Primer examen parcial
MATEMATICAS DISCRETAS II - Grupo 50/51
Duración: 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Ing *

11 de Abril de 2015

Importante: Muestre el proceso que realizó en cada punto, ya que el procedimiento tiene un gran valor en la calificación del parcial.

1. Regla del producto, de la suma e inclusión-exclusión [25 puntos]

Para los siguientes puntos se trabaja en coordenadas homogéneas en 3D.

1. (7 puntos) Cuántas cadenas distintas de tres letras empiezan y terminan por A?.

2. (7 puntos) Cuántas funciones inyectivas hay entre un conjunto de 2 elementos y otro conjunto de 3 elementos.

3. (11 puntos) Cuántos enteros positivos menores o iguales que 2000 con divisibles bien por 12 o por 15? (sugerencia: con $\lfloor 25/4 \rfloor$ se obtiene el número de divisores de 4 menores o iguales a 25)

2. Permutaciones y combinaciones [25 puntos]

1. (7 puntos) Cuántas palabras de tres letras distintas pueden formarse con las letras de la palabra MAST?

2. (10 puntos) Supongamos que un departamento tiene 10 hombres y 12 mujeres. ¿De cuántas maneras se puede formar una comisión de seis miembros si debe haber igual número de hombres que de mujeres?

3. (8 puntos) Obtenga todas las cadenas de dos o más caracteres que se pueden formar con las letras de TOO?

3. Recurrencias [50 puntos]

1. (15 puntos) Resuelva la relación de recurrencia
   $2a_{n+3} = a_{n+2} + 2a_{n+1} - a_n$, $n \geq 0$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$

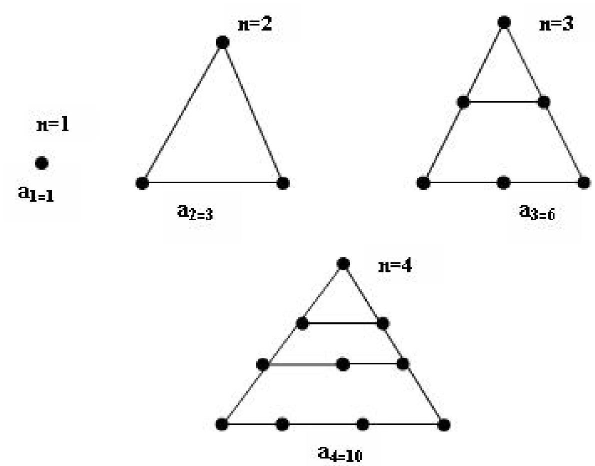
2. (15 puntos) Obtenga una solución particular de la siguiente relación de recurrencia no homogénea:
   $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + n2^n + 2^n$

3. (20 puntos) Sea a_n la suma de los n primeros números triangulares (números que se pueden disponer formando un triangulo), es decir,

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} t_k$$

donde $t_k = k(k+1)/2$. Demuestre que la sucesión $\{a_n\}$ satisface la relación de recurrencia $a_n = a_{n-1} + n(n+1)/2$ y la condición inicial $a_1 = 1$ (sugerencia: demuestre que la solución de la sumatoria es igual a la de la recurrencia)

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$



4. Punto extra [+0.5 parcial]

Cuantas 4-permutaciones de enteros positivos no mayores que 100 contando tres enteros consecutivos k, $k+1$, $k+2$.

1. Calcule si estos enteros consecutivos pueden ser separados por otros enteros en la permutación.

2. Calcule si ellos están en posiciones consecutivas en la permutación.

* carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co