

# Matemáticas Discretas

Carlos Andres Delgado Saavedra

`carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co`

# Lógica preposicional

---

- \* Formas normales
- \* Consecuencia Lógica
- \* Inferencia lógica

# Formas normales

---

## Formas normales

Una formula  $F$  se dice que esta en la forma normal conjuntiva (FNC) si y solo si

$$F = f_1 \wedge f_2 \wedge f_3 \wedge \cdots \wedge f_n$$

Una formula  $F$  se dice que esta en la forma normal disyuntiva (FND) si y solo si

$$F = f_1 \vee f_2 \vee f_3 \vee \cdots \vee f_n$$

# Formas normales

---

## Ejemplo 1

Transforme a forma normal disyuntiva (FND)

$$(P \vee \neg Q) \rightarrow R$$

Aplicando las equivalencias:

$$1. \neg(P \vee \neg Q) \vee R$$

$$2. (\neg P \wedge \neg \neg Q) \vee R$$

$$3. (\neg P \wedge Q) \vee R \leftarrow \text{Disyunción de literales}$$

$$(\neg P \wedge Q) \vee R \equiv (\neg P \wedge Q \vee R) \vee (R \vee \emptyset) \quad \text{FNC}$$

# Formas normales

## Ejemplo 2

Transforme a forma normal conjuntiva (FNC)

$$(P \vee (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$$

Aplicando las equivalencias:

$$1. \neg(P \vee (Q \rightarrow R)) \vee S$$

$$2. \neg(P \vee (\neg Q \vee R)) \vee S$$

$$3. (\neg P \wedge \neg(\neg Q \vee R)) \vee S$$

$$4. \underline{(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee S} \quad F \vee D$$

$$5. (\neg P \vee S) \wedge (Q \vee S) \wedge (\neg R \vee S) \leftarrow \text{Conjunción de literales}$$

# Formas normales

---

## Consecuencia lógica

Dadas las formulas  $F_1, F_2, \dots, F_n$  y la formula  $G$  la cual se dice que es consecuencia lógica de  $F_1, F_2, \dots, F_n$  si y sólo para cualquier interpretación de  $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n$  es verdadera y  $G$  también lo es. De esta manera  $F_1, F_2, \dots, F_n$  son llamados axiomas o postulados de  $G$

# Formas normales

---

## Ejemplo

Suponga que el stock de precios baja si la prima de interés sube. Suponga también que la mayoría de la gente es infeliz cuando el stock de precios baja. Asuma que la prima de interés sube. Muestre que usted puede concluir que la mayoría de gente es infeliz.

1.  $P$  = La prima de interés sube
2.  $S$  = El Stock de precios baja
3.  $U$  = La mayoría de gente es infeliz

# Consecuencia lógica

---

## Ejemplo

1.  $P \rightarrow S$  Si la primera de interés sube, el stock de precios baja
2.  $S \rightarrow U$  Si el stock de precios baja, la mayoría de gente es infeliz
3.  $P$  La prima de interés sube
4.  $U$  La mayoría de gente es infeliz

Para hacer esta demostración, el argumento lógico es de la siguiente forma

$$(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P \rightarrow U$$

---



$$((P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P) \rightarrow U$$

$$\neg((P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P) \vee U$$

$$\neg(\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P \vee U$$

$$(\neg \neg P \vee S) \vee (\neg S \vee U) \vee P \vee U$$

$$(P \wedge S) \vee (S \wedge \neg U) \vee P \vee U$$

$$(\underbrace{P \vee \neg P} \wedge (\neg S \vee \neg P)) \vee (S \wedge \neg U) \vee U$$

$$(\top \wedge (\neg S \vee \neg P)) \vee (S \wedge \neg U) \vee U$$

$$\neg S \vee \neg P \vee (S \wedge \neg U) \vee U$$

$$\neg S \vee \neg P \vee ((S \vee U) \wedge (U \vee U))$$

$$\neg S \vee \neg P \vee ((S \vee U) \wedge (\bigvee U))$$

$$\neg S \vee \neg P \vee S \vee U$$

$$T \vee \neg P \vee U \equiv T$$

$$Y \wedge T \equiv Y$$

$$Y \vee T \equiv T$$

# Consecuencia lógica

---

## Ejemplo

Para demostrar debemos llevar a la forma normal conjuntiva el Sistema (FNC)

$$(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P \rightarrow U$$

Para demostrar que esto es verdadero, debemos analizar

$$(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P$$

# Consecuencia lógica

---

## Ejemplo



1.  $(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P$
2.  $(\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P$
3.  $((\neg P \wedge P) \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)$
4.  $(F \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)$
5.  $(S \wedge P) \wedge (\neg S \vee U)$
6.  $(S \wedge P) \wedge (\neg S \vee U)$
7.  $(S \wedge P \wedge \neg S) \vee (S \wedge P \wedge U)$
8.  $F \vee (S \wedge P \wedge U)$
9.  $(S \wedge P \wedge U)$

Esto quiere decir que P, S y U deben ser verdaderos. Y U que es la consecuencia U es verdadera.

