



Primer examen parcial Matemáticas discretas II Duración 1.5 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

25 de Junio de 2019

Importante: Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [30 puntos] Una clave encriptada del protocolo de redes inalámbricas WEP puede tener 32, 64 y 128 caracteres hexadecimales. ¿Cuántas claves existen si no se cuentan aquellas que tienen todos los caracteres iguales?.

2. [30 puntos] En una semana de evaluaciones en un colegio se hacen exámenes de Matemáticas, Física, Química y Sociales, estos exámenes tienen cinco notas: D, I, A, B y E, además se tienen 3 grados desde sexto hasta undécimo. ¿Cuántos estudiantes tienen que existir para garantizar que al menos 4 estudiantes del mismo grado sacan la misma nota?

3. [40 puntos] Resuelva la siguiente relación de recurrencia $T(n) = 4T(n-1) + 4T(n-2) + 3 \cdot 2^n$, $T(0) = 4$, $T(1) = 12$.

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad (2)$$

Combinatoria:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (3)$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \quad (4)$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1, r) \quad (5)$$

* carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1n + A_0$
n^2	$A_2n^2 + A_1n + A_0$
$n^t, t \in \mathbb{Z}^+$	$A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \dots + A_1n + A_0$
$r^n, r \in \mathbb{R}$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$n^t r^n, t \in \mathbb{Z}^+, r \in \mathbb{R}$	$r^n (A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \dots + A_1 n + A_0)$
$r^n \sin(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$
$r^n \cos(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado $f(n)$

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \text{ es } \begin{cases} O(n^d) & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases}$$

¡Éxitos!