

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

`oscar.bedoya@correounivalle.edu.co`

`http://eisc.univalle.edu.co/~oscarbed/MD/`

- * Definición de función
- * Dominio, Codominio y Rango
- * Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas
- * Función inversa

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

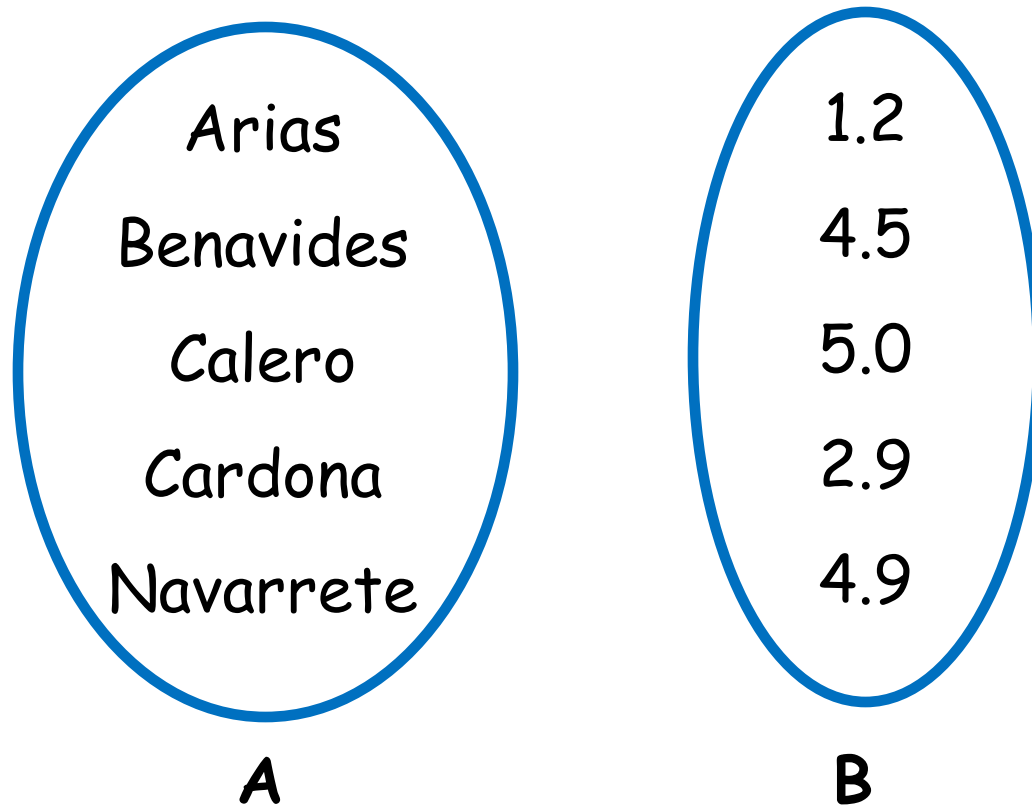
$A = \{\text{Arias, Benavides, Calero, Cardona, Navarrete}\}$

$B = \{1.2, 2.9, 4.5, 4.9, 5.0\}$

Funciones

Noción de función

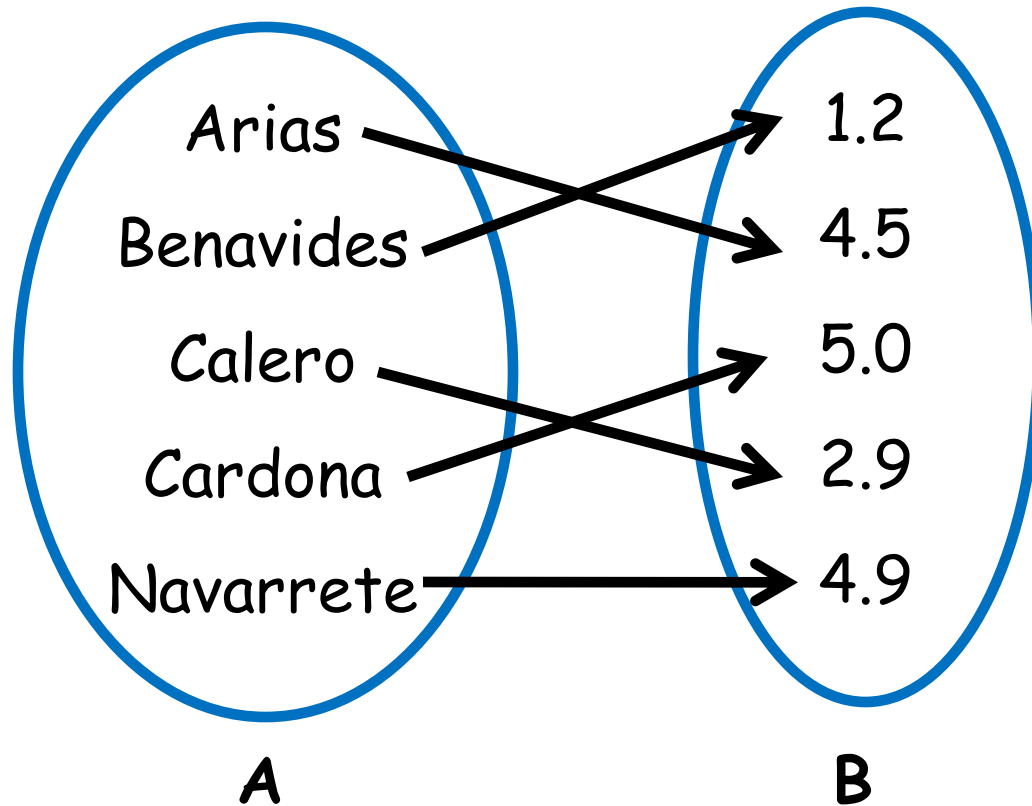
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

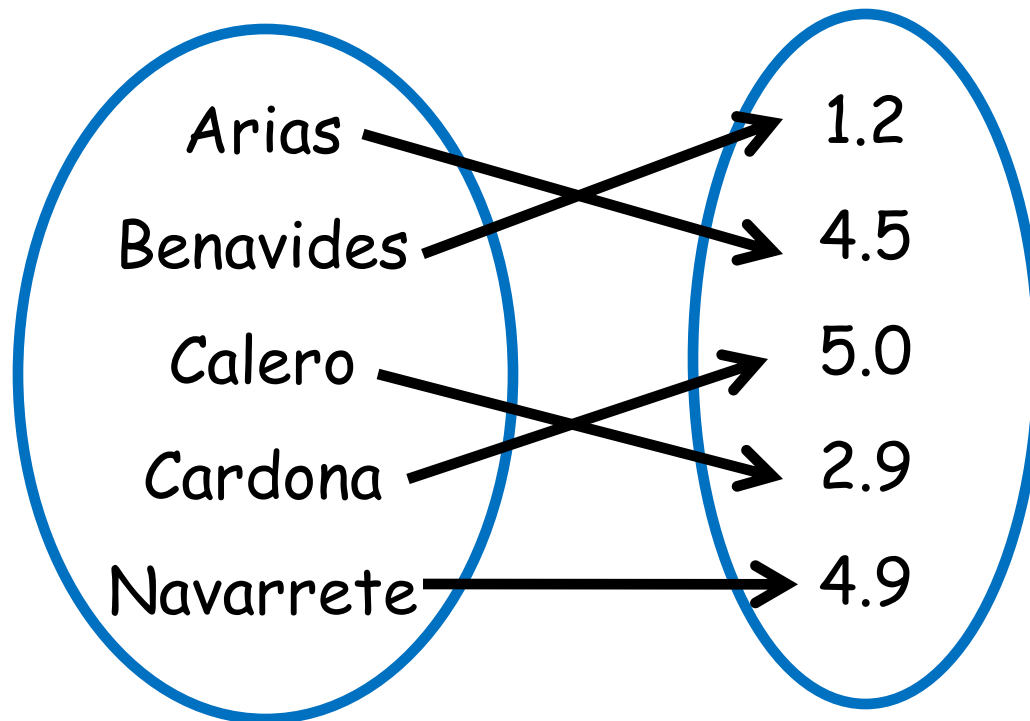
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



$$f(\text{Arias})=4.5$$

$$f(\text{Benavides})=1.2$$

Funciones

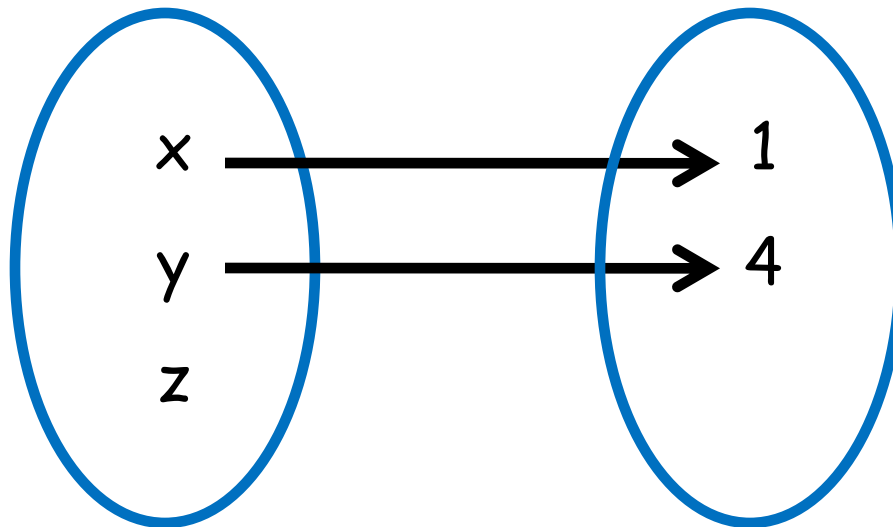
Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

Funciones

Función

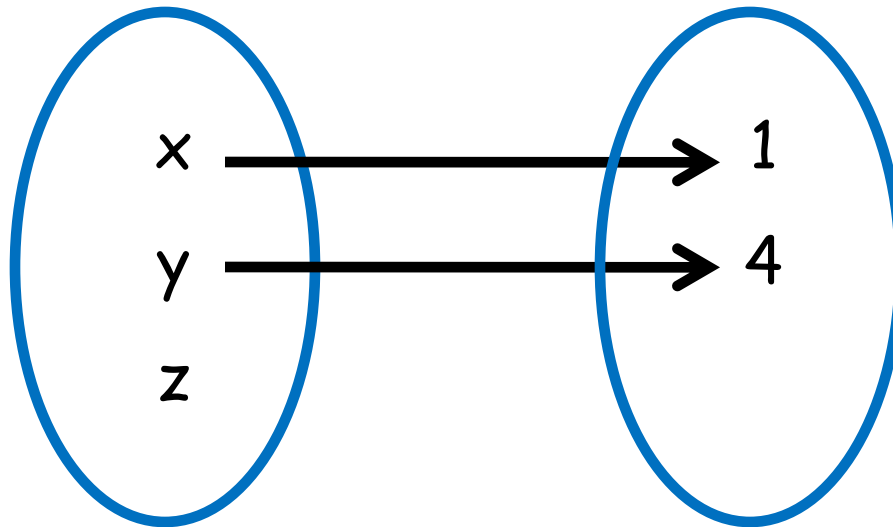
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

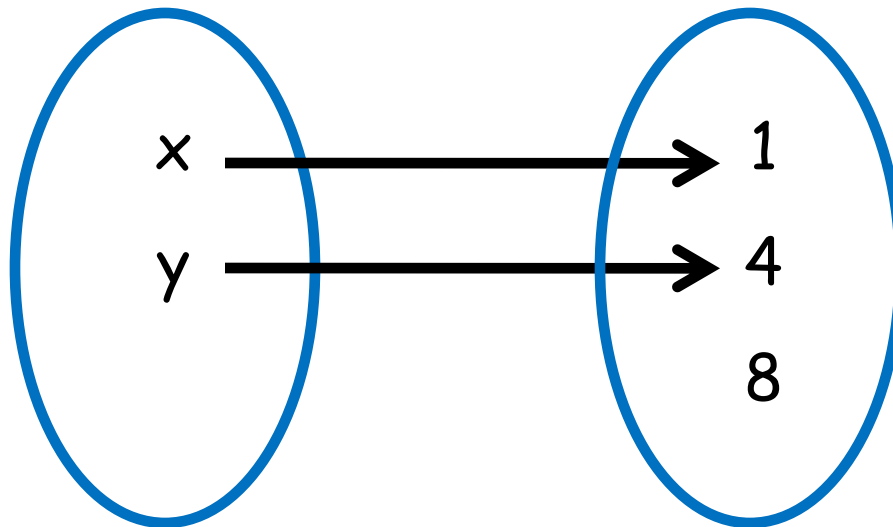


No es función porque z debe tener un valor asignado en B

Funciones

Función

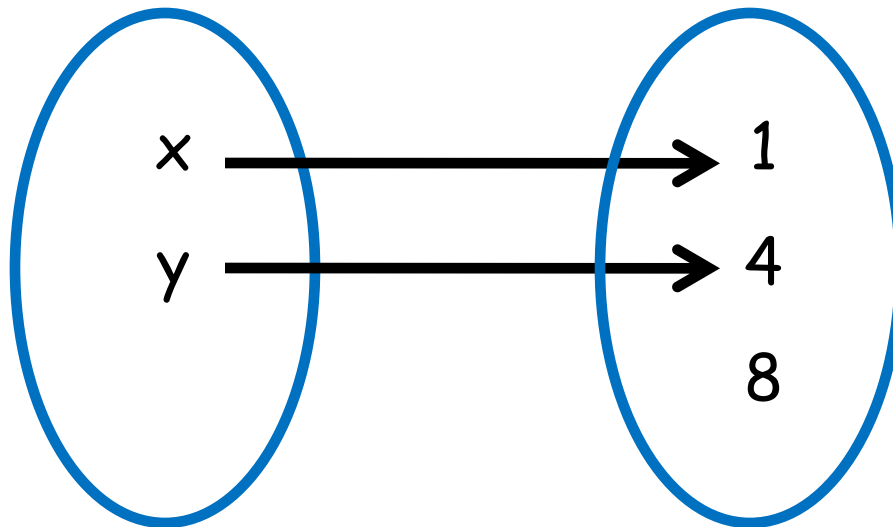
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