# Consecuencia lógica

---

## Teoremas

### Concepto de consecuencia lógica

Dadas las formulas  $F_1, F_2, \dots, F_n$  y la formula  $G$  es consecuencia lógica sii  $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \rightarrow G$  es VALIDA

### Concepto de inconsistencia lógica

Dadas las formulas  $F_1, F_2, \dots, F_n$  y la formula  $G$  es consecuencia lógica sii  $F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \wedge \neg G$  es INCONSISTENTE O INSATISFACTIBLE (ES FALSA)

# Consecuencia lógica

---

**Ejemplo** Demostrar  $(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P \rightarrow U$

1.  $(P \rightarrow S) \wedge (S \rightarrow U) \wedge P \rightarrow U$
2.  $\neg((\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P) \vee U$
3.  $\neg(((\neg P \wedge P) \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)) \vee U$
4.  $\neg((F \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)) \vee U$
5.  $\neg(S \wedge P \wedge (\neg S \vee U)) \vee U$
6.  $\neg(P \wedge ((\neg S \wedge S) \vee (U \wedge S))) \vee U$
7.  $\neg(P \wedge (F \vee (U \wedge S))) \vee U$
8.  $\neg(P \wedge U \wedge S) \vee U$
9.  $(\neg P \vee \neg U \vee \neg S) \vee U$
10.  $\neg U \vee U \vee \neg P \vee \neg S$
11.  $V \vee \neg P \vee \neg S$
12.  $V$

# Consecuencia lógica

**Ejemplo** Demostrar por INCONSISTENCIA que  $F_2$  es Consecuencia lógica de  $F_1$ , donde

- $F_1$  • Tom no es buen estudiante o es listo y su padre lo ayuda
- $F_2$  • Si Tom es buen estudiante, entonces su padre lo ayuda

Se modela de la siguiente forma

- $P$ : Tom es buen estudiante
- $Q$ : Tom es listo
- $R$ : EL padre de Tom lo ayuda

$$1) F_1 \wedge \neg F_2 \equiv F$$

$$(\neg P \vee Q) \wedge R$$

$$P \rightarrow R$$

# Consecuencia lógica

---

**Ejemplo** Las formulas lógicas son:

$$F1: \neg P \vee (Q \wedge R)$$

$$F2: P \rightarrow R$$

Entonces

$$1. F1 \wedge \neg F1 =: (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(P \rightarrow R)$$

$$2. (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(\neg P \vee R)$$

$$3. (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$$

$$4. (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$$

$$5. (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \wedge \neg R)$$

$$6. (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge P \wedge \neg R$$

$$7. (\neg P \vee Q) \wedge ((\neg P \wedge P) \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$$

$$8. (\neg P \vee Q) \wedge (F \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$$

$$9. (\neg P \vee Q) \wedge P \wedge R \wedge \neg R$$

$$10. (\neg P \vee Q) \wedge P \wedge F \quad \text{Al ser falso, Podemos indicar que F2 es consecuencia lógica de F1}$$



# Consecuencia lógica

---

**Ejercicio** Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.



Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

# Consecuencia lógica

**Ejercicio** Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

$p$ : El Sr Sr Suárez + 300 000

2)  $p \rightarrow q$

$q$ : Vacaciones en Hawai

2)  $p$

CONSECUENCIA

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \wedge \neg q$$

$\neg q$

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

$$\neg((p \rightarrow q) \wedge p) \vee q$$

$$\neg(p \rightarrow q) \vee \neg p \vee q$$

$$\neg(\neg p \vee q) \vee \neg p \vee q$$

$$(p \wedge \neg q) \vee \neg p \vee q$$

$$(\cancel{p \vee \neg p} \wedge (\neg q \vee \neg p)) \vee q$$

$$\neg q \vee \neg p \vee q$$

$$T \vee \neg p \equiv T \quad \text{😊}$$

$$p \wedge \neg p \equiv f$$

$$(p \rightarrow q) \wedge p \wedge \neg q$$

$$(\neg p \vee q) \wedge p \wedge \neg q$$

$$((\neg p \wedge \neg q) \vee \cancel{q \wedge \neg q}) \wedge p$$

$$\neg p \wedge \neg q \wedge p$$

$$F \wedge \neg q$$

$$f \quad \text{😊}$$

# Consecuencia lógica

---

**Ejercicio** Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehusa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehusa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

