# Fundamentos de análisis y diseño de algoritmos

## Programación voraz

## Selección de actividades

## Características de la programación voraz

# Programación voraz

- La programación dinámica puede resultar costosa. (Pocos subproblemas repetidos)

- Otra estrategia para resolver problemas de optimización: en cada estado de la búsqueda de una solución al problema, tomar el camino (la decisión) que es el mejor en ese momento (óptima), sin tener en cuenta las soluciones a subproblemas

# Programación voraz

- Un algoritmo voraz toma decisiones con rapidez sobre vistas locales → toma decisiones óptimas locales. Espera que llegue a una solución óptima global

- Un algoritmo voraz no siempre encuentra la solución óptima global

# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

•Suponga que se tiene un conjunto de actividades S etiquetadas con números de $a_1 \ldots a_n$. $S=\{a_1, \ldots, a_n\}$

•Todas las actividades necesitan acceder a un mismo recurso

•Cada actividad $a_i$ tiene asociada dos valores:

$s_i$: tiempo inicial

$f_i$: tiempo final

estos son los tiempos entre los cuales la actividad *debería* acceder al recurso

# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

S={1,2,3}

(0,5), (1,2), (2,3) son los tiempos para las 3 actividades

# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

S={1,2,3}

(0,5), (1,2), (2,3) son los tiempos para las 3 actividades

¿Cuáles son las diferentes formas de planificar las actividades?

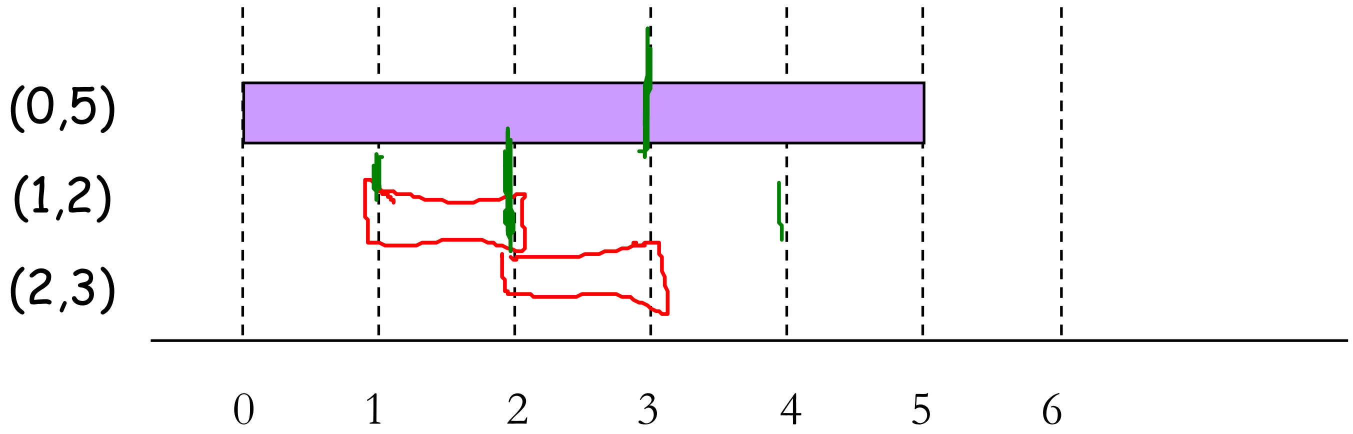
# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

