

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

`oscar.bedoya@correounivalle.edu.co`

`http://eisc.univalle.edu.co/~oscarbed/MD/`

PARTE 2.

- * TEORÍA DE NÚMEROS
- * TÉCNICAS DE DEMOSTRACIÓN
- * RELACIONES

- * Definición de relación
- * Propiedades de relaciones
- * Representaciones de una relación

Relaciones de equivalencia

Relación binaria

Sean A y B dos conjuntos, una relación binaria de A en B es un subconjunto de $A \times B$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y $B=\{-1,-2,-3\}$, se presentan a continuación algunas relaciones:

- $R_1=\{(2,-1), (3,-2), (1,-1)\}$
- $R_2=\{(1,-1), (2,-2), (3,-3)\}$
- $R_3=\{(1,-2), (1,-3), (2,-2), (2,-3), (3,-2), (3,-3)\}$
- $R_4=\{(3,-1)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y $B=\{-1,-2,-3\}$, se presentan a continuación algunas relaciones:

- $R_1=\{(2,-1), (3,-2), (1,-1)\}$
- $R_2=\{(1,-1), (2,-2), (3,-3)\}$
- $R_3=\{(1,-2), (1,-3), (2,-2), (2,-3), (3,-2), (3,-3)\}$
- $R_4=\{(3,-1)\}$

Cada relación es un subconjunto de $A \times B = \{(1,-1), (1,-2), (1,-3), (2,-1), (2,-2), (2,-3), (3,-1), (3,-2), (3,-3), (4,-1), (4,-2), (4,-3)\}$

Relaciones de equivalencia

Relación en A

Una relación definida en un conjunto A es una relación de A en A

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4,5\}$ se presentan algunas relaciones de A en A :

- $R_1=\{(4,2), (1,3), (1,5)\}$
- $R_2=\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)\}$
- $R_3=\{(1,1), (3,1), (4,1), (4,2), (4,3)\}$
- $R_4=\{(2,1), (3,2), (4,3)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ muestre las siguientes relaciones:

- $R_1 = \{(a,b) | a < b\}$
- $R_2 = \{(a,b) | a = b\}$
- $R_3 = \{(a,b) | a = b + 1\}$
- $R_4 = \{(a,b) | a \text{ divide } b\}$
- $R_5 = \{(a,b) | a + b \leq 3\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ muestre las siguientes relaciones:

- $R_1 = \{(a,b) \mid a < b\}$
- $R_2 = \{(a,b) \mid a = b\}$
- $R_3 = \{(a,b) \mid a = b + 1\}$
- $R_4 = \{(a,b) \mid a \text{ divide } b\}$
- $R_5 = \{(a,b) \mid a + b \leq 3\}$

$A \times A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4),$
 $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4),$
 $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4),$
 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ muestre las siguientes relaciones:

- $R_1 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- $R_5 = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$

$$\begin{aligned} \mathbf{A \times A} = & \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), \\ & (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), \\ & (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), \\ & (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\} \end{aligned}$$

Relaciones de equivalencia

Sea $A = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ muestre las siguientes relaciones:

- $R_1 = \{(a, b) \mid a > 0 \wedge b < 0\}$
- $R_2 = \{(a, b) \mid a = -b\}$
- $R_3 = \{(a, b) \mid a + b < 2\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$ muestre las siguientes relaciones:

- $R_1 = \{(1, -2), (1, -1), (2, -2), (2, -1), (3, -2), (3, -1), (4, -2), (4, -1)\}$
- $R_2 = \{(-2, 2), (2, -2), (-1, 1), (1, -1)\}$
- $R_3 = \{(-2, -1), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3), (-1, 1), (-1, 2),$
 $(-1, -2), (1, -2), (2, -2), (3, -2), (1, -1), (2, -1)\}$

Relaciones de equivalencia

Propiedades de las relaciones

- Reflexiva
- Simétrica
- Antisimétrica
- Transitiva

Relaciones de equivalencia

Reflexiva

- Una relación R sobre un conjunto A se llama reflexiva si $(a,a) \in R$ para cada elemento $a \in A$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son reflexivas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (3,3), (2,4), (4,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son reflexivas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (3,3), (2,4), (4,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (4,3)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$
- **R_1 y R_4 son reflexivas**

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son reflexivas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,2)\}$
- $R_2 = \{(1,3), (3,1), (2,3), (2,1)\}$
- $R_3 = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,1), (3,3)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son reflexivas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,3), (2,2)\}$ **no**, falta $(3,3)$
- $R_2 = \{(1,3), (3,1), (2,3), (2,1)\}$ **no**, faltan $(1,1), (2,2), (3,3)$
- $R_3 = \{(1,1), (1,3), (2,2), (2,1), (3,3)\}$ **si**

Relaciones de equivalencia

- Sea $A=\mathbb{Z}^+$ indique si las relaciones son reflexivas:

$$R_1=\{(a,b)|a \text{ divide } b\}$$

$$R_2=\{(a,b)|a\leq b\}$$

$$R_3=\{(a,b)|a>b\}$$

Relaciones de equivalencia

- Sea $A=\mathbb{Z}^+$ indique si las relaciones son reflexivas:

$R_1=\{(a,b)|a \text{ divide } b\}$ **si**, ya que $a|a$

$R_2=\{(a,b)|a \leq b\}$ **si**, ya que $a \leq a$

$R_3=\{(a,b)|a > b\}$ **no**, ya que no se cumple $a > a$

Relaciones de equivalencia

Simétrica

- Una relación R sobre un conjunto A se llama simétrica si cuando $(a,b) \in R$ entonces (b,a) también

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son simétricas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (3,1), (2,4), (4,1), (4,2)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,3), (4,3)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (3,3), (2,1)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son simétricas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (3,1), (2,4), (4,1), (4,2)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,3), (4,3)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (3,3), (2,1)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$
- **R_1 y R_2 son simétricas**

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son simétricas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$
- $R_2 = \{(1,3), (1,2), (3,1), (2,3), (3,2)\}$
- $R_3 = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,1)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son simétricas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$ **si**
- $R_2 = \{(1,3), (1,2), (3,1), (2,3), (3,2)\}$ **no**, falta $(2,1)$
- $R_3 = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,1)\}$ **no**, falta $(3,1)$

Relaciones de equivalencia

- Sea $A=\mathbb{Z}^+$ indique si las relaciones son simétricas:

$$R_1=\{(a,b)|a \text{ divide } b\}$$

$$R_2=\{(a,b)|a\leq b\}$$

$$R_3=\{(a,b)|a>b\}$$

Relaciones de equivalencia

- Sea $A = \mathbb{Z}^+$ indique si las relaciones son simétricas:

$R_1 = \{(a,b) \mid a \text{ divide } b\}$ **no**, $1 \mid 3$ pero $3 \nmid 1$

$R_2 = \{(a,b) \mid a \leq b\}$ **no**, $2 \leq 3$ pero no se cumple que $3 \leq 2$

$R_3 = \{(a,b) \mid a > b\}$ **no**, $6 > 1$ pero no se cumple que $1 > 6$

Relaciones de equivalencia

Antisimétrica

- Una relación R sobre un conjunto A se llama antisimétrica si cuando $(a,b) \in R$ entonces (b,a) no
- No se consideran los casos (a,a)

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son antisimétricas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (2,4), (3,2), (3,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,2), (4,4)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (3,3)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son antisimétricas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (1,4), (2,4), (3,2), (3,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,2), (4,4)\}$
- $R_4 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (3,3)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$
- **R_1, R_2, R_4 y R_5 son antisimétricas**

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son antisimétricas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,3)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1)\}$
- $R_3 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3\}$ indique si las siguientes relaciones son antisimétricas:

- $R_1 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,3)\}$ **si**
- $R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1)\}$ **no**, (1,2) y (2,1)
- $R_3 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ **si**

Relaciones de equivalencia

Transitiva

- Una relación R sobre un conjunto A se llama transitiva si cuando $(a,b) \in R$ y $(b,c) \in R$ entonces (a,c) también

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son transitivas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (3,1), (1,4), (1,2), (3,4), (3,2)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,2), (1,3), (2,3), (3,3), (3,1), (1,1)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique cuáles de las siguientes relaciones son transitivas:

- $R_1 = \{(2,2), (1,3), (1,1), (3,1), (1,4), (1,2), (3,4), (3,2)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$
- $R_3 = \{(2,1), (3,2), (1,2), (2,2), (1,3), (2,3), (3,3), (3,1), (1,1)\}$
- R_2 y R_3

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique si las siguientes relaciones son transitivas:

