

Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

oscar.bedoya@correounivalle.edu.co

Carlos Andres Delgado

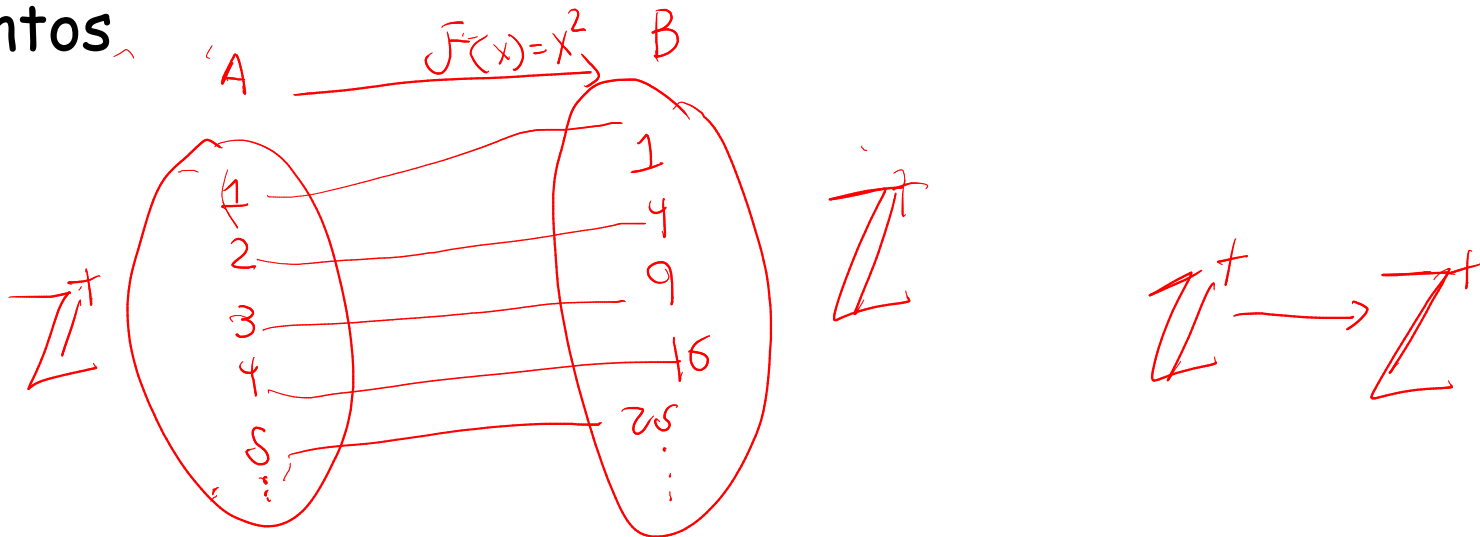
Carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

- * Definición de función
- * Dominio, Codominio y Rango
- * Funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas
- * Función inversa
- * Composición de funciones
- * Funciones piso y techo
- * Funciones característica

Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



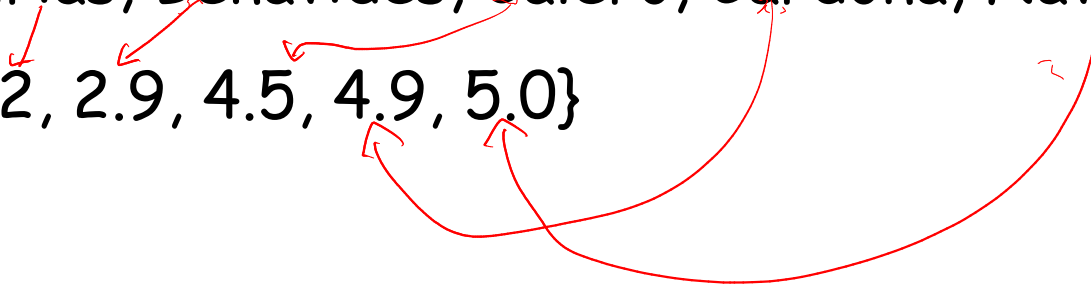
Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos

$A = \{\text{Arias, Benavides, Calero, Cardona, Navarrete}\}$

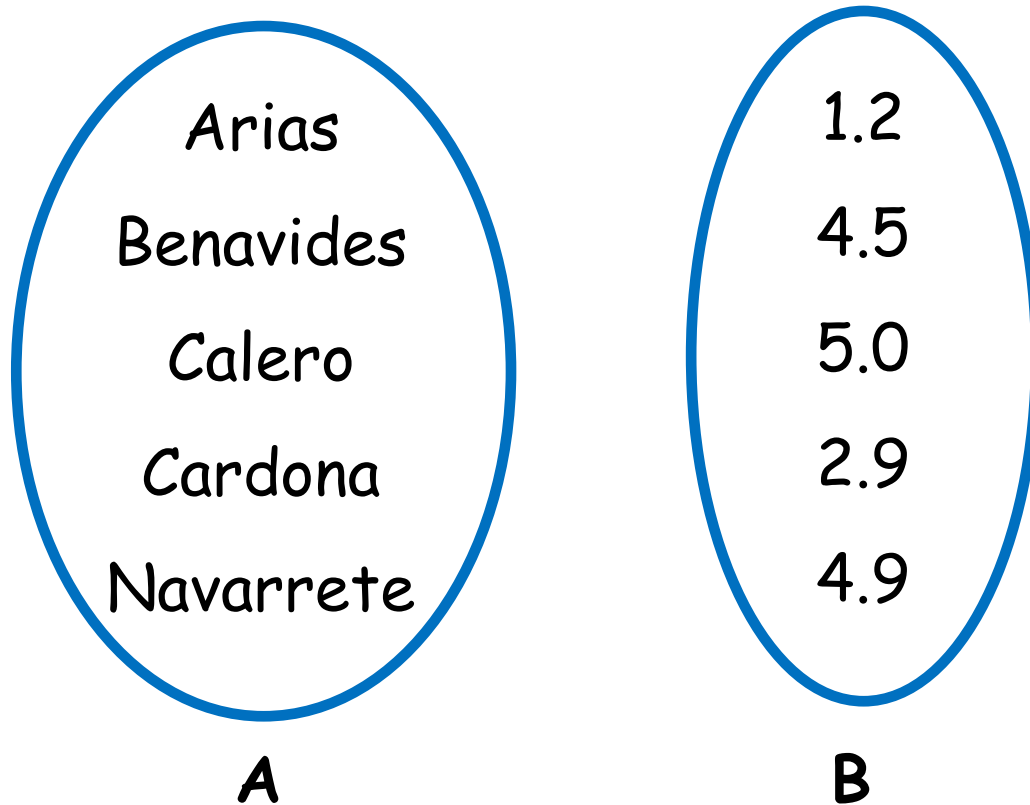
$B = \{1.2, 2.9, 4.5, 4.9, 5.0\}$



Funciones

Noción de función

