Taller 1: Conocimientos previos
Fundamentos de Análisis y Diseño de Algoritmos
Escuela de Ingeniería de Sistemas y Computación

Indicar el **numero ejecuciones** de cada una de las **instrucciones (lineas)** de los algoritmos siguientes. Determinar una **función en términos de n** que calcule el número total de **asignaciones** y **comparaciones (indicar las lineas a tener en cuenta en cada caso)** que realiza cada algoritmo. **Suponga n grande.**

a = 3
b = 2
c = 1
 	
Para i = 3 hasta n + 1 haga
    Para j = 4 hasta n + 3 haga
        a = b + 2*a
        b = c + 3
        c = a – b
    fin para
fin para
	a = 3
	b = 2
	
	Para i = 3 hasta 3*n haga
	    Para j = -7 hasta n-10 haga
	        a = b + 2
	        b = c + 3
	    fin para
	fin para

Solución

A = 3	1
b = 2	1
c = 1	1
Para i = 3 hasta n + 1 haga	(n+1-3)+1+1 = n
Para j = 4 hasta n + 3 haga	(n-1)*(n+3-4+1+1)=(n-1)*(n+1)
a = b + 2*a	(n-1)n
b = c + 3	(n-1)n
c = a – b	(n-1)n
fin para	
fin para	

Total = 3+n+(n-1)*(n+1)+3n(n-1) = O(n^2)

a = 3
b = 2
 	
Para i = 3 hasta 3*n haga
    Para j = -7 hasta n-10 haga
        a = b + 2
        b = c + 3
    fin para
fin para
	1
	1
	
	(3n – 3 + 1 +1) = (3n – 1)
	(3n)(n-10+7+1+1) = (3n)(n-1)
	(3n)(n-2)
	(3n)(n-2)

T(n) = 2 + (3n-1) + (3n)(n-1)+2(3n)(n-2) = O(n^2)

Ahora incluyamos condicionales, el análisis en este caso debe hacerlo considerando

1. Mejor caso: Menor número de ejecuciones
2. Peor caso: Mayor número de ejecuciones

a = 3
b = 2
c = 1
 	
Para i = 3 hasta 2*n + 1 haga
    Si n es mayor que 3 entonces:
        Para j = 4 hasta n + 3 haga
            a = b + 2*a
            b = c + 3
            c = a – b
        fin para
    fin si
fin para
	a = 3
	b = 2
	
	Para i = 3 hasta 3*n haga
	    Para j = -7 hasta n-10 haga
	        a = b + 2
	        Si n >= 7 entonces:
	            Para k = - 3 hasta 4*n*n haga
	                b = 3*b
	            fin para
	        fin si
	        b = c + 3
	    fin para
	fin para

	Mejor Caso n <= 3	Peor Caso n > 3
a = 3	1	1
b = 2	1	1
c = 1	1	1
Para i = 3 hasta 2*n + 1 haga	(2n+1)-3+1+1 = 2n	(2n+1)-3+1+1 = 2n
Si n es mayor que 3 entonces:	2n-1	2n-1
Para j = 4 hasta n + 3 haga	0	(2n-1)(n+3)-4+1+1=(2n-1)(n+1)
a = b + 2*a	0	(2n-1)(n)
b = c + 3	0	(2n-1)(n)
c = a – b	0	(2n-1)(n)
fin para		
fin si		
fin para		

Mejor Caso: 4n-1 = O(n)
Peor Caso: 3 + 2n + (2n-1)*(n+1)+3n(2n-1) = O(n^2)

