Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

* Definición de sucesión
* Progresión aritmética
* Progresión geométrica
* Sumatorias

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **?** 21
- 3, 7, 11, 15, 19, **?** 23
- 2, 6, 18, 54, 162, **?** 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, **?** 1806 × 1807

  2 3 7 43

Sucesiones y Sumatorias

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**

Indique el número que falta en cada una de las siguientes listas de términos:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**. $8+13=21$
- 3, 7, 11, 15, 19, **23**. $19+4=23$
- 2, 6, 18, 54, 162, **486**. $162 \cdot 3=486$
- 1, 2, 6, 42, 1806, **3263442**. $1806 \cdot 1807=3263442$

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. a_n=?
- 3, 7, 11, 15, 19, 23
- 2, 6, 18, 54, 162, 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

a_1 a_2 a_3

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$ y $a_2 = 1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23
- 2, 6, 18, 54, 162, 486
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2,}$ donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486.
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2,}$ donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n=a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1=2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442.

Sucesiones y Sumatorias

Obtener un término general para cada elemento de la lista:

- 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21. $a_n=a_{n-1}+a_{n-2,}$ donde $a_1=0$ y $a_2=1$
- 3, 7, 11, 15, 19, 23. $a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3$
- 2, 6, 18, 54, 162, 486. $a_n=a_{n-1}\cdot 3$, donde $a_1=2$
- 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442. $a_n=a_{n-1}\cdot(a_{n-1}+1)$, donde $a_1=1$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$, donde $a_1=0$, $a_2=1\}$
- $\{a_n=a_{n-1}+4$, donde $a_1=3\}$
- $\{a_n=a_{n-1}\cdot 3$, donde $a_1=2\}$
- $\{a_n=a_{n-1}\cdot(a_{n-1}+1)$, donde $a_1=1\}$

Sucesiones y Sumatorias

Las siguientes son sucesiones:

- $\{a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, donde $a_1 = 0$, $a_2 = 1\}$

  Lista de elementos: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

- $\{a_n = a_{n-1} + 4$, donde $a_1 = 3\}$

  Lista de elementos 3, 7, 11, 15, 19, 23, ...

- $\{a_n = a_{n-1} \cdot 3$, donde $a_1 = 2\}$

  Lista de elementos: 2, 6, 18, 54, 162, 486, ...

- $\{a_n = a_{n-1} \cdot (a_{n-1} + 1)$, donde $a_1 = 1\}$

  Lista de elementos: 1, 2, 6, 42, 1806, 3263442, ...

Sucesiones y Sumatorias

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

a_1 a_2 a_3

- 5, 8, 11, 14, 17 $\quad a_n = a_{n-1} + 3 \quad a_1 = 5$

  3 3 3 3

- 2, -2, 2, -2, 2 $\quad a_n = (-1)\, a_{n-1} \quad a_1 = 2$
- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256 $\quad a_n = (a_{n-1})(a_{n-2}) \quad a_1 = 1 \quad a_2 = 2$

$a_3 = 2 \times 1$

$a_4 = 2 \times 2$

Sucesiones y Sumatorias

Indique la sucesión para cada una de las siguientes listas de elementos:

- 5, 8, 11, 14, 17. $\{a_n = a_{n-1} + 3$, donde $a_1=5\}$
- 2, -2, 2, -2, 2. $\{a_n = a_{n-1} \cdot (-1)$, donde $a_1=2\}$
- 1, 2, 2, 4, 8, 32, 256. $\{a_n=a_{n-1} \cdot a_{n-2}$, donde $a_1=1$, $a_2=2\}$

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

- $\{a_n = 1/n\}$ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right\}$
- $\{a_n = 3 \cdot 2^n\}$ $\{6, 12, 24, 48\}$
- $\{a_n = -1 + 4 \cdot n\}$ $\{3, 7, 11, 15\}$

Sucesiones y Sumatorias

Muestre **la lista de elementos** de las siguientes sucesiones dada por a_1, a_2, a_3, a_4

- $\{a_n = 1/n\}$. 1, 1/2, 1/3, 1/4, …
- $\{a_n = 3 \cdot 2^n\}$. 6, 12, 24, 48, …
- $\{a_n = -1 + 4 \cdot n\}$. 3, 7, 11, 15, …

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,…

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

$a_1 = 6$

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$

$a_5 = 486$

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 6, 18, 54, 162, 486,...