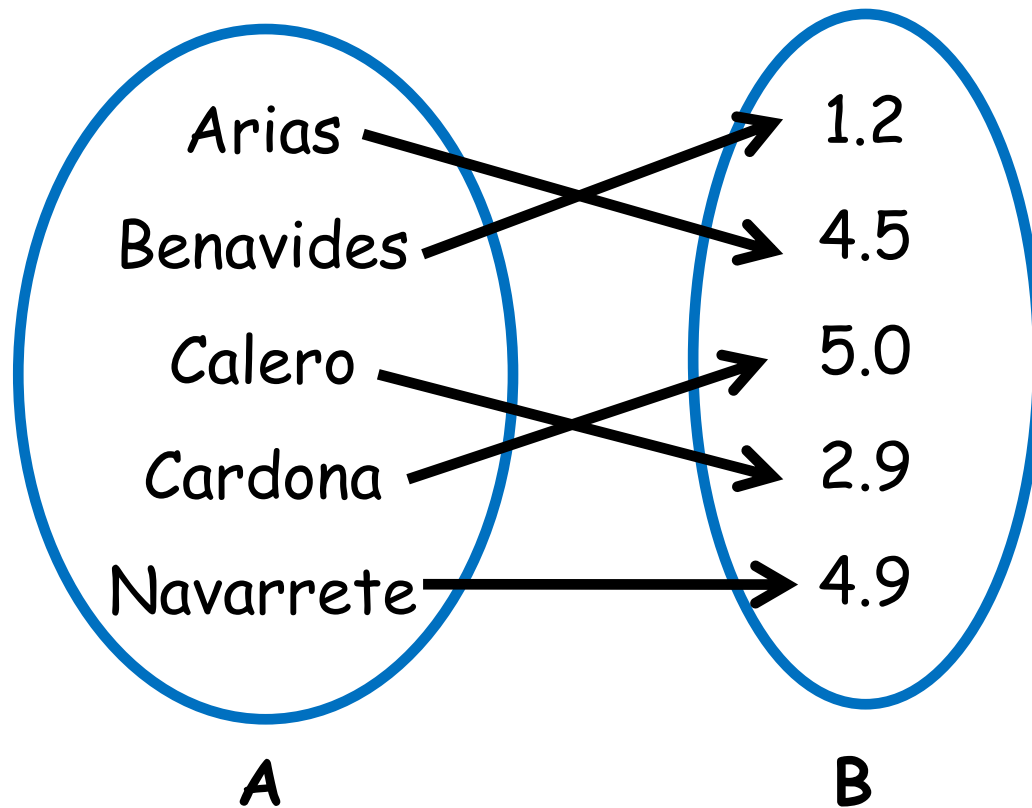
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

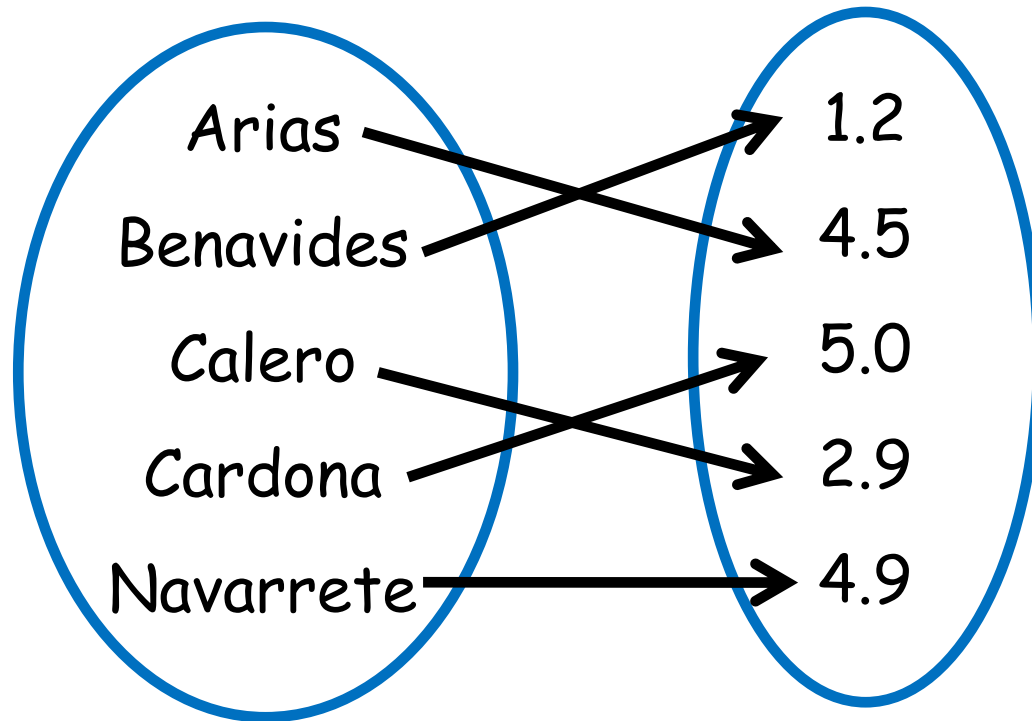
- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