	Mejor Caso n < 7	Peor Caso n >= 7
a = 3	1	1
b = 2	1	1
Para i = 3 hasta 3*n haga	(3n – 3) + 1 + 1 = 3n – 1	(3n – 3) + 1 + 1 = 3n – 1
Para j = -7 hasta n-10 haga	(3n – 2) (n-10 + 7 +1+1)=(3n-2)(n-1)	(3n – 2) (n-10 + 7 +1+1)=(3n-2)(n-1)
a = b + 2	(3n-2)(n-2)	(3n-2)(n-2)
Si n >= 7 entonces:	(3n-2)(n-2)	(3n-2)(n-2)
Para k = - 3 hasta 4*n*n haga	0	(3n-2)(n-2)(4n*n+3+1+1)
b = 3*b	0	3n-2)(n-2)(4n*n+3+1)
fin para		
fin si		
b = c + 3	(3n-2)(n-2)	(3n-2)(n-2)
fin para		
fin para		

Mejor caso = 2 + (3n-1) +(3n-2)(n-1) + 3(3n-2)(n-2) = $O(n^2)$
Peor caso= $O(n^4)$

Indicar expresiones en términos de n que generen los mismos valores que las siguientes funciones definidas por medio de relaciones de recurrencia (Donde sea necesario utilice conceptos vistos en matemáticas discretas)

T(n) = T(n-1) + 3n + 4 T(0) = 4 Por ecuación característica r – 1 Solución homogénea Th(n) = A(1)^n Proponemos una solución particular para 3n + 4 Tp(n) = Cn + D pero tenemos 1^n entonces toca multiplicar por n Tp(n) = Cn^2 + Dn Reemplazamos $Cn^2 + Dn = C(n^2-2n+1) + D(n-1) + 3n + 4$ $Cn^2 + Dn = Cn^2-C2n+C + Dn-D + 3n + 4$ 0 = -C2n + C – D + 3n +4 Por términos semejantes 0 = C – D + 4 → -4 = C – D → D= 11/2 0 = -C2n + 3n → C = 3/2	T(n) = 4T(n-2) + 3T(n-1) + log(n) T(0) = 2 Esto es un error, no se puede log(0) T(1) = 6 Esta R.R se puede solucionar utilizando método iterativo,. Obteniéndose esta forma Forma inicial i = 0 Primera expansión i = 1 $T(n)=4(4T(n-4)+3T(n-3)+\log(n-2))$ $+3(4T(n-3)+3T(n-2)+\log(n-1))+\log(n)$ Como se puede observar hay dos expansiones, una por 4T(n-2) y otra por T(n-3), entonces se puede representar así: $T(n)4T(n-2)+3T(n-1)+\log(n)$ $+\sum_{i=1}^{n} 4^i T(n-2^i)+\sum_{i=1}^{n} 4^{i-1}3T(n-1-2^{i-1})+\sum_{i=1}^{n}\log(n-2^i)$ $+\sum_{i=1}^{n} 4^i T(n-i-1)+\sum_{i=1}^{n} 3^{i-1}3T(n-i)+\sum_{i=1}^{n}\log(n-i)$ Esta ecuación puede ser solucionada por las formas cerradas de las sumatorias.

Solución final T(n) = A + 3/2n² + 11/2n Encontramos A T(0) = 4 = A Entonces T(n) = 4 + 3/2n² + 11/2n **Verificado.**	
T(n) = 6T(n/4) + 4T(n/2) + n, para n = 4^i , i>= 0. T(4) = 4 Por método de sustitución k = 2^n Tk = 6Tk-2 + 4Tk-1 + log(k) Solución en términos de k $T(k)=A(2-\sqrt{(10)})^k+B(2-\sqrt{(10)})^k+\log(k)$ Solución en términos de n $T(n)=A(2-\sqrt{(10)})^{\log_2 n}+B(2-\sqrt{(10)})^{\log_2 n}+n$	T(n) = 6T(n-3) + 4T(n-2) + 0.5T(n-1) T(0) = 3 T(1) = 4 T(2) = 6 Solución $T(n)=A(-3.19)^n+B(0.05)^n+C(3.13)^n$ Sólo resta encontrar A, B y C $3=A+B+C$ $4=-3.19A+0,05B+3,13C$ $6=10,176A+0,0025B+93797C$ Resolviendo $T(n)=-0,305(-3.19)^n+2,376(0.05)^n+0,929(3.13)^n$