Matemáticas Discretas

Carlos Andres Delgado Saavedra

carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Lógica preposicional

* **Formas normales**
* **Consecuencia Lógica**
* **Inferencia lógica**

Formas normales

Formas normales

Una formula F se dice que esta en la forma normal conjuntiva (FNC) si y solo si

$$F = f_1 \land f_2 \land f3 \land \cdots \land f_n$$

Una formula F se dice que esta en la forma normal disyuntiva (FND) si y solo si

$$F = f_1 \lor f_2 \lor f3 \lor \cdots \lor f_n$$

Formas normales

Ejemplo 1

Transforme a forma normal disyuntiva (FND)

$$(P \vee \neg Q) \to R$$

$a \longrightarrow b$

$\neg a \vee b$

Aplicando las equivalencias:

1. $\neg(P \vee \neg Q) \vee R$
2. $(\neg P \wedge \neg\neg Q) \vee R$
3. $(\neg P \wedge Q) \vee R$ ← Disyunción de literales

Ejemplo 2

Transforme a forma normal conjuntiva (FNC)

$$(P \vee (Q \rightarrow R)) \rightarrow S$$

Aplicando las equivalencias:

1. $\neg(P \vee (Q \rightarrow R)) \vee S$
2. $\neg(P \vee (\neg Q \vee R)) \vee S$
3. $(\neg P \wedge \neg(\neg Q \vee R)) \vee S$
4. $(\neg P \wedge Q \wedge \neg R) \vee S$
5. $(\neg P \vee S) \wedge (Q \vee S) \wedge (\neg R \vee S)$ ← Conjunción de literales

$F_1 \wedge F_2 \wedge F_3$

Formas normales

Consecuencia lógica

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G la cual se dice que es consecuencia lógica de $F_1, F_2, \ldots, F_n$ si y sólo para cualquier interpretación de $\underline{F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n}$ es verdadera y G también lo es. De esta manera $F_1, F_2, \ldots, F_n$ son llamados axiomas o postulados de G

Formas normales

Ejemplo

Consecuencia

Suponga que el stock de precios baja si la prima de interés sube. Suponga también que la mayoría de la gente es infeliz cuando el stock de precios baja. Asuma que la prima de interés sube. Muestre que usted puede concluir
que la mayoría de gente es infeliz.

$P \to S$

1. P = La primera de interés sube
2. S = El Stock de precios baja
3. U = La mayoría de gente es infeliz

Consecuencia lógica

Ejemplo

F_1 1. $P \to S$ Si la primera de interés sube, el stock de precios baja

F_2 2. $S \to U$ Si el stock de precios baja, la mayoría de gente es infeliz

3. P La prima de interés sube

Consecuencia $\Leftarrow$ $\boxed{\text{4. } U \text{ La mayoría de gente es infeliz}}$

Para hacer esta demostración, el argumento lógico es de la siguiente forma

$$F_1 \wedge F_2 \longrightarrow U$$

$$(P \to S) \wedge (S \to U) \wedge P \to U$$

Consecuencia lógica

Ejemplo

Para demostrar debemos llevar a la forma normal conjuntiva el Sistema (FNC)

$$(P \rightarrow S) \land (S \rightarrow U) \land P \rightarrow U$$

Para demostrar que esto es verdadero, debemos analizar

$$(P \rightarrow S) \land (S \rightarrow U) \land P$$

Consecuencia lógica

Ejemplo

1. $(P \to S) \land (S \to U) \land P$
2. $(\neg P \lor S) \land (\neg S \lor U) \land P$
3. $((\neg P \land P) \lor (S \land P)) \land (\neg S \lor U)$
4. $(F \lor (S \land P)) \land (\neg S \lor U)$
5. $(S \land P) \land (\neg S \lor U)$
6. $(S \land P) \land (\neg S \lor U)$
7. $(S \land P \land \neg S) \lor (S \land P \land U)$
8. $F \lor (S \land P \land U)$
9. $(S \land P \land U)$

$\underbrace{F \lor x}_{x}$

$S \land P \land (\neg S \lor U)$

$P \land ((S \land \neg S) \lor (S \land U))$

$P \land (S \land U))$

$P \land S \land U$

Esto quiere decir que P, S y U deben ser verdaderos. Y U que es la consecuencia U es verdadera.