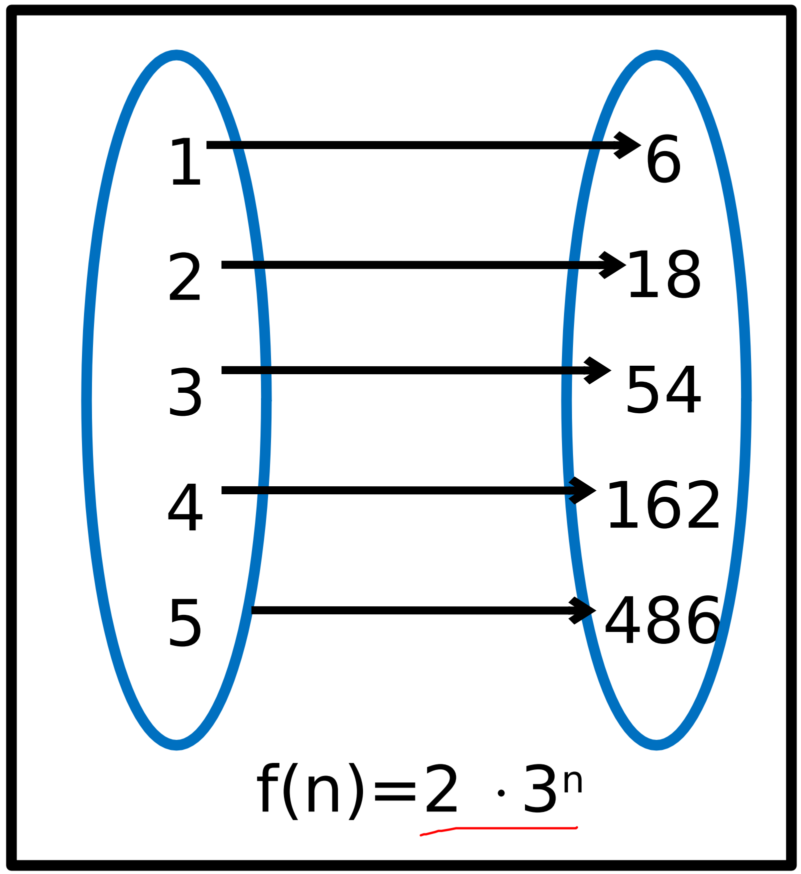
$a_1 = 6$

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$

$a_5 = 486$



Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, …

$a_0 = 2$

$a_1 = 6$

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 2, 6, 18, 54, 162, ...

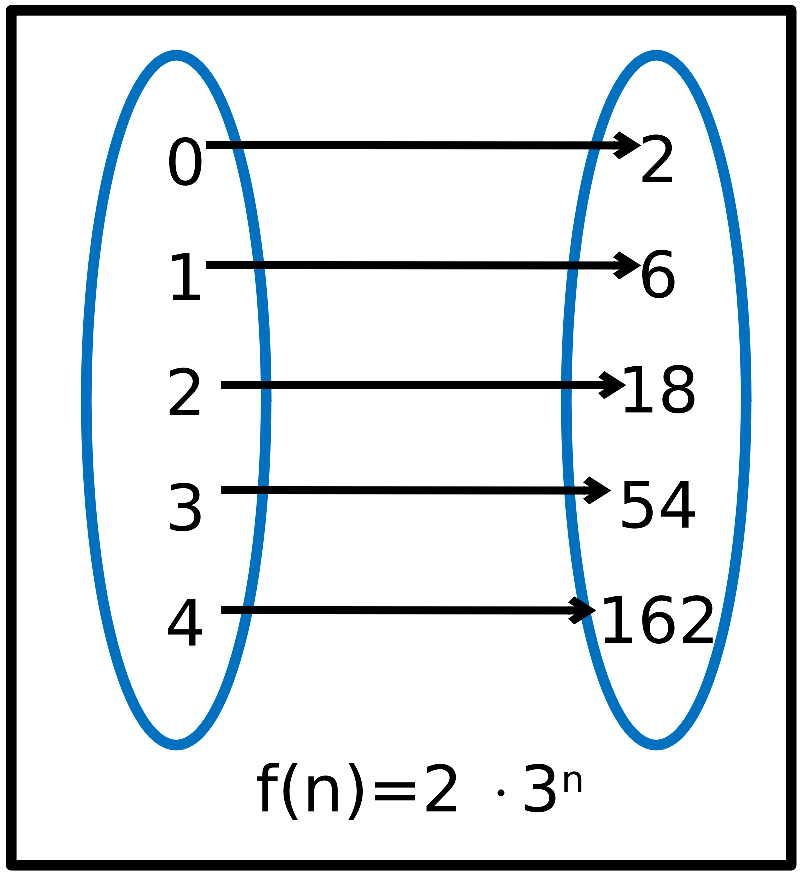
$a_0 = 2$

$a_1 = 6$

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$



Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, ...

