Redes Neuronales

Aprendizaje supervisado I

carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Carlos Andrés Delgado S.

Universidad San Buenaventura, Cali

Febrero de 2021

Datos

- Pago prestamos
- Edad
- Salario
- Area
- Sexo
- Puntuacion
- Num hijos

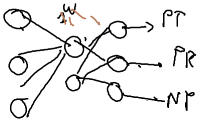
Salida

{PT, PR, NP}

10000

80%

20%



$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

pesos {Almaceno}

Contenido

Contenido

Perceptrón multicapa

Definición

- Está compuesta por capas de entrada, capas ocultas y capas de salida
- La señal de entrada se propaga hacia adelante entre las distintas capas
- Es una generalización del perceptrón de una capa
- Pueden solucionar problemas más complejos
- El algoritmo más común de entrenamiento de el algoritmo de propagación hacia atrás (*back-propagation*) que se basa en la regla de entrenamiento de corrección del error

Perceptrón multicapa

Entrenamiento

1. **Paso hacia adelante:** La señal de entrada es aplicada y se propaga capa a capa
2. **Paso hacia atrás:** Se ajustan los pesos de cada capa utilizando la regla de corrección de error.

Perceptrón multicapa

Características

1. **Señal de activación:** Debe ser derivable, ya que en el calculo del error, debemos trabajar con la derivada de la función de activación. Las que se utilizan son función **lineal** y **sigmoide**.
2. **Capas ocultas** Pueden ser un o más capas ocultas, las cuales no están conectadas a las entradas y salidas directamente
3. **Conectividad** Está determinada por los pesos de las conexiones entre cada capa

Perceptrón multicapa

Características

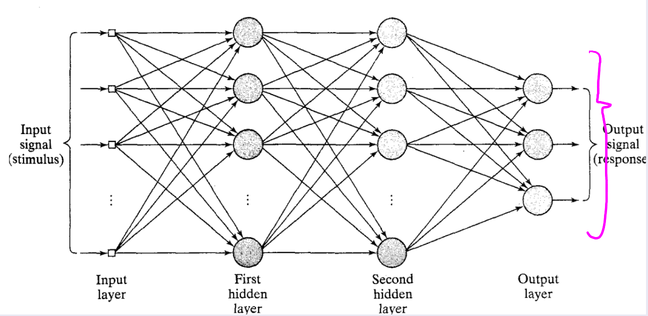
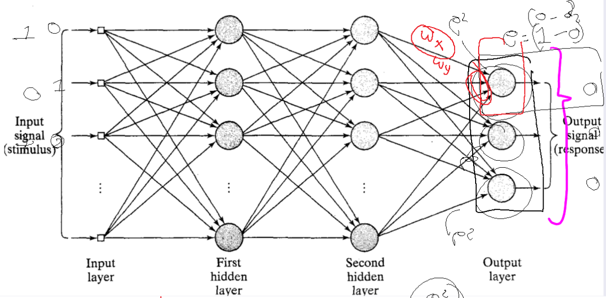


Figura: Arquitectura de MLP [Haykin, 1998]



Δw

$$\frac{\partial e_T^2}{\partial w_x} = e_x \, error_x^2 \, F'(Net_9)$$

e_T^2

1 0 1

0 1 0

$$w_x = w_x + \Delta w$$

Perceptrón multicapa

Características

1. La computación de las entradas se puede expresar como una señal continua no lineal
2. La computación de un gradiente, es necesario para propagar el error a través de toda la red (regla de aprendizaje) y así ajustar los pesos

Contenido

Algoritmo BackPropagation

Descripción

- La señal de error de una neurona j en una iteración n es definida por

$$e_j(n) = t_j(n) - y_j(n)$$

- Se toma como error de una capa c como el error cuadrático medio

$$\epsilon(n) = \frac{1}{2}\sum_{j\in c} e_j^2(n)$$

- Y el error global de toda la red, donde M es el conjunto de capas

$$\epsilon(n) = \frac{1}{2}\sum_{c\in M}\sum_{j\in c} e_j^2(n)$$

Algoritmo BackPropagation

Capa de salida

- Se busca el error mínimo, mediante el **gradiente descendiente**

$$\frac{\partial E_j}{\partial w_{ij}}$$

Realizamos los cálculos respectivos y obtenemos:

$$\frac{\partial E_j}{\partial w_{ij}} = -(t - y)f'(Neta) * x_j$$

Donde f es la función sigmoide, x_i es la entrada i y $Neta$ es la entrada total que recibe la neurona

Algoritmo BackPropagation

Capa de salida

- El proceso de entrenamiento buscar modificar el peso w_{ij} de acuerdo al error calculado de la siguiente forma:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \epsilon(-\frac{\partial E_j}{\partial w_{ij}})$$

De aquí se obtiene

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \epsilon(t - y)f'(Neta) * x_j)$$

Algoritmo BackPropagation

Capa de salida

- Si la función de activación es lineal, se obtiene que la derivada es 1, por lo que la variación del peso será:

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \epsilon(t - y) * x_j$$

- Si es la función sigmoide $s = \frac{1}{1+e^{neta}}$

$$w_{ij}(n+1) = w_{ij}(n) + \epsilon - (t - y)s(1 - s) * x_j$$

Algoritmo BackPropagation

Capa oculta

- La actualización de los pesos depende del error de las capas ocultas siguientes y de salida
- El error de la capa oculta h y se tiene el conjunto C neuronas en la siguiente capa.

$$E_h = f'(Neta_h) \sum_{i \in C} E_{(h+1)} w_{(h+1)i}$$

Algoritmo BackPropagation

Descripción

- Se utiliza un conjunto de patrones para entrenar la red
- Se aplica la entrada a la red y se calcula la salida total
- Se calcula el error entre el valor deseado y la salida
- Se propaga el error hacia atrás, es decir que el error de la capa n se basa en el error de la capa $n+1$
- Se modifican los pesos de las capas ΔW. Este calculo depende de la capa siguiente.
- Se verifica la condición de parada

Algoritmo BackPropagation

Algoritmo

1. Se inicializan los pesos del MLP entre [-1,1]
2. Mientras la condición de parada sea falsa se repiten los pasos 3 a 12
3. Se aplica la entrada
4. Se calcula los valores netas para la capa oculta h

$$Neta^h = \sum_{i=1}^{N} + \Theta_k$$

Se supone que la capa h tiene N neuronas

Algoritmo BackPropagation

Algoritmo

1. Se inicializan los pesos del MLP entre [-1,1]
2. Mientras la condición de parada sea falsa se repiten los pasos 3 a 12
3. Se aplica la entrada
4. Se calcula los valores de entrada netos para la capa oculta h

$$Neta^h = \sum_{i=1}^{N} + \Theta_k$$

Se supone que la capa h tiene N neuronas

Algoritmo BackPropagation

Algoritmo

5. Se calcula la salida de la capa oculta

$$y_h = f_h(Neta_h)$$

6. Calculamos los valores netos de entrada para la capa de salida

$$Neta = \sum_{j=1}^{L} w_{kj} y_h + \Theta_j$$

7. Calculamos la salida de la red

Algoritmo BackPropagation

Algoritmo

8. Calculamos la salida de la red
9. Calculamos los términos de error para la capa de salida

$$E^o = (t_u - y_u)f'(Neta)$$

10. Estimamos el error para las capas ocultas

$$E^h = f'(Neta)\sum_{k=1}^{M} E_i^o w_{kj}$$

Como se puede observar, el error de la capa oculta depende de la siguiente capa

Algoritmo BackPropagation

Algoritmo

10. Actualizamos los pesos en la capa de salida

$$w^o(n+1) = \epsilon E^o x_i$$

11. Actualizamos los pesos en la capa(s) oculta(s)

$$w^h(n+1) = \epsilon E^h x_i$$

12. Verificamos si el error global cumple la condición de finalizar (un error mínimo) o un número de iteraciones

$$E_p = \frac{1}{2P} \sum_{p=1}^{P} \sum_{k=1}^{M} (t - y)^2$$

Algoritmo BackPropagation

Ejemplo: Función XOR

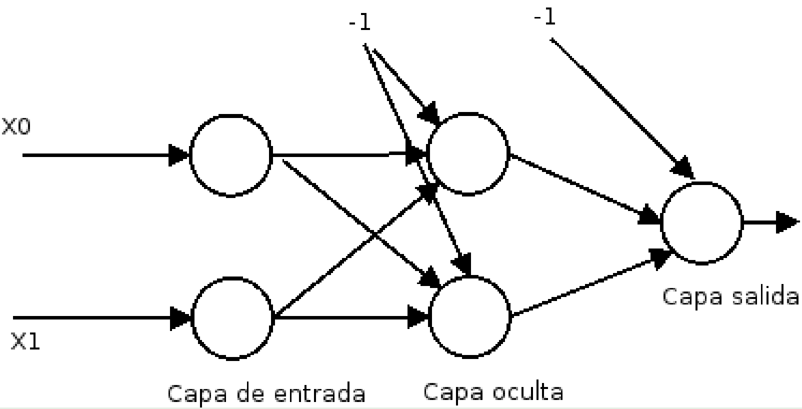


Figura: Arquitectura de ejemplo

Referencias I

Eduardo, C. and Jesus Alfonso, L. (2009).
Una aproximación práctica a las redes neuronales artificiales.
Colección Libros de Texto. Programa Editorial Universidad del Valle.

Haykin, S. (1998).
Neural Networks: A Comprehensive Foundation (2nd Edition).
Prentice Hall.

Widrow, B. and Winter, R. (1988).
Neural nets for adaptive filtering and adaptive pattern recognition.
Computer, 21(3):25–39.

¿Preguntas?

Próximo tema:
Perceptrón multicapa II