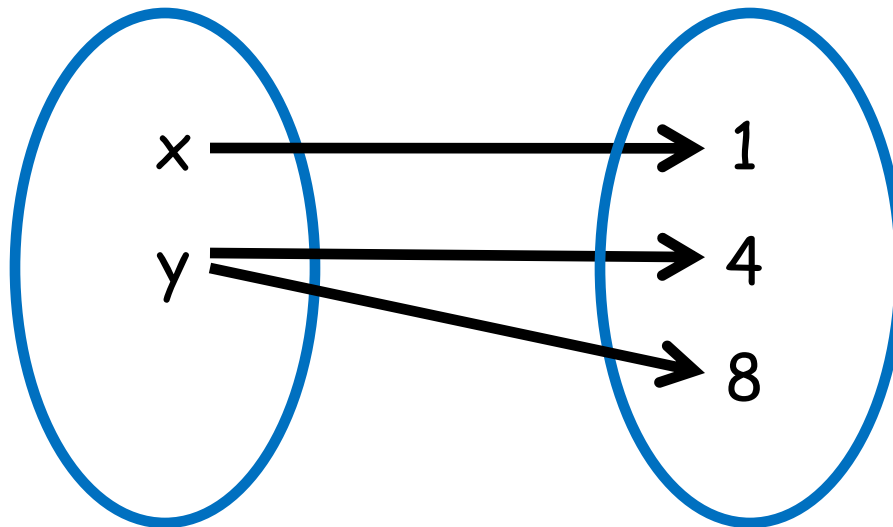


$$f(x)=1, f(y)=4$$

Funciones

Función

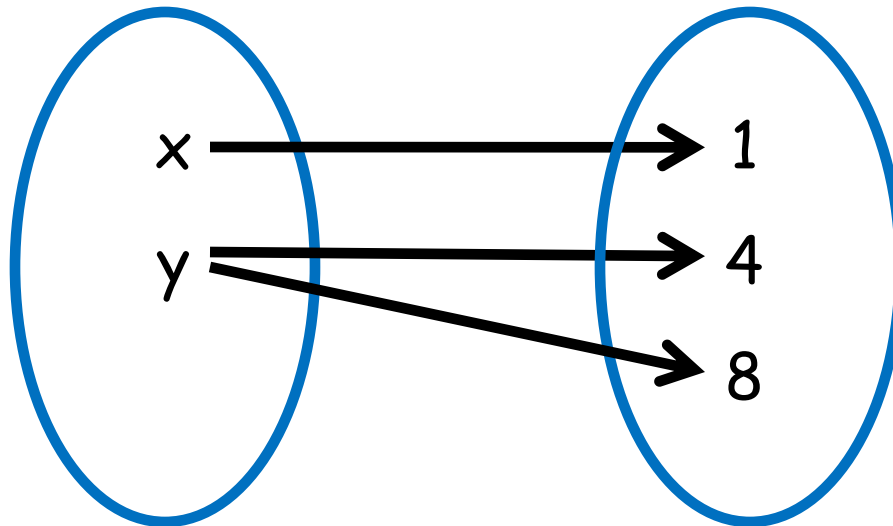
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

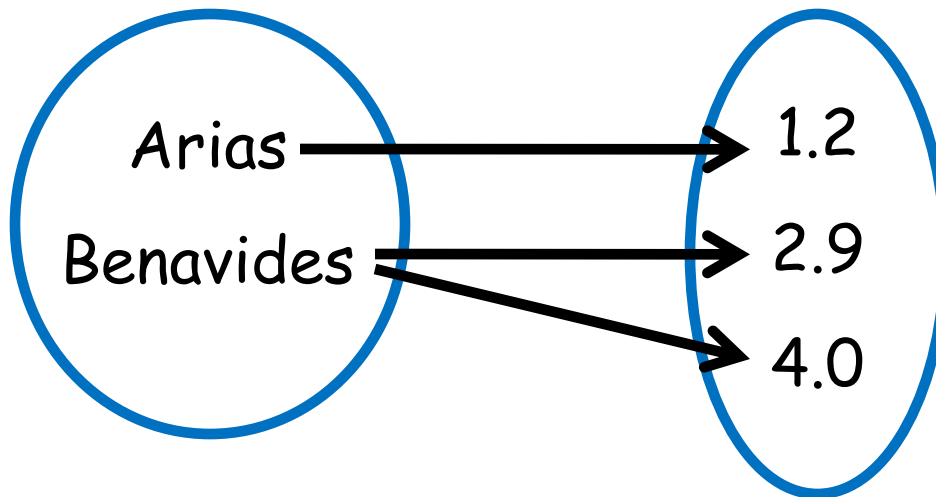


No es función porque debe asignarse exactamente un elemento de B

Funciones

Función

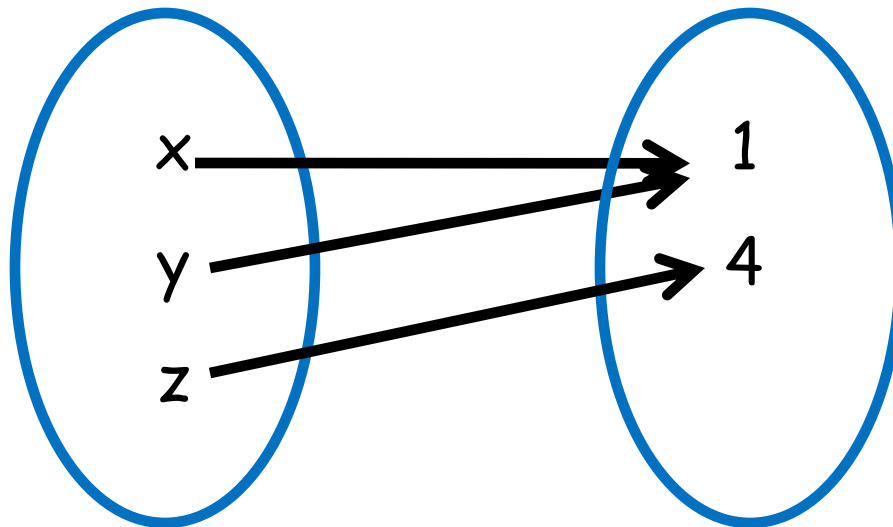
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

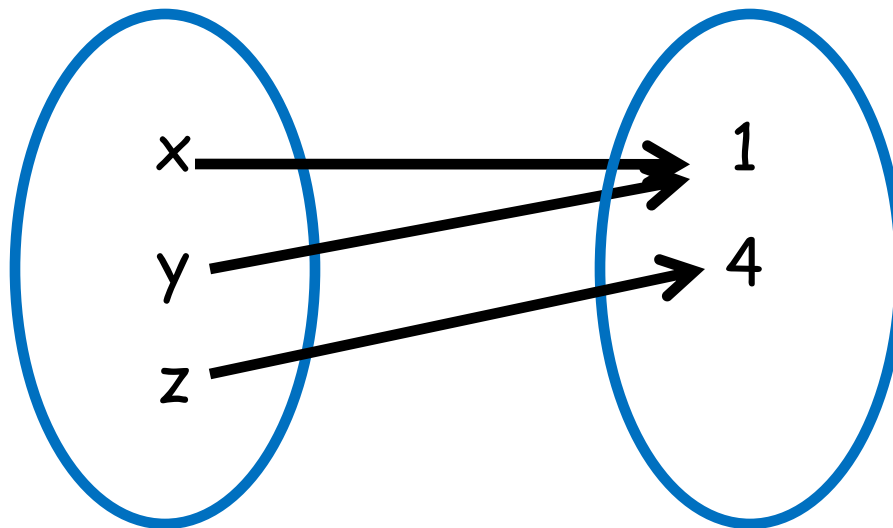
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

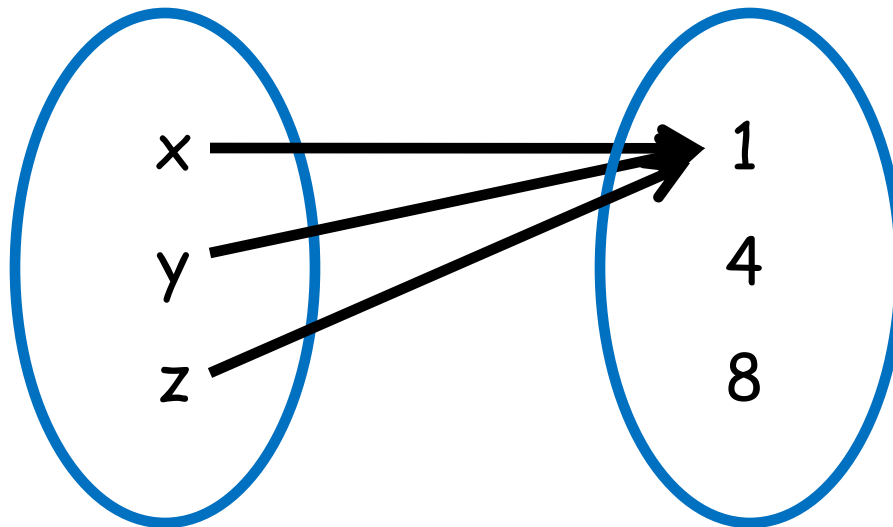


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=4$$

Funciones

Función

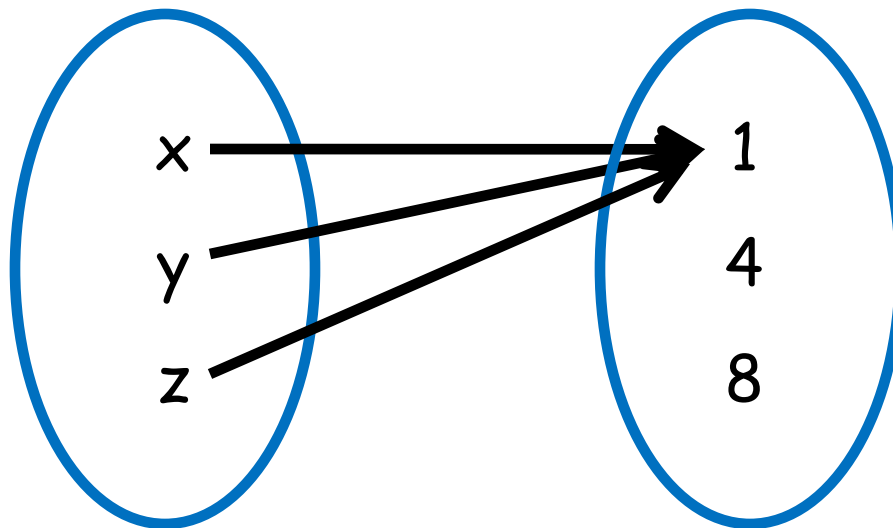
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

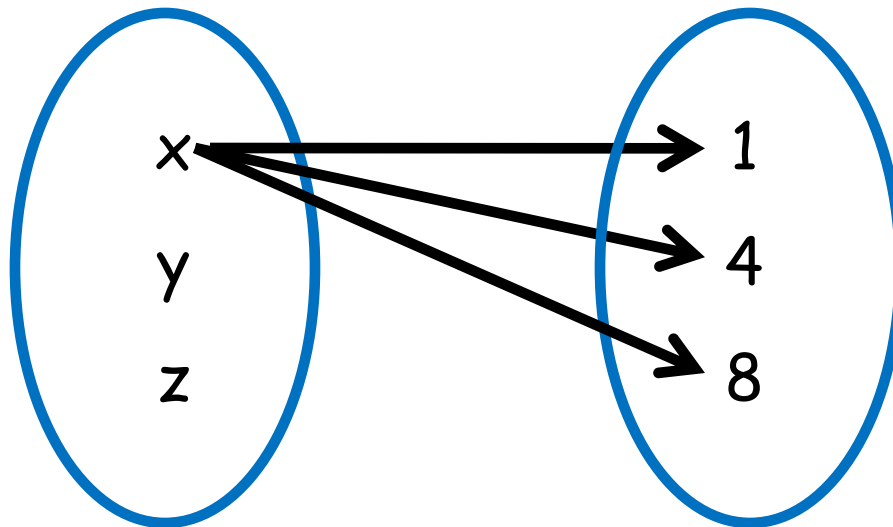


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=1$$

Funciones

Función

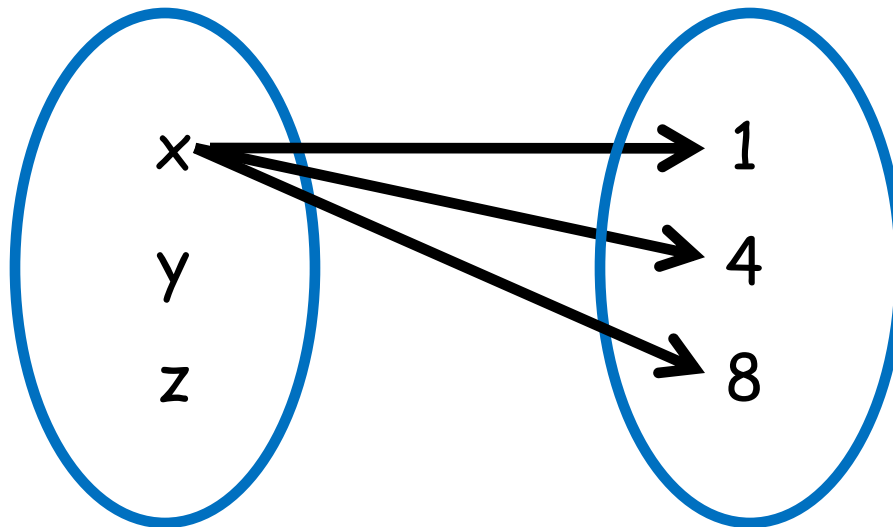
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