Funciones

Noción de función

- Una función permite representar la relación entre dos conjuntos



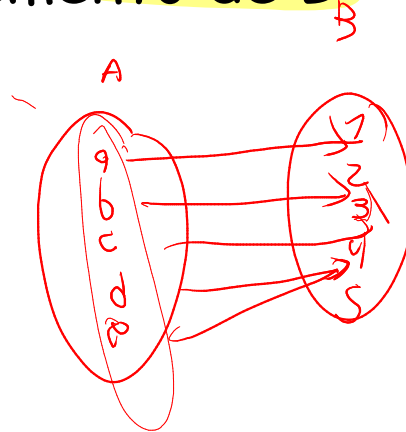
$$f(\text{Arias})=4.5$$

$$f(\text{Benavides})=1.2$$

Funciones

Función

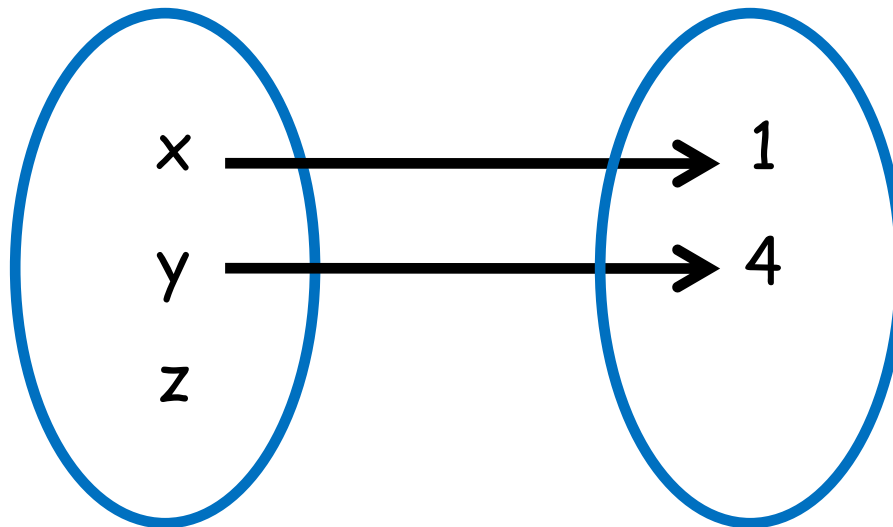
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B .



Funciones

Función

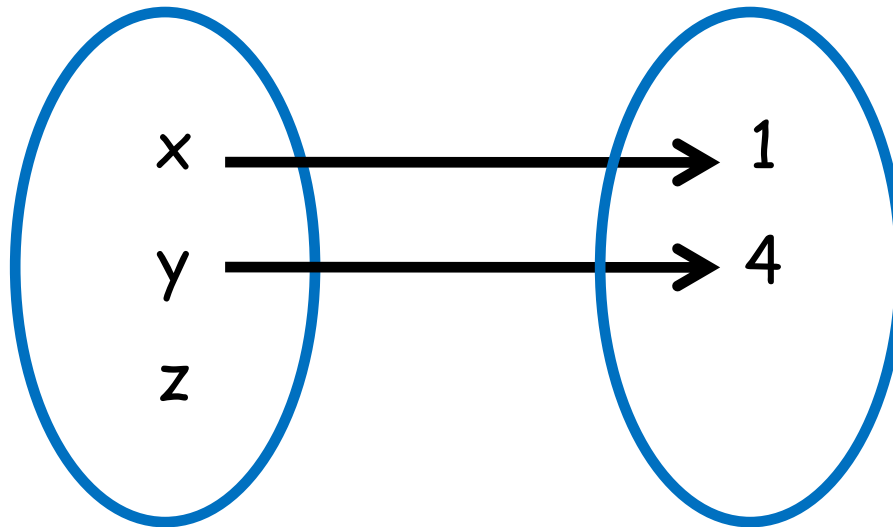
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

