Primer exámen parcial
Matemáticas discretas II
Duración 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

28 de Enero de 2020

Importante: Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente escribir la respuesta.

En el caso de las relaciones de recurrencia debe dejar expresada la solución particular más la homogénea, con las constantes calculadas de la parte particular.

1. [**15 puntos**] ¿De cuantas formas podemos ubicar diez estudiantes de química, ocho estudiantes de matemáticas y siete estudiantes de sistemas, si los estudiantes de sistemas no pueden ir juntos?.

2. [**15 puntos**] ¿Cuantas personas deben existir en la ciudad de Tulúa para que al menos 3 personas tengan las mismas iniciales de nombre y apellido, y que vivan en el mismo barrio tomando en cuenta que existen 40 barrios?. Suponga alfabeto inglés en minúsculas y sustente cómo soluciona este problema. Muestre claramente cómo las calcula utilizando los conceptos de combinatoria vistos en clase.

3. **20 puntos** ¿Cuantas palabras se pueden formar con las letras de la palabra **PARARPARAAVANZAR** de tamaño 14,15 y 16? Deje expresados en términos de sumas, multiplicaciones, combinatorias o permutaciones que requiera para calcularlas.

4. [**25 puntos**] Resuelva la R.R $T(n) = 4T(n-1) - 3T(n-2) - 4n + 2 * 3^n$

5. [**25 puntos**] Resuelva la R.R por el método de cambio de variable $T(n) = 4T(\frac{n}{4}) + 3n$

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2}$$

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Combinatoria:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{3}$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \tag{4}$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1,r) \tag{5}$$

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1 n + A_0$
n^2	$A_2 n^2 + A_1 n + A_0$
$n^t, t \in Z^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in R$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$n^t r^n, t \in Z^+, r \in R$	$r^n(A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0)$
$r^n \sin(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$
$r^n \cos(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado f(n)

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \quad es \begin{cases} O(n^{d)} & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases} \}$$

¡Éxitos!