Consecuencia lógica

Teoremas

Concepto de consecuencia lógica

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G es consecuencia lógica sii $F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n \rightarrow G$ es VALIDA

Concepto de inconsistencia lógica

Dadas las formulas $F_1, F_2, \ldots, F_n$ y la formula G es consecuencia lógica sii $F_1 \wedge F_2 \wedge \cdots \wedge F_n \wedge \neg G$ es INCONSISTENTE O INSATISFACTIBLE (ES FALSA)

Consecuencia lógica

Ejemplo Demostrar $(P \to S) \wedge (S \to U) \wedge P \to U$

$a \to b$
$\neg a \vee b$

1. $(P \to S) \wedge (S \to U) \wedge P \to U$
2. $\neg\big((\neg P \vee S) \wedge (\neg S \vee U) \wedge P\big) \vee U$
3. $\neg\big(((\neg P \wedge P) \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)\big) \vee U$
4. $\neg\big((F \vee (S \wedge P)) \wedge (\neg S \vee U)\big) \vee U$
5. $\neg\big(S \wedge P \wedge (\neg S \vee U)\big) \vee U$
6. $\neg\big(P \wedge ((\neg S \wedge S) \vee (U \wedge S))\big) \vee U$
7. $\neg\big(P \wedge (F \vee (U \wedge S))\big) \vee U$
8. $\neg(P \wedge U \wedge S) \vee U$
9. $(\neg P \vee \neg U \vee \neg S) \vee U$
10. $\neg U \vee U \vee \neg P \vee \neg S$
11. $V \vee \neg P \vee \neg S$
12. V

$F \vee X = X$

$F \wedge X = F$

$P \wedge \neg P = F$
$P \vee \neg P = V$

$V \vee X = V$

Consecuencia lógica

Ejemplo Demostrar por INCONSISTENCIA que F2 es Consecuencia lógica de F1, donde

¿ → G

- Tom no es buen estudiante o es listo y su padre lo ayude
- Si Tom es buen estudiante, entonces su padre lo ayuda

Se modela de la siguiente forma

- P: Tom es buen estudiante
- Q: Tom es listo
- R: EL padre de Tom lo ayuda

$F_1 \wedge F_2 \to G$ } V

$F_1 \wedge F_2 \wedge \neg G$ } F

$F1: \neg P \vee (Q \wedge R)$

$F2: P \rightarrow R$

CONSECUENCIA LOGICA

$a \rightarrow b$

1) $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \rightarrow (P \rightarrow R)$

2) $\neg(\neg P \vee (Q \wedge R)) \vee (\neg P \vee R)$

3) $(P \wedge \neg(Q \wedge R)) \vee \neg P \vee R$

4) $(P \wedge (\neg Q \vee \neg R)) \vee \neg P \vee R$

5) $(P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge \neg R) \vee (\neg P \vee R)$

FND $\vee$

6) $(P \wedge \neg Q) \vee ((\underbrace{P \vee \neg P \vee R}_{V}) \wedge (\underbrace{\neg R \vee \neg P \vee R}_{V}))$

$\underbrace{V \wedge V}_{V}$

7) $(P \wedge \neg Q) \vee V = V$

$\boxed{G = V}$

INCONSISTENCIA

$F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \wedge \neg G$

1) $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(P \rightarrow R)$

2) $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(\neg P \vee R)$.

3) $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge P \wedge \neg R$

4) $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \wedge \neg R)$

FNC $\wedge$

5) $(\neg P \vee Q) \wedge ((\underbrace{\neg P \wedge P \wedge \neg R}_{F}) \vee (\underbrace{R \wedge P \wedge \neg R}_{F}))$

$\underbrace{F \vee F}_{F}$

6 $(\neg P \vee Q) \wedge F$

7) F

$\neg G = F$

$\boxed{G = V}$

$X \vee V$

Consecuencia lógica

Ejemplo Las formulas lógicas son:

$F1: \neg P \vee (Q \wedge R)$

$F2: P \rightarrow R$

Entonces

1. $F1 \wedge \neg F1 =: (\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(P \rightarrow R)$
2. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge \neg(\neg P \vee R)$
3. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$
4. $(\neg P \vee (Q \wedge R)) \wedge (P \wedge \neg R)$
5. $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge (P \wedge \neg R)$
6. $(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R) \wedge P \wedge \neg R$
7. $(\neg P \vee Q) \wedge ((\neg P \wedge P) \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$
8. $(\neg P \vee Q) \wedge (F \vee (P \wedge R)) \wedge \neg R$
9. $(\neg P \vee Q) \wedge P \wedge R \wedge \neg R$
10. $(\neg P \vee Q) \wedge P \wedge F$ Al ser falso, Podemos indicar que F2 es consecuencia lógica de F1

Consecuencia lógica

Ejercicio Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

a: Superman es capaz de prevenir el mal
b: Superman quiere prevenir el mal
c: Superman previene el mal
d: Superman es impotente
e: Superman es malevolo
f: Superman existe

1) $a \wedge b \rightarrow c$
2) $\neg a \rightarrow d$
3) $\neg b \rightarrow e$
4) $\neg c$
5) $F \rightarrow (\neg d \wedge \neg e)$

$\therefore \neg F$

1) $a \wedge b \to c$ 5) $F \to (\neg d \wedge \neg e)$

2 $\neg a \to d$ $\therefore \neg F$

3) $\neg b \to e$

4) $\neg c$

1) $(a \wedge b \to c) \wedge (\neg a \to d) \wedge (\neg b \to e) \wedge \neg c \wedge (F \to \neg d \wedge \neg e) \to \neg F$

2) $\neg((\neg(a \wedge b) \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee e) \wedge \neg c \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$ FNP

3) $\neg((\neg a \vee \neg b \vee c) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee e) \wedge \neg c \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$ Γ

4) $\neg(((\neg a \wedge \neg c) \vee (\neg b \wedge \neg c) \vee \cancel{(c \wedge \neg c)}^{F}) \wedge (a \vee d) \wedge (b \vee e) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

5) $\neg(\boxed{((\neg a \wedge \neg c) \vee (\neg b \wedge \neg c))} \wedge (a \vee d) \wedge \boxed{(b \vee e)} \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

6) $\neg((\neg a \wedge \neg c \wedge (b \vee e)) \vee (\neg b \wedge \neg c \wedge (b \vee e)) \wedge (a \vee d) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

7) $\neg((\neg a \wedge \neg c \wedge (b \vee e)) \vee (\neg c \wedge (\cancel{(\neg b \wedge b)}^{F} \vee (\neg b \wedge e))) \wedge (a \vee d) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

8) $\neg((\neg a \wedge \neg c \wedge (b \vee e)) \vee (\neg c \wedge (\neg b \wedge e)) \wedge (a \vee d) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

9) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge e) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge e)) \wedge (a \vee d) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$ ① ②

10) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b) \wedge (a \vee d)) \vee ((\neg a \wedge \neg c \wedge e) \wedge (a \vee d)) \vee ((\neg c \wedge \neg b \wedge e) \wedge (a \vee d))$
$\wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$

11) $\neg(((\cancel{\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge a})^{F} \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d) \vee (\cancel{\neg a \wedge \neg c \wedge e \wedge a})^{F} \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge e \wedge d) \vee$
$(\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge a) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge d)) \wedge (\neg F \vee (\neg d \wedge \neg e))) \vee \neg F$ ① ②

12) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge e \wedge d) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge a) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge d))$
$\wedge (\neg F \vee \neg d) \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee \neg F$ ① ②

13) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge e \wedge d \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee$
$(\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge a \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge e \wedge d \wedge (\neg F \vee \neg e)))$
$\wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee \neg F$

14) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge d \wedge ((\neg F \wedge e) \vee \cancel{(e \wedge \neg e)}^{F})) \vee$
$(\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge ((\neg F \wedge e) \vee \cancel{(e \wedge \neg e)}^{F})) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge ((\neg F \wedge e) \vee \cancel{(e \wedge \neg e)}^{F})))$
$\wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee \neg F$

15) $\neg(((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge (\neg F \vee \neg e)) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg F \wedge e) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge \neg F \wedge e)$
$\vee (\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge \neg F \wedge e)) \wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee \neg F$