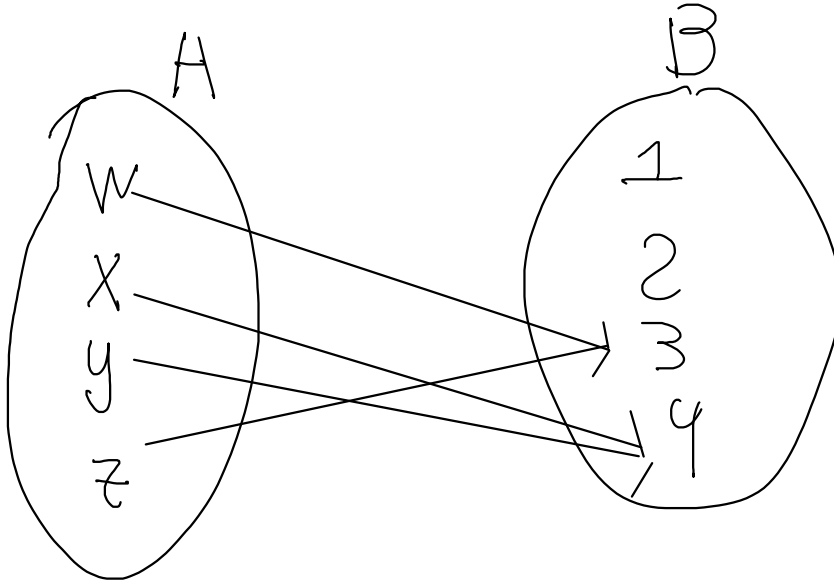


No es función

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

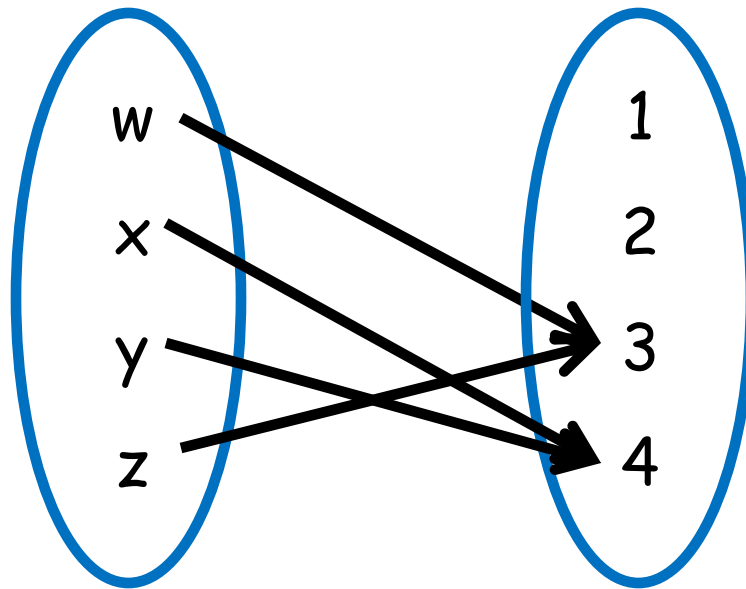
$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Es función

Funciones

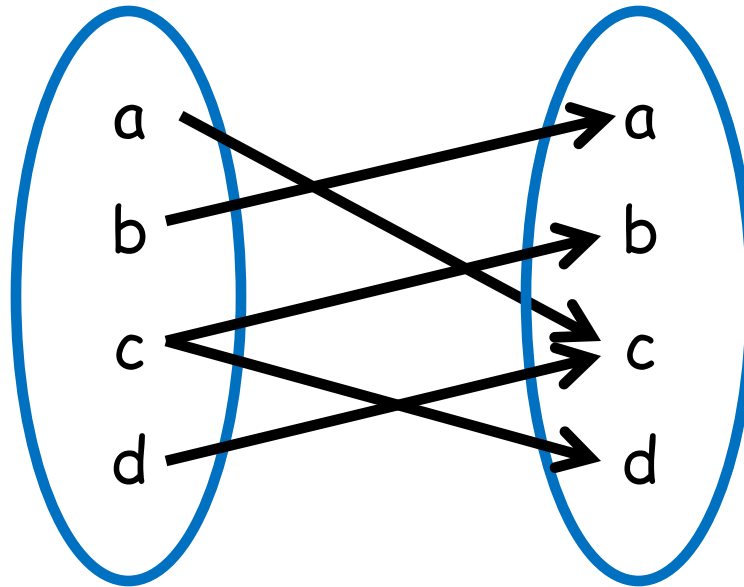
Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$$f(c)=d, f(a)=c, f(b)=a, f(c)=b, f(d)=c$$

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$f(c)=d$, $f(a)=c$, $f(b)=a$, $f(c)=b$, $f(d)=c$



No es función

Funciones

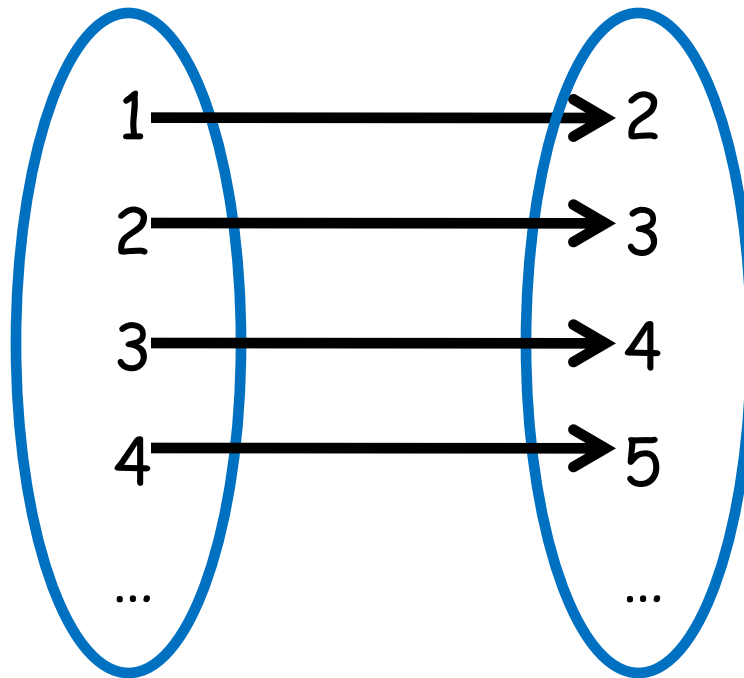
Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$

Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x) = 1/x$ No es función si $x = 0$ no está definido
- $f(x) = \sqrt{x}$ No, por que no se define $x < 0$
- $f(x) = \pm x$ No, por que cada x tiene dos valores
- $f(x) = x^2 + 1$ Si

Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x)=1/x$. **no es una función** porque $f(0)$ no está definida
- $f(x)=\sqrt{x}$. **no es una función** porque $f(-1)$ no está definida
- $f(x)=\pm x$. **no es una función** porque asigna dos valores a x
- $f(x)=x^2+1$. **si es una función**

Funciones

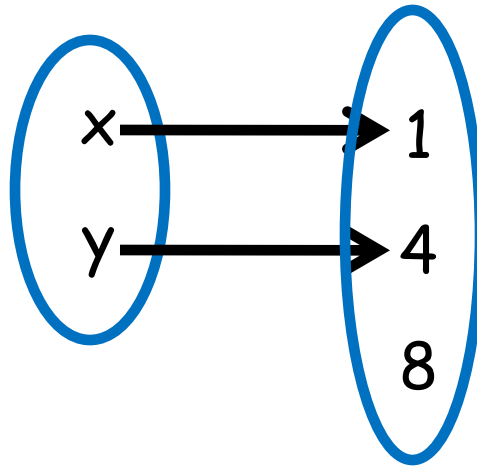
Dominio, Codominio y Rango

Si f es una función de A a B , se dice que:

- A es el **dominio**
- B es el **codominio**
- El **rango** de f es el conjunto de todas las imágenes de los elementos de A . Si $f(a)=b$ se dice que b es la imagen de a

Funciones

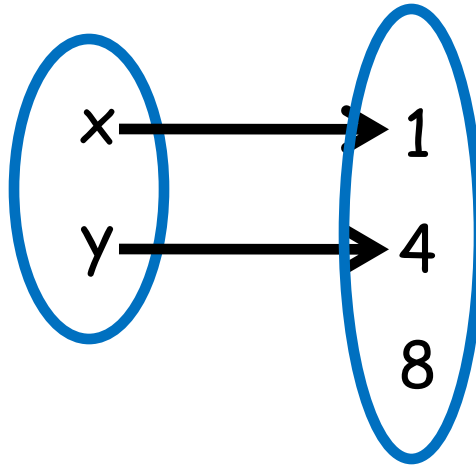
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



Funciones

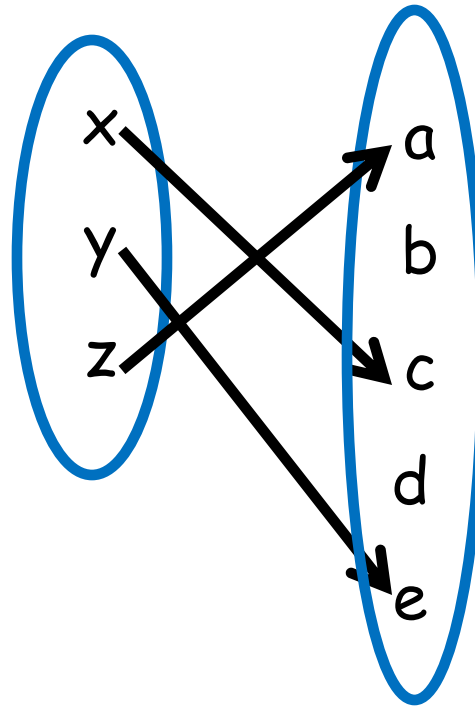
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- Dominio= $\{x,y\}$
- Codominio= $\{1,4,8\}$
- Rango= $\{1,4\}$



Funciones

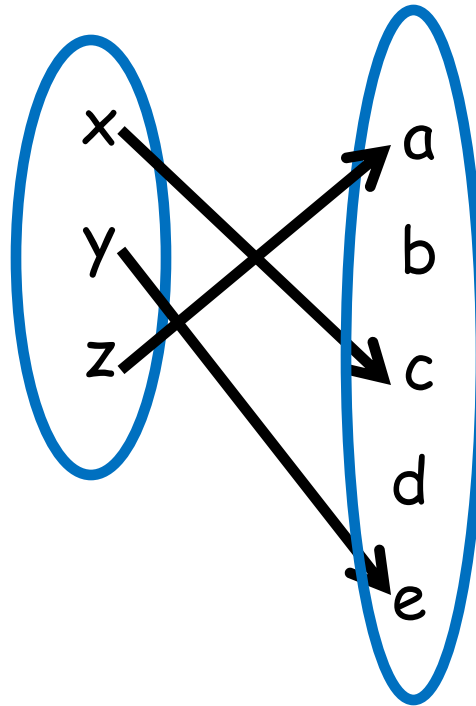
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y, z\}$
- **Codominio** = $\{a, b, c, d, e\}$
- **Rango** = $\{a, c, e\}$



Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

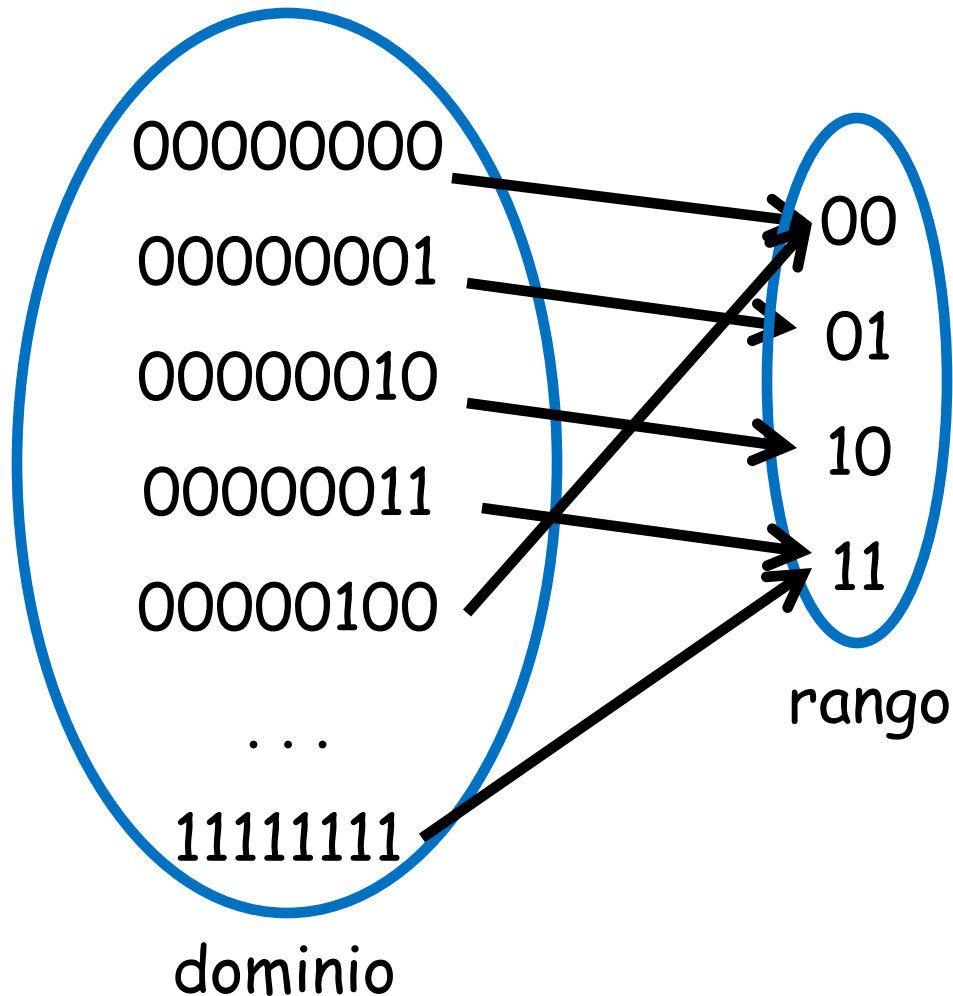
- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango= $\mathbb{R}^+ \cup 0$

Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 8 bits y devuelve los dos últimos bits. Indique el dominio y el rango

Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 8 bits y devuelve los dos últimos bits. Indique el dominio y el rango

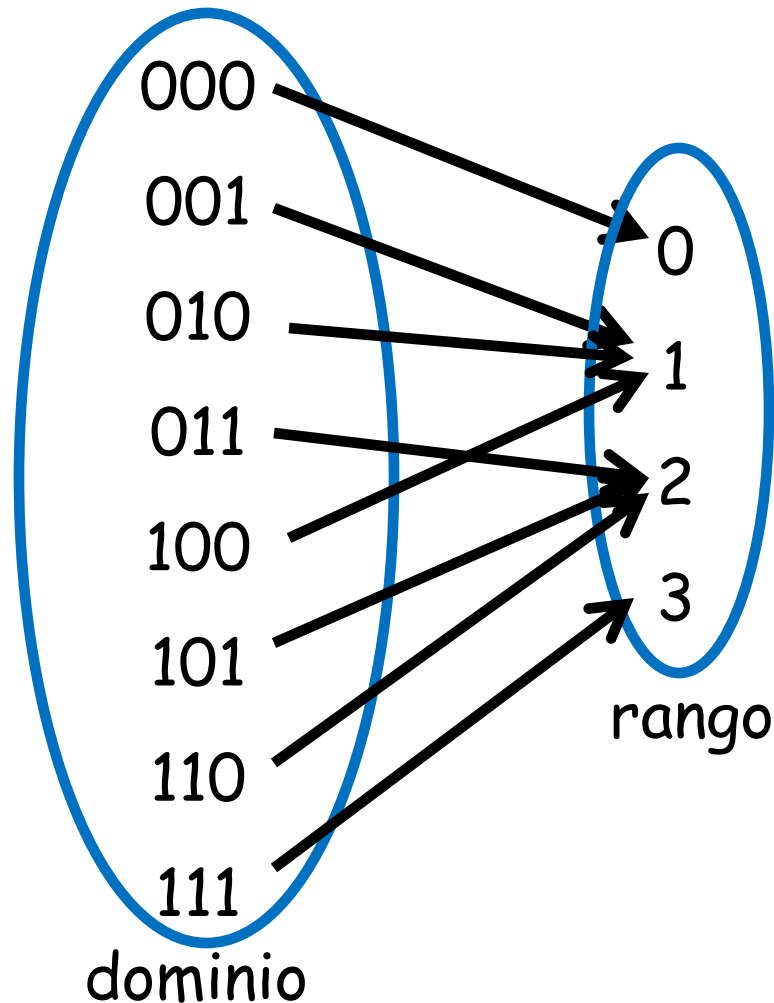


Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango

Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



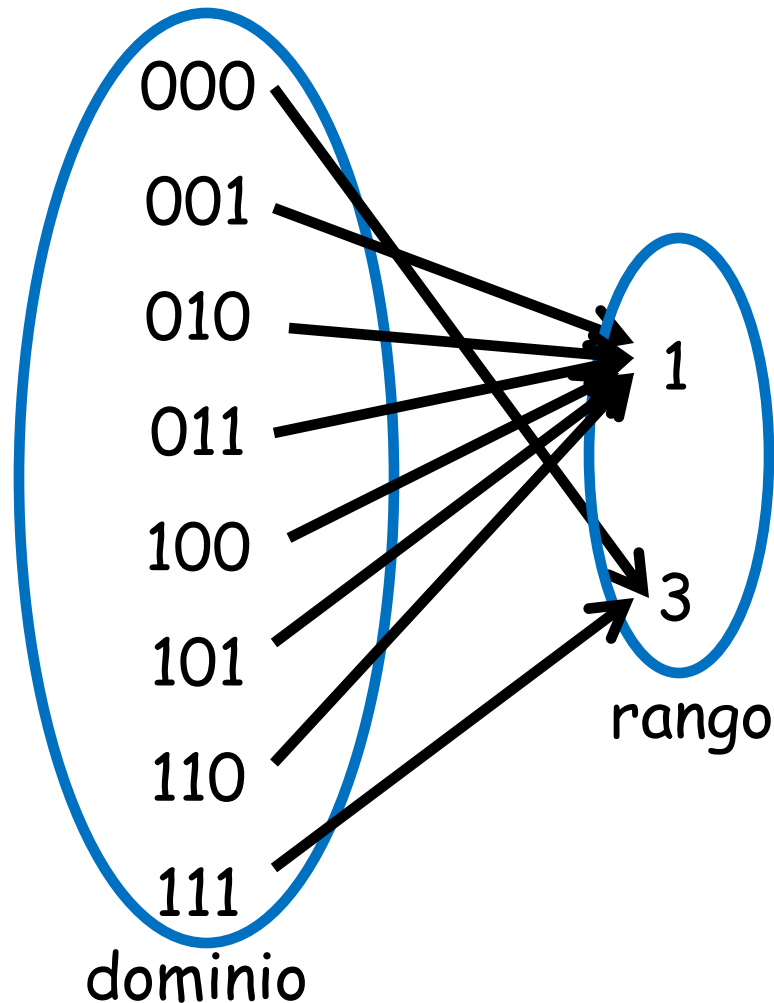
Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y asigna la diferencia entre el número de 1's y el número de 0's
Indique el dominio y el rango

0	0	0	3
0	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	3

Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y asigna la diferencia entre el número de 1's y el número de 0's.



Funciones

Tipos de funciones

- Inyectiva
- Sobreyectiva
- Biyectiva

Funciones

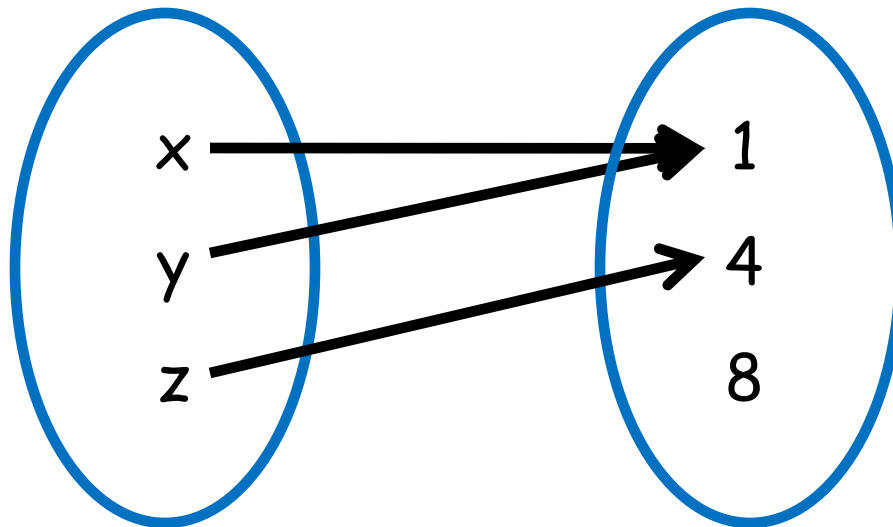
Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

Funciones

Función inyectiva

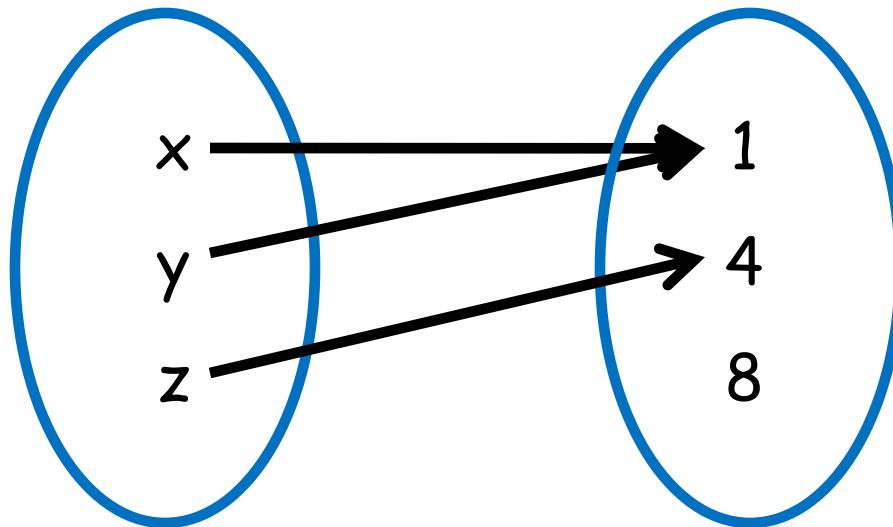
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

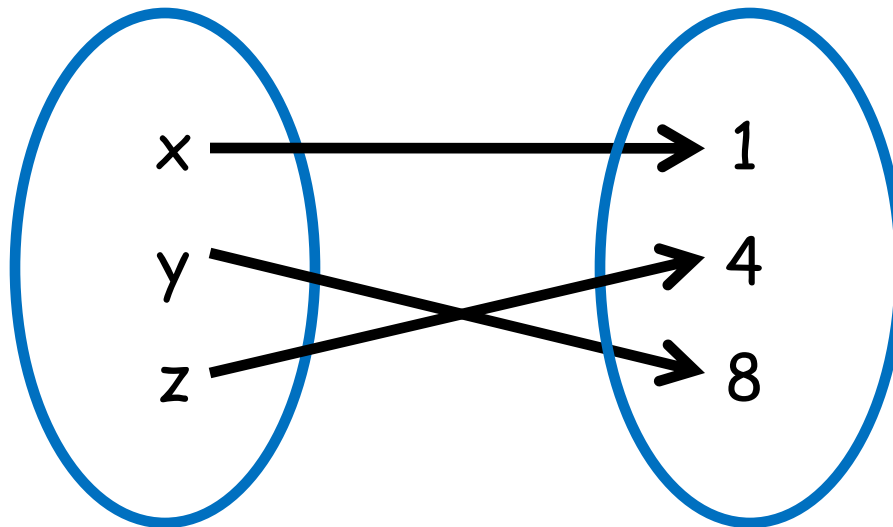


No es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

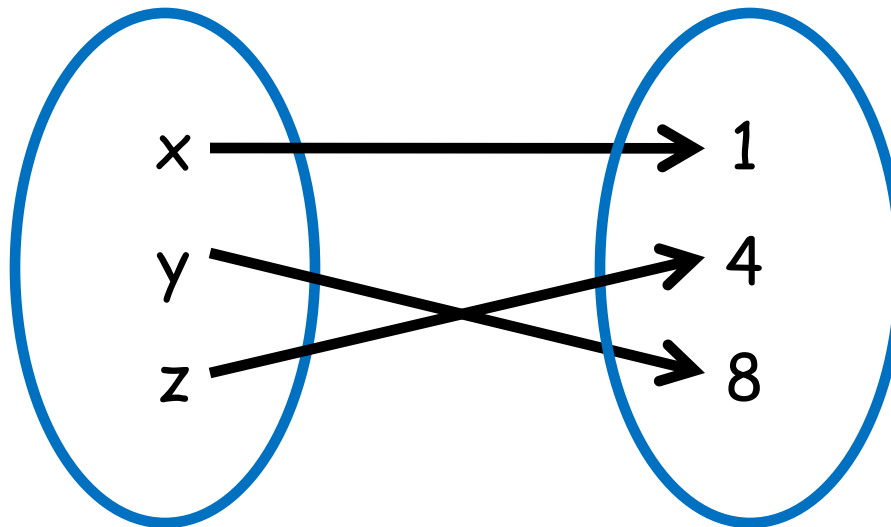
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