Sucesiones y Sumatorias

Considere la sucesión $\{a_n=2\cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, ...

$a_2=18$

$a_3=54$

$a_4=162$

$a_5=486$

Sucesiones y Sumatorias

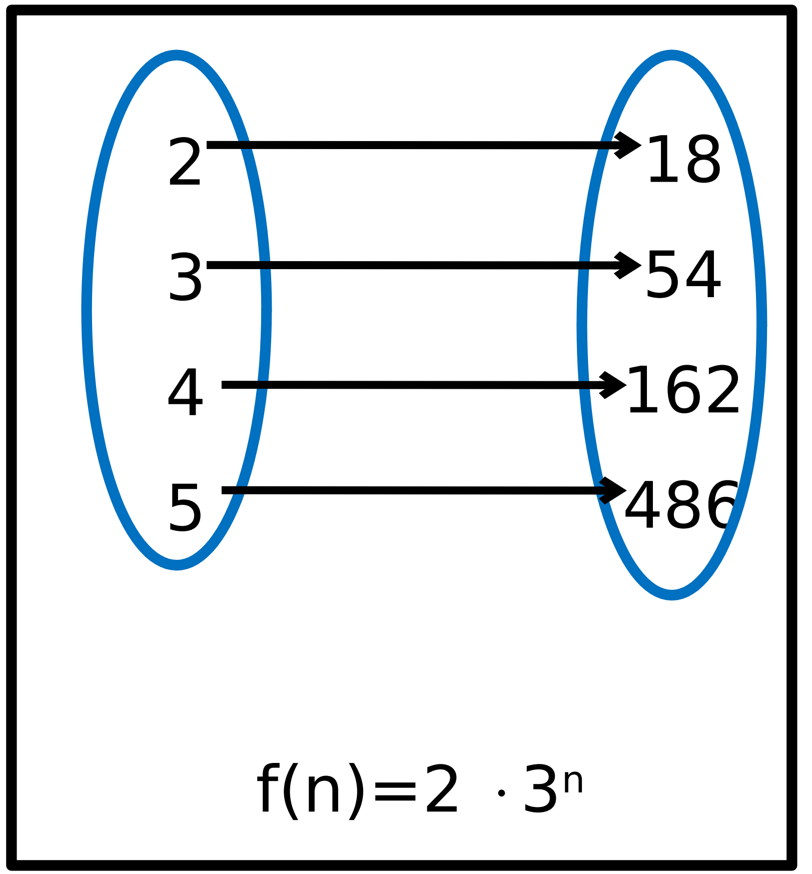
Considere la sucesión $\{a_n = 2 \cdot 3^n\}$ cuya lista de términos es 18, 54, 162, 486, …

$a_2 = 18$

$a_3 = 54$

$a_4 = 162$

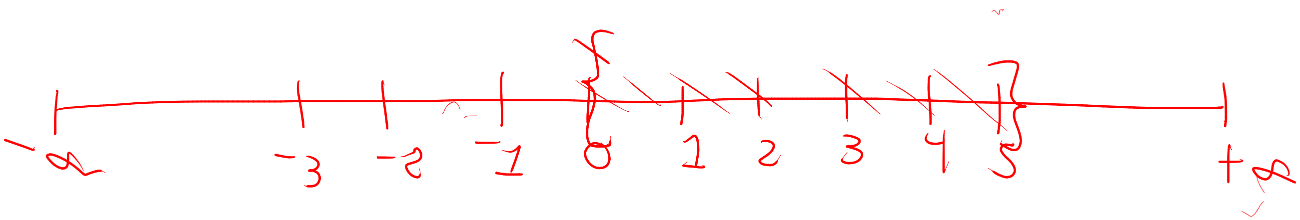
$a_5 = 486$



Sucesiones y Sumatorias

Definición de sucesión

Una sucesión $\{a_n\}$ es una función de un subconjunto de los enteros a los términos de $\{a_n\}$



Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ? 65

  6 6 6 6 6 6 6 6 6 6

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ? 29

  5 5 5 5 5 5

- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ? -10

  -2 -2 -2 -2 -2 -2 -2

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, $59+6=65$
- -1, 4, 9, 14, 19, 24, $24+5=29$
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, $-8+(-2)=-10$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ... 65

6 6 6 6 6 6 6 6 6 6

$$a_n = a_{n-1} + 6, \quad a_0 = 5$$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, ...