16) $\neg((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg F) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg e) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg F \wedge e) \vee$
$(\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge \neg F \wedge e) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge \neg F \wedge e)) \wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee \neg F$

17) $\neg((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg F \wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg e \wedge (\neg F \vee \neg d))$ ① ②
$(\neg a \wedge \neg c \wedge d \wedge \neg F \wedge e \wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge \neg F \wedge e \wedge (\neg F \vee \neg d)) \vee$ ③ ④
$(\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge \neg F \wedge e \wedge (\neg F \vee \neg d))) \vee \neg F$

Una queda igual y la otra con ¬d

$\neg$ 17) $((\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg F) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg e \wedge \neg F) \vee (\neg a \wedge \neg c \wedge (d \wedge \neg F \wedge e) \vee$

1 2 3 4 4.1 4.2

$(\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge e \wedge \neg F) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge \neg F \wedge e \wedge \neg d) \vee (\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge \neg F \wedge e)) \vee \neg F$

Error, aqui va ¬F

18) $\neg(\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg F) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg c \wedge b \wedge d \wedge \neg e \wedge \neg F) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg c \wedge (d \wedge \neg F \wedge e) \wedge$

$\neg(\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge e \wedge \neg F) \wedge \neg(\neg c \wedge \neg b \wedge a \wedge \neg F \wedge e \wedge \neg d) \wedge \neg(\neg c \wedge \neg b \wedge d \wedge \neg F \wedge e)) \vee \neg F$

19) $((a \vee c \vee \neg b \vee \neg d \vee F) \wedge (a \vee c \vee \neg b \vee \neg d \vee e \vee F) \wedge (a \wedge c \wedge \neg d \wedge F \wedge \neg e)$

$(c \vee b \vee \neg a \vee \neg e \vee F) \wedge (c \vee b \vee \neg a \wedge \neg F \vee \neg e \vee d) \wedge (c \vee b \vee \neg d \vee F \vee \neg e)) \boxed{\vee \neg F}$

20) $((a \vee c \vee \neg b \vee \neg d \vee F) \vee \neg F) \wedge ((a \vee c \vee \neg b \vee \neg d \vee e \vee F) \vee \neg F) \wedge$

$((a \wedge c \wedge \neg d \wedge F \wedge \neg e) \vee \neg F) \wedge ((c \vee b \vee \neg a \vee \neg e \vee F) \vee \neg F) \wedge$

$((c \vee b \vee \neg a \vee \neg F \vee \neg e \vee d) \vee \neg F) \wedge ((c \vee b \vee \neg d \vee F \vee \neg e) \vee \neg F)$

21) $V \wedge V \wedge V \wedge V \wedge V \wedge V = V$

Lo siento pero Superman no existe :(

1)
2)
3)
⋮
∴ 6

$\underbrace{b \vee \neg b}_{V}$

$a \to b$

$\neg a \vee b$

$\neg b \vee \gamma$

Consecuencia lógica

Ejercicio Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Consecuencia lógica

Ejercicio Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehusa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehusa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Consecuencia lógica

Ejercicio Él o no está informado o él no es honesto.
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Consecuencia lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Por consecuencia, Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Consecuencia lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Por consecuencia, Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen

Pruebe por consecuencia e inconsistencia lógica.

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes

$F_1 \land F_2 \land \ldots \land F_n \to G$

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes

$\therefore$ Hay audición

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. Si es viernes entonces hay audición
2. Hoy es viernes
3. Hay audición, **modus ponens**(1,2)

Modus ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

1) $p \rightarrow q$
2) p
3) $p \vee r$

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1.	El carro es rojo o es negro
2.	El carro no es rojo
$\therefore$	El carro es negro

Inferencia lógica

Reglas de inferencia

- A partir de un conjunto de sentencias que son ciertas, permite conocer otras que se derivan de dicho conjunto

1. El carro es rojo o es negro
2. El carro no es rojo
3. El carro es negro, **silogismo disyuntivo**(1,2)

Silogismo disyuntivo

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Regla de inferencia	Nombre
$p \wedge q$ $\therefore p$ $p \wedge q$ $\therefore q$	Simplificación
$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	Silogismo disyuntivo
$p \rightarrow q$ $\neg q$ $\therefore \neg p$	Modus tollens
$p \rightarrow q$ p $\therefore q$	Modus ponens
$p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$ $\therefore p \rightarrow r$	Silogismo hipotético

