q}$, $\neg\mathbf{p}\vee\mathbf{q}$

p	q	$p\rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p\vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$, $\neg \mathbf{p} \vee \mathbf{q}$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \vee q$
V	V	V	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$p \vee (q \wedge r)$**, **$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$**

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V					
V	V	F					
V	F	V					
V	F	F					
F	V	V					
F	V	F					
F	F	V					
F	F	F					

Lógica proposicional

Tabla de verdad para **$p \vee (q \wedge r)$**, **$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$**

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\mathbf{p \vee (q \wedge r)}$, $\mathbf{(p \vee q) \wedge (p \vee r)}$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	V	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	F	V	F	F
F	F	V	F	F	F	V	F
F	F	F	F	F	F	F	F

Ley distributiva: $\mathbf{p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)}$

Lógica proposicional

Indique si el siguiente par de proposiciones es lógicamente equivalente:

- $\neg p \rightarrow \neg q$, $\neg p \vee q$

Lógica proposicional

Tabla de verdad para $\neg \mathbf{p} \rightarrow \neg \mathbf{q}$, $\neg \mathbf{p} \vee \mathbf{q}$

p	q	¬p	¬q	¬p→¬q	¬p∨q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V

Como no coinciden para todos los valores de verdad, no son lógicamente equivalentes

Equivalencia	Nombre
$p \wedge V \equiv p$ $p \vee F \equiv p$	Leyes de identidad
$p \vee V \equiv V$ $p \wedge F \equiv F$	Leyes de dominación
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Leyes de idempotencia
$\neg(\neg p) \equiv p$	Ley de la doble negación
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Leyes conmutativas
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	Leyes asociativas
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Leyes distributivas
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Leyes de De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Leyes de absorción
$p \vee \neg p \equiv V$ $p \wedge \neg p \equiv F$	Leyes de negación

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \vee (p \wedge q) \equiv p}$

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \vee (p \wedge q) \equiv p}$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \vee (p \wedge q) \equiv p}$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Pruebe la ley de absorción, $\mathbf{p \lor (p \land q) \equiv p}$

p	q	$p \land q$	$p \lor (p \land q)$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Aplique la ley que se indica en cada caso:

- Distributiva sobre **¬p∨(p∧¬q)**
- De Morgan sobre **¬(p∧¬q)**
- De Morgan sobre **¬(q∨(¬p∨r))**

Equivalencia	Nombre
p∧V≡p p∨F≡p	Leyes de identidad
p∨V≡V p∧F≡F	Leyes de dominación
p∨p≡p p∧p≡p	Leyes de idempotencia
¬(¬p)≡p	Ley de la doble negación
p∨q≡q∨p p∧q≡q∧p	Leyes conmutativas
(p∨q)∨r≡p∨(q∨r) (p∧q)∧r≡p∧(q∧r)	Leyes asociativas
p∨(q∧r)≡(p∨q)∧(p∨r) p∧(q∨r)≡(p∧q)∨(p∧r)	Leyes distributivas
¬(p∧q)≡¬p∨¬q ¬(p∨q)≡¬p∧¬q	Leyes de De Morgan
p∨(p∧q)≡p p∧(p∨q)≡p	Leyes de absorción
p∨¬p≡V p∧¬p≡F	Leyes de negación

1) $\neg p \vee (p \wedge \neg q) \equiv (\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

$V \wedge (\neg p \vee \neg q) \equiv (\neg p \vee \neg q)$

2) $\neg (p \wedge \neg q) \equiv \neg p \vee \neg\neg q \equiv \neg p \vee q$

3)

$$\neg(q \vee (\neg p \vee r)) \equiv = \neg q \wedge \neg(\neg p \vee r)) \equiv \neg q \wedge p \wedge \neg r$$

Lógica proposicional

Equivalencias relacionadas con implicaciones

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q}$$

$$\boxed{p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p}$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p}$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p}$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

Lógica proposicional

Aplique la ley p→q ≡ ¬p∨q en los siguientes casos:

- **(¬p∧r)→q** $(\neg p \wedge r) \rightarrow q \equiv \neg(\neg p \wedge r) \vee q \equiv p \vee \neg r \vee q$
- **(p∨q)→(¬q∨r)**

$$(p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee r) \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee r$$

$$(\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee r \equiv ((\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg q \vee \neg q)) \vee r \equiv ((\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q) \vee r$$

$$((\neg p \vee \neg q) \wedge \neg q) \vee r \equiv \neg q \vee r$$

$(\neg p \wedge r) \rightarrow q$ (−

$(p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r)$

p	q	r	-q	p v q	-q v r	(pvq) -> (-q v r)
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	V	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V