S={1,2,3}

(0,5), (1,2), (2,3) son los tiempos para las 3 actividades

*Asignar el recurso a la actividad 1*



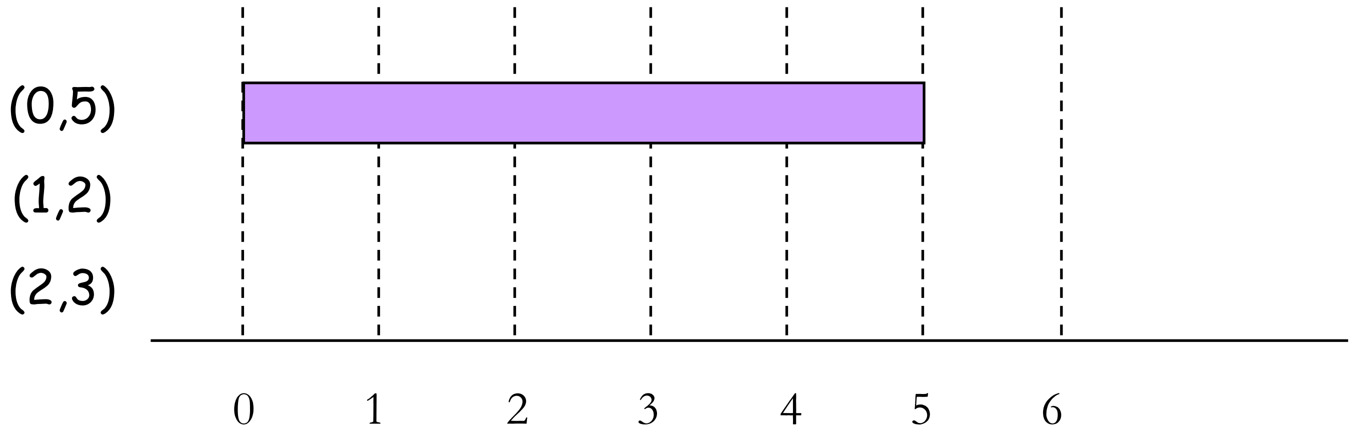
# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

S={1,2,3}

(0,5), (1,2), (2,3) son los tiempos para las 3 actividades

*Asignar el recurso a la actividad 1*




Las actividades 2 y 3 no se podrían atender

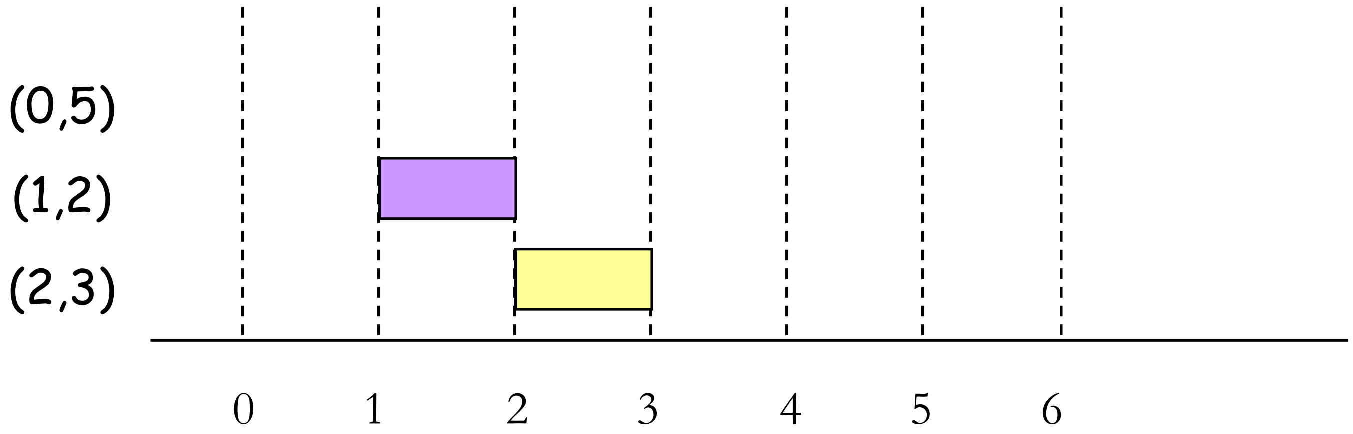
# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