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

- 5, 5+6, (5+6)+6, (5+6+6)+6, (5+6+6+6)+6, ...

a_0 $\quad$ $a_0+6\times 1$ $\quad$ $a_0\times 6\times 2$ $\quad$ $a_3 = a_0+6\times 3$ $\quad$ $\boxed{a_4 = a_0+6\times 4}$

a_1 $\quad$ a_2

$$\boxed{a_n = a_0 + 6\times n}$$

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, …

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6
- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, …
- $5+0\cdot 6$, $5+1\cdot 6$, $5+2\cdot 6$, $5+3\cdot 6$, $5+4\cdot 6$, …

Sucesiones y Sumatorias

- 5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, …

  11-5=6

  17-11=6

  23-17=6

  29-23=6

- 5, 5+6, 5+6+6, 5+6+6+6, 5+6+6+6+6, …
- $5+0\cdot 6, 5+1\cdot 6, 5+2\cdot 6, 5+3\cdot 6, 5+4\cdot 6, \ldots$
- $\boxed{a_n=5+n\cdot 6}$

Sucesiones y Sumatorias

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t+d,\ t+2d,\ t+3d,\ t+4d,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **diferencia** d son números reales

Progresión aritmética

Es una sucesión de la forma

$$t, t+d, t+2d, t+3d, t+4d, \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **diferencia** d son números reales

- La progresión aritmética se puede expresar como

$$\{a_n = t + n \cdot d\}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $a_n = -1 + n \times 5$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, ... No es progresion aritmetica
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ... $a_n = 4 + n \times (-2)$
- 3, 6, 12, 24, 48, ... No es progresion aritmetica

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $\{a_n=-1+n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, …
- 3, 6, 12, 24, 48, …

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- -1, 4, 9, 14, 19, 24, ... $\{a_n=-1+n \cdot 5\}$
- 4, 7, 10, 13, 16, 20, 23, 26, **no es progresión aritmética**
- 4, 2, 0, -2, -4, -6, -8, ... $\{a_n=4+n \cdot (-2)\}$
- 3, 6, 12, 24, 48, ... **no es progresión aritmética**

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, … $\boxed{a_n = 2 + 2n}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, … $a_n = 2 \times 2^n$ No es aritmetica
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, … $a_n = 3 + n(-2)$
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2, … No es aritmetica

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... $\{a_n=2+n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...**no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ...
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones aritméticas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$

- 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... $\{a_n=2+n \cdot 2\}$
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...**no es progresión aritmética**
- 3, 1, -1, -3, -5, -7, ... $\{a_n=3+n \cdot (-2)\}$
- 1/2, 3/2, 5/2, 5/1, 9/2, 11/2.**no es progresión aritmética**

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, ? 128

  2 2 2 2

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ? $\boxed{5 \times 6250}$

  5 5 5 5

Sucesiones y Sumatorias

Indique el elemento que sigue en cada lista:

- 4, 8, 16, 32, 64, 64*2=128
- 10, 50, 250, 1250, 6250, 6250*5=31250

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

a_0 a_1 a_2 a_3 a_4

- $4,\ 4\cdot 2,\ (4\cdot 2)\cdot 2,\ (4\cdot 2\cdot 2)\cdot 2,\ (4\cdot 2\cdot 2\cdot 2)\cdot 2$

$$\boxed{a_n = a_0 2^n}$$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

- $4,\ 4\cdot 2,\ 4\cdot 2\cdot 2,\ 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2,\ 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, …

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2
- $4, 4\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2, 4\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2$
- $4\cdot 2^0, 4\cdot 2^1, 4\cdot 2^2, 4\cdot 2^3, 4\cdot 2^4$

Sucesiones y Sumatorias

- 4, 8, 16, 32, 64, ...

  8/4=2

  16/8=2

  32/16=2

  64/32=2

- $4, 4 \cdot 2, 4 \cdot 2 \cdot 2, 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2, 4 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
- $4 \cdot 2^0, 4 \cdot 2^1, 4 \cdot 2^2, 4 \cdot 2^3, 4 \cdot 2^4$
- $\{a_n = 4 \cdot 2^n\}$

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t\cdot r,\ t\cdot r^2,\ t\cdot r^3,\ t\cdot r^4,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **razón r** son números reales

Progresión geométrica

Es una sucesión de la forma

$$t,\ t \cdot r,\ t \cdot r^2,\ t \cdot r^3,\ t \cdot r^4,\ \ldots$$

donde el **término inicial t** y la **razón r** son números reales

- La progresión geométrica se puede expresar como

$$\{a_n = t \cdot r^n\}$$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $a_n = 10 \times 5^n$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ... No es progresión
- 1, 6, 8, 12, 25, ... No es progresión
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, ... $\boxed{a_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^n}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, … $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, …**no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, …
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, …

