

Primer examen

1. [20 puntos] Los números de teléfono se estructuran así:

- **Código de país:** Empiezan con una letra, seguida de dos dígitos o tres dígitos
- **Código de área:** Son dos o tres números
- **Número telefónico:** Son ocho números

Los teléfonos se estructuran así:

Código de país: Código de área Número telefónico. Ejemplo:

F12 352 12404576

$$A \times B \times C$$

$$26 \begin{cases} 10^2 \\ 10^3 \end{cases} \begin{aligned} & [26 \times 10^2 + 26 \times 10^3] \\ & \text{cod país} = A \end{aligned}$$

$$[10^2 \pm 10^3]$$

$$10^3 = C^B$$

2. [15 puntos] Usando principio de palomar indique ¿Cuántos habitantes deben existir en Tuluá para que al menos 5 personas cumplan el mismo mes y las tres primeras letras de su nombre sean las mismas? Las letras están en alfabeto inglés y en mayúsculas.

$$\left\lfloor \frac{N}{k} \right\rfloor = 5 \quad \left\lceil \frac{N}{12 \times 26^3} \right\rceil = 5$$

$$k = 12 \times 26^3$$

$$4 \times 12 \times 26^3 + 1 = N$$

3. [20 puntos] Cuántas palabras de tamaño 9 y 10 podemos formar con las letras de: COMPUTADOR

$$\rightarrow R, C, M, P, U, T, A, D = 1$$

$$\rightarrow O = 2$$

$$10) \frac{10!}{2!} \checkmark$$

CALCULADORA

$$O, D, R, U = 1$$

$$C = 2 \quad L = 2$$

$$A = 3$$

$$11) \frac{11!}{2! \times 3! \times 2!}$$

$$\left[\begin{array}{l} 9) \text{ cuando no hay } O = 9! + \\ \text{cuando } F \text{ y } H \text{ otros} = \frac{9!}{2!} \times 8 \end{array} \right.$$

$$12) F, H, C) \frac{10!}{2! \times 3!} \quad F, H, L) \frac{10!}{2! \times 3!}$$

$$F, H, U, 9) \frac{10!}{2! \times 2! \times 2!} \quad F, H, \text{ otros} \frac{10!}{2! \times 3! \times 2!} \times 4$$

[35 puntos] Resuelva la relación de recurrencia:

$$T(n) = 3T(n-1) + 4T(n-2) + 43 + 4^n$$

$$T(0) = 2, T(1) = 8$$

$$Y^2 - 3Y - 4 \begin{cases} r = -1 \\ r = 4 \end{cases}$$

$$T(n) = A(-1)^n + B(4)^n$$

$$S_p = C + D \cdot 4^n$$

$$C + D \cdot 4^n = 3C + 3D \frac{(n-1)}{4} 4^n + 4C + 4D \frac{(n-2)}{16} 4^n + 43 + 4^n$$

$$n \cdot 4^n$$

$$D = \frac{3D}{4} + \frac{4D}{16} \quad \boxed{D = D}$$

$$4^n$$

$$0 = -\frac{3D}{4} - \frac{8}{16} D + 1$$

$$\frac{20}{16} D = 1$$

$$\boxed{D = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}}$$

$$C +$$

$$C = 3C + 4C + 43$$

$$-2C = 43 \quad C = -\frac{43}{2}$$

1. [25 puntos] Utilizando el teorema HandShaking, el número de aristas en los siguientes grafos

- W_n
- \overline{W}_n

$n+1$ vertices

$$n \times 3 + n = 2e \quad 4n = 2e \quad \boxed{e=2n}$$

\overline{W}_n

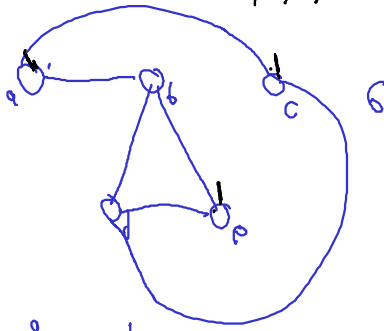
$2e = \underbrace{n-3}_{\text{complete}} + \underbrace{n-n}_{\text{central}}$

$$e = \frac{n(n-3)}{2}$$

2. [25 puntos] Se dice que un grafo G es autocomplementario si G y \overline{G} son isomorfos. Indique si los siguientes grafos simples no dirigidos G y H representados con sus matrices de adyacencia son autocomplementarios.

| | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| b | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| c | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| d | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| e | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

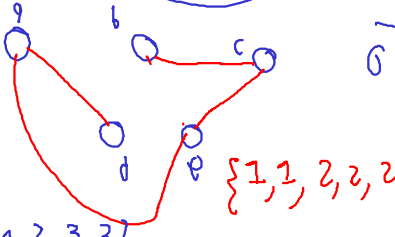
Cuadro 1: Grafo G



$\{2, 2, 2, 3, 3\}$

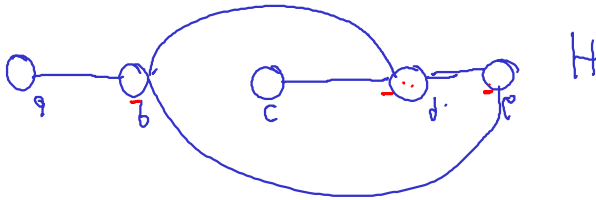
| | a | b | c | d | e |
|---|---|---|---|---|---|
| a | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| b | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| c | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| d | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| e | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |

Cuadro 2: Grafo H

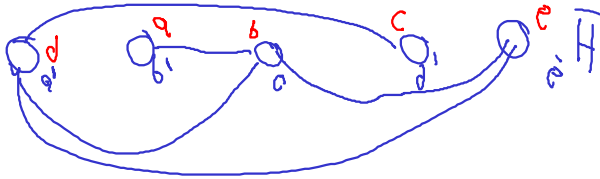


$\{1, 1, 2, 2, 2\}$

$\{1, 1, 2, 3, 3\}$



H



$\{1, 1, 2, 3, 3\}$

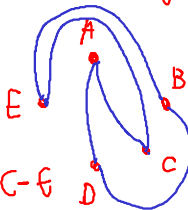
3. [25 puntos] Indique las condiciones que debe cumplir n para que exista un circuito euleriano. Si no se cumple bajo ninguna circunstancia, explique porque con sus propias palabras.

- $\overline{C}_n, n \geq 3$
- $\overline{W}_n, n \geq 3$

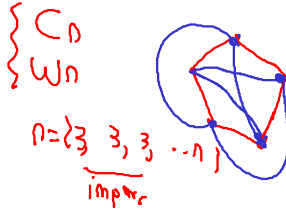
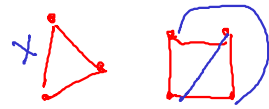
$\{n-1-2, \dots\}$

$\{n-3, \dots, n-3\}$

$n \geq 5$ y n impar



$E-B-D-A-C-E$



4. [25 puntos] Indique las condiciones que debe cumplir n para que exista un circuito hamiltoniano. Si no se cumple bajo ninguna circunstancia, explique porque con sus propias palabras.

- $C_n, n \geq 3$
- $W_n, n \geq 3$



\overline{C}_n ✓ $n \geq 5$

\overline{W}_n ✓ $n \geq 5$