- $R_4 = \{(1,2), (2,3), (1,4), (3,3), (1,3), (4,1)\}$
- $R_5 = \{(1,2)\}$

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ indique si las siguientes relaciones son transitivas:

- $R_4 = \{(1,2), (2,3), (1,4), (3,3), (1,3), (4,1)\}$ **no**, están $(1,4)$ y $(4,1)$, por lo tanto, debería estar $(1,1)$
- $R_5 = \{(1,2)\}$ **si**

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y las siguientes relaciones, complete la tabla de propiedades:

- $R_1 = \{(2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- $R_3 = \{(2,4), (4,2)\}$

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1				
R_2				
R_3				

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y las siguientes relaciones, complete la tabla de propiedades:

- $R_1 = \{(2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$
- $R_2 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- $R_3 = \{(2,4), (4,2)\}$

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1	NO	NO	NO	SI
R_2	SI	SI	NO	SI
R_3	NO	SI	NO	NO

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y las siguientes relaciones, complete la tabla de propiedades:

- $R_4 = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$
- $R_5 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- $R_6 = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4)\}$

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_4				
R_5				
R_6				

Relaciones de equivalencia

Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y las siguientes relaciones, complete la tabla de propiedades:

- $R_4 = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$
- $R_5 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$
- $R_6 = \{(1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4)\}$

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_4	NO	NO	SI	NO
R_5	SI	SI	SI	SI
R_6	NO	NO	NO	NO

Relaciones de equivalencia

Dadas las siguientes relaciones definidas sobre los números reales, complete la tabla de propiedades:

- $R_1 = \{(a,b) | a+b=0\}$

$$(5, -5)$$

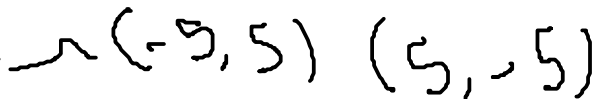
- $R_2 = \{(a,b) | x \neq y\}$

$$(3, 2) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (3, 4)$$

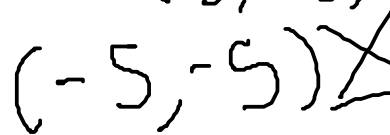
	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1				
R_2				

Relaciones de equivalencia

Dadas las siguientes relaciones definidas sobre los números reales, complete la tabla de propiedades:

• $R_1 = \{(a,b) | a+b=0\}$ 

• $R_2 = \{(a,b) | x \neq y\}$



	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1	NO	SI	NO	NO
R_2	NO	SI	NO	SI

Relaciones de equivalencia

Representación de relaciones

- Matricial
- Grafos

Relaciones de equivalencia

- Sean $A=\{a_1,a_2,a_3\}$ y $B=\{b_1,b_2,b_3,b_4\}$, R se define de la siguiente manera:

$$R=\{(a_1,b_3),(a_2,b_2),(a_3,b_1),(a_3,b_3),(a_3,b_4)\}$$

Relaciones de equivalencia

- Sean $A=\{a_1, a_2, a_3\}$ y $B=\{b_1, b_2, b_3, b_4\}$, R se define de la siguiente manera:

$$R=\{(a_1, b_3), (a_2, b_2), (a_3, b_1), (a_3, b_3), (a_3, b_4)\}$$

- La representación matricial de R es:

$$\begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Relaciones de equivalencia

- Sean $A=\{1,2,3\}$ y $B=\{1,2\}$, R se define de la siguiente manera:

$$R=\{(1,1),(1,2),(2,2),(3,1)\}$$

- Muestre la representación matricial de R

Relaciones de equivalencia

- Sean $A=\{1,2,3\}$ y $B=\{1,2\}$, R se define de la siguiente manera:

$$R=\{(1,1),(1,2),(2,2),(3,1)\}$$

- La representación matricial de R es:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} 1 & 2 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right) \end{array}$$

Relaciones de equivalencia

- Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y R definida de A en A de la siguiente manera:

$$R=\{(1,1),(1,2),(2,2),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4),(4,1)\}$$

- Muestre la representación matricial de R

Relaciones de equivalencia

- Sea $A=\{1,2,3,4\}$ y R definida de A en A de la siguiente manera:

$$R=\{(1,1),(1,2),(2,2),(2,4),(3,1),(3,2),(3,4),(4,1)\}$$

- La representación matricial de R es:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Relaciones de equivalencia

- Muestre la relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$ representada por la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Relaciones de equivalencia

- Muestre la relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$ representada por la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,3)\}$

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva

No es reflexiva porque $(3,3) \notin R$

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva

La relación es reflexiva

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva

La relación es reflexiva

Una relación R es **reflexiva** si la matriz M_R tiene solo 1's en su diagonal

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

La relación es simétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

La relación no es simétrica ya que $(1,3) \in R$ y $(3,1) \notin R$

Relaciones de equivalencia

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **es simétrica**

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **no es simétrica**

Relaciones de equivalencia

- Compare la matriz con su transpuesta

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **es simétrica**

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **no es simétrica**

Relaciones de equivalencia

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **es**
simétrica

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **no**
es simétrica

Relaciones de equivalencia

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **es**
simétrica

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

La relación **no**
es simétrica

Una relación R es **simétrica** si
la matriz M es igual a M^T

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es simétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es antisimétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es antisimétrica

La relación es antisimétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es antisimétrica

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es antisimétrica

La relación no es antisimétrica ya que $(2,4) \in R$ y $(4,2) \notin R$

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es antisimétrica

La relación no es antisimétrica ya que $(2,4) \in R$ y $(4,2) \notin R$

Una relación R es antisimétrica si en la matriz M se cumple que si $m_{ij}=1$ entonces $m_{ji}=0$

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es transitiva

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- $R=\{(1,2),(2,2),(2,3),(3,1)\}$, **no es transitiva** ya que:

$(1,2) \in R$ y $(2,3) \in R$ pero $(1,3) \notin R$

$(2,3) \in R$ y $(3,1) \in R$ pero $(2,1) \notin R$

$(3,1) \in R$ y $(1,2) \in R$ pero $(3,2) \notin R$

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva

Relaciones de equivalencia

- Es reflexiva ya que en su diagonal hay solo 1's
- No es simétrica ya que $M \neq M^T$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- No es antisimétrica ya que $(1,3) \in R$ y $(3,1) \in R$
- Es transitiva

Relaciones de equivalencia

› Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3\}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Indique si la relación es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva

Relaciones de equivalencia

- Es reflexiva ya que en su diagonal hay solo 1's
- No es simétrica ya que $M \neq M^T$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Es antisimétrica ya que si $(a,b) \in R$ entonces $(b,a) \notin R$
- No es transitiva. $(1,2) \in M$ y $(2,3) \in M$ pero $(1,3) \notin M$

Relaciones de equivalencia

Representación de relaciones

- Matricial
- Grafos

Relaciones de equivalencia

Representación usando grafos

- $R=\{(a,b),(b,c),(c,a),(d,b),(d,c)\}$ definida sobre $A=\{a,b,c,d\}$

• Nodos

→ Aristas

Relaciones de equivalencia

Representación usando grafos

- $R=\{(a,b),(b,c),(c,a),(d,b),(d,c)\}$ definida sobre $A=\{a,b,c,d\}$

• Nodos

→ Aristas

Cada elemento de A es un nodo y
cada elemento de R es una arista

Relaciones de equivalencia

Representación usando grafos

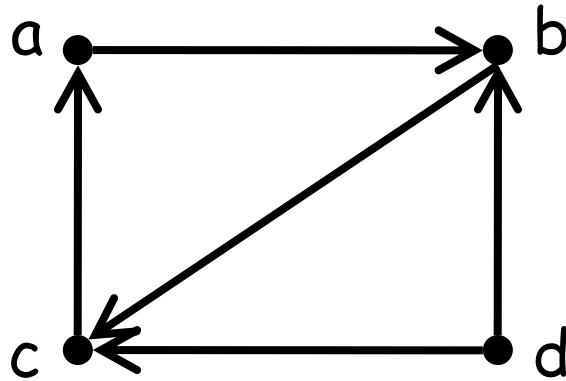
- $R=\{(a,b),(b,c),(c,a),(d,b),(d,c)\}$ definida sobre $A=\{a,b,c,d\}$