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 10, 50, 250, 1250, 6250, ... $\{a_n = 10 \cdot 5^n\}$
- 3, 6, 12, 25, 50, 100, 200, ...**no es progresión geométrica**
- 1, 6, 8, 12, 25, ... **no es progresión geométrica**
- 2, 2/3, 2/9, 2/27, 2/81, ... $\{a_n = 2 \cdot (1/3)^n\}$

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, … 2 2 2 $a_n = 5 \times 2^n$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, … No es geométrica $a_n = -4 + (-2)n$
- 3, -3, 3, -3, … $a_n = 3 \times (-1)^n$
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, … 1/3 NO

Sucesiones y Sumatorias

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, ... $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, ... **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, ...
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, ...

Indique cuáles son progresiones geométricas y en tal caso exprésalas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

- 5, 10, 20, 40, …. $\{a_n = 5 \cdot 2^n\}$
- -4, -2, 0, 2, 4, 6, …. **no es progresión geométrica**
- 3, -3, 3, -3, …. $\{a_n = 3 \cdot (-1)^n\}$
- 1/2, 1/6, 1/12, 1/18, …. **no es progresión geométrica**

Sucesiones y Sumatorias

- Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas
- Exprese las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

$-6/3 \quad -7/3 \quad -8/3 \quad -9/3 \quad -10/3$

$-1/3 \quad -1/3 \quad -1/3 \quad -1/3$

$-19 \quad -15$

$-4 \quad -4 \quad -4 \quad -4$

Sucesión	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, …	$a_n = -3 + n(-4)$		
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3, …	$a_n = -2 + n(-1/3)$		
3, 12, 48, 192, 768, …		$a_n = 3 \times 4^n$	

$4 \quad 4 \quad 4 \quad 4$

Sucesiones y Sumatorias

- Dadas las siguientes sucesiones indique cuáles son progresiones aritméticas y cuáles progresiones geométricas
- Exprese las progresiones aritméticas en la forma $\{a_n = t + n \cdot d\}$ y las geométricas en la forma $\{a_n = t \cdot r^n\}$

Sucesión	Progresión aritmética	Progresión geométrica	No es ni progresión aritmética ni geométrica
-3, -7, -11, -15, -19, …	$\{a_n = -3 + n \cdot (-4)\}$		
-2, -7/3, -8/3, -3, -10/3,	$\{a_n = -2 + n \cdot (-1/3)\}$		
3, 12, 48, 192, 768, …		$\{a_n = 3 \cdot 4^n\}$	

Sucesiones y Sumatorias

Sumatorias

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 100$

101
101
101
⋮

50

5050

Sucesiones y Sumatorias

Carl Friedrich Gauss

- Contribuyó a la teoría de números, estadística, astronomía y óptica
- Encontró la fórmula para la sumatoria de 1 a n en una asignación de clase de primaria
- Inventó la aritmética modular

1777- 1855

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+...+100=\sum_{i=1}^{100} i$$

$$\sum_{i=1}^{100} i = 1+2+3+...+98+99+100$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100 = \sum_{i=1}^{100} i$$

donde la variable i se conoce como el **índice** de la sumatoria y toma los valores **enteros** entre el límite inferior y superior

Sucesiones y Sumatorias

Calcular la sumatoria

$$1+2+3+4+5+\ldots+100 = \sum_{i=1}^{100} i = 5050$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $$\sum_{i=1}^{5} i^2 = 1^2+2^2+3^2+4^2+5^2 = 1+4+9+16+25 = 55$$

$$\boxed{\sum_{i=3}^{2} i = 0}$$

b) $$\sum_{i=1}^{3}\left(\frac{1}{i}\right) = \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = 1{,}8\overline{333}$$

c) $$\sum_{i=4}^{8}(-1)^i = (-1)^4+(-1)^5+(-1)^6+(-1)^7+(-1)^8$$

$$1 \cancel{-1} + 1 \cancel{-1} + 1 = 1$$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{i=1}^{5} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$

b) $\sum_{i=1}^{3} \left(\frac{1}{i} \right) = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$

c) $\sum_{i=4}^{8} (-1)^i = (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7 + (-1)^8 = 1$

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{k=1}^{4} 1$ = 1 + 1 + 1 + 1 = 4

b) $\sum_{k=0}^{3} 2^k$ = $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3$ = 1 + 2 + 4 + 8 = 15

c) $\sum_{j=5}^{9} (j - 2)$ = (5 - 2) + (6 - 2) + (7 - 2) + (8 - 2) + (9 - 2)

3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25

d) $\sum_{k=2}^{5} 2 \cdot k$

2(2) + 2(3) + 2(4) + 2(5)

