1. **[20 puntos]** Los números de teléfono se estructuran así:

    - **Código de país:** Tiene dos dígitos y no puede comenzar en 0
    - **Código de área** Son dos o tres dígitos.
    - **Número telefónico** Son seis o siete números

    Los teléfonos se estructuran así:

    Código de país: Código de área Número telefónico. Ejemplo:

    12 352 124045

    ¿Cuantos números de teléfonos existen en el mundo?

$$\underbrace{(9\times 10)}_{\text{Cod pa}}\times\underbrace{(10^3+10^2)}_{\text{Cod ar}}\underbrace{(10^6+10^7)}_{\#\text{ telefono}}$$

2. **[15 puntos]** Usando principio de palomar indique ¿Cuantos habitantes deben existir en Tulua para que al menos 4 personas cumplan el mismo día, tengan la misma letra inicial de primer nombre y primer apellido?. Las letras están en alfabeto inglés y en mayúsculas.

$$\left\lceil \frac{n}{k} \right\rceil = 4$$

$$\left\lceil \frac{n}{366\times 26^2} \right\rceil = 4$$

$$3\times 366\times 26^2 + 1 = n$$

Permutacion

$$\frac{11!}{3!2!2!} + 2\times\frac{10!}{2!3!} + \frac{10!}{2!2!2!} + \frac{10!}{3!2!2!}\times 4$$

3. **[20 puntos]** Cuantas palabras de tamaño 10 y 11 podemos formar con las letras de: **CALCULADORA**

$C=2$ $A=3$ $L=2$ 4 letras

4. **[35 puntos]** Resuelva la relación de recurrencia:
$T(n) = T(n-1) + 2T(n-2) + 2n + 2^n$.
$T(0) = 2, T(1) = 8$.

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$T(n) = T^{(h)}(n) + T^{(p)}(n)$$

$$r^2 - r - 2 = 0 \quad \begin{cases} 2 \\ -1 \end{cases}$$

$$T(n) = A(-1)^n + B(2)^n$$

$$T^{(p)}(n) = Cn + D + En2^n$$

$$\cancel{C}n + \cancel{D} + \cancel{En2^n} = C(\cancel{n}-1) + \cancel{D} + E(\cancel{n}-\cancel{1})2^{n-1} + 2(C(\cancel{n}-2) + \cancel{D} + E(\cancel{n}-\cancel{2})2^{n-2}) + 2n + \cancel{2^n}$$

$$n2^n \longrightarrow \quad E = \frac{E}{2} + \frac{2E}{4} \qquad E = E$$

$$2^n \longrightarrow \quad 0 = -\frac{E}{2} + 2\left(-\frac{E}{4}\right) + 1 \qquad 0 = -\frac{E}{2} - \frac{E}{2} + 1 \qquad \boxed{E = 1}$$

$$n \longrightarrow \quad \cancel{C} = \cancel{C} + 2C + 2 \qquad \boxed{C = -1}$$

$$c \longrightarrow \quad \cancel{D} = -C + \cancel{D} - 4C + 2D \longrightarrow \quad 5C = 2D \qquad \boxed{D = -\frac{5}{2}}$$

$$\boxed{T(n) = A(-1)^n + B(2)^n - n - \frac{5}{2} + n2^n}$$

$T(0) = 2$
$T(1) = 8$

$$\frac{4}{2} \quad 2 = A + B - \frac{5}{2}$$

$$\frac{16}{2} \quad 8 = -A + 2B - 1 - \frac{5}{2} + \frac{4}{2}$$

$$\frac{9}{2} = A + B$$

$$\frac{19}{2} = -A + 2B$$

$$\frac{28}{2} = 3B \qquad \boxed{B = \frac{14}{3}}$$

$$\frac{27}{6} = A + \frac{28}{6} \qquad \boxed{A = -\frac{1}{6}}$$

1. **[30 puntos]** Resuelva la ecuación de recurrencia $T(n) = 3T(n-1)+4T(n-2)+n+90, T(0) = 2, T(1) = 8$.
2. **[35 puntos]** ¿Cuantas palabras tienen 5 o más caracteres utilizando las letras de la palabra **BANANA**?
3. **[35 puntos]** Determine la relación de recurrencia para contar las cadenas de bits que no tienen dos ceros consecutivos. Resuelva la ecuación de recurrencia asociada y muestre en una tabla comparativa que se cumple para cadenas de tamaño 1,2,3,y 4.

2) 6 caracteres $\quad A=3 \quad N=2$

$$\frac{6!}{3!\times 2!} + \frac{5!}{2!2!} + \frac{5!}{3!} + \frac{5!}{3!2!}$$

1)	2)	3)	4)
0	01	101	0101
1	10	010	1101
2	11	110	1010
	3	011	0110
		111	1110
		5	1011
			0111
			1111
			8

$T(n-1) \quad T(n-2)$

$$\boxed{T(n) = T(n-1) + T(n-2)}$$

$T(1) = 2$

$T(2) = 3$

$r^2 - r - 1$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1+4(1)}}{2} \qquad \frac{1+\sqrt{5}}{2} \qquad \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

$$T(n) = A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + B\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

1. **[30 puntos]** Resuelva la ecuación de recurrencia $T(n) = 3T(n-1)+4T(n-2)+n+90, T(0) = 2, T(1) = 8$.

$r^2 - 3r - 4 \qquad \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} \qquad \frac{3 \pm 5}{2} \begin{cases} 4 \\ -1 \end{cases}$

$T(n) = A(-1)^n + B(4)^n \qquad T^p(n) = Cn + D$

$Cn + D = 3(C(n-1)+D) + 4(C(n-2)+D) + n + 90$

$n \to C = 3C + 4C + 1 \qquad -6C = 1 \qquad C = -\frac{1}{6}$

cte $\to D = -3C + 3D - 8C + 4D + 90$

Constante

$5D = -3\left(-\frac{1}{6}\right) + \frac{540}{6}$

$5D = \frac{543}{6} \qquad D = \frac{543}{30} = \frac{181}{10}$

$T(0) = 2$

$T(1) = 8$

$T(n) = A(-1)^n + B(4)^n - \frac{1}{6}n + \frac{181}{10}$

$2 = A + B + \frac{181}{10} \to -\frac{161}{10} = A + B$

$8 = -A + 4B - \frac{1}{6} + \frac{181}{10} \to -\frac{149}{15} = -A + 4B$

$B = -\frac{781}{150} \qquad A = -\frac{817}{75} \qquad -\frac{781}{30} = 5B$