S={1,2,3}

(0,5), (1,2), (2,3) son los tiempos para las 3 actividades

*Asignar el recurso a las actividades 2 y 3*




La actividad 1 no se podría atender

# Programación voraz

Problema de selección de actividades

Entrada: $S=\{a_1, \ldots, a_n\}$

Salida: $A \subseteq S$, tal que $|A|$ es máxima

# Programación voraz

## Problema de selección de actividades

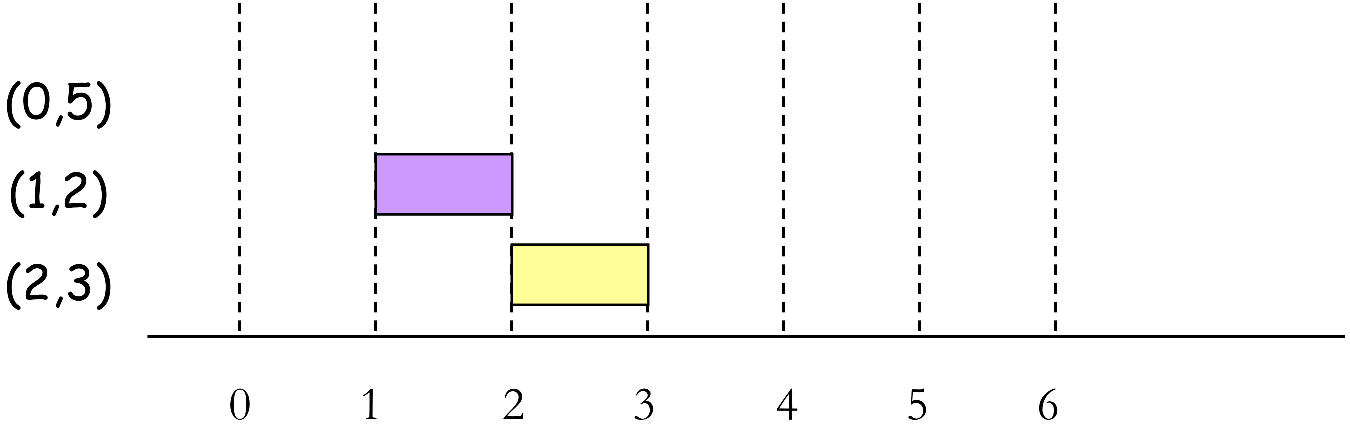
Entrada: $S=\{a_1, \ldots, a_n\}$

Salida: $A \subseteq S$, tal que $|A|$ es máxima

*(maximizar la cantidad de actividades que van a usar el recurso)*

# Programación voraz

## Problema de selección de actividades




A={2,3} es la solución óptima

$S = \{a_1, a_2, a_3\}$

$(0,5) \quad (1,2) \quad (2,3)$

$\max\left( S|a_1, a_2| \, , \; S|a_1, a_2| + 1 \, , (2,3) \right)$

# Programación voraz

## Solución:

- Ordenar las actividades ascendentemente según los tiempos de finalización $f_i$

O(n log(n))

S={1,2,3}
(0,5), (1,2), (2,3) → S'={2,3,1}
(1,2), (2,3), (0,5)

- Coloque en la solución el primer recurso en la lista ordenada

S'={2,3,1}
(1,2), (2,3), (0,5) → A={2}

# Programación voraz

## Solución:

•Coloque en la solución A, el recurso en S' que tiene tiempo de inicio menor o igual que el tiempo final del recurso que se acaba de planificar

S'={2,3,1}
(1,2), (2,3), (0,5)

# Programación voraz

## Solución:

•Coloque en la solución A, el recurso en S' que tiene tiempo de inicio menor o igual que el tiempo final del recurso que se acaba de planificar

S'={2,3,1} → A={2,3}

(1,2), (2,3), (0,5)

# Programación voraz

## Solución:

•Coloque en la solución A, el recurso en S′ que tiene tiempo de inicio menor o igual que el tiempo final del recurso que se acaba de planificar

