

# 710193M Arquitectura de computadores II

Aritmética del computador

[carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co](mailto:carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co)

Carlos Andrés Delgado S.

Facultad de Ingeniería. Universidad del Valle

Febrero de 2016

## 1 Unidad lógica aritmética (ALU)

## 2 Representación de enteros

## 3 Aritmética con enteros

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## 1 Unidad lógica aritmética (ALU)

## 2 Representación de enteros

## 3 Aritmética con enteros

## Definiciones

- Realiza cálculos aritméticos y lógicos
- Los elementos del computador suministra datos a la ALU
- Se basan en dispositivos lógicos digitales

# Unidad lógica aritmética

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

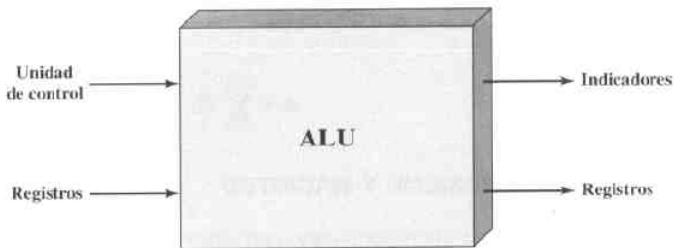


Figura 1: Entradas y salidas ALU

710193M  
Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

1 Unidad lógica aritmética (ALU)

2 Representación de enteros

3 Aritmética con enteros

## Definiciones

- Cualquier número entero decimal puede representar en base binaria
- La base decimal consta de los dígitos  
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- La base binaria consta de los dígitos 0, 1

## Ejemplo

$$4_{10} = 100_2$$

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Definiciones

- Cualquier número real decimal se puede representar en binario
- Se debe tomar en cuenta la **coma de la base**

## Ejemplo

$$10,025_{10} = 1010,01_2$$



## Definiciones

- Este tipo de representación sirve para que pueda ser procesada por el computador
- Si limitamos la representación a **número enteros no negativos** su representación es inmediata, si esta tiene  $n$  bits se pueden representar números desde 0 hasta  $2^n - 1$

## Ejemplo

Una palabra de 8 bits puede representar números entre 0 y 255  
ejemplo:

$$\begin{aligned}00000000_2 &= 0_{10} \\00010000_2 &= 16_{10} \\10000000_2 &= 128_{10} \\11111111_2 &= 255_{10}\end{aligned}$$

## Transformación decimal a binario

- Para realizar la transformación de binario a decimal se realizan divisiones sucesivas por 2 y se toma el residuo
- Cuando se termina el proceso, el número en binario resultante es el orden inverso de los residuos

## Ejemplo

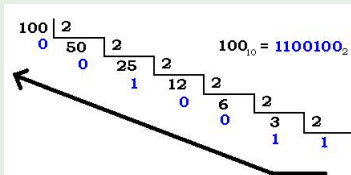


Figura 2: Conversión decimal a binario

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejercicio en clase

Transformar de decimal a binario los siguientes números:

- $1000_{10}$
- $2432_{10}$
- $175_{10}$

## Ejercicio en clase

### Respuestas:

- $1111101000_2$
- $100110000000_2$
- $10101111_2$

## Transformación binario a decimal

- Se toma en cuenta el valor de cada posición en base 2 y se multiplica por 0 o 1 según el caso
- Se suman estos valores para obtener el número en base decimal

## Ejemplo

Diagram illustrating the conversion of the binary number  $110101_2$  to the decimal number  $53_{10}$  using positional weights:

The binary number  $110101_2$  is expanded as:

$$1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

The corresponding powers of 2 are calculated:

$$32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 53$$

Therefore,  $110101_2 = 53_{10}$ .

Figura 3: Conversión binario a decimal

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejercicio en clase

Transformar de binario a decimal los siguientes números:

- $10001011_2$
- $101101011011_2$
- $11101000110_2$

## Ejercicio en clase

Respuestas:

- $139_{10}$
- $2907_{10}$
- $1862_{10}$

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Definición

- Se utiliza para presentar enteros negativos y positivos
- El bit más a la izquierda (más significativo) es:
  - 1 si el número es negativo
  - 0 si el número es positivo
- Para esta representación se establece el tamaño de  $n$  bits, donde se utilizan  $n - 1$  bits para representar el número deseado
- El rango de representación en signo magnitud es  $-2^{n-1} - 1$  a  $2^{n-1} - 1$  para  $n$  bits