# Consecuencia lógica

---

**Ejercicio** Él o no está informado o él no es honesto.  
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

# Consecuencia lógica

---

**Ejercicio** Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido. Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen. Demuestre que X no cometió el crimen.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

# Inferencia lógica

---

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes

# Inferencia lógica

---

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
  2. Hoy es viernes
- ∴ Hay audición



# Inferencia lógica

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes
3. Hay audición, **modus ponens**(1,2)

**Modus ponens**

$$p \rightarrow q$$

$$p$$

$$\therefore q$$

$$(p \rightarrow q \wedge p) \rightarrow q$$

$$\neg(\neg(p \vee q) \wedge p) \vee q$$

$$\neg(\neg p \wedge \neg q \wedge p) \vee q$$

$$\boxed{p \vee q} \vee \boxed{\neg p \vee q} \equiv T \vee q \equiv T$$

# Inferencia lógica

---

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo

# Inferencia lógica

---

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
  2. El carro no es rojo
- $\therefore$  El carro es negro

# Inferencia lógica

---

## Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo
3. El carro es negro, **silogismo disyuntivo(1,2)**

### Silogismo disyuntivo

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{p \wedge q}{\therefore p} \quad \therefore q$	Simplificación
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$	Modus ponens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	Silogismo hipotético

$$\frac{\neg p \vee q \quad \neg q \vee r}{\neg p \vee r} \quad \therefore p \rightarrow r$$

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{\begin{array}{c} p \\ q \end{array}}{\therefore p \wedge q}$	Conjunción
$\frac{\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \vee r \end{array}}{\therefore q \vee r}$	Resolución
$\frac{p}{\therefore p \vee q}$	Adición

\*  
 IA  
 II

# Inferencia lógica

Aplicar las siguientes reglas:

- **Simplificación sobre**

1.  $\neg q \wedge \neg t$

- **Silogismo disyuntivo sobre**

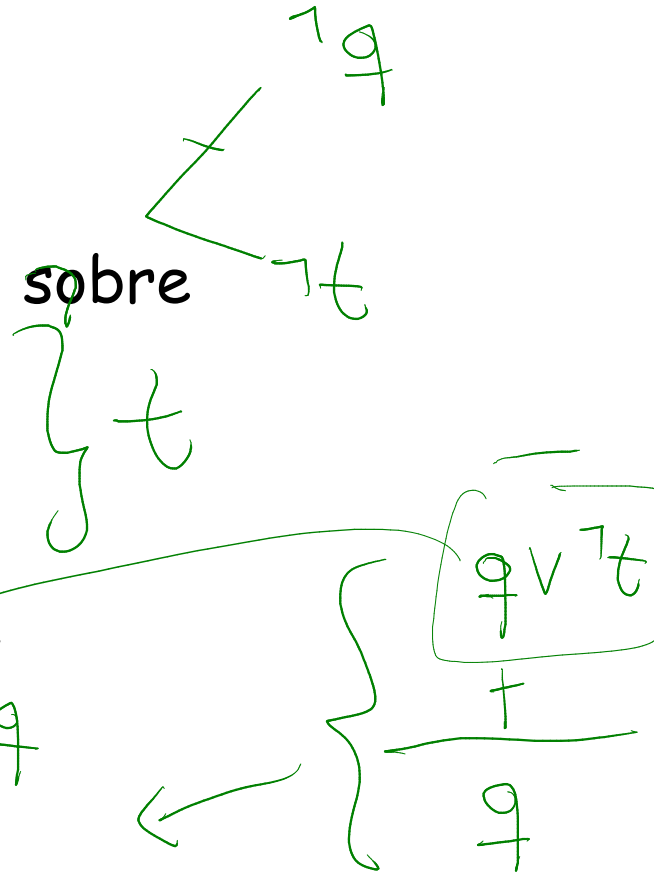
1.  $t \vee \neg p$

2.  $p$

- **Modus tollens sobre**

1.  $\neg q \rightarrow \neg t$

2.  $t$



# Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $\neg p \wedge q$

2.  $r \rightarrow p$

3.  $\neg r \rightarrow s$

4.  $s \rightarrow t$

1)

$$1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge 4 \rightarrow t$$

$$\begin{array}{l} r \rightarrow p \equiv \neg r \vee p \\ \neg p \\ \hline \therefore \neg r \end{array}$$