4 + 6 + 8 + 10 = 28

Sucesiones y Sumatorias

Calcular las siguientes sumatorias:

a) $\sum_{k=1}^{4} 1 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

b) $\sum_{k=0}^{3} 2^k = 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 = 15$

c) $\sum_{j=5}^{9} (j-2) = (5-2) + (6-2) + (7-2) + (8-2) + (9-2) = 25$

d) $\sum_{k=2}^{5} 2k = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 28$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{p=1}^{n} p$$

$$\sum_{j=1}^{n} j$$

$1, 2, \ldots n$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{100} k = \frac{100(101)}{2} = 5050$$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

- 1+2+3+4+5+...+100= $\sum_{k=1}^{100} k = ?$

Forma cerrada

La forma cerrada de una sumatoria permite conocer el valor de la suma de forma directa

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

- $1+2+3+4+5+\ldots+100 = \sum_{k=1}^{100} k = \frac{100 \cdot 101}{2} = \underline{5050}$

Sucesiones y Sumatorias

constante   5
8

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} c = c \cdot n$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

$$\sum_{k=1}^{100} k^2 = \frac{100(101)(201)}{6} = 338\,350$$

Sucesiones y Sumatorias

geometrica

$$\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = \frac{ar^{n+1} - a}{r - 1}, \text{ si } r \neq 1$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = (n+1)a \text{ , si } r = 1$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\displaystyle\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j}$ $= \dfrac{3(5)^9-3}{5-1} = \dfrac{3}{4}(5^9-1) = 1464843$

$\displaystyle\sum_{i=0}^{n} ar^i = \frac{ar^{n+1}-a}{r-1} \quad r\neq 1$

b) $\displaystyle\sum_{i=1}^{50} i^{2}$ $= \dfrac{50(51)(101)}{6} = 42925$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \frac{3\cdot 5^{9} - 3}{5-1} = 1464843$$

b) $$\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \dfrac{3\cdot 5^{9} - 3}{5-1} = 1464843$

b) $\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \dfrac{50(51)(101)}{6} = 42925$

c) $\sum_{k=1}^{5} k^{3} = \dfrac{25(36)}{4} = 225$

n

$\sum_{i=1}^{n} i^{3} = \dfrac{n^{2}(n+1)^{2}}{4}$

$\sum_{i=1}^{n} i = \dfrac{n(n+1)}{2}$

d) $\sum_{j=1}^{5} (j + j^{2}) = \sum_{j=1}^{5} j + \sum_{j=1}^{5} j^{2} = \dfrac{5(6)}{2} + \dfrac{5(11)\cancel{(6)}}{\cancel{6}}$

$15 + 55 = 70$

$\sum_{i=1}^{n} c = c \times n$

$\sum_{i=1}^{n} i^{2} = \dfrac{n(2n+1)(n+1)}{6}$

e) $\sum_{i=1}^{100} 3 = 300$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^{j} = \frac{3\cdot 5^{9} - 3}{5-1} = 1464843$$

b) $$\sum_{i=1}^{50} i^{2} = \frac{50(51)(101)}{6} = 42925$$

c) $$\sum_{k=1}^{5} k^{3} = \frac{5^{2}(6)^{2}}{4} = 225$$

d) $$\sum_{j=1}^{5} (j + j^{2}) = \sum_{j=1}^{5} j + \sum_{j=1}^{5} j^{2} = \frac{5\cdot 6}{2} + \frac{5\cdot 6\cdot 11}{6} = 70$$

e) $$\sum_{i=1}^{100} 3 = 3\cdot 100 = 300$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\displaystyle\sum_{i=2}^{50} i^2$

$$2^2+3^2+4^2+\cdots+50^2$$

$$\sum_{i=1}^{50} i^2$$

$$\boxed{1^2+}\,2^2+3^2+4^2+\cdots+50^2$$

$$\frac{50(51)(101)}{6}$$

$$\sum_{i=2}^{50} i^2=\left(\sum_{i=1}^{50} i^2\right)-1^2$$

$$\sum_{i=2}^{50} i^2=\frac{50(51)(101)}{6}-1^2$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

b) $$\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\times 5^j - 3\times 5^0 = \frac{3\times 5^9 - 3}{4} = \frac{3(5^9-1)}{4} = 1464843$$