$p \longrightarrow \varphi$

Si hoy es viernes entonces hay audición
No hay audición $\neg \varphi$

$\therefore$ **Hoy es no es viernes** $\therefore \neg p$

Silogismo disyuntivo
Soy profesor o soy médico
No soy profesor
Entonces, soy médico

Regla: Silogismo disyuntivo

$p \vee q$ $\neg p$ $\therefore q$	Silogismo disyuntivo

Usando el concepto de consecuencia lógica $F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \longrightarrow G \equiv V$

1) $(p \vee q) \wedge \neg p \longrightarrow q$
2) $\neg((p \vee q) \wedge \neg p) \vee q$
3) $(\neg(p \vee q) \vee p) \vee q$
4) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \vee q)$
5) $(\neg p \vee p \vee q) \wedge (\neg q \vee p \vee q)$
6) $(V \vee q) \wedge (V \vee p) \equiv V$ ✓

Comprobado

Resolución
Yo soy profesor o soy médico
Yo no soy profesor o soy estudiante

----> Soy medica o soy estudiante

1) $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r) \longrightarrow (q \vee r)$
2) $\neg((p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)) \vee q \vee r$
3) $\neg(p \vee q) \vee \neg(\neg p \vee r) \vee q \vee r$

Distributiva

4) $(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r) \vee q \vee r$
5) $((\neg p \vee q) \wedge (\cancel{\neg q \vee q})) \vee ((p \vee r) \wedge (\cancel{\neg r \vee r}))$ V V
6) $(\neg p \vee q) \vee (p \vee r)$ V
7) $V \vee q \vee r \equiv V$

Comprobado

Regla de inferencia	Nombre
$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$	Conjunción
$\begin{array}{l} p \vee q \\ \neg p \vee r \\ \hline \therefore q \vee r \end{array}$	Resolución
$\begin{array}{l} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$	Adición

q

no debe estar en el sistema

Inferencia lógica

Aplicar las siguientes reglas:

- **Simplificación** sobre

  1. $\neg q \wedge \neg t$

  $\neg q$

  $\neg t$

- **Silogismo disyuntivo** sobre

  1. $t \vee \neg p$
  2. p

  t

  Soy estudiante o no soy medico
  Soy medico

  Soy estudiante

- **Modus tollens** sobre

  1. $\neg q \rightarrow \neg t$
  2. t

  q

1) $a \wedge b \to c$

2) $\neg a \to d$

3) $\neg b \to e$

4) $\neg c$

$\neg F$

$$\boxed{5)\ F \to (\neg d \wedge \neg e)}$$

6) $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$ $MT_{1,4}$

7) $a \vee d$ $E_{D(2)}$

8) $d \vee \neg b$ $SD_{7,8}$

9) $b \vee e$ $SD_{8,9}$

10) $d \vee e$

11) $F \to \neg(d \vee e)$

$$\boxed{12)\ \neg F}$$ $MT_{10,11}$

Regla de inferencia	Nombre
$p \wedge q$ / $\therefore p$; $p \wedge q$ / $\therefore q$	Simplificación
$p \vee q$ / $\neg p$ / $\therefore q$	Silogismo disyuntivo
$p \to q$ / $\neg q$ / $\therefore \neg p$	Modus tollens
$p \to q$ / p / $\therefore q$	Modus ponens
$p \to q$ / $q \to r$ / $\therefore p \to r$	Silogismo hipotético

Regla de inferencia	Nombre
p / q / $\therefore p \wedge q$	Conjunción
$p \vee q$ / $\neg p \vee r$ / $\therefore q \vee r$	Resolución
p / $\therefore p \vee q$	Adición

Inferencia lógica

$(p \wedge q) \wedge (r \to p) \wedge (\neg r \to s) \wedge (s \to t) \longrightarrow t = V$

$(p \wedge q) \wedge (r \to p) \wedge (\neg r \to s) \wedge (s \to t) \wedge \neg t = F$

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $\neg p \wedge q$
2. $r \to p$
3. $\neg r \to s$
4. $s \to t$