• Demuestre que  $t$  es cierto

5)  $\neg p$

6)  $\neg r$  MT(2, 5)

7)  $s$  MP(3, 6)

8)  $t$

MP(7, 4)

$$\begin{array}{l} \neg r \rightarrow s \equiv r \vee s \\ \neg r \\ \hline \therefore s \end{array}$$



# Inferencia lógica

---

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $\neg p \wedge q$

2.  $r \rightarrow p$

3.  $\neg r \rightarrow s$

4.  $s \rightarrow t$

5.  $\neg p$ , simplificación(1)

6.  $\neg r$ , modus tollens(2,5)

7.  $s$ , modus ponens(3,6)

8.  $t$ , modus ponens(4,7)

# Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

$$1. s \rightarrow q$$

$$2. \neg p \rightarrow r$$

$$3. r \rightarrow s$$

$$1 \wedge 2 \wedge 3 \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$$

- Demuestre que  $\neg p \rightarrow q$  es cierto

$$4) \neg p \rightarrow q$$

$$5) \neg p \rightarrow q$$

} Suposición

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$	Simplificación
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p}$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q}$	Modus ponens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	Silogismo hipotético

# Inferencia lógica

---

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $s \rightarrow q$

2.  $\neg p \rightarrow r$

3.  $r \rightarrow s$

4.  $\neg p \rightarrow s$ , silogismo hipotético(2,3)

5.  $\neg p \rightarrow q$ , silogismo hipotético(4,1)

# Inferencia lógica

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $p \rightarrow \neg q$

2.  $\neg r$

3.  $\neg p \rightarrow s$

4.  $\neg q \rightarrow r$

• Demuestre que  $s$  es cierto

5)  $q$

6)  $\neg p$

7)  $s$

5)  $p \rightarrow r$  SH  
(1,4)

6)  $\neg p$  MT(2,5)

7)  $s$  MP(3,6)

1)  $\neg p \vee \neg q$

2)  $\neg r$

3)  $p \vee s$

4)  $q \vee r$

5)  $q$  SD(2,4)

6)  $\neg p$  SD(1,5)

7)  $s$  SD(3,6)

# Inferencia lógica

---

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $p \rightarrow \neg q$

2.  $\neg r$

3.  $\neg p \rightarrow s$

4.  $\neg q \rightarrow r$

5.  $q$ , modus tollens(2,4)

6.  $\neg p$ , modus tollens(1,5)

7.  $s$ , modus ponens(3,6)

# $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $p \vee \neg q$
- \* 2.  $\neg p \wedge r$
3.  $\neg q \rightarrow \neg s$
4.  $s \vee t$

• Demuestre que  $t$  es cierto

- 5)  $\neg p$  S.D.(2)
- 6)  $\neg q$  S.D.(1, 5)
- 7)  $\neg s$  M.P.(3, 6)
- 8)  $t$  S.D.(4, 7)

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$	Simplificación
$\frac{p \vee q, \neg p}{\therefore q}$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \rightarrow q, \neg q}{\therefore \neg p}$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q, p}{\therefore q}$	Modus ponens
$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	Silogismo hipotético

# Inferencia lógica

---

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $p \vee \neg q$
2.  $\neg p \wedge r$
3.  $\neg q \rightarrow \neg s$
4.  $s \vee t$
5.  $\neg p$ , simplificación(2)
6.  $\neg q$ , silogismo disyuntivo(1,5)
7.  $\neg s$ , modus ponens(3,6)
8.  $t$ , silogismo disyuntivo(4,7)

# Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1.  $u \vee w$

2.  $p \wedge \neg q$

3.  $t \rightarrow q$

4.  $\neg w \vee s$

5.  $u \rightarrow t$

• Demuestre que  $s$  es cierto

6)  $\neg q$  Simp(2)

7)  $\neg t$  MT(3, 6)

8)  $\neg u$  MT(5, 7)

9)  $w$  S.D(1, 8)

10)  $s$  S.D(4, 9)

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{p \wedge q}{\therefore p} \quad \therefore q$	Simplificación
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$	Modus ponens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	Silogismo hipotético



# Inferencia lógica

---

1.  $u \vee w$
2.  $p \wedge \neg q$
3.  $t \rightarrow q$
4.  $\neg w \vee s$
5.  $u \rightarrow t$
6.  $\neg q$ , simplificación(2)
7.  $\neg t$ , modus tollens(3,6)
8.  $\neg u$ , modus tollens(5,7)
9.  $w$ , silogismo disyuntivo(1,8)
10.  $s$ , silogismo disyuntivo(4,9)