Lógica proposicional

Equivalencias relacionadas con doble implicación
$\boxed{p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)}$
$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q$
$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

Demostrar equivalencias lógicas

Las equivalencias lógicas se pueden demostrar construyendo la tabla de verdad. Otra forma de hacerlo consiste en utilizar equivalencias ya conocidas

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg(\mathbf{p} \vee (\neg \mathbf{p} \wedge \mathbf{q})) \equiv \neg \mathbf{p} \wedge \neg \mathbf{q}$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg\mathbf{(p\vee(\neg p\wedge q))} \equiv \neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q)) \equiv$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$ De Morgan

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$ De Morgan

$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$ De Morgan

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p\vee(\neg p\wedge q)) \equiv \neg p\wedge\neg q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q))$	$\equiv \neg p\wedge\neg(\neg p\wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge[\neg(\neg p)\vee\neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge(p\vee\neg q)$	Doble negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$	$\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Distributiva

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg(\mathbf{p}\vee(\neg\mathbf{p}\wedge\mathbf{q})) \equiv \neg\mathbf{p}\wedge\neg\mathbf{q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q))$	$\equiv \neg p\wedge\neg(\neg p\wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge[\neg(\neg p)\vee\neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge(p\vee\neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p\wedge p)\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Distributiva
	$\equiv F\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Ley de negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q}$

$\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$	$\equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Distributiva
	$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$	Ley de negación
	$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee F$	Conmutativa

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\boldsymbol{\neg(p\vee(\neg p\wedge q)) \equiv \neg p\wedge\neg q}$

$\neg(p\vee(\neg p\wedge q))$	$\equiv \neg p\wedge\neg(\neg p\wedge q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge[\neg(\neg p)\vee\neg q]$	De Morgan
	$\equiv \neg p\wedge(p\vee\neg q)$	Doble negación
	$\equiv (\neg p\wedge p)\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Distributiva
	$\equiv F\vee(\neg p\wedge\neg q)$	Ley de negación
	$\equiv (\neg p\wedge\neg q)\vee F$	Conmutativa
	$\equiv (\neg p\wedge\neg q)$	Identidad

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow (p \vee q) \equiv V}$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{p \rightarrow (p \vee q) \equiv V}$

$p \rightarrow (p \vee q)$	$\equiv \neg p \vee (p \vee q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv (\neg p \vee p) \vee q$	Asociativa
	$\equiv V \vee q$	Negación
	$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv V}$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv V}$

$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$	$\equiv \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q)$	De Morgan
	$\equiv \neg p \vee (\neg q \vee p) \vee q$	Asociativa
	$\equiv \neg p \vee (p \vee \neg q) \vee q$	Conmutativa
	$\equiv (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$	Asociativa
	$\equiv V \vee V$	Negación
	$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\neg \mathbf{p} \rightarrow (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \equiv \mathbf{V}$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $\mathbf{\neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv V}$

$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$	$\equiv \neg(\neg p) \vee (p \rightarrow q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv p \vee (p \rightarrow q)$	Doble negación
	$\equiv p \vee (\neg p \vee q)$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv (p \vee \neg p) \vee q$	Asociativa
	$\equiv V \vee q$	Negación
	$\equiv V$	Dominación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q \equiv (\neg p \wedge q) \vee q$

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, $(\neg \mathbf{p} \rightarrow \neg \mathbf{q}) \rightarrow \mathbf{q} \equiv (\neg \mathbf{p} \wedge \mathbf{q}) \vee \mathbf{q}$

$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q$	$\equiv \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \vee q$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv \neg[\neg(\neg p) \vee \neg q] \vee q$	$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
	$\equiv \neg(p \vee \neg q) \vee q$	Doble negación
	$\equiv [\neg p \wedge \neg(\neg q)] \vee q$	De Morgan
	$\equiv (\neg p \wedge q) \vee q$	Doble negación

Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia, **¬[(p∧q)→(p→q)] ≡ F**

$$\neg((p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)) \equiv \neg(\neg(p \wedge q) \vee \neg p \vee q)$$

$$\neg(\neg p \vee \neg q \vee \neg p \vee q) \equiv \neg(\neg p \vee V) \equiv \neg(V) \equiv F$$

Lógica proposicional

Representación de frases del lenguaje natural

• La lógica permite representar de forma no ambigua frases que se usan en el lenguaje natural

• Cada preposición se denota como una variable

a: “Juan es estudiante”

