Fundamentos de lenguajes de programación

La relación entre Inducción y Programación

EISC. Facultad de Ingeniería. Universidad del Valle

Mayo de 2019

Contenido

Universidad del Valle

Contenido

Especificación Recursiva de datos

- Cuando se escribe un procedimiento, se debe definir que clase de valores se espera como entrada y como salida.
- Ejemplo, la función suma tiene como entrada dos números naturales y tiene como salida un número natural.
- Los datos en las funciones recursivas, pueden tener también definiciones recursivas que faciliten la programación.

Especificación Recursiva de datos

Técnicas

Existe dos técnicas para la definición recursiva de datos:

1. Especificación inductiva
2. Especificación mediante gramáticas.

Especificación inductiva

Definición

Se define un conjunto S, el cual es el conjunto más pequeño que satisface las siguientes dos propiedades:

1. Algunos valores específicos que deben estar en S.
2. Si algunos valores están en S, entonces otros valores también están en S.

$2 \in S$

$n \in S \therefore n+2 \in S$

Universidad del Valle

Especificación inductiva

(cons [v] l)

valor

lista

Números pares

1. Si $n = 2$ entonces n es par
2. Si n es par, entonces $n + 2$ también es par.

Lista de números

1. *empty* es una lista de números
2. Si n es un número y l es una lista entonces (n l) es una lista de números

Especificación inductiva

Especificación formal

Ahora formalmente:

Números pares

1. $2 \in S$
2. $\frac{n \in S}{(n+2) \in S}$

Lista de números

1. $() \in S$
2. $\frac{l \in S, n \in N}{(n\ l) \in S}$

Universidad del Valle

Especificación inductiva

(v l)

Ejemplo

Demuestre que $(1(2(3())))$ es una lista de números.

Solución

1. $1 \in N$, $(2(3())) \in S$
2. $(1(2(3()))) \in S$

Se puede seguir hasta llegar al caso fundamental $() \in S$

Especificación inductiva

Especificación formal

Ahora realicemos la especificación inductiva de:

1. Una lista de número pares
2. Múltiplos de 5

$$'( )' \in S$$

$$\frac{n \in P_n \quad l \in S}{(n\ l) \in S}$$

$$2 \in P$$

$$\frac{k \in P}{k+2 \in P}$$

$$5 \in S$$

$$\frac{n \in S}{n+5 \in S}$$

Especificación inductiva

Lista de números pares

1. $\cancel{() \in S}$
2. $\cancel{\dfrac{l \in S, n \in N}{(2n\ l) \in S}}$

Múltiplos de 5

1. $5 \in S$
2. $\dfrac{n \in S}{(n+5) \in S}$

Universidad del Valle

Especificación inductiva

Ejercicios

Indique que tipo de conjuntos están definidos por las siguiente reglas:

1. $(0, 1) \in S$, $\frac{(n,k) \in S}{(n+1, k+7) \in S}$
2. $(0, 1) \in S$, $\frac{(n,k) \in S}{(n+1, 2k)}$
3. $(0, 1, 0) \in S$ $\frac{(i,j,k) \in S}{(i+1, j+2, i+j) \in S}$

Para cada una de las especificaciones dé dos ejemplos numéricos que las cumplan.

$(0, 1) \to (1, 8) \to (2, 15) \to (3, 22) \to (4, 29)$

$(0, 1) \to (1, 2) \to (2, 4)$

$(0, 1, 0) \to (1, 3, 1) \to (2, 5, 4)$

$(a, b, c) \to (a-1, b-2, ?)$

Especificación mediante gramáticas

- Una forma sencilla de especificar datos recursivos es con gramáticas regulares en forma Backus-Nour.
- Las gramáticas se componen de:
  1. Símbolos no terminales, que son aquellos que se componen de otros símbolos, son conocidos como categorías sintácticas
  2. Símbolos terminales: corresponden a elementos del alfabeto
  3. Reglas de producción

Especificación mediante gramáticas

- Alfabeto: Conjunto de símbolos, ejemplo $\sum = \{a, b, c, ...\}$
- Reglas de producción: Construcción del lenguaje:
  - Cerradura de Kleene: $\{a\}^* = \{\epsilon, \{a\}, \{a, a\}, \{a, a, a\}...\}$
  - Cerradura positiva: $\{b\}^+ = \{\{b\}, \{b, b\}, \{b, b, b\}...\}$

Universidad del Valle

Lista números

```
<lista-de-enteros> ::= ()
   ::= (<int> <lista-de-enteros>)

<lista-de-enteros> ::= ()|(<int> <lista-de-enteros>)

<lista-de-enteros> ::= (<int>)*
```