710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejemplo

Para el caso de  $n = 8$  se tiene por ejemplo:

$$\begin{aligned}18_{10} &= 00010010_2 \\ -18_{10} &= 10010010_2\end{aligned}$$

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Limitaciones

- Existen dos representaciones del cero:

1  $0_{10} = 00000000_2$

2  $0_{10} = 10000000_2$

Esto es inconveniente ya que se tiene que tomar en cuenta las dos representaciones del cero

- Debido a la limitación de la representación en signo magnitud esta no es utilizada

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Definición

- Se utiliza para presentar enteros negativos y positivos
- El bit más a la izquierda (más significativo) es:
  - 1 si el número es negativo
  - 0 si el número es positivo
- Difiere en la forma de representar los bits restantes.
- El rango de la representación es:  $-2^{n-1}$  hasta  $2^{n-1} - 1$

# Representación en complemento a dos

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Definición

Para calcular el complemento a dos de un número binario, se realiza el siguiente proceso:

- **Si es positivo:** Es la misma representación que signo magnitud
- **Si es negativo:** Aplique el siguiente procedimiento:
  - 1 Cambie 0 por 1 y 1 por 0 a un número en representación de signo magnitud, excepto el bit más significativo
  - 2 Sume 1 al este número

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejemplo

Transforme 4 y -4 a signo magnitud, en una representación binaria de 4 bits.

- 1 Para 4, en signo magnitud es: 0100, por lo que su representación en complemento a dos es 0100.
- 2 Para -4, en signo magnitud es 1100, su complemento 1011 y lo sumamos 1, se obtiene 1100

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejercicio en clase

Transforme a complemento a dos los siguientes números decimales:

- $59_{10}$
- $-117_{10}$
- $207_{10}$

Suponga en todos los casos que se utiliza una representación de 10 bits.

## Ejercicio en clase

### Respuestas:

- $0000111011_2$
- $1110001011_2$
- $0011001111_2$

## Enlace

Una herramienta útil: <http://www.exploringbinary.com/twos-complement-converter/>

710193M  
Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

1 Unidad lógica aritmética (ALU)

2 Representación de enteros

3 Aritmética con enteros



## Negación

Para obtener el opuesto a un entero, se debe invertir los bits y sumarle 1.

## Ejemplo

$$18_{10} = 00010010_2$$

Complemento bit a bit:  $11101101_2$  Sumandole 1:

$$11101110_2 = -18_{10}$$

## Suma y resta

La suma y la resta se realiza en la misma forma como si los números fueran enteros sin signo.

$\begin{array}{r} 1001 = -7 \\ +0101 = 5 \\ \hline 1110 = -2 \end{array}$ <p>(a) <math>(-7) + (+5)</math></p>	$\begin{array}{r} 1100 = -4 \\ +0100 = 4 \\ \hline 10000 = 0 \end{array}$ <p>(b) <math>(-4) + (+4)</math></p>
$\begin{array}{r} 0011 = 3 \\ +0100 = 4 \\ \hline 0111 = 7 \end{array}$ <p>(c) <math>(+3) + (+4)</math></p>	$\begin{array}{r} 1100 = -4 \\ +1111 = -1 \\ \hline 11011 = -5 \end{array}$ <p>(d) <math>(-4) + (-1)</math></p>
$\begin{array}{r} 0101 = 5 \\ +0100 = 4 \\ \hline 1001 = \text{Desbordamiento} \end{array}$ <p>(e) <math>(+5) + (+4)</math></p>	$\begin{array}{r} 1001 = -7 \\ +1010 = -6 \\ \hline 10011 = \text{Desbordamiento} \end{array}$ <p>(f) <math>(-7) + (-6)</math></p>

Figura 4: Suma de números en complemento a dos

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Regla de desbordamiento

Al sumar dos números, y ambos son o bien positivos o negativos, se produce desbordamiento si y sólo si el resultado tiene signo opuesto

## Regla de la resta

Para substraer un número (el substraendo) de otro (minuendo) se obtiene la negación del substraendo y se le suma al minuendo

# Aritmética con enteros

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

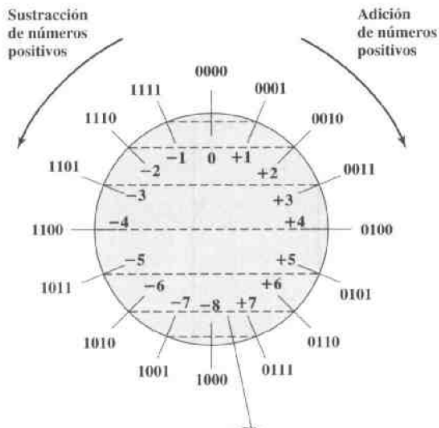
Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