$\cancel{2\times 5}$

c) $$\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - \sum_{k=1}^{2} k^3 = \frac{5^2(6)^2}{4} - \frac{2^2(3)^2}{4} = \frac{25\times 36}{4} - \frac{4\times 9}{4} = \frac{25\times 36 - 4\times 9}{4}$$

$$= 216$$

$$\sum_{j=0}^{n} ar^j = \frac{ar^{n+1} - a}{r-1} \quad r \neq 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$$

b) $$\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^j - 3\cdot(5)^0 = 1464840$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = \underline{216}$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3 \cdot (5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3 \cdot (5)^j - 3 \cdot (5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$

d) $\sum_{k=3}^{10} 7 \cdot (-3)^k = \sum_{k=0}^{10} 7(-3)^k - \sum_{k=0}^{2} 7 \times (-3)^k = \frac{7 \times (-3)^{11} - 7}{-3-1} - \frac{7 \times (-3)^3 - 7}{-3-1}$

$= \frac{7 \times (-3)^{11} - 7}{-4} - \frac{7 \times (-3)^3 - 7}{-4} = -\frac{7}{4}\left((-3)^{11} - 1 - (-3)^3 + 1\right) = 309960$

$k = 0$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{i=2}^{50} i^2 = \sum_{i=1}^{50} i^2 - 1^2 = 42925 - 1 = 42924$

b) $\sum_{j=1}^{8} 3\cdot(5)^j = \sum_{j=0}^{8} 3\cdot(5)^j - 3\cdot(5)^0 = 1464840$

c) $\sum_{k=3}^{5} k^3 = \sum_{k=1}^{5} k^3 - 1^3 - 2^3 = 225 - 1 - 8 = 216$

d) $\sum_{k=3}^{10} 7\cdot(-3)^k = 310009 - (49) = 309960$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{k=-2}^{10} k$

Forma cerrada

$K \quad -2 \quad -1 \quad 0$

$1 \quad 2 \quad 3 \ldots\ldots \quad 10$

$-2 - 1 + 0$

$-(2+1)$

$$\sum_{k=1}^{10} k + 0 - \sum_{K=1}^{2} K$$

$$\frac{10(11)}{2} + 0 - \frac{2(3)}{2} = 55 + 0 - 3 = 52$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = \underline{52}$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\displaystyle\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$

b) $\displaystyle\sum_{k=-3}^{20} k^2$

k: -3 $\quad -2$ $\quad -1$ $\quad 0$ $\quad \boxed{1 \quad 2 \quad 3 \ldots 20}$

$$\underbrace{9 + 4 + 1}_{\sum_{k=1}^{3} k^2} + 0 + \sum_{k=1}^{20} k^2$$

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\frac{\cancel{3}(\overset{2}{\cancel{4}})(7)}{\underset{2}{\cancel{6}}} + \frac{\overset{10}{\cancel{20}}(\overset{7}{\cancel{21}})(41)}{\underset{3}{\cancel{6}}} = 14 + 70(41) = \boxed{2884}$$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \dfrac{10 \cdot 11}{2} = 52$

b) $\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$

Sucesiones y Sumatorias

a) $\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$

b) $\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$

c) $\sum_{k=-2}^{15} k^3 =$

k: $-2 \quad -1 \quad 0 \quad \boxed{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \ldots \quad 15}$

$-8 \quad -1 \quad 0$

$\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$-\left(\sum_{k=1}^{2} k^3\right) + \sum_{k=1}^{15} k^3 = -\frac{4 \times 9}{4} + \frac{15^2(16)^2}{4}$

$= \boxed{14931}$

Sucesiones y Sumatorias

a) $$\sum_{k=-2}^{10} k = (-2) + (-1) + (0) + \sum_{k=1}^{10} k = -3 + \frac{10 \cdot 11}{2} = 52$$

b) $$\sum_{k=-3}^{20} k^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + \sum_{k=1}^{20} k^2 = 2884$$

c) $$\sum_{k=-2}^{15} k^3 = (-2)^3 + (-1)^3 + (0)^3 + \sum_{k=1}^{15} k^3 = 14391$$

Sucesiones y Sumatorias

- **Calcule las siguientes sumatorias.**

Muestre el procedimiento realizado

- $$\sum_{k=3}^{16} 5\cdot(-2)^k$$

k 0 1 2 3 4 5 6 7 ... 16

$$\sum_{k=0}^{16} 5(-2)^k - \sum_{k=0}^{2} 5(-2)^k = \frac{5(-2)^{17}-5}{-3} - \frac{5(-2)^3-5}{-3}$$

$$\boxed{=218440}$$

- $$\sum_{k=-3}^{15} k^2$$

k = -3 -2 -1 0 1 2 3 ... 15

9 + 4 + 1

$$\sum_{k=1}^{3} k^2 + 0 + \sum_{k=1}^{15} k^2 = \frac{3\times \cancel{4}^{2}\times 7}{\cancel{6}_{2}} + \frac{\cancel{15}^{5}\times \cancel{16}^{8}\times 31}{\cancel{6}}$$

$$14 + 40\times 31 = \boxed{1254}$$

$n > 50$

$$\sum_{k=100}^{2n} k$$

$1\ 2\ 3 \ldots\ 100\ \ 101\ \ 102 \ldots n \ldots n+1 \ldots 2n$

$$\sum_{k=1}^{2n} k - \sum_{k=1}^{99} k = \frac{2n(2n+1)}{2} - \frac{99(100)}{2}$$

