Universidad del Valle

Primer examen parcial

Fundamentos de análisis y diseño de algoritmos

Carlos Andres Delgado S, Ing *

19 de Abril 2018

Importante: Se debe escribir el procedimiento realizado en cada punto, con sólo presentar la respuesta, el punto no será válido.

1. Complejidad computacional e iterativa [50 puntos]

Para el siguiente algoritmo:

```
algoritmo(n)

    i = 0
    res = 0

    while(i <= 2n+1)

        j = 1
        s = 3

        while(j<n)
            s+=4
            j++

        i++
        res = res + 4s
    print res
```

1. **(5 puntos)** ¿Que calcula este algoritmo? Indique la expresión en términos de n.
2. **(15 puntos)** Calcule la complejidad total del algoritmo. Muestre el procedimiento línea por línea. Finalmente, indique la complejidad total en términos de $O(f(n))$ siendo $f(n)$ la cota más pequeña posible.
3. **(30 puntos)** Para los ciclos interno y externo:
   - **(5 puntos)** Forma de estado, estado inicial
   - **(5 puntos)** Transformación de estados y estado final
   - **(20 puntos)** Invariante de ciclo y su demostración

   Dado que s es un valor que depende únicamente de n, debe considerar su valor en términos de n para la invariante del ciclo externo.

2. Ecuaciones de recurrencia [15 puntos]

Utilizando el método de árboles o iteración, solucione la siguiente ecuación de recurrencia

$$T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + \frac{n^2}{2}, T(1) = O(1)$$

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

3. Diseño de soluciones [35 puntos]

Se tienen n puntos bidimensionales $((x_1, y_1), (x_2, y_2), ...(x_n, y_n))$ y se desea ordenarlos de tal forma se cumple que $(x'_i + y'_i) <= (x'_{i+1} + y'_{i+1}), 1 \leq i \leq n-1$. Es decir, los ordenamos ascendentemente tomando como criterio la suma de los puntos. Ejemplo: $((1,2)(2,3)(1,1))$ da como resultado $((1,1),(1,2),(2,3))$

1. **(5 puntos)** Explique cómo es la solución ingenua e indique su complejidad en términos de $O(f(n))$ con una cota apropiada
2. **(10 puntos)** Explique cómo sería una solución en tiempo $O(n^2)$. Indique con pseudocódigo su implementación
3. **(20 puntos)** Diseñe una solución usando divide y vencerás. Explique cual es la estrategia de dividir y combinar. Así mismo explique la solución trivial. Escriba un pseudocódigo de su implementación. Calcule la complejidad de la solución.

Ayudas

Sumatorias

$$\sum_{k=1}^{n} c = cn \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{(n+1)} - a}{r-1} \text{ Si } r \neq 1$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a \text{ Si } r = 1$$

Formulas solución método del maestro

Recuerde la forma $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$

- Si $f(n) = O(n^{log_b a - \epsilon})$ para algún $\epsilon > 0$ entonces $T(n) = \Theta(n^{log_b a})$
- Si $f(n) = \Theta(n^{log_b a})$ entonces $T(n) = \Theta(log(n) * n^{log_b a})$
- Si $f(n) = \Omega(n^{log_b a + \epsilon})$ para algún $\epsilon > 0$ y existe un $c < 1$ tal que $af(\frac{n}{b}) <= cf(n)$ entonces $T(n) = \Theta(f(n))$.