$\begin{array}{r} 0010 = 2 \\ + 1001 = -7 \\ \hline 1011 = -5 \end{array}$ <p>(a) <math>M = 2 = 0010</math>  <math>S = 7 = 0111</math>  <math>-S = 1001</math></p>	$\begin{array}{r} 0101 = 5 \\ + 1110 = -2 \\ \hline 10011 = 3 \end{array}$ <p>(b) <math>M = 5 = 0101</math>  <math>S = 2 = 0010</math>  <math>-S = 1110</math></p>
$\begin{array}{r} 1011 = -5 \\ + 1110 = -2 \\ \hline 11001 = -7 \end{array}$ <p>(c) <math>M = -5 = 1011</math>  <math>S = 2 = 0010</math>  <math>-S = 1110</math></p>	$\begin{array}{r} 0101 = 5 \\ + 0010 = 2 \\ \hline 0111 = 7 \end{array}$ <p>(d) <math>M = 5 = 0101</math>  <math>S = -2 = 1110</math>  <math>-S = 0010</math></p>
$\begin{array}{r} 0111 = 7 \\ + 0111 = 7 \\ \hline 1110 = \text{Desbordamiento} \end{array}$ <p>(e) <math>M = 7 = 0111</math>  <math>S = -7 = 1001</math>  <math>-S = 0111</math></p>	$\begin{array}{r} 1010 = -6 \\ + 1100 = -4 \\ \hline 10110 = \text{Desbordamiento} \end{array}$ <p>(f) <math>M = -6 = 1010</math>  <math>S = 4 = 0100</math>  <math>-S = 1100</math></p>

Figura 5: Resta de números en complemento a dos



**Figura 6:** Representación suma y resta de números en complemento a dos

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Multiplicación

La multiplicación es una operación compleja en hardware o software. En este caso se va discriminar la multiplicación entre enteros con y sin signo

## Multiplicación enteros sin signo

Es similar a la multiplicación clásica.

1011	<b>Multiplicando (11)</b>
×1101	<b>Multiplicador (13)</b>
<hr/> 1011	} <b>Productos parciales</b>
0000	
1011	
1011	
<hr/> 10001111	<b>Producto (143)</b>

Figura 7: Multiplicacion enteros sin signo

## Multiplicación enteros con signo

Para los enteros con signo se utiliza la notación de complemento a dos. Debido a que esta no es sencilla se utiliza la representación de un número binario en potencias de dos:

$$\begin{aligned} 1101 &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 2^3 + 2^2 + 2^0 \end{aligned}$$

**Figura 8:** Representación de un número como suma de potencias

Por lo que se puede realizar la multiplicación en complemento a dos como sumas de multiplicaciones parciales.



## Multiplicación enteros con signo

1011	
× 1101	
00001011	$1011 \times 1 \times 2^0$
00000000	$1011 \times 0 \times 2^1$
00101100	$1011 \times 1 \times 2^2$
01011000	$1011 \times 1 \times 2^3$
10001111	

Figura 9: Ejemplo multiplicación en complemento a dos

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

## Ejercicio en clase

Realiza las siguientes multiplicaciones.

- $5_{10} * -10_{10}$
- $4_{10} * -16_{10}$
- $-15_{10} * -3_{10}$

Suponga en todos los casos que se utiliza una representación de 8 bits.

## División

La división es una operación altamente costosa, en nuestro caso se realiza de igual forma que la división clásica.

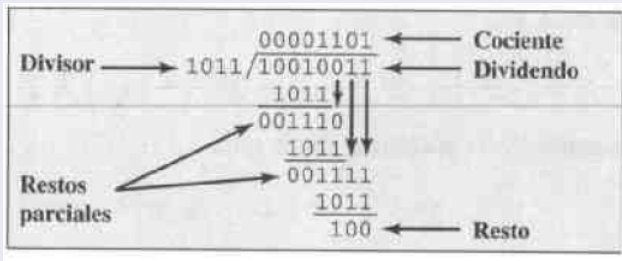


Figura 10: Ejemplo división enteros sin signo

710193M

Arquitectura  
de  
computadores  
II

Carlos Andrés  
Delgado S.

Unidad lógica  
aritmética  
(ALU)

Representación  
de enteros

Aritmética con  
enteros

¿Preguntas?

Siguiente clase:  
Aritmética del computador:  
Representación y aritmética en coma flotante