$n > 1$

$k = -300, -299, -298, \ldots, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots, n$

$$\sum_{k=-300}^{n} 5k =$$

$-5(300 + 299 + 298 + \cdots + 1)$

$$-\sum_{k=1}^{300} 5k \quad 0 + \sum_{k=1}^{n} 5k$$

$$\boxed{-5\left(\frac{300(301)}{2}\right) + \frac{n(n+1)}{2}}$$

i: $-400 \quad -399 \quad -398 \quad \ldots \; -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad \ldots \quad 2n$

$$\sum_{i=-400}^{2n} (2i^2 - 8n) = \sum_{i=-400}^{2n} 2i^2 - \sum_{i=-400}^{2n} 8n =$$

$$= \sum_{i=1}^{2n} 2i^2 + \sum_{i=1}^{400} 2i^2 = \boxed{2\left(\frac{2n(2n+1)(4n+1)}{6}\right) + 2\left(\frac{400(401)(801)}{6}\right)}$$

$i = 400$

$$-\left(\sum_{i=1}^{2n} 8n + \underbrace{8n}_{i=0} + \sum_{i=1}^{400} 8n\right) = -(16n^2 + 8n + 3200n)$$

$$\boxed{= -(16n^2 + 3208n)}$$

$$\sum_{i=-5}^{100} (2i + 2^i) \qquad (1)$$

$$\sum_{i=10}^{300} (3i^2 - 70) \qquad (2)$$

$i = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots 100$

$$\sum_{i=-5}^{100} 2i + \sum_{i=-5}^{100} 2^i$$

$$\sum_{i=1}^{100} 2i + 0 - \sum_{i=1}^{5} 2i = 2\left(\frac{100(101)}{2} - \frac{5(6)}{2}\right)$$

$2(5050 - 15)$

$2(5035) = \boxed{10070}$

$$\sum_{i=0}^{100} 2^i + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots \frac{1}{2^5} \Rightarrow \sum_{i=1}^{5} \left(\frac{1}{2}\right)^i$$

$$= \boxed{2^{101} - 1 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^6 - 1}{\frac{1}{2} - 1}}$$

$$\sum_{i=-5}^{100} (2i + 2^i) \tag{1}$$

$$\sum_{i=10}^{300} (3i^2 - 70) \tag{2}$$

$$3\sum_{i=10}^{300} i^2 - \sum_{i=10}^{300} 70$$

$$3\left(\sum_{i=1}^{300} i^2 - \sum_{i=1}^{9} i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{300} 70 - \sum_{i=1}^{9} 70\right)$$

$$3\left(\frac{300(301)(601)}{6} - \frac{9(10)(19)}{6}\right) - (300 \times 70 - 9 \times 70)$$

$-200, -199, \ldots -1, \boxed{0}, 1, \ldots 300$

$$\sum_{i=-200}^{300} 2^i - 3i^2 = \sum_{i=-200}^{300} 2^i - \sum_{i=-200}^{300} 3i^2 = \left(\sum_{i=0}^{300} 2^i + \sum_{i=0}^{200} \left(\tfrac{1}{2}\right)^i - 2^0\right) - \left(\sum_{i=1}^{300} 3i^2 + \sum_{i=1}^{200} 3i^2\right)$$

$$= \left(2^{301} - 1 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{201} - 1}{-\frac{1}{2}}\right) - 3\left(\frac{300(301)(601) + 200(201)(401)}{6}\right)$$

$$\sum_{i=200}^{600} 2i^2 - 2\times 3^i$$

$$\sum_{i=200}^{600} 2i^2 - \sum_{i=200}^{600} 2\,3^i = 2\left(\sum_{i=1}^{600} i^2 - \sum_{i=1}^{199} i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{600} 2\times 3^i - \sum_{i=1}^{199} 2\,3^i\right)$$

$$2\left(\frac{600(601)(1201) - (199)(200)(398)}{6}\right) - \left(\frac{2\times 3^{601} - \cancel{2} - 2\times 3^{200} + \cancel{2}}{2}\right)$$