Especificación mediante gramáticas

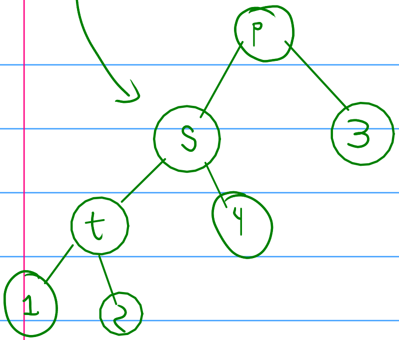
Árbol Binario

```
<arbol-binario> ::= <int>
                ::= (<simbolo> <arbol-binario><arbol-binario
                    >)
```

Ejemplos de árboles binarios son:

```
1
(foo 1 2)
(foo 1 (bar 2 3) 3)
```

'(p (s (t 1 2) 4) 3)



Especificación mediante gramáticas

Expresión calculo λ

```
<lambda-exp> ::= <identificador>
::= (lambda (<identificador>) <lambda-exp>)
::= (<lambda-exp> <lambda-exp>)

<identificador> ::= <letra>+
```

Ejemplo de cálculo λ:

```
'(lambda (x) (x y))
'((lambda (y) (z y)) x )
'(x y)
'x
```

Contenido

Universidad del Valle

Especificación recursiva de programas

- La definición inductiva o mediante gramáticas de los conjuntos de datos sirve de guía para desarrollar procedimientos que operan sobre dichos datos
- La estructura de los programas debe seguir la estructura de los datos
- Para esto realizamos especificación recursiva de programas, la idea es utilizar el principio del subproblema más pequeño.

Universidad del Valle

Especificación recursiva de programas

Ejemplo

Una función estándar de Dr Racket es list-length, la cual nos retorna el tamaño de una lista. Para el diseño de esta función debemos retornar a la especificación recursiva de las listas

```
⟨Lista⟩ ::= () | (numero ⟨Lista⟩)
```

Se debe considerar entonces el caso base de la lista vacía, en el cual retornamos 0.

Especificación recursiva de programas

Ejemplo

De acuerdo a esto el diseño de list-length es:

```
;;list-length: lista -> numero
(define list-length
   (lambda (lst)
       (if (null? lst)
       0
       ...
     )
)
```

Tomando en cuenta la segunda parte de la definición, se debe sumar 1 al tamaño si no encontramos la lista vacía.

Especificación recursiva de programas

Ejemplo

Por lo tanto la función list-length es:

```
;;list-length: lista -> numero
(define list-length
   (lambda (lst)
      (if (null? lst)
Vacia  ->  0
No vacia -> (+ 1 (list-length (cdr lst)))
      )
)
```

De acuerdo a la especificación recursiva de listas ¿Que se puede decir de este diseño?

Especificación Recursiva de programas

Un árbol binario

Recordando la definición de los árboles vista anteriormente:

```
<arbol-binario> ::= <int>
::= (<simbolo> <arbol-binario> <arbol-binario>)
```

Este árbol será representado así:

```
(define arbolA  '(k (h 5 3) (t (s 10 11) 12)))
(define arbolB 2)
```

En Dr Racket el operador '(...) va generar una lista, toda palabra será convertida en símbolo y todo (..) será convertido en lista.

Universidad del Valle

Especificación Recursiva de programas

Un árbol binario

Procedimiento sum-arbol:

```
(define sum-arbol
  (lambda (arbol)
    (if (number? arbol)
        arbol
        (+  (sum-arbol (cadr arbol))
            (sum-arbol (caddr arbol))
            )
        )
    )
  )
```

Especificación Recursiva de programas

Lista números

Procedimiento para generar una lista de números a partir de un árbol

```
;;BNF
;;Entrada: <arbol-binario> ::= <int> | <simbolo> <
    arbol-binario> <arbol-binario>
;;Salida: <lista-numeros> ::= '() | <int> <lista-numeros>
(define arbol->lista
    (lambda (l)
        (if (number? l)
            (cons l empty)
            (append
                (arbol->lista (cadr l))
                (arbol->lista (caddr l))
            )
        )
    )
)
```

b.c.

recursivo

Especificación recursiva de programas

Resumen

En el diseño de programas para datos recursivos tenga en cuenta:

1. Identifique el caso terminal (base) o donde termina la especificación recursiva
2. La idea es pasar de estados no terminales a uno terminal
3. La estrategia es llamar recursivamente la función desde un estado no terminal para llegar a uno terminal