# Inferencia lógica

---

**Ejercicio** Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

∴ F

Pruebe usando inferencia lógica

- a: Superman es capaz de prevenir el mal
  - b: Superman quiere prevenir el mal
  - c: Superman previene el mal
  - d: Superman es impotente
  - e: Superman es malevolo
  - f: Superman existe
- Demostrar -f

✓ \

$$1) a \wedge b \rightarrow c$$

$$* 2) \overline{a} \rightarrow d \equiv a \vee d$$

$$3) \overline{b} \rightarrow e \equiv b \vee e$$

$$4) \overline{c}$$

$$5) f \rightarrow d \wedge \overline{e}$$

$$6) \neg(a \wedge b) \equiv \overline{a} \vee \overline{b} \quad \text{MT}(1, 4)$$

$$7) \overline{b} \vee d \quad \text{S.D}(2, 6)$$

$$8) d \vee e \quad \text{S.D}(3, 7)$$

$$9) f \rightarrow (d \vee e) \quad \text{Morgan}(5)$$

$$10) \neg f \quad \text{MT}(8, 9)$$

Regla de inferencia	Nombre
$\frac{p \wedge q}{\therefore p} \quad \therefore q$	Simplificación
$\frac{p \vee q \quad \neg p}{\therefore q}$	Silogismo disyuntivo
$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\therefore \neg p} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$	Modus tollens
$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q} \quad \begin{array}{l} \neg p \vee q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$	Modus ponens
$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{\therefore p \rightarrow r}$	Silogismo hipotético

$$1) a \wedge b \rightarrow c \equiv \neg(a \wedge b) \vee c \equiv \neg a \vee \neg b \vee c$$

$$* 2) \neg a \rightarrow b \equiv a \vee b$$

$$3) \neg b \rightarrow c \equiv b \vee c$$

$$4) \neg$$

$$5) \neg f \rightarrow \neg d \wedge \neg e = \neg f \vee (\neg d \wedge \neg e) \equiv \neg f \vee (\neg(d \vee e))$$

$$6) \neg a \vee \neg b \quad \text{S.D}(1, 4)$$

$$7) d \vee \neg b \quad \text{S.D}(2, 6)$$

$$8) d \vee e \quad \text{S.D}(3, 7)$$

$$9) \neg f \quad \text{S.D}(5, 9)$$

$$\begin{array}{r} a \vee b \\ \neg a \vee c \\ \hline \therefore b \vee c \end{array}$$

# Inferencia lógica

---

**Ejercicio** Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe usando inferencia lógica

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \dots \wedge F_n \rightarrow G \equiv T$$

# Inferencia lógica

**Ejercicio** Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehúsa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehúsa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe usando inferencia lógica

p: El congreso dicta nuevas leyes

q: La huelga se hará

r: La huelga dura más de un año

s: El presidente se resigna a firma

$\neg q \wedge r \rightarrow p$

Si no p  $\rightarrow$  q

$$1) \neg p \rightarrow (\neg q \wedge r) \rightarrow \neg q$$

$$2) \neg p \wedge r$$

$$1) \bar{p} \rightarrow (\neg(r \wedge s) \rightarrow \neg q)$$

$$2) \neg \bar{p} \wedge \bar{r} \therefore$$

$$3) \bar{p} \text{ Simpl}(2)$$

$$4) \neg(r \wedge s) \rightarrow \neg q$$

$$5) (r \wedge s) \vee \neg q$$

$$6) \neg r \text{ Simpl}(2)$$

$$7) \neg r \vee \neg s \text{ Adición (He operado con 6)}$$

$$8) \overline{(r \wedge s)} \text{ Morgan}(7)$$

$$9) \neg q \text{ SD}(5, 8)$$

### EL SIGNIFICADO DE "A MENOS QUE"

"A menos que" es un conectivo condicional negativo que significa:

$q$ , a menos que  $p$   
podría expresarse como:  
Si no  $p$ , entonces  $q$

$p$  es condición suficiente para  $q$

$p$  es condición necesaria para  $q$

# Inferencia lógica

---

**Ejercicio** Él o no está informado o él no es honesto.  
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe usando inferencia lógica



# Inferencia lógica

---

**Ejercicio** Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido. Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen. Demuestre que X no cometió el crimen.

Pruebe usando inferencia lógica

# Créditos

Algunas de las diapositivas fueron creadas por el profesor.

Oscar Bedoya

[oscar.bedoya@correounivalle.edu.co](mailto:oscar.bedoya@correounivalle.edu.co)