Relaciones de equivalencia

Representación usando grafos

- $R = \{(a,b), (b,c), (c,a), (d,b), (d,c)\}$ definida sobre $A = \{a,b,c,d\}$

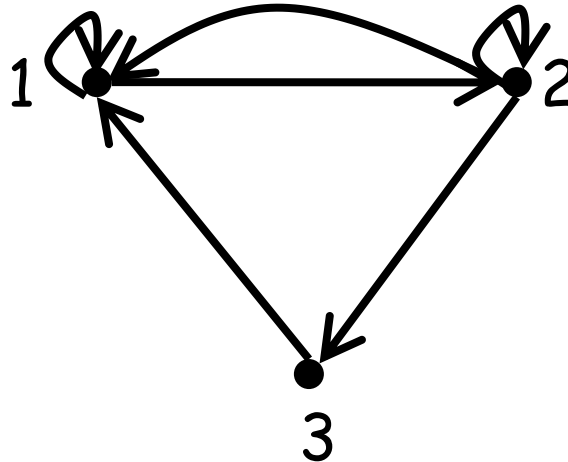


Relaciones de equivalencia

Represente $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1)\}$ definida sobre $A=\{1,2,3\}$

Relaciones de equivalencia

Represente $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1)\}$ definida sobre $A=\{1,2,3\}$

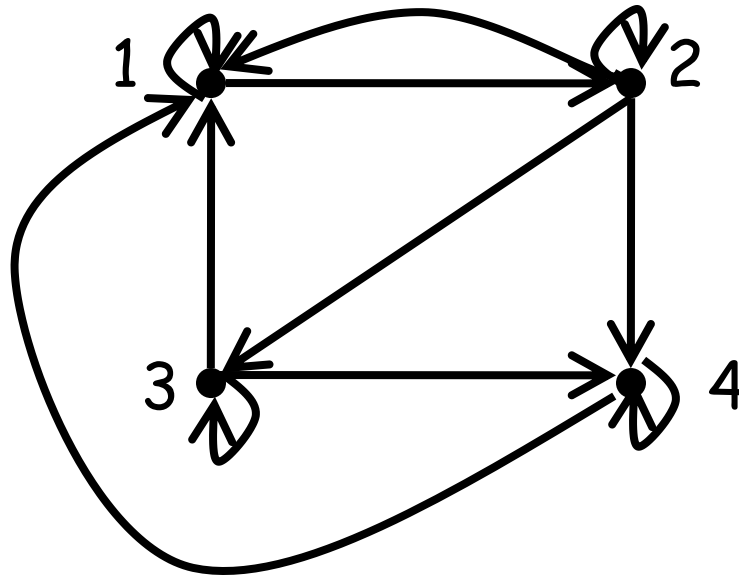


Relaciones de equivalencia

Represente $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3), (2,4),(3,1),(3,3), (3,4),(4,1),(4,4)\}$ definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

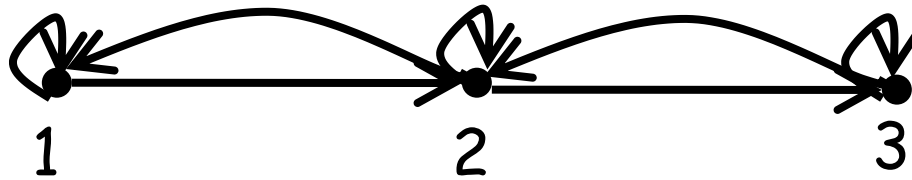
Relaciones de equivalencia

Represente $R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,1),(3,3),(3,4),(4,1),(4,4)\}$ definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



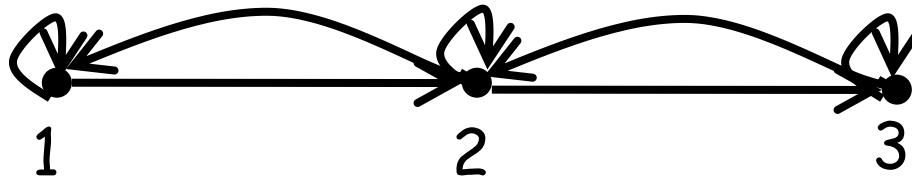
Relaciones de equivalencia

Muestre la relación que representa el siguiente grafo:



Relaciones de equivalencia

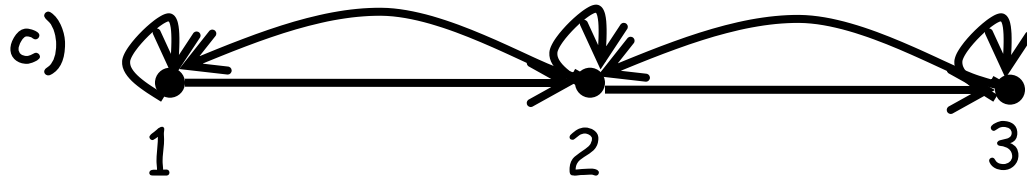
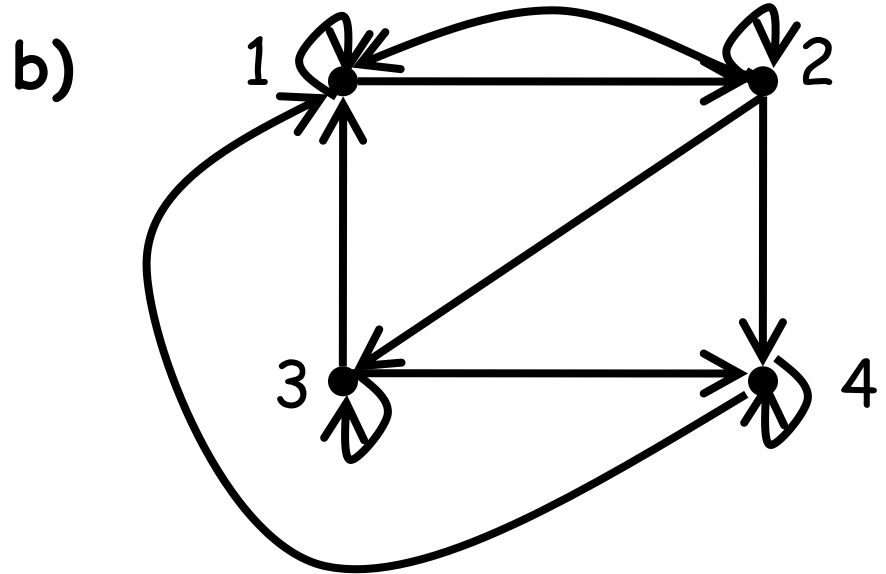
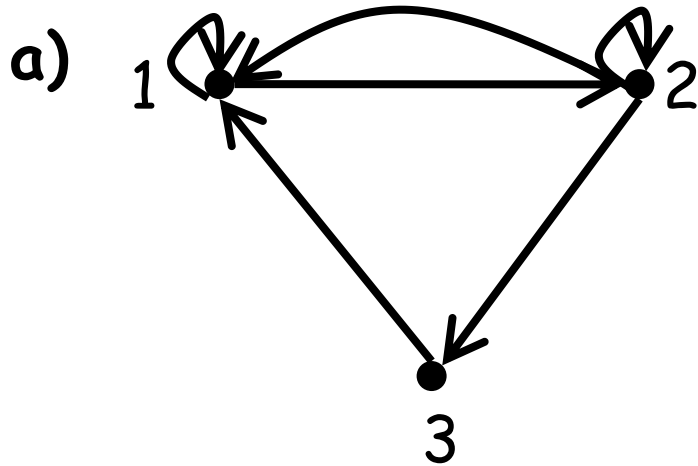
Muestre la relación que representa el siguiente grafo:



$$R=\{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$$

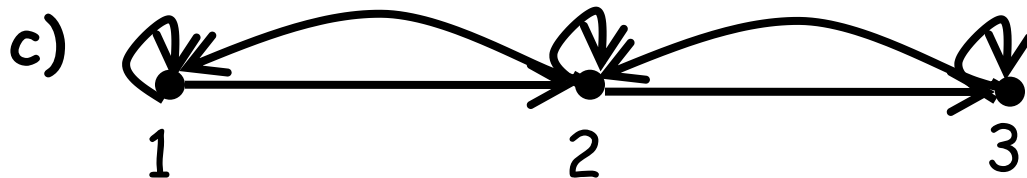
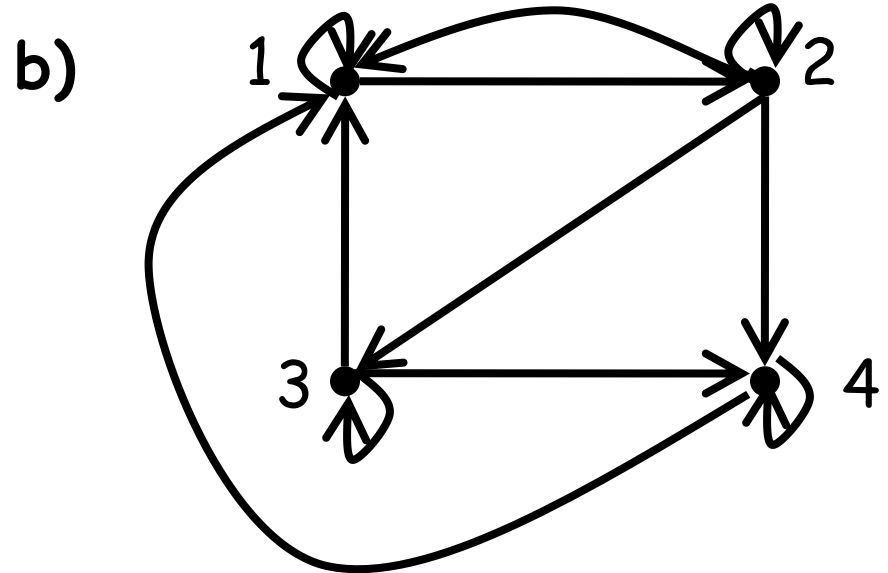
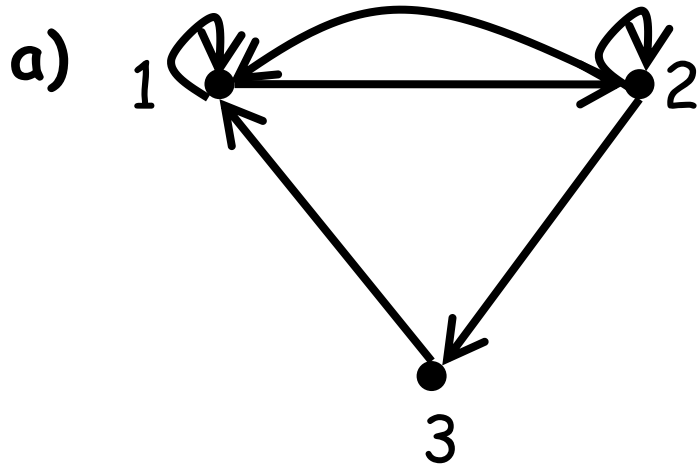
Relaciones de equivalencia

Indique cuáles de las siguientes relaciones son reflexivas:



Relaciones de equivalencia

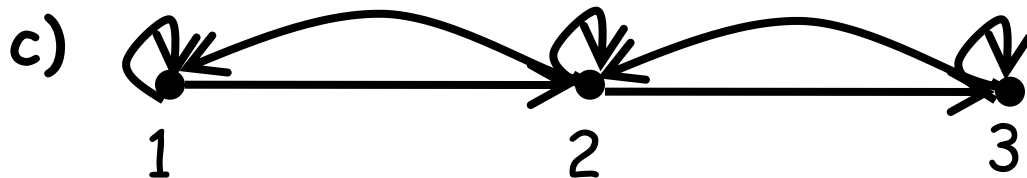
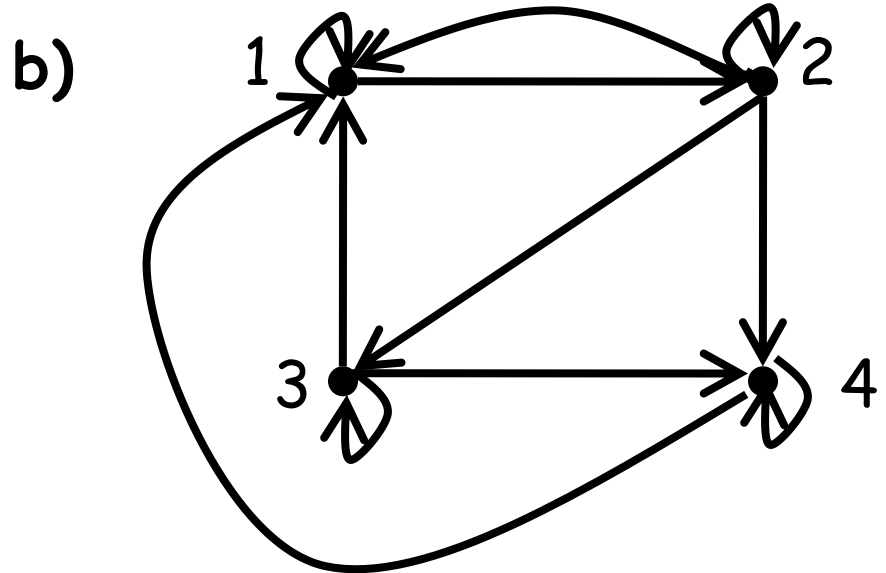
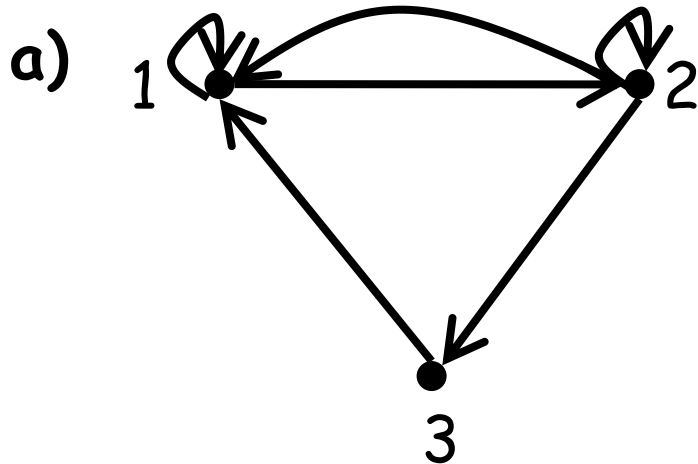
Indique cuáles de las siguientes relaciones son reflexivas:



Una relación es **reflexiva** si cada nodo tiene una arista que sale y llega al mismo nodo

Relaciones de equivalencia

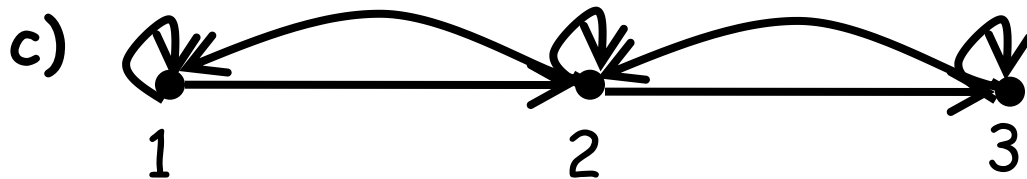
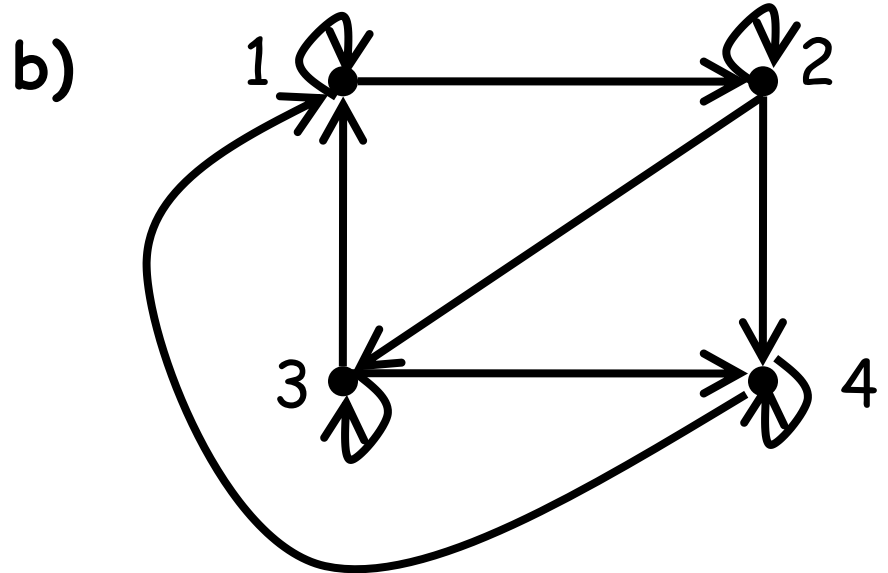
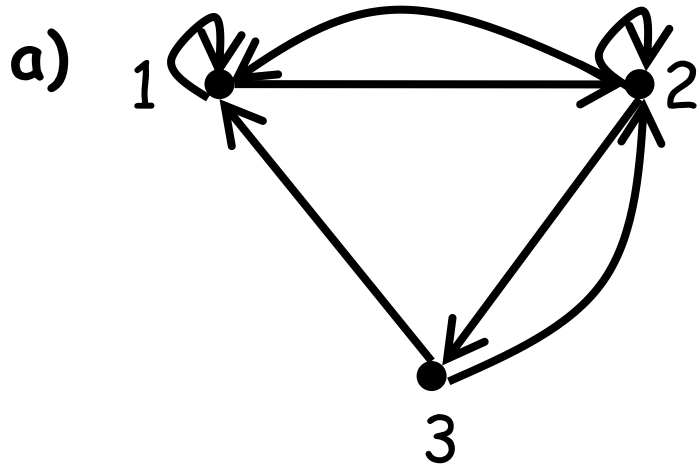
Indique cuáles de las siguientes relaciones son reflexivas:



Las relaciones representadas en b y c son reflexivas

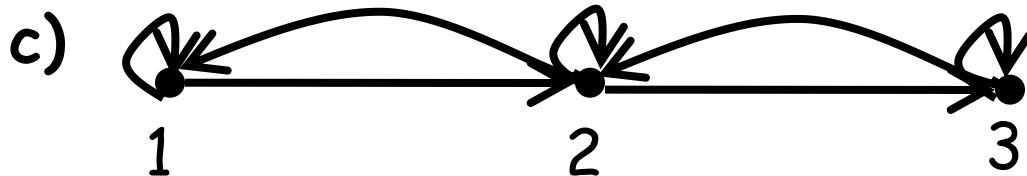
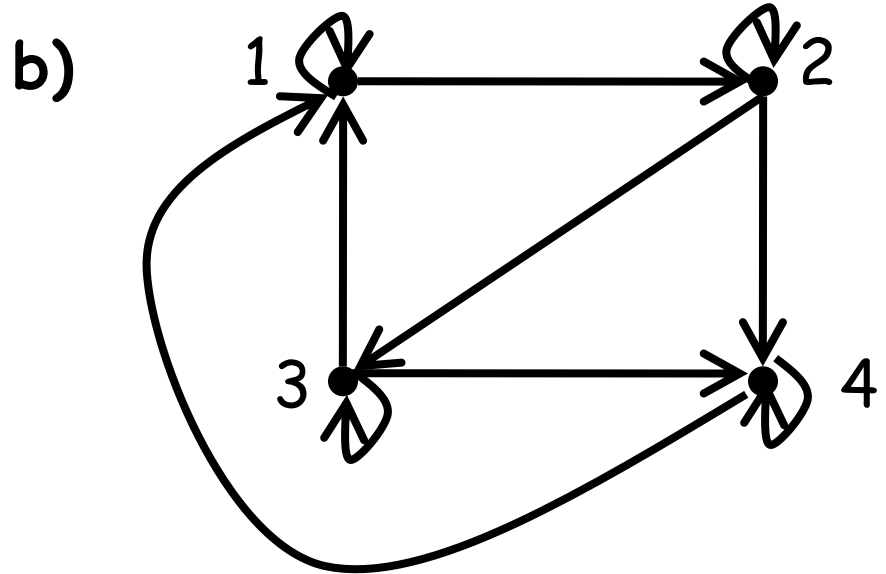
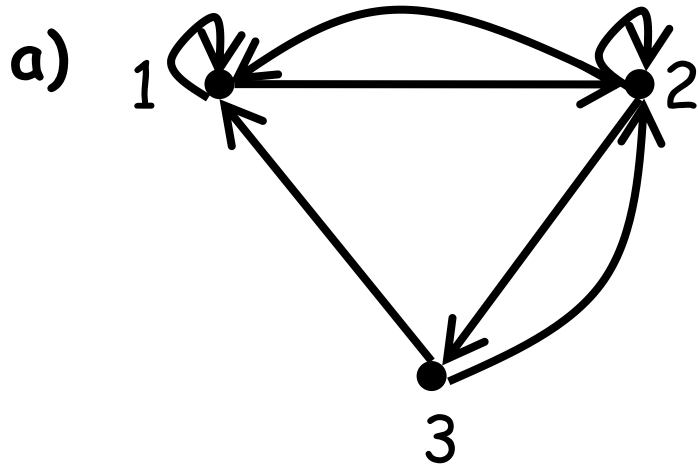
Relaciones de equivalencia

Indique cuáles de las siguientes relaciones son simétricas:



Relaciones de equivalencia

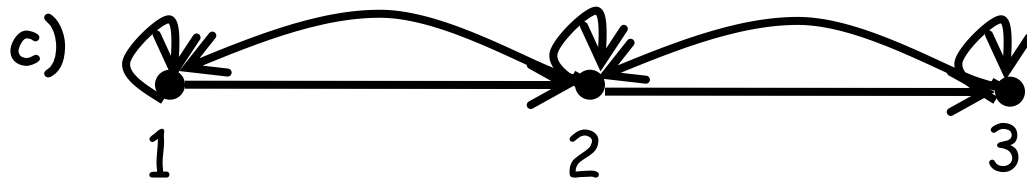
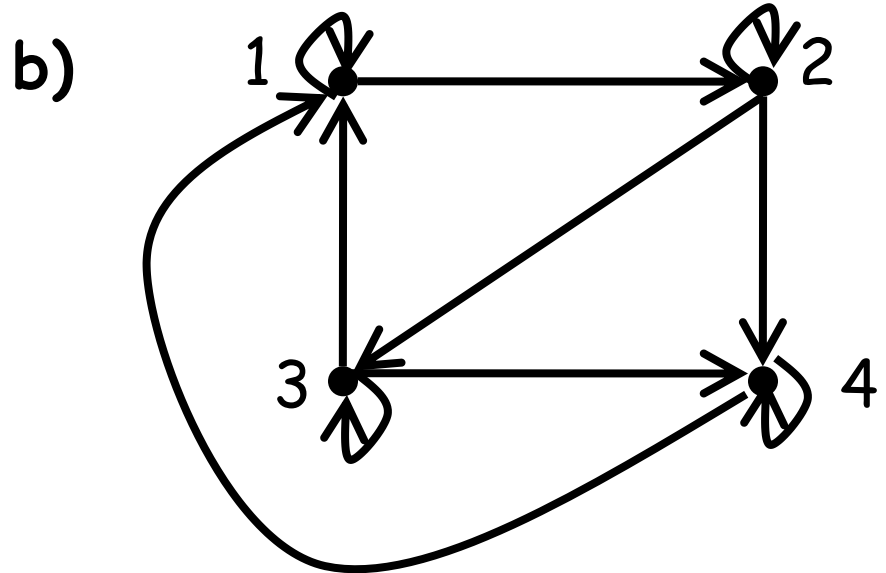
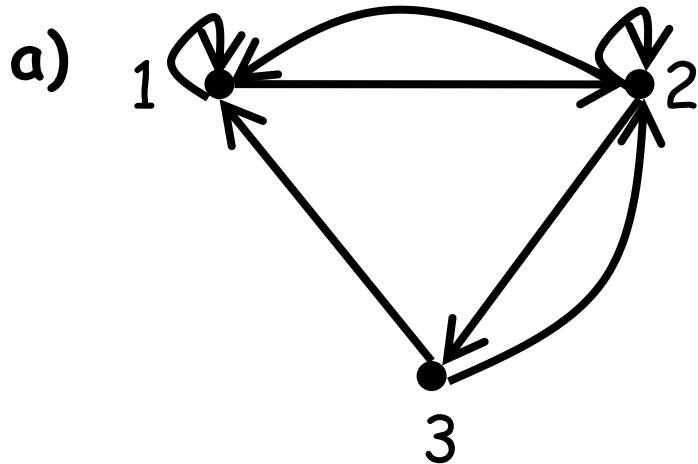
Indique cuáles de las siguientes relaciones son simétricas:



Una relación es simétrica si por cada arista del nodo i al j , hay otra de j a i

Relaciones de equivalencia

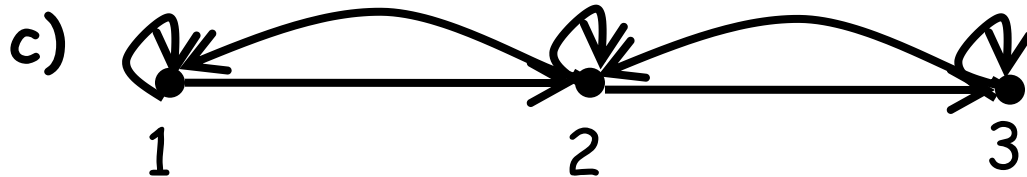
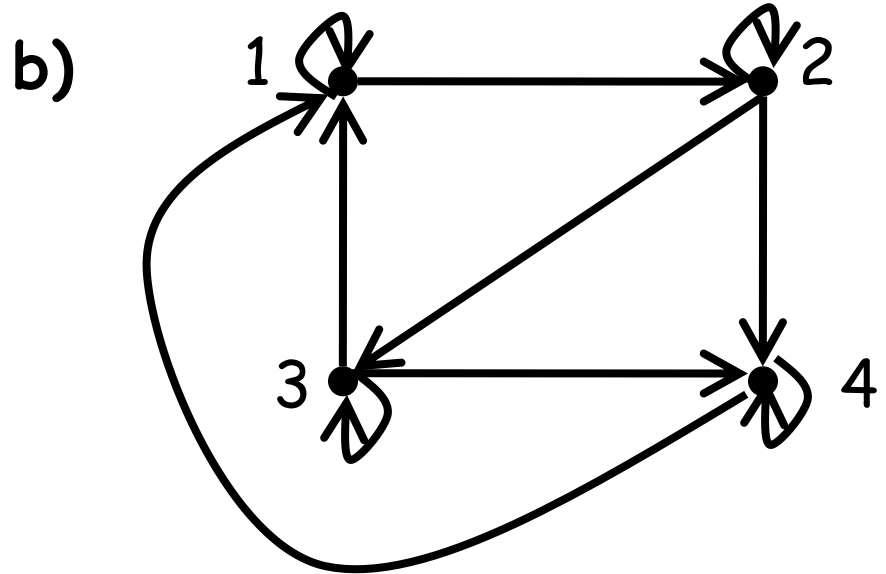
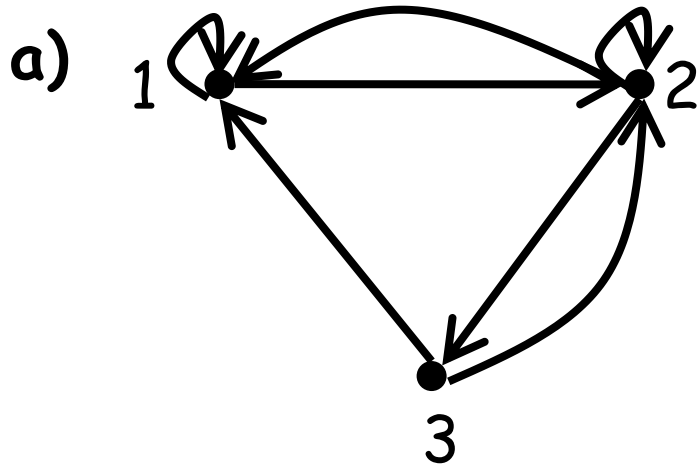
Indique cuáles de las siguientes relaciones son simétricas:



La relación representada en c es simétrica

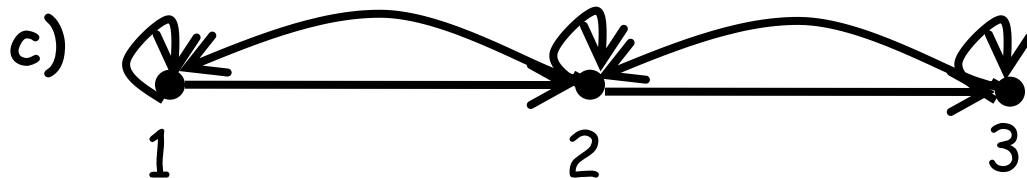
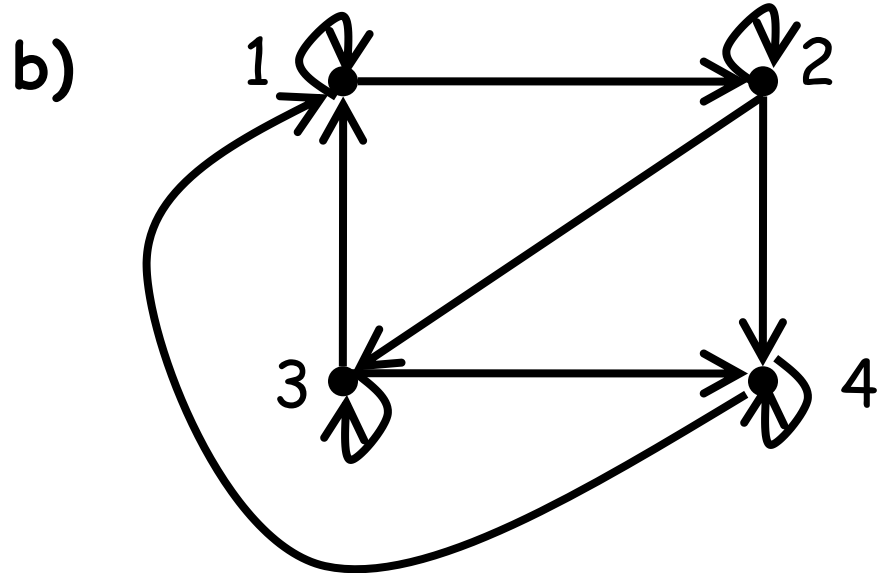
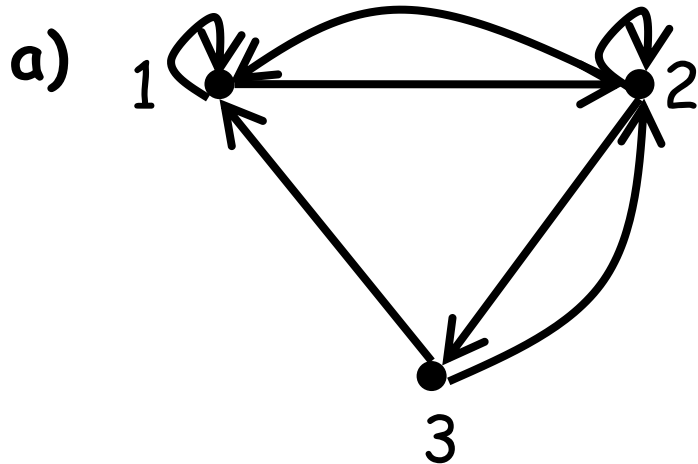
Relaciones de equivalencia

Indique cuáles de las siguientes relaciones son antisimétricas:



Relaciones de equivalencia

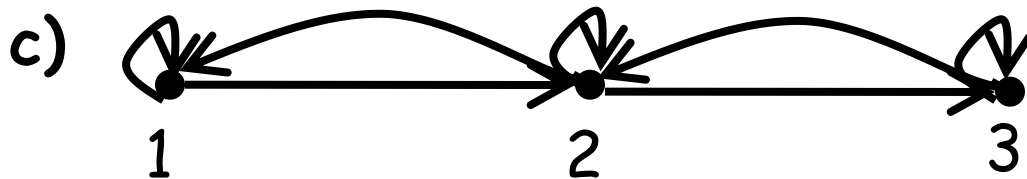
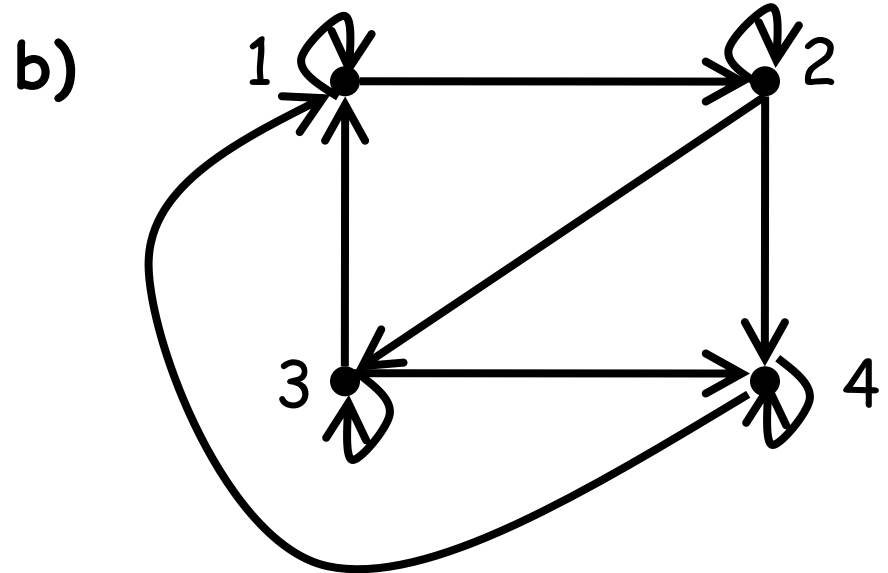
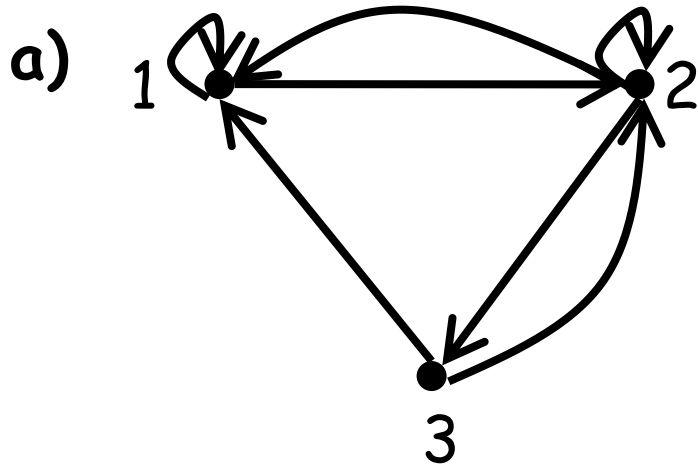
Indique cuáles de las siguientes relaciones son antisimétricas:



Una relación es antisimétrica si cuando hay una arista del nodo i al j , no hay otra de j a i

Relaciones de equivalencia

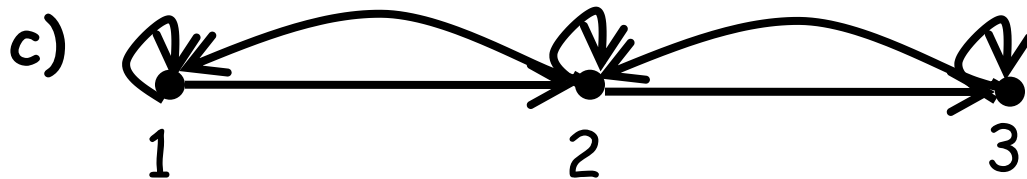
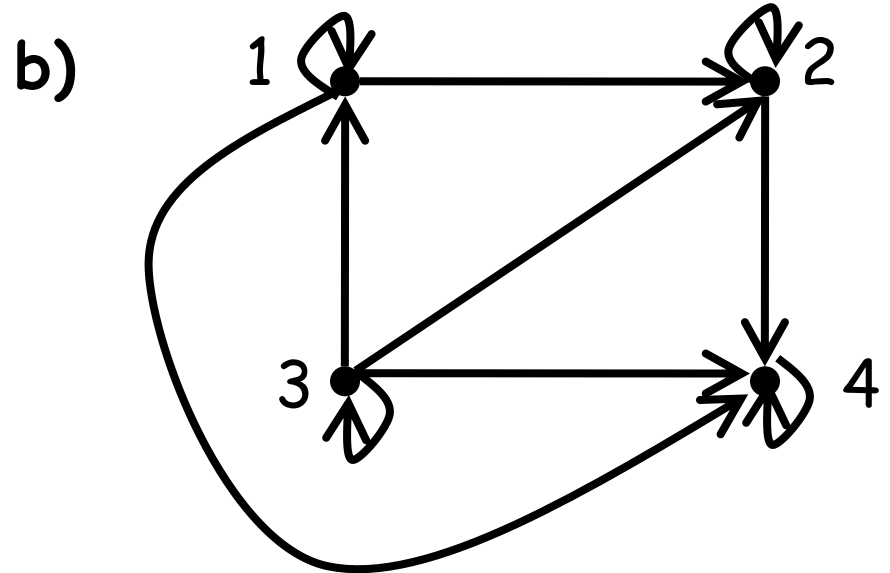
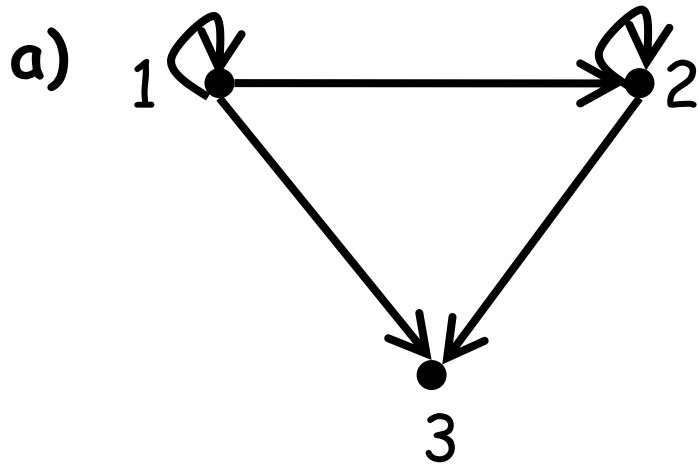
Indique cuáles de las siguientes relaciones son antisimétricas:



La relación representada en b es antisimétrica

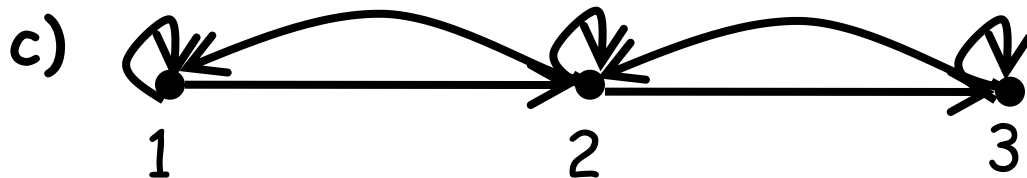
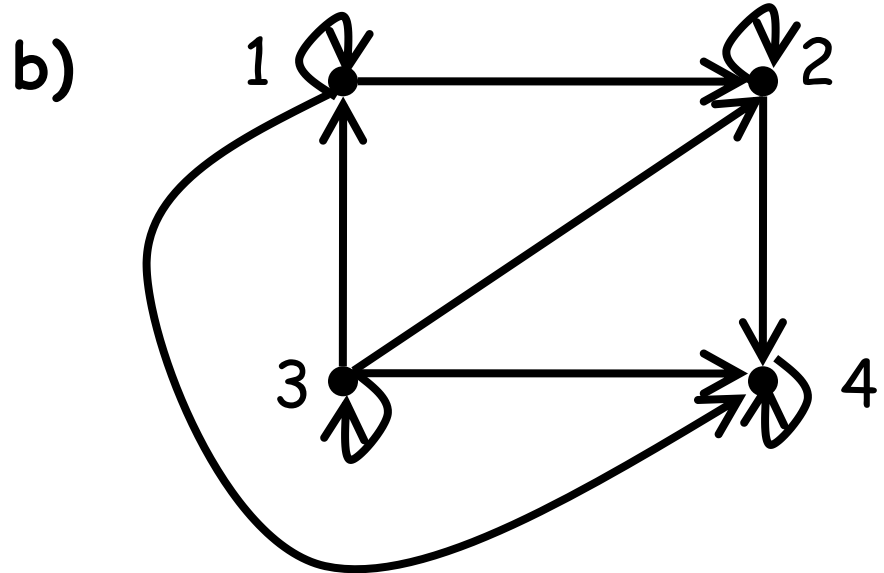
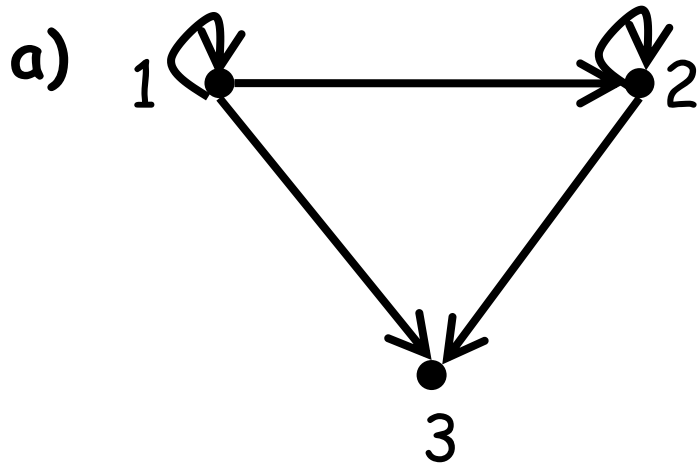
Relaciones de equivalencia

Indique cuáles de las siguientes relaciones son transitivas:



Relaciones de equivalencia

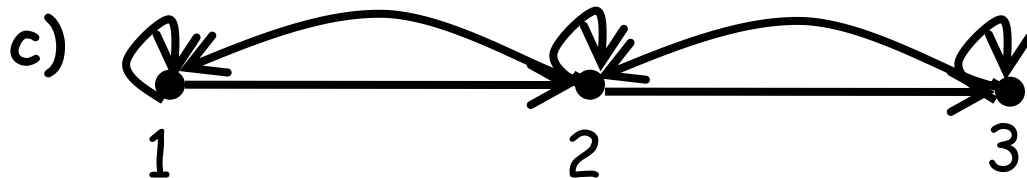
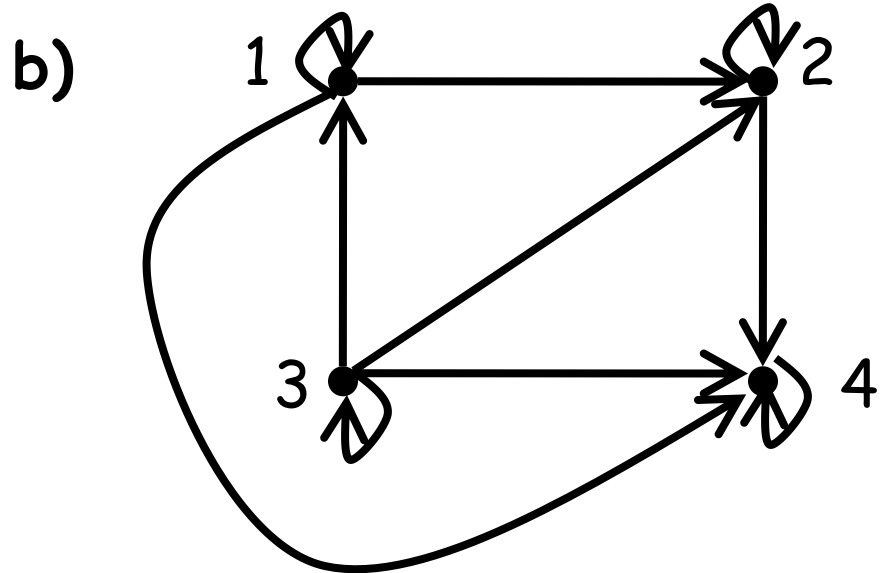
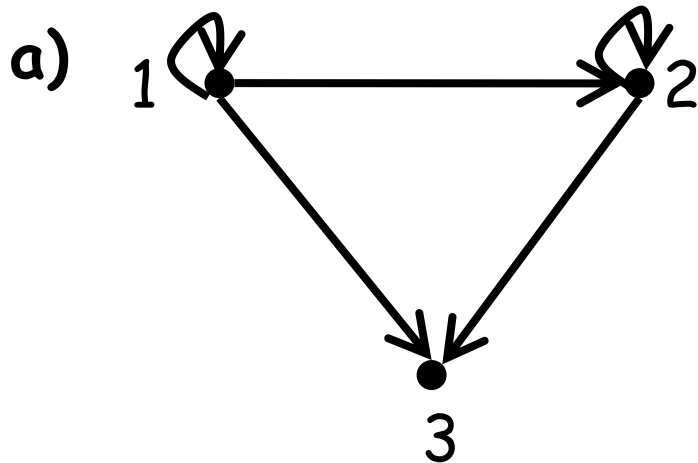
Indique cuáles de las siguientes relaciones son transitivas:



Una relación es transitiva si cuando hay una arista del nodo i al j , otra de j a k , entonces hay una arista de i a k

Relaciones de equivalencia

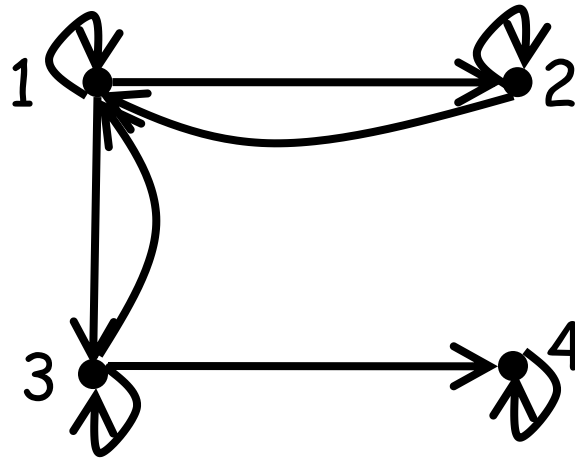
Indique cuáles de las siguientes relaciones son transitivas:



Las relaciones representadas en a y b son transitivas

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



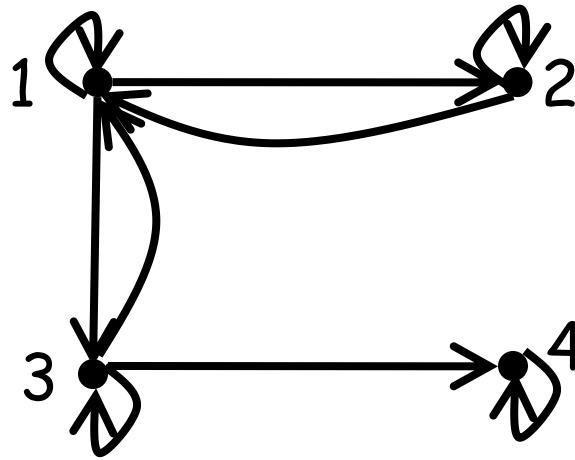
- Complete la siguiente tabla de propiedades:

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1				

- Representéla en forma matricial

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



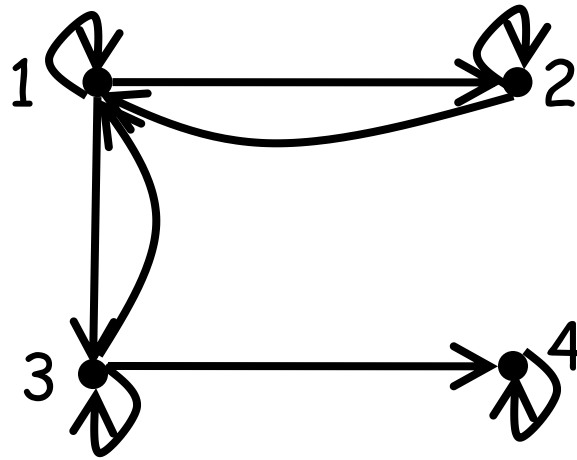
- Complete la siguiente tabla de propiedades:

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1	SI	NO	NO	NO

- Representéla en forma matricial

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$

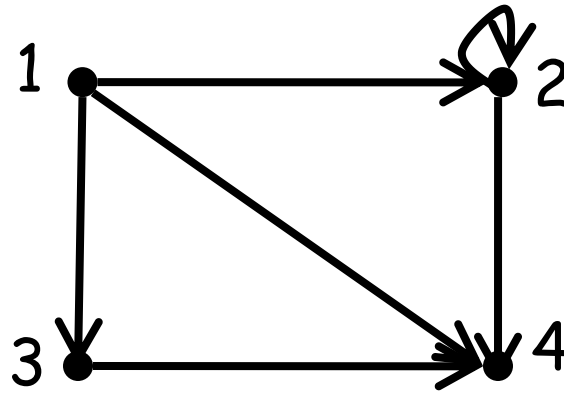


- Representación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Relaciones de equivalencia

> Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



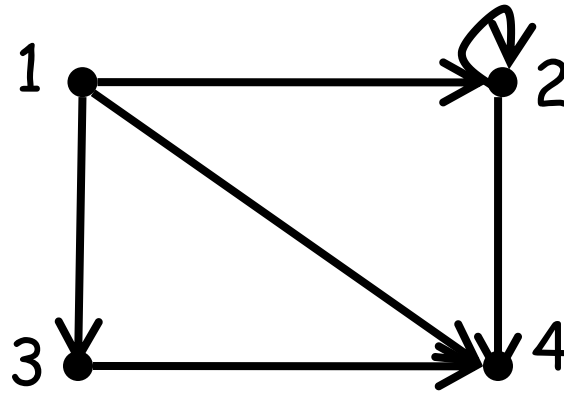
• Complete la siguiente tabla de propiedades:

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1				

• Representéla en forma matricial

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



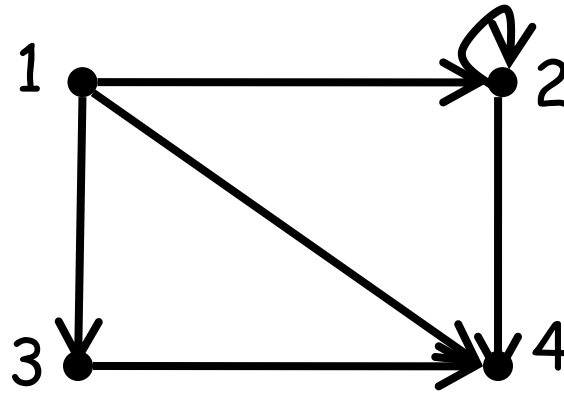
- Complete la siguiente tabla de propiedades:

	Reflexiva	Simétrica	Antisimétrica	Transitiva
R_1	NO	NO	SI	SI

- Representéla en forma matricial

Relaciones de equivalencia

- Considere la siguiente relación definida sobre $A=\{1,2,3,4\}$



- Representación matricial:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$