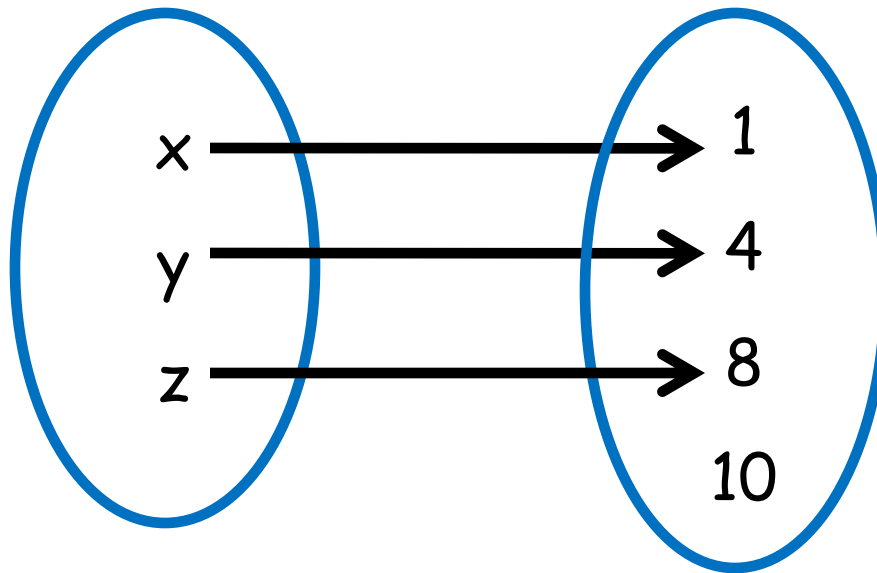


Es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

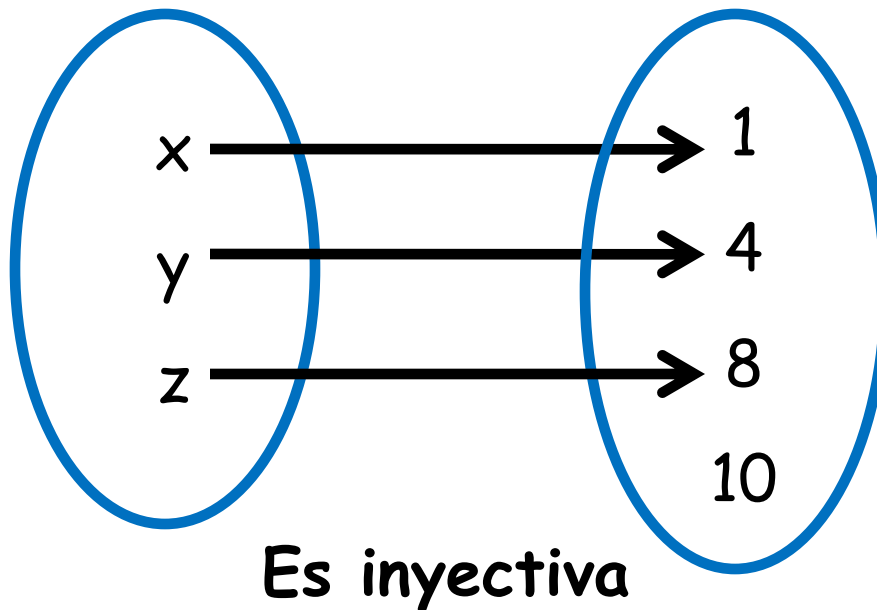
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



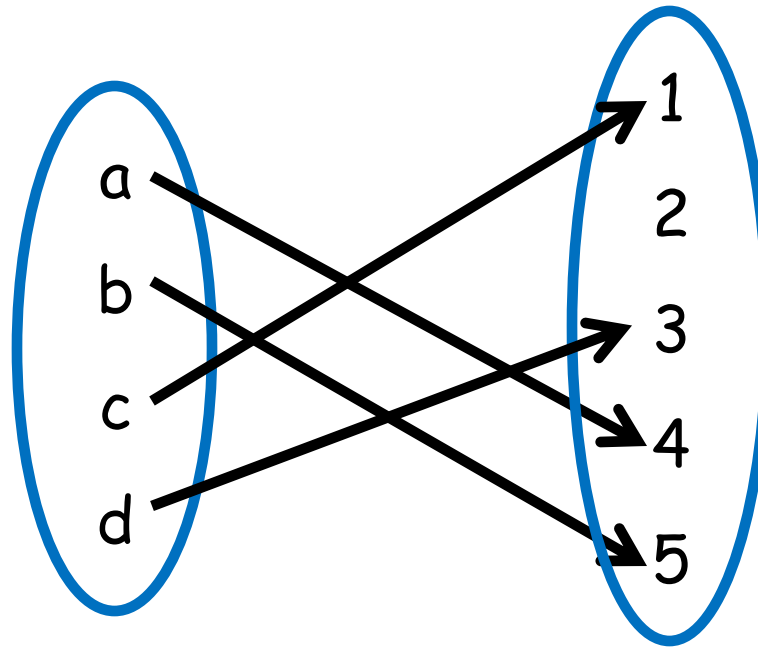
Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son inyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$
- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es inyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es inyectiva** porque $f(1)=f(-1)=1$
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es inyectiva** porque cada x tiene un solo y asignado, $x+1$

Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

Funciones

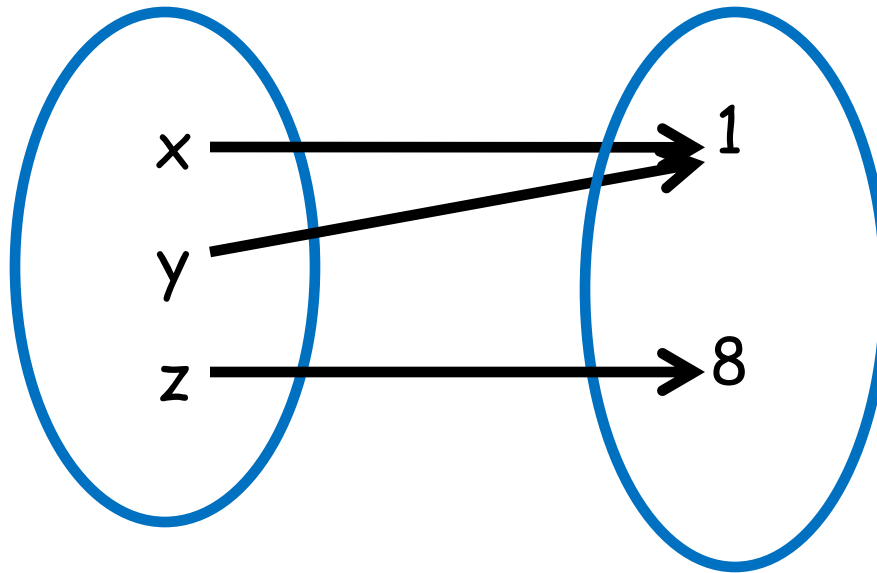
Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$
- Una función es sobreyectiva si el codominio es igual al rango

Funciones

Función sobreyectiva

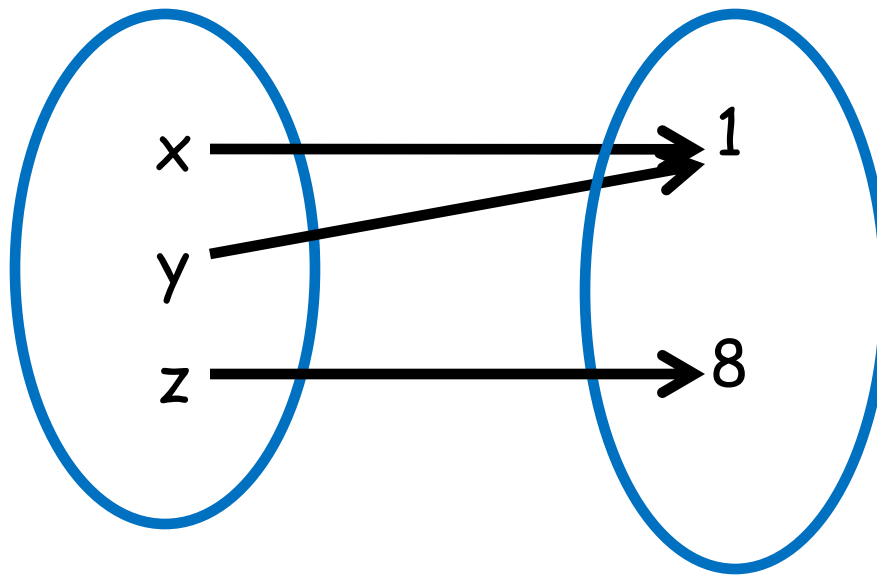
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

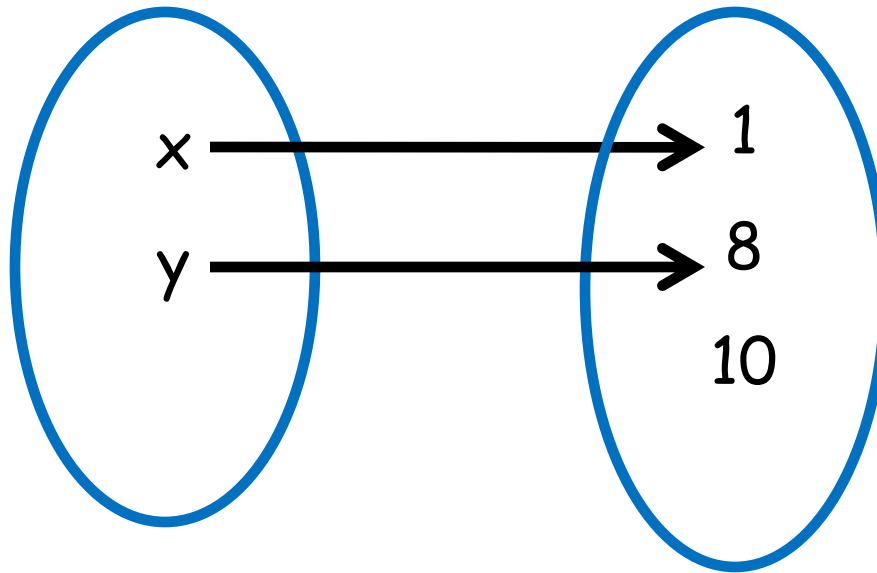


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

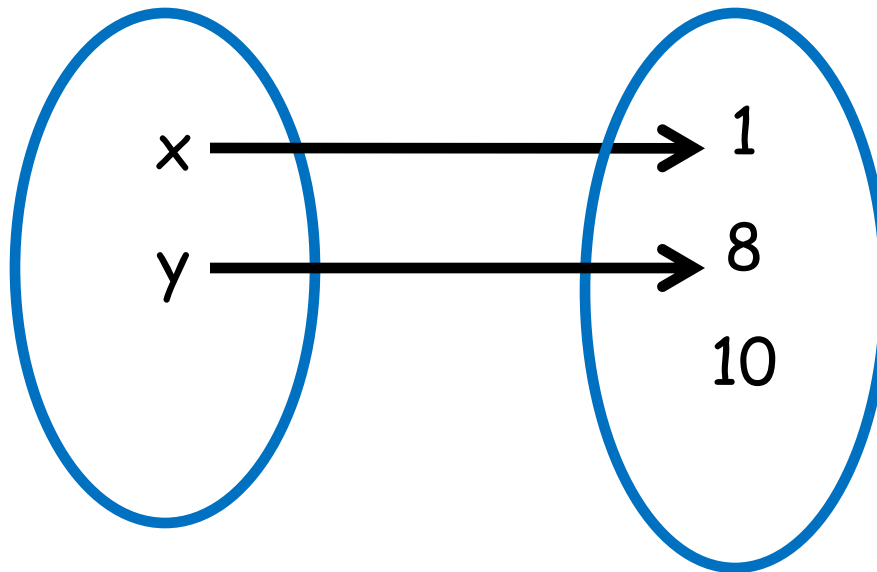
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

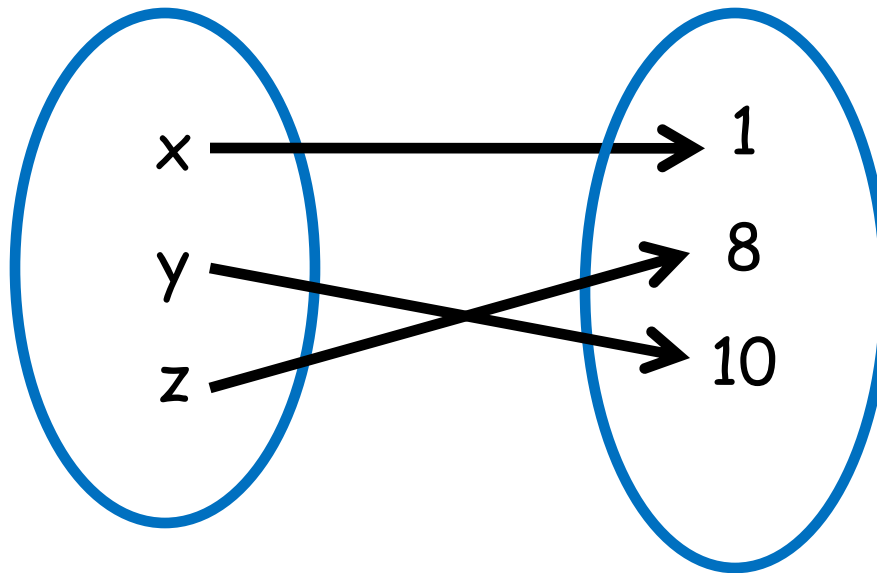


No es sobreyectiva porque
10 no está en el rango

Funciones

Función sobreyectiva

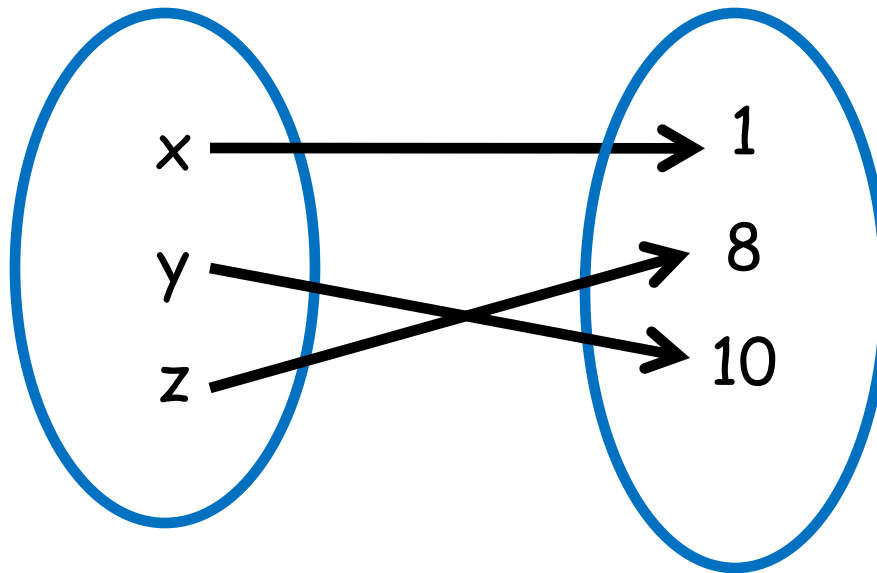
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