S′={2,3,1}
(1,2), (2,3), (0,5)

A={2,3}

**¿Por qué es una estrategia voraz?**

•Se toma una decisión óptima local en cada estado de la solución

•La decisión no depende de solucionar primero subproblemas relacionados

# Programación voraz

## ¿Cuándo utilizar una estrategia voraz?

Cuando el problema exhiba:

- *Propiedad de escogencia voraz*
- *Subestructura óptima*

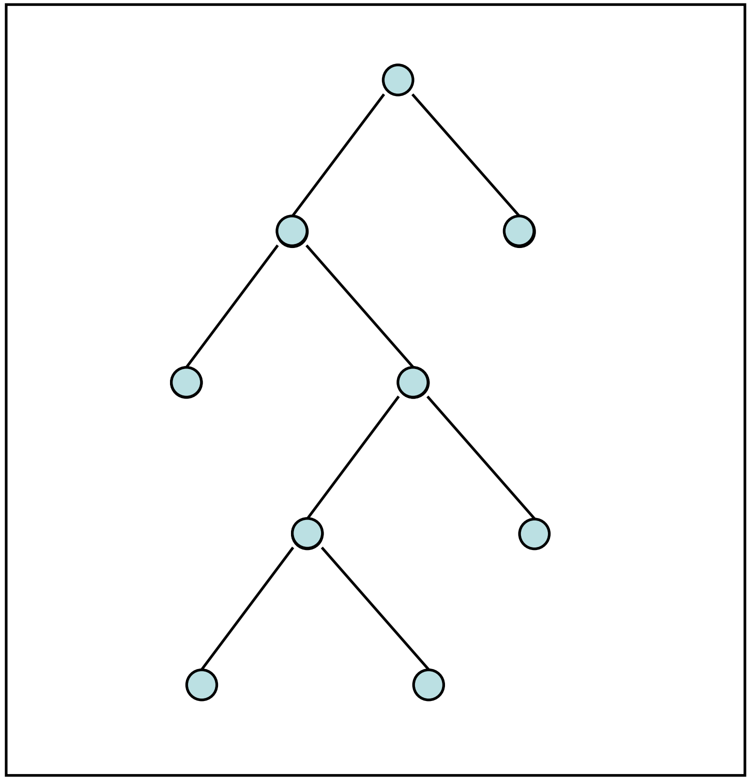
# Programación voraz

## ¿Cuándo utilizar una estrategia voraz?

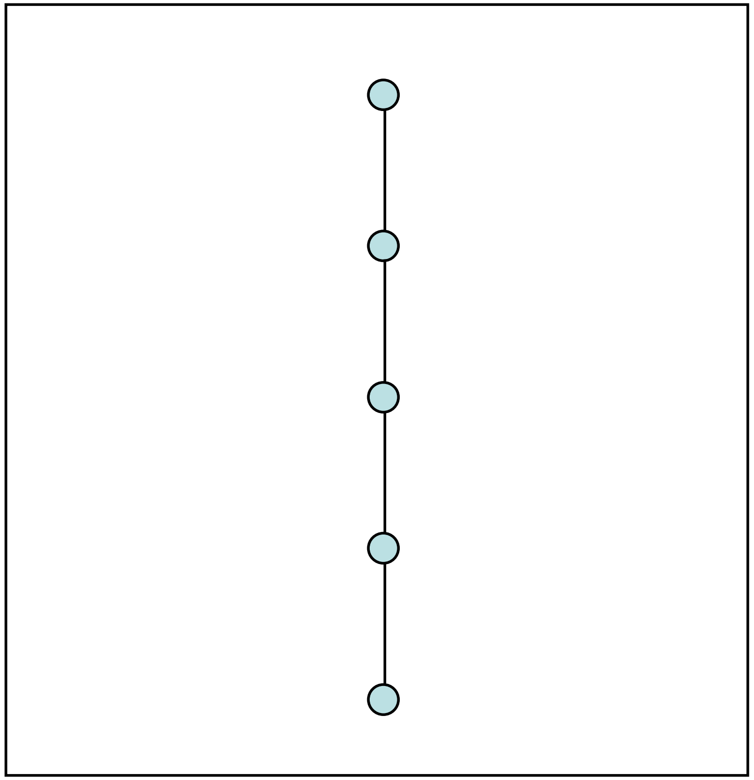
Cuando el problema exhiba:

- *Propiedad de escogencia voraz:* una solución óptima se puede hallar a partir de soluciones óptimas locales
- *Subestructura óptima:* igual que en programación dinámica

# Programación voraz



Programación dinámica



Programación voraz

# Programación voraz

Problema: Mochila 0-1

Se tienen N objetos y una mochila de capacidad (de peso) M, cada objeto tiene un peso $w_i$, $1 \leq i \leq N$. Cada objeto puede estar, o no, en la mochila. Ademas, se tiene un beneficio $b_i$ por cada objeto

El problema consiste en maximizar el beneficio. La solución se representa indicando para cada objeto si se debe colocar o no en la mochila

# Programación voraz

De manera formal, el problema consiste en encontrar $\langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle$ tal que:

$$\sum_{1 \le i \le N} b_i x_i$$ sea máximo, sujeto a

$$\sum_{1 \le i \le N} w_i x_i \le M$$

$x_i \in \{0,1\}$, donde 0 significa que el objeto i no se coloca en la mochila y 1 que si

# Programación voraz

N=3, M=9, b=<10,6,8>, w=<3,4,5>

<1,0,1> es una solución que indica colocar en la mochila los objetos 1 y 3, esto implica un beneficio de 18

<1,1,0> es una solución que indica colocar en la mochila los objetos 1 y 2, esto implica un beneficio de 16

<0,1,1> es una solución que indica colocar en la mochila los objetos 2 y 3, esto implica un beneficio de 14

# Programación voraz

Estrategia voraz: seleccionar el ítem que tiene mayor beneficio por peso, esto es, $b_i/w_i$ sea mayor

# Programación voraz

Estrategia voraz: seleccionar el ítem que tiene mayor beneficio por peso, esto es, $b_i/w_i$ sea mayor

N=3, M=9, b=<10,6,8>, w=<3,4,5>

Beneficio/peso=<10/3, 6/4, 8/5> = <3.3 , 1.5, 1.6 >

Seleccionar el item1, luego el item3 y por último el item2 (si caben)

<3.3, 1.6, 1.5>

# Programación voraz

Estrategia voraz: seleccionar el ítem que tiene mayor beneficio por peso, esto es, $b_i/w_i$ sea mayor

N=3, M=9, b=<10,6,8>, w=<3,4,5>

Beneficio/peso=<10/3, 6/4, 8/5> = <3.3 , 1.5, 1.6 >

Seleccionar el item1, luego el item3 y por último el item2 (si caben)

Solución: <1,0,1>

Beneficio=10+8

# Programación voraz

Estrategia voraz: seleccionar el ítem que tiene mayor beneficio por peso, esto es, $b_i/w_i$ sea mayor

N=3, M=50, b=<60,100,120>, w=<10,20,30>

Beneficio/peso=<60/10, 100/20, 120/30> = <6, 5, 4 >

Seleccionar el item1, luego el 2

Solución: <1,1,0>

Beneficio=60+100=160

# Programación voraz

Estrategia voraz: seleccionar el ítem que tiene mayor beneficio por peso, esto es, $b_i/w_i$ sea mayor

$N=3$, $M=50$, $b=\langle 60,100,120\rangle$, $w=\langle 10,20,30\rangle$

Beneficio/peso=$\langle 60/10,\ 100/20,\ 120/30\rangle = \langle 6, 5, 4\rangle$

La solución óptima es: $\langle 0,1,1\rangle$

Beneficio=100+120=220