Se codifican “y”, “o”, “si” … “entonces”, “si y sólo si” con sus respectivos conectores $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$

• La preposiciones no pueden ir negadas, en caso de ser negativas se usa el conector $\neg$. Ejemplo: “Juan no es estudiante”.

a: “Juan es estudiante”

$\neg a$

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: “mides menos de 1.20 metros”

q: “eres menor de 16 años”

r: “puedes montar en la montaña rusa”

Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: “mides menos de 1.20 metros”

q: “eres menor de 16 años”

r: “puedes montar en la montaña rusa”

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r$$

Lógica proposicional

Una foto es rectangular o cuadrada. Una foto es a color o en blanco y negro. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro. Si es rectangular, es una foto en color. En caso de que la foto sea en blanco y negro, entonces es un retrato. Si la foto es un retrato, es la foto de mi amigo. Se sabe que la foto no es a color

Lógica proposicional

r: “la foto es rectangular“

c: “la foto es cuadrada“

l: “la foto es a color“

b: “la foto es a blanco y negro“

t: “la foto es un retrato“

a: “la foto es de mi amigo“

Lógica proposicional

1. $r \vee c$
2. $b \vee l$
3. $c \rightarrow b$
4. $r \rightarrow l$
5. $b \rightarrow t$
6. $t \rightarrow a$
7. $\neg l$

Lógica proposicional

- Uno de los siguientes equipos ganó el torneo: América, Cali, Millonarios, Santa Fe, Medellín o Nacional
- Si el vencedor fue América o Cali, un equipo del Valle ganó el torneo
- Si Millonarios o Santa Fe ganaron, el vencedor fue un equipo de Bogotá
- Si el vencedor fue Medellín o Nacional, un equipo de Antioquia ganó el torneo
- Si Medellín fue derrotado entonces Santa Fe también
- Cali perdió =)
- Si América perdió, entonces el Valle no ganó el torneo
- Si el Cali perdió, entonces un equipo de Antioquia no ganó el torneo
- Si Nacional fue derrotado entonces Millonarios y Medellín también

Lógica proposicional

a: “América ganó el torneo”

c: “Cali ganó el torneo”

m: “Millonarios ganó el torneo”

s: “Santa Fe ganó el torneo”

e: “Medellín ganó el torneo”

n: “Nacional ganó el torneo”

v: “un equipo del Valle ganó el torneo”

p: “un equipo de Antioquia ganó el torneo”

b: “un equipo de Bogotá ganó el torneo”

Lógica proposicional

1. $a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n$
2. $(a \vee c) \rightarrow v$
3. $(m \vee s) \rightarrow b$
4. $(e \vee n) \rightarrow p$
5. $\neg e \rightarrow \neg s$
6. $\neg c$
7. $\neg a \rightarrow \neg v$
8. $\neg c \rightarrow \neg p$
9. $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

Lógica proposicional

1. $a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n$
2. $(a \vee c) \rightarrow v$
3. $(m \vee s) \rightarrow b$
4. $(e \vee n) \rightarrow p$
5. $\neg e \rightarrow \neg s$
6. $\neg c$
7. $\neg a \rightarrow \neg v$
8. $\neg c \rightarrow \neg p$
9. $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

Lógica proposicional

Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

Destruye los sueños y esperanzas de amigos y conocidos

Lógica proposicional

a: “Superman es capaz de prevenir el mal”

b: “Superman quiere prevenir el mal”

c: “Superman previene el mal”

d: “Superman es impotente”

e: “Superman es malévolo”

f: “Superman existe”

Lógica proposicional

1. $(a \wedge b) \rightarrow c$ Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría
2. $\neg a \rightarrow d$ Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente
3. $\neg b \rightarrow e$ Sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo
4. $\neg c$ Supermán no previene el mal
5. $f \rightarrow \neg d \wedge \neg e$ Si supermán existe, no es impotente ni malévolo.
6. $\neg f$ Supermán no existe ☹

Prontamente obtendrás las herramientas para demostrar que Superman no existe y así destruir los sueños y esperanzas de amigos y conocidos ☺

Lógica proposicional

Prueba el anterior enunciado en esta herramienta:

http://logictools.org

Lógica proposicional

http://logictools.org

```
((a and b) => c)   &
  (-a => d) &
  (-b => e) &
     -c &
(f => -d and -e) &
      -f
```

Seleccionar truth table: better

Lógica proposicional

Juan tiene 20 o 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que Pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años

- Traduzca a lógica preposicional.
- Pruebe su argumento en logictoools.org.