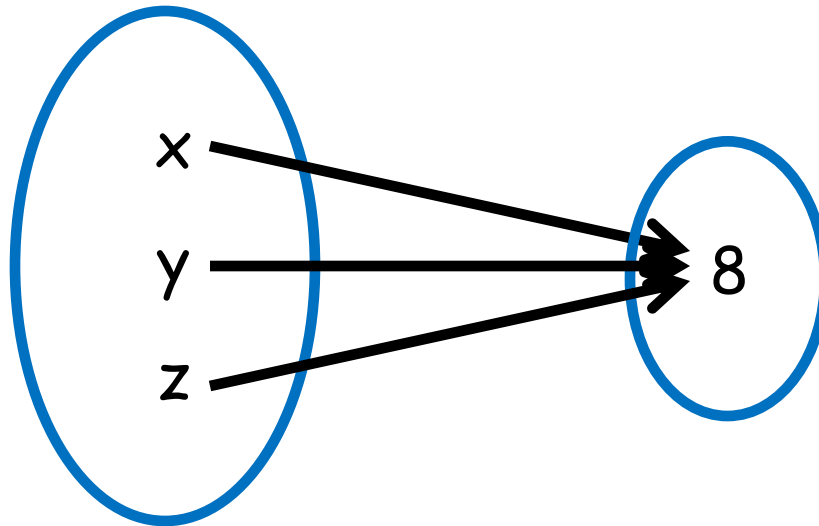


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

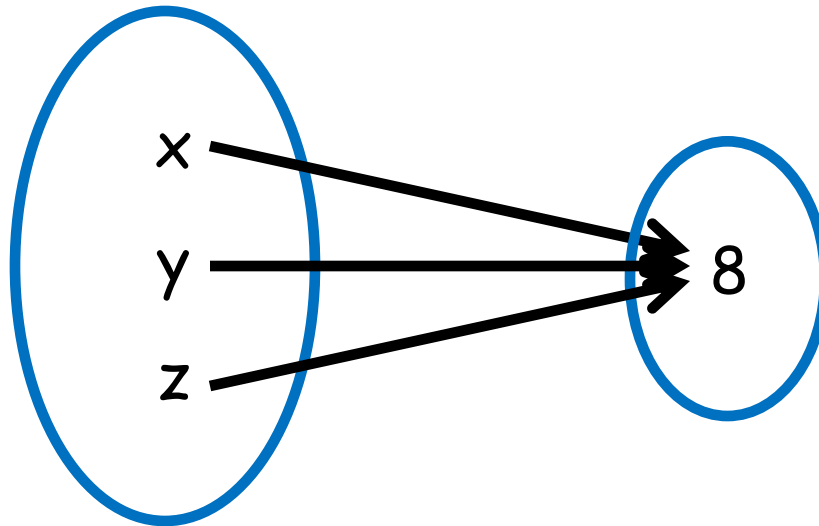
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Es sobreyectiva

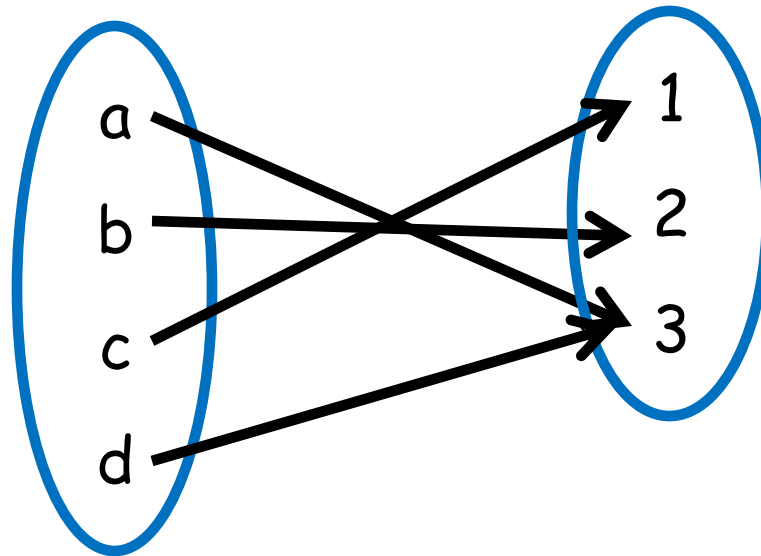
Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son sobreyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$
- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es sobreyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es sobreyectiva** porque -1 que está en el codominio no está en el rango
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es sobreyectiva** porque cada y del codominio es una imagen

Funciones

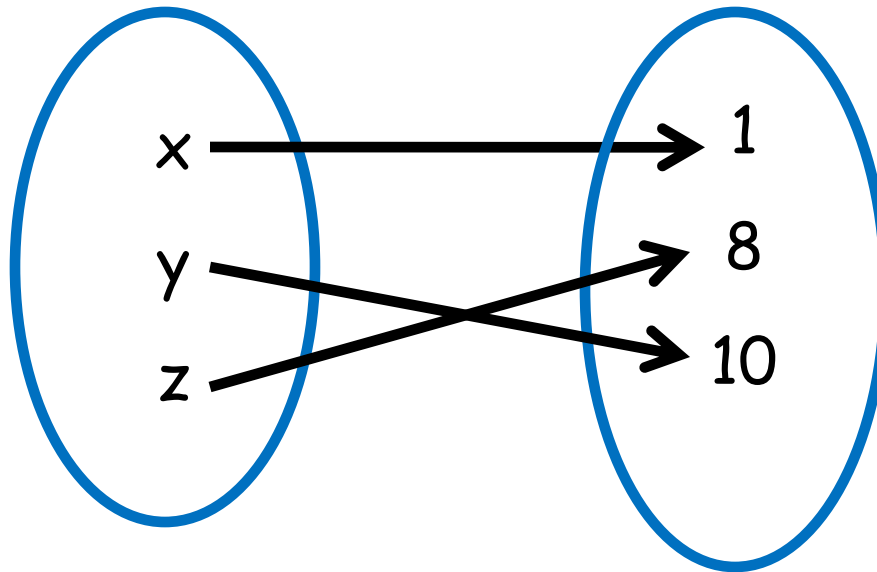
Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

Funciones

Función biyectiva

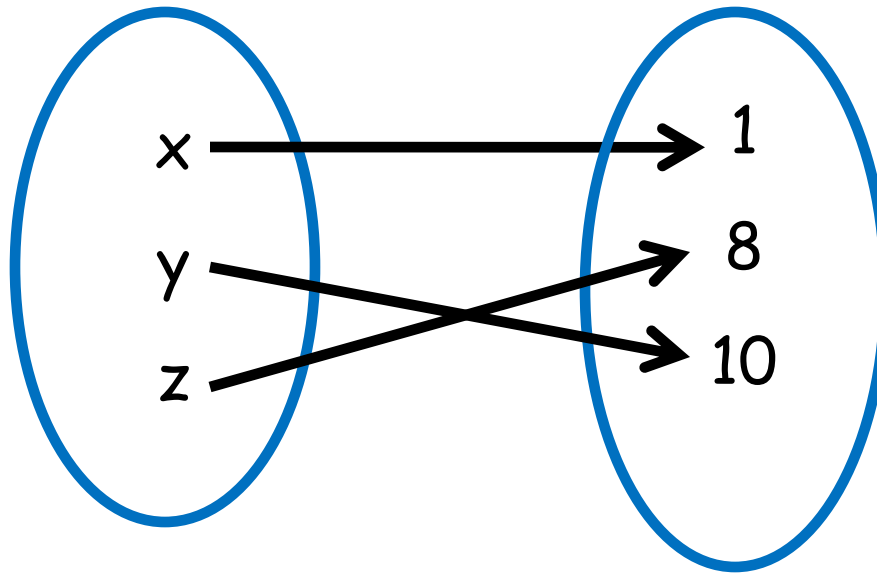
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

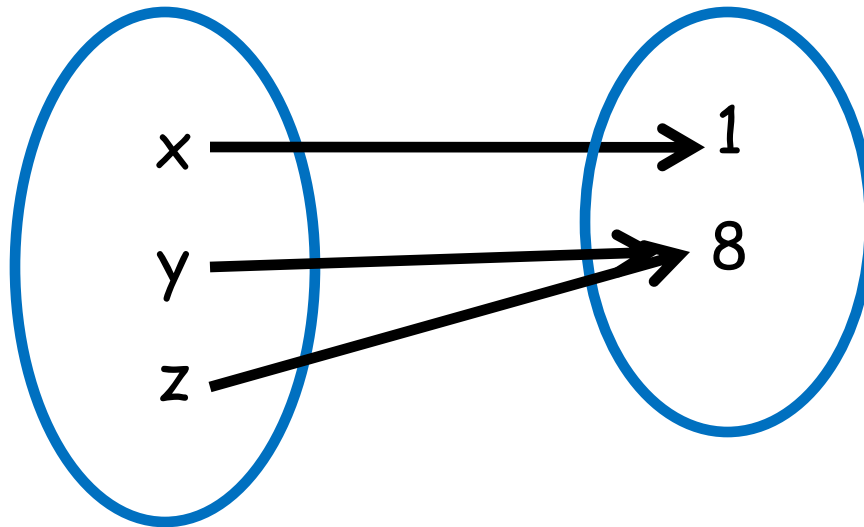


Es biyectiva

Funciones

Función biyectiva

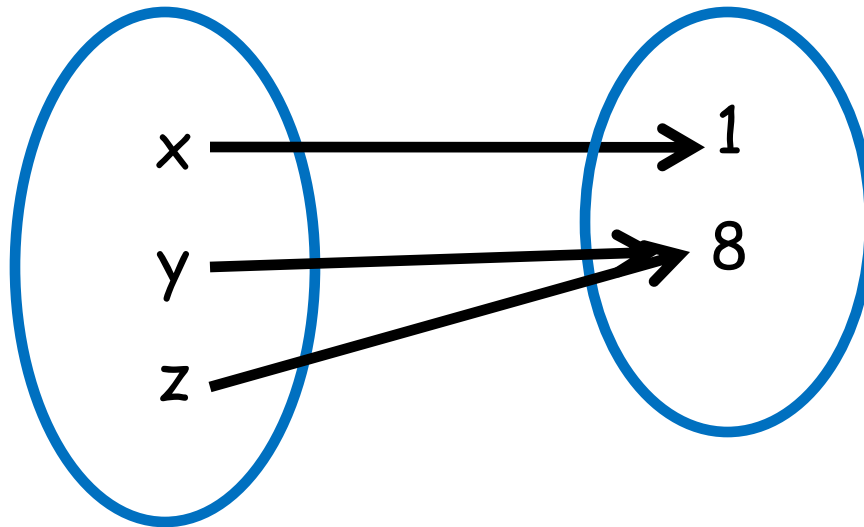
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

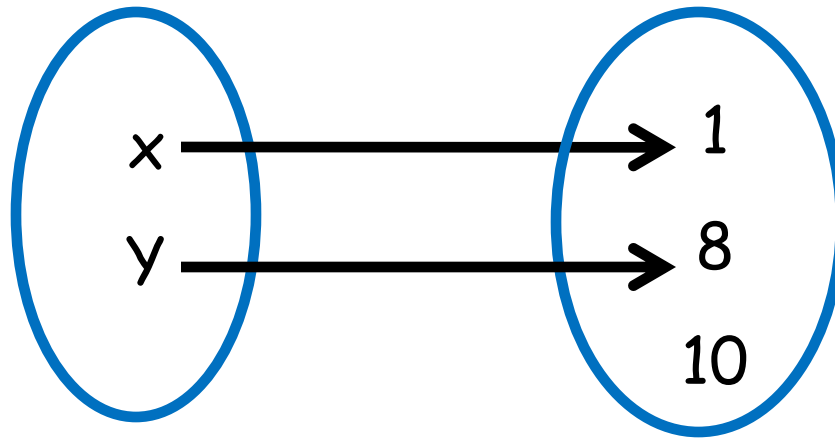


No es biyectiva porque
no es inyectiva

Funciones

Función biyectiva

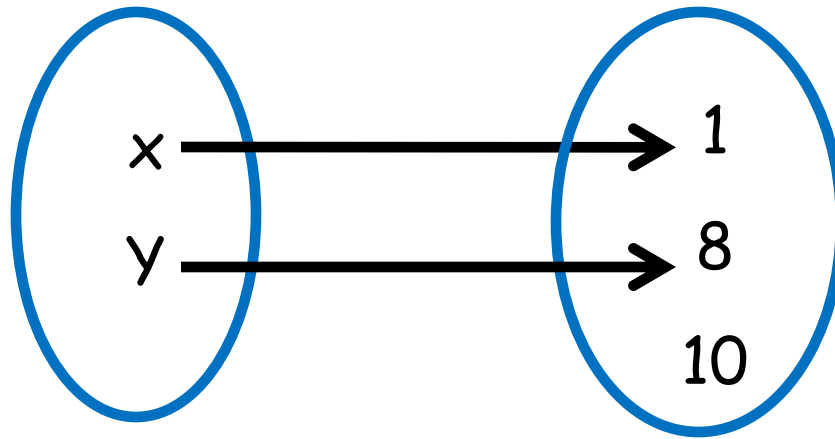
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