$p \wedge q$ / $\therefore p$	$p \wedge q$ / $\therefore q$	Simplificación
$p \vee q$ / $\neg p$ / $\therefore q$		Silogismo disyuntivo
$p \to q$ / $\neg q$ / $\therefore \neg p$		Modus tollens
$p \to q$ / p / $\therefore q$		Modus ponens
$p \to q$ / $q \to r$ / $\therefore p \to r$		Silogismo hipotético

- Demuestre que t es cierto

5) $\neg p$ Sim(1)

6) $\neg r$ MT(1, 5)

7) $\neg r \to t$ SH(3, 4)

8) t MP(6, 7)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $\neg p \wedge q$

2. $r \rightarrow p$

3. $\neg r \rightarrow s$

4. $s \rightarrow t$

5. $\neg p$, simplificación(1)

6. $\neg r$, modus tollens(2,5)

7. s, modus ponens(3,6)

8. t, modus ponens(4,7)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $s \rightarrow q$
2. $\neg p \rightarrow r$
3. $r \rightarrow s$

- Demuestre que $\boldsymbol{\neg p \rightarrow q}$ es cierto

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $s \rightarrow q$
2. $\neg p \rightarrow r$
3. $r \rightarrow s$
4. $\neg p \rightarrow s$, silogismo hipotético(2,3)
5. $\neg p \rightarrow q$, silogismo hipotético(4,1)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \rightarrow \neg q$

2. $\neg r$

3. $\neg p \rightarrow s$

4. $\neg q \rightarrow r$

- Demuestre que **s** es cierto

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \rightarrow \neg q$

2. $\neg r$

3. $\neg p \rightarrow s$

4. $\neg q \rightarrow r$

5. q, modus tollens(2,4)

6. $\neg p$, modus tollens(1,5)

7. s, modus ponens(3,6)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \vee \neg q$
2. $\neg p \wedge r$
3. $\neg q \rightarrow \neg s$
4. $s \vee t$

- Demuestre que **t** es cierto

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $p \vee \neg q$
2. $\neg p \wedge r$
3. $\neg q \rightarrow \neg s$
4. $s \vee t$
5. $\neg p$, simplificación(2)
6. $\neg q$, silogismo disyuntivo(1,5)
7. $\neg s$, modus ponens(3,6)
8. t, silogismo disyuntivo(4,7)

Inferencia lógica

Suponga que se conoce que las siguientes sentencias son verdaderas:

1. $u \vee w$

2. $p \wedge \neg q$

3. $t \rightarrow q$

4. $\neg w \vee s$

5. $u \rightarrow t$

- Demuestre que **s** es cierto

Inferencia lógica

1. $u \vee w$
2. $p \wedge \neg q$
3. $t \rightarrow q$
4. $\neg w \vee s$
5. $u \rightarrow t$
6. $\neg q$, simplificación(2)
7. $\neg t$, modus tollens(3,6)
8. $\neg u$, modus tollens(5,7)
9. w, silogismo disyuntivo(1,8)
10. s, silogismo disyuntivo(4,9)

Inferencia lógica

Ejercicio Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; sí el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Determine si el siguiente argumento es válido: Si el Sr Suárez o la Sra Suárez ganan más de 300.000 al año, la familia Suarez puede pasar las vacaciones en Hawai. Puesto que yo sé que, o el Sr Suárez o su esposa, ganan más de 300.000, concluyo que la familia puede afrontar las vacaciones en Hawai.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Considere el siguiente argumento: Dado que el congreso se rehusa a dictar nuevas leyes, la huelga no se hará a menos que dure mas de un año y el presidente se resigne a firmar. El congreso se rehusa a dictar las leyes y la huelga no durara mas de un año. Por lo tanto la huelga no se hará. Demuestre que el argumento es válido.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Él o no está informado o él no es honesto.
Por lo tanto, No es verdadero que el esté informado y sea honesto.

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Por consecuencia, Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen

Pruebe usando inferencia lógica

Inferencia lógica

Ejercicio Fue X o Y quién cometió el crimen. X estaba fuera del pueblo cuando el crimen fue cometido.
Si X estaba fuera del pueblo, no pudo haber estado en la escena del crimen. Por consecuencia, Si X no estaba en la escena del crimen, no pudo haber cometido el crimen

Pruebe usando inferencia lógica

Créditos

Algunas de las diapositivas fueron creadas por el profesor.

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co