Primer exámen Opcional
Matemáticas discretas II
Duración 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc
carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

03 de Marzo de 2020

Importante: Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente escribir la respuesta.

1. [**25 puntos**] Dadas las letras $\{a, b\}$ indique y resuelva la relación de recurrencia (R.R) de las palabras que no pueden contener dos a consecutivas. Explique claramente cómo obtiene y resuelve la R.R

2. [**25 puntos**] Estime la complejidad computacional del siguiente algoritmo.

```
int algoritmo(int b){
 if (b == 1){
  return 1;
 }
 else{
  int a = 0;
  for(int i=0; i<2*b; b++){
         a+=2;
  }
  return a + algoritmo(b/4);
 }
}
```

   Para esto debe hallar la relación de recurrencia asociada, encontrar las condicionaes iniciales y resolverla. Una vez la resuelva indique la cota O(f(n)). Para hacer este ejercicio observe la recursión del algoritmo, allí deducirá la R.R que lo representa.

3. [**25 puntos**] ¿Cuantos números deben ser seleccionados del conjunto $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ para garantizar que al menos un par de ellos sume 16?.

4. [**25 puntos**] La Universidad del Valle sede Tulua, tiene 400 estudiantes, de cuantas formas:

   - Se puede seleccionar un comité compuesto por 10 estudiantes.
   - Se puede seleccionar un representante para el consejo academico, un representante para el consejo superior y un representante para el consejo de regionalización. Se aclara que no se permite que un estudiante ocupe más de un cargo al tiempo.

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (1)$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2}$$

Combinatoria:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{3}$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \tag{4}$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1,r) \tag{5}$$

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1 n + A_0$
n^2	$A_2 n^2 + A_1 n + A_0$
$n^t, t \in Z^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in R$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$n^t r^n, t \in Z^+, r \in R$	$r^n(A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0)$
$r^n \sin(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$
$r^n \cos(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado f(n)

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \quad es \begin{cases} O(n^{d)} & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases} \}$$

¡Éxitos!