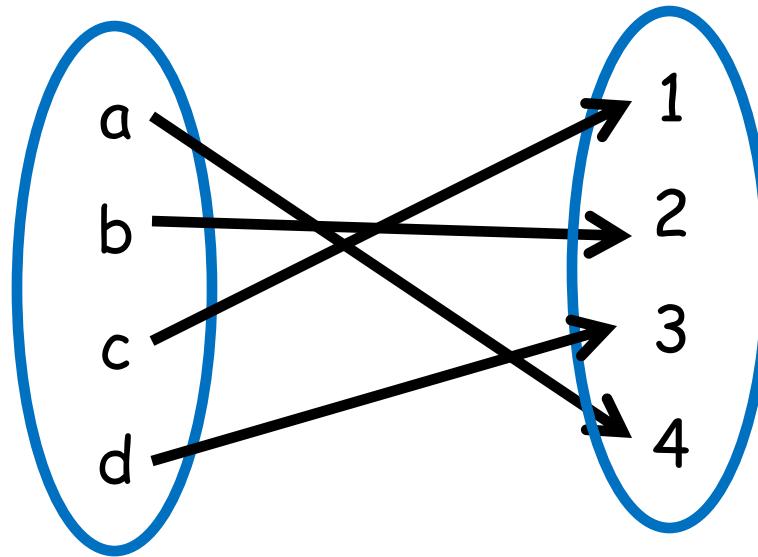
No es biyectiva porque
no es sobreyectiva

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

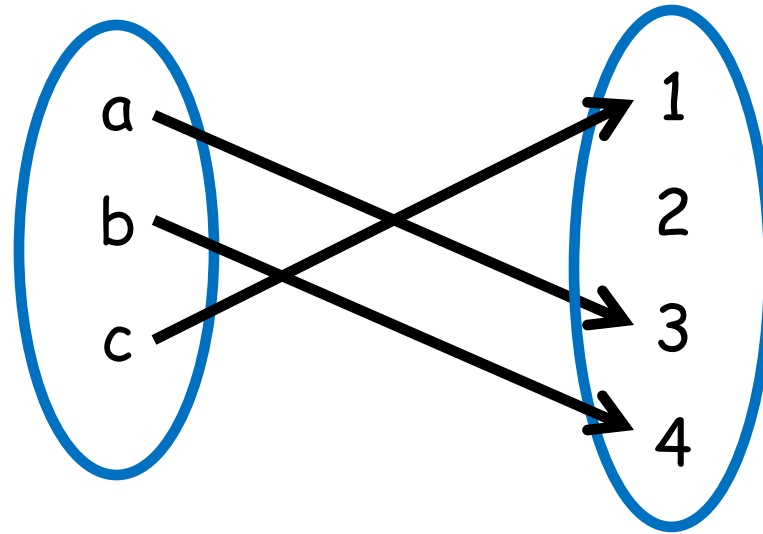


Es biyectiva

Funciones

Clasifique cada una de las siguientes funciones como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva

Funciones

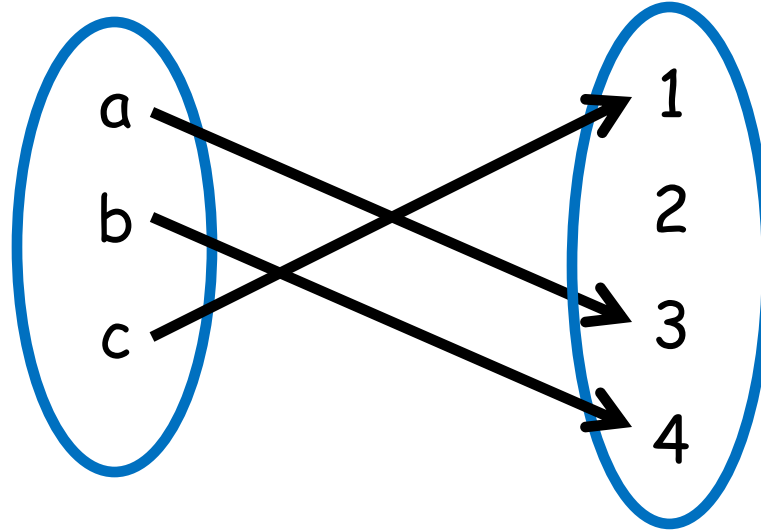


1) Inyectiva

2) No es sobreyectiva

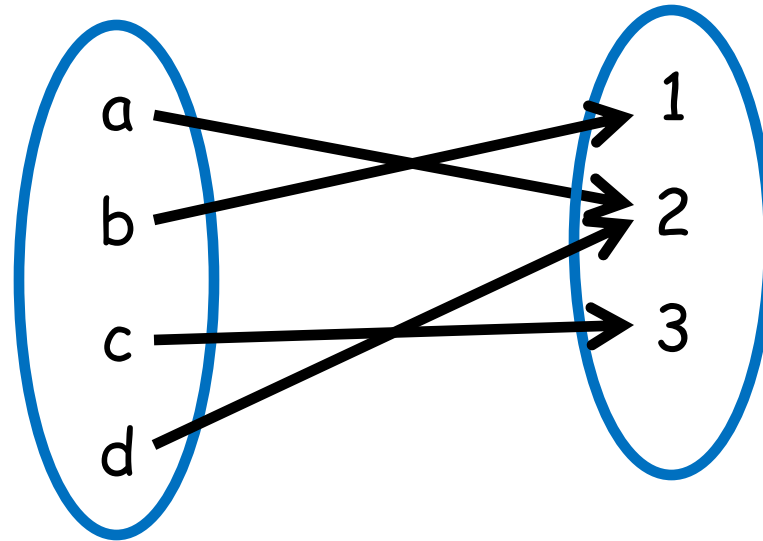
3) No es biyectiva

Funciones



Inyectiva pero no sobreyectiva

Funciones

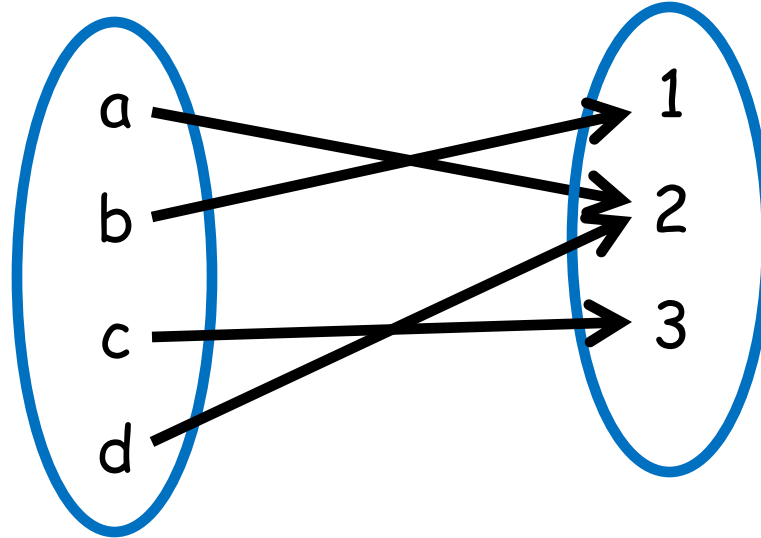


1) No es inyectiva

2) Es sobreyectiva

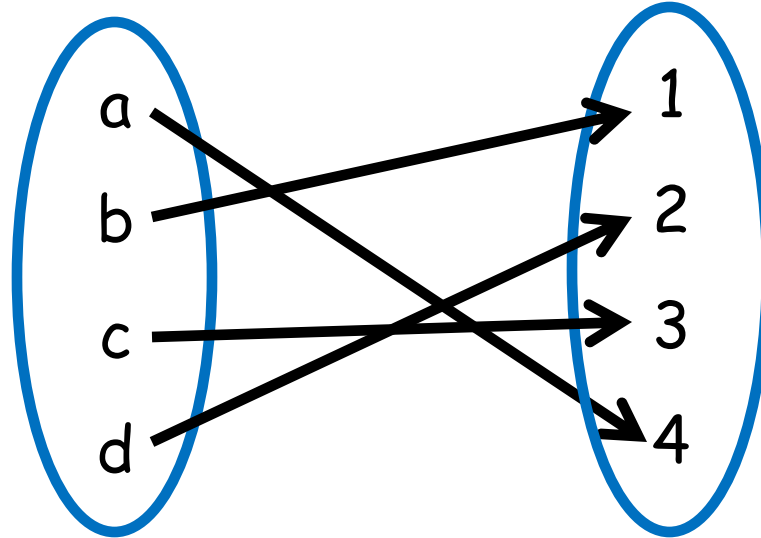
3) No es biyectiva

Funciones

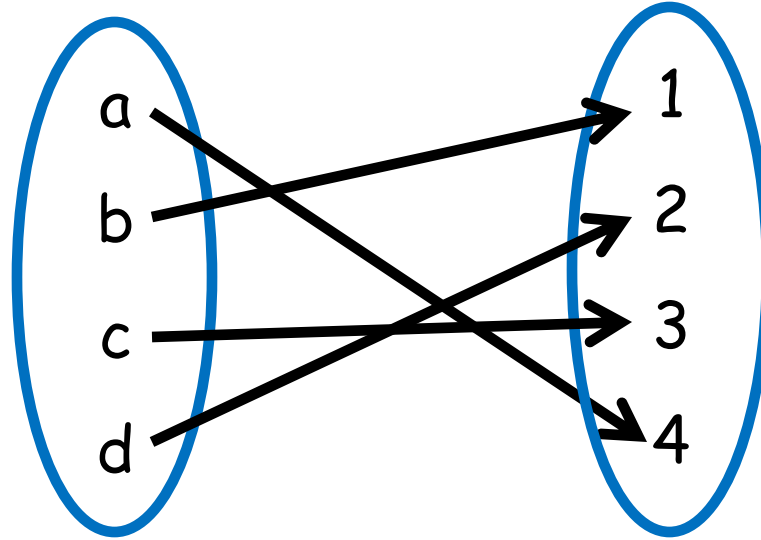


Sobreyectiva pero no inyectiva

Funciones

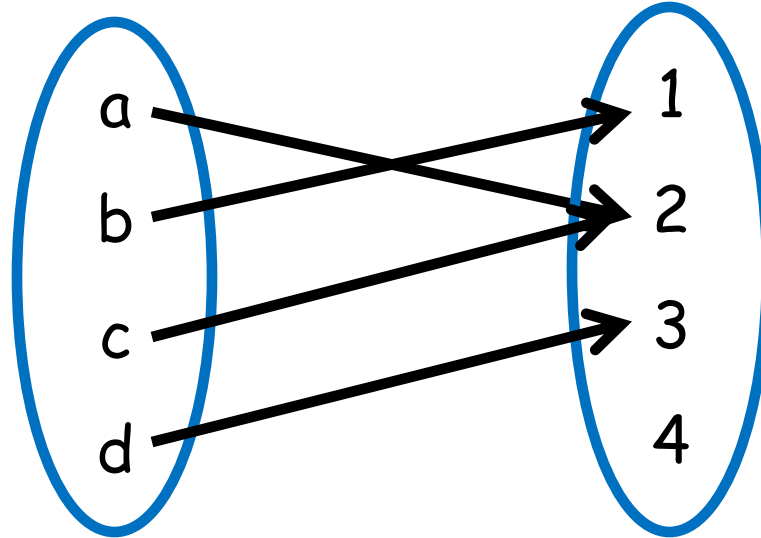


Funciones

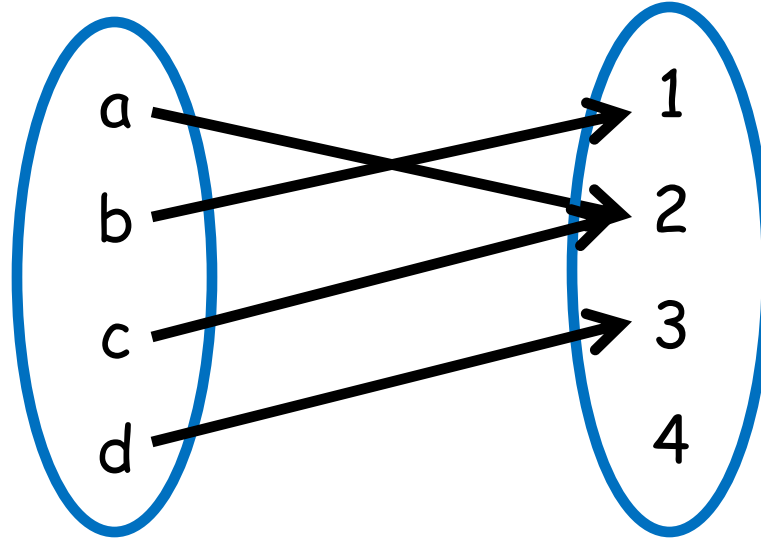


Biyectiva

Funciones

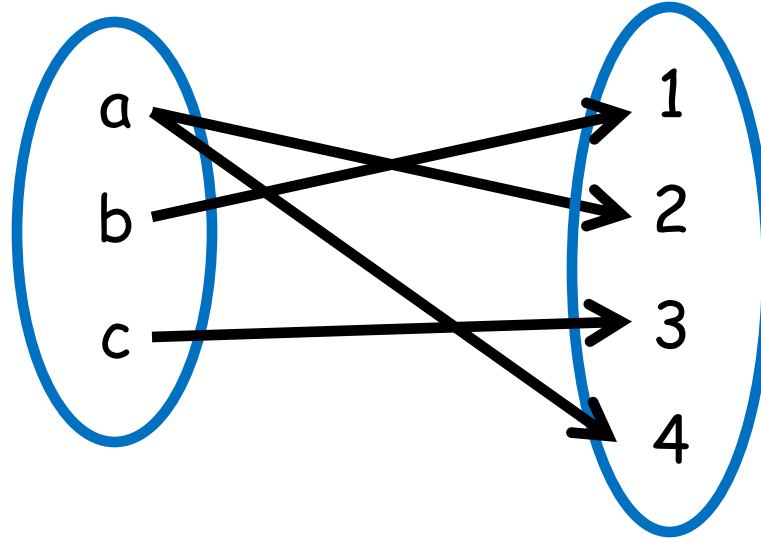


Funciones

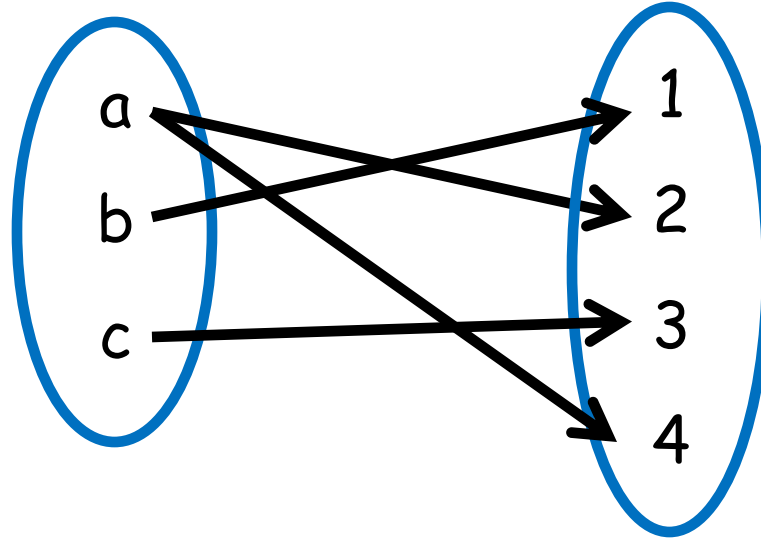


Ni inyectiva ni sobreyectiva

Funciones



Funciones

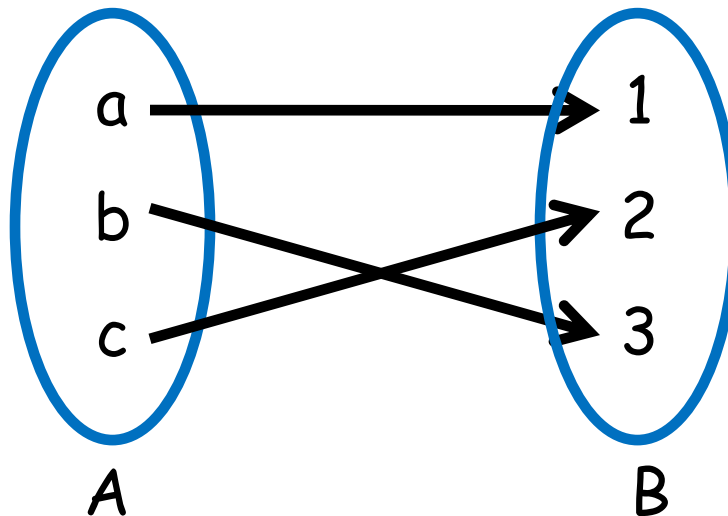


No es función

Funciones

Función inversa

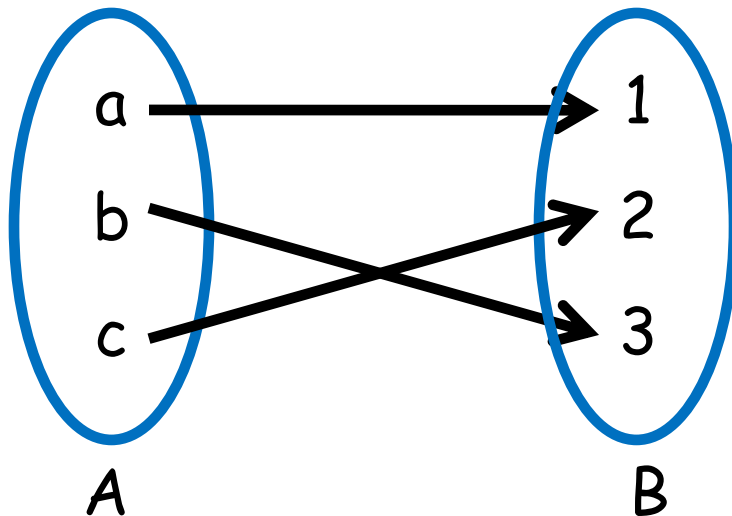
Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



Funciones

Función inversa

Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



$$f^{-1}(1)=a$$

$$f^{-1}(2)=c$$

$$f^{-1}(3)=b$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$

$$f^{-1}(2) = a$$

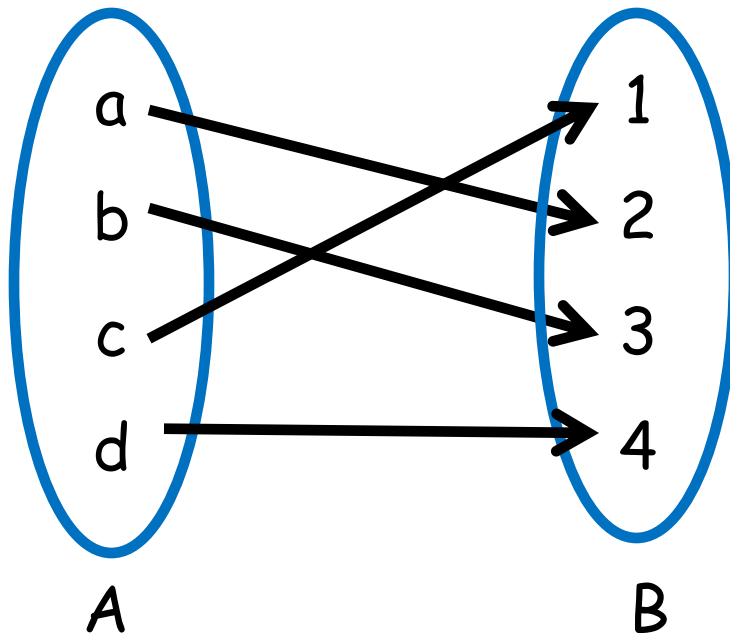
$$f^{-1}(3) = b$$

$$f^{-1}(1) = c$$

$$f^{-1}(4) = d$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$



$$f^{-1}(1)=c$$

$$f^{-1}(2)=a$$

$$f^{-1}(3)=b$$

$$f^{-1}(4)=d$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$

1) No es inyectiva

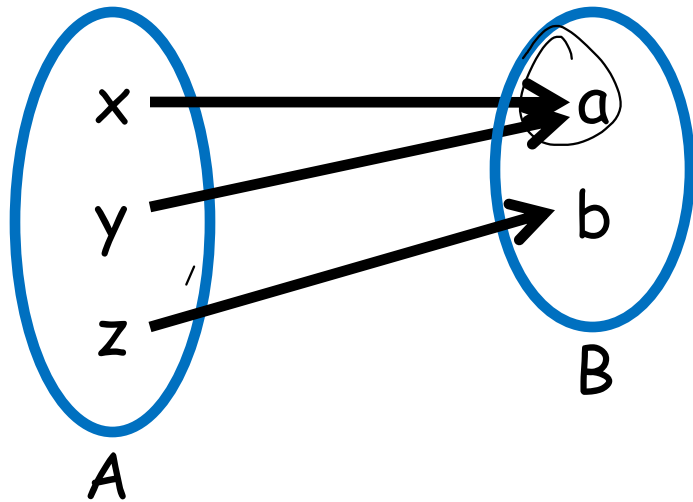
2) Sobreyectiva

3) No es inyectiva

No es invertible

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



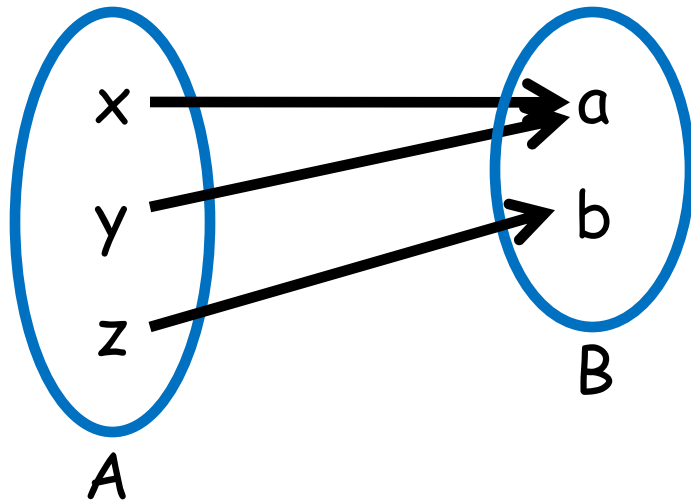
- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

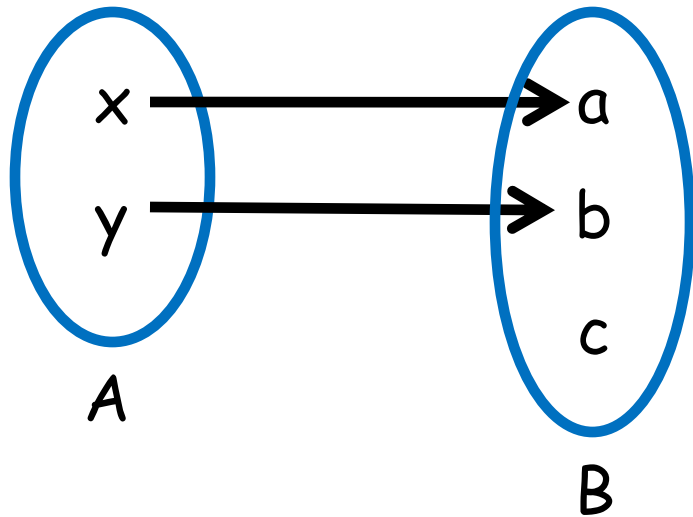
f^{-1} no está definida cuando f no es inyectiva

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$

Funciones

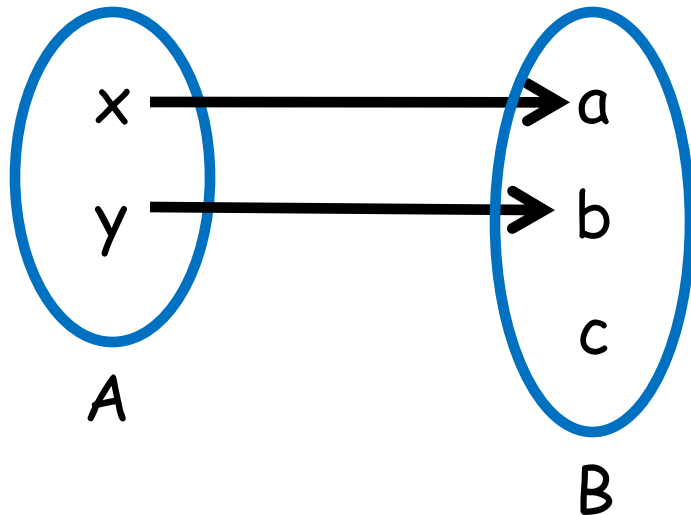
Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

f^{-1} no está definida cuando f no es sobreyectiva

Funciones

Función inversa

Una función $f:A\rightarrow B$ es **invertible** si es biyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x) = 2x + 1$ \leftarrow Sí
- $f(x) = x^2 + 1$ \leftarrow No, no es sobreyectivo, ni iny.
- $f(x) = x^3$ \leftarrow Sí
- $f(x) = (x^2 + 1)/(x^2 + 2)$ \leftarrow No, no es sobreyectivo, no es iny.

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x)=2x+1$, **es invertible**
- $f(x)=x^2+1$, **no es invertible**. $f(-1)=f(1)=1$ no es inyectiva
no es sobreyectiva
- $f(x)=x^3$, **es invertible**
- $f(x)=(x^2+1)/(x^2+2)$, **no es invertible**. no es inyectiva
[$f(-1)=f(1)=2/3$], ni sobreyectiva (0 no es imagen en f)

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$ $\leftarrow \begin{matrix} 3 \\ = \lceil \frac{5}{2} \rceil \end{matrix} \begin{matrix} \lceil \frac{6}{2} \rceil \\ = 3 \end{matrix}$
- $f(x) = 3x^2 + 7$ \leftarrow No es b.y.r. ni v.p.
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$ $\leftarrow x = -2$, no es función
- $f(x) = x^5 + 1$ \leftarrow Sí

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(2) = 1$
- $f(x) = 3x^2 + 7$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(-1) = 10$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$. **no**, no es ~~sobreyectiva~~. 1 no es imagen
- $f(x) = x^5 + 1$. **si**

Función

Funciones

Dada las siguientes funciones de los enteros a los enteros, complete la tabla indicando si cumple, o no, cada propiedad

- $f_1(x) = x^2 - 1$ $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
- $f_2(x) = 5x - 8$

	Inyectiva	Sobreyectiva	Biyectiva
f_1	NO	NO	NO
f_2	SÍ	SÍ	SÍ

Justifique solamente las propiedades que no se cumplen