Especificación recursiva de programas

Ejercicio

Tomando en cuenta la especificación recursiva de listas, diseñe funciones:

1. nth-element. (nth-element '(4 5 6) 2) retorna 5.
2. remove-first (remove-first '(1 2 3)) retorna '(2 3)

La especificación mediante gramáticas de listas de números es:

```
Lista ::= () | (numero Lista)
```

Universidad del Valle

Contenido

Universidad del Valle

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

- El concepto de variable es fundamental en los lenguajes de programación
- Una variable puede ser declarada y posteriormente ligada o referenciada
  - Declaración:

```
(lambda (x) ...)
(let ((x ...)) ...)
```

  - Referencia:

```
x ;;Como valor
(f x y) ;;Como valor procedimiento
```

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

- Una variable esta ligada al lugar donde se declara
- El valor ligado o referenciado por la variable es su denotación
- Cada lenguaje de programación tiene asociadas unas reglas de ligadura que determinan a qué declaración hace referencia cada variable
- Dependiendo del momento de aplicación de las reglas antes o durante la ejecución, los lenguajes se denominan de alcance estático o alcance dinámico

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

$e = x$

- Si la expresión e es una variable, la variable x ocurre libre iff x es igual a e.
- Si la expresión e es de la forma (lambda (y) e') entonces la variable x ocurre libre iff y es distinto que x y x ocurre libre en e'.
- Si la expresión e es de la forma (e_1, e_2), entonces x ocurre libre iff si x ocurre libre en e_1 **o** e_2.

lambda (y) e'

x

Universidad del Valle

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Dada la definición anterior, indique en las siguiente expresiones si x ocurre libre o no.

- '(lambda (x) (lambda (y) x))
- '((lambda (z) (lambda (y) x)) x)
- '((lambda (y) (lambda (y) x)) ((lambda (z) x) x))

(lambda 1 (y) (lambda (y) 2 x))

Universidad del Valle

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Para examinar si x ocurre libre o no en una expresión, por ejemplo:

```
'(lambda (x) (lambda (y) z))
```

Para el diseño debemos considerar la gramática del calculo λ

```
<lambda-exp> ::= <identificador>
::= (lambda (<identificador>) <lambda-exp>)
::= (<lambda-exp> <lambda-exp>)

<identificador> ::= <letra>+
```

Universidad del Valle

Determinar si una variable ocurre libre

De esta forma se diseña un procedimiento que evalúa si **var** ocurre libre en **exp**.

```
(define occurs-free?
  (lambda (var exp)
    (cond
      ((symbol? exp) (eqv? var exp))
      ((eqv? (car exp) 'lambda)
       (and (not (eqv? (caadr exp) var))
            (occurs-free? var (caddr exp))))
      (else (or (occurs-free? var  (car exp))
                (occurs-free? var (cadr exp)))))))
```

Universidad del Valle

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

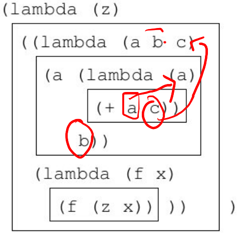
Se define como el alcance de una variable como la región dentro del programa en el cual ocurren todas las referencias a dicha variable.

```
(define x                           ; Variable x1
    (lambda (x)                     ; Variable x2
       (map
          (lambda (x)               ; Variable x3
             (+ x 1))               ; Ref x3
          x)))                      ; Ref x2
       (x '(1 2 3))                 ; Ref x1
```

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Ejemplo:

```
(lambda (z)
    ((lambda (a b c)
        (a (lambda (a)
        (+ a c))
        b))
    (lambda (f x)
(f (z x)))))
```



Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Cual es el valor de la siguiente expresión:

```
(let ((x 3) (y 4))
    (+ (let ((x (+ y 5)))
         (* x y))
    x)
)
```

x=9

4

36

39 :)

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Cual es el valor de la siguiente expresión:

```
(let ((x 6)(y 7))
  (*
   (let ((y 8))
     (+
      (let ((x 6) (y x))
        (+ x
           (let ((y 3) (x y)) (+ x (+ 2 y)))
           )
        )
      y)
     )
   (let ((x 4)) (- y x))
   )
  )
```

Los conceptos de Alcance y Ligadura de una variable

Cual es el valor de la siguiente expresión:

```
(let ((x 6)
      (y 7))
  (+ (let ((x (- y 6)))
       (* x y))
     x)
  )
```

1

7

6

13

Próxima sesión

Abstracción de datos (Capitulo 2 EOPL)