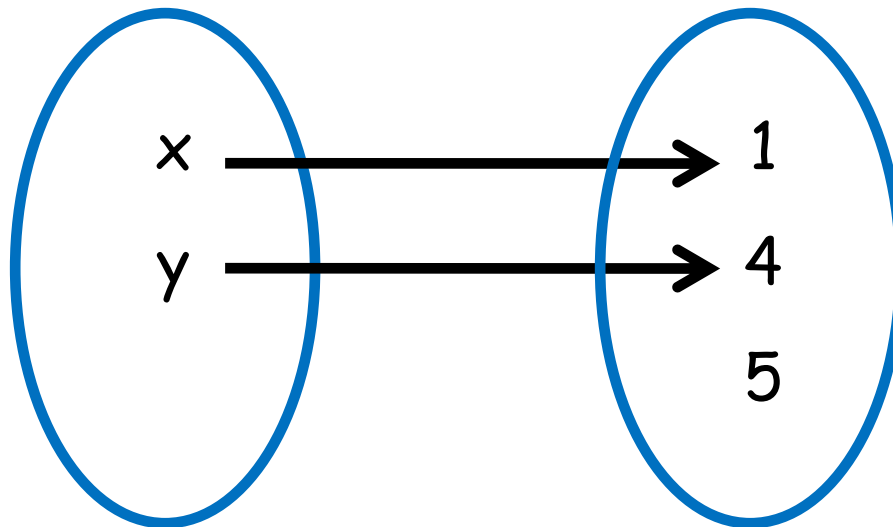


No es función porque z debe tener un valor asignado en B

Funciones

Función

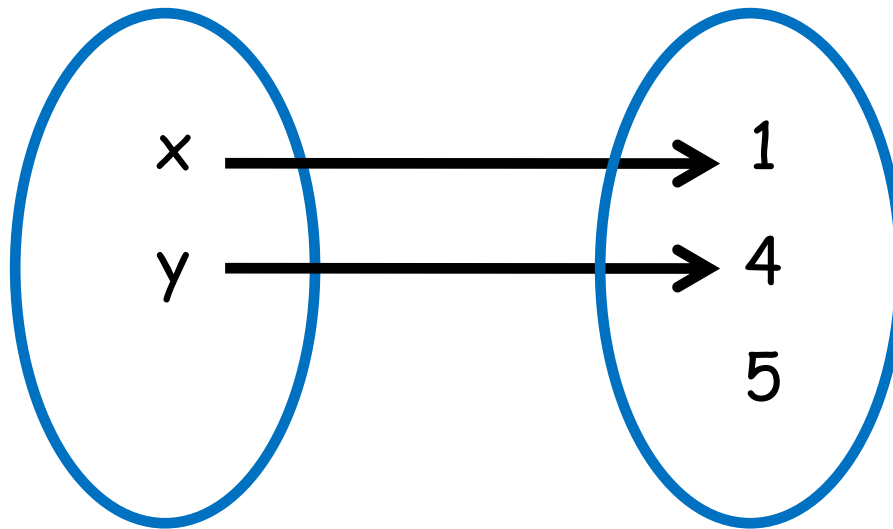
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

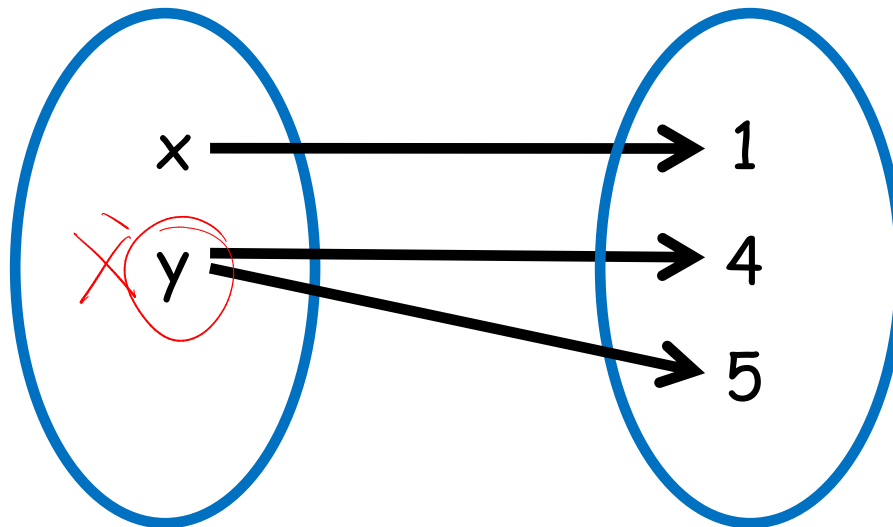


$$f(x)=1, f(y)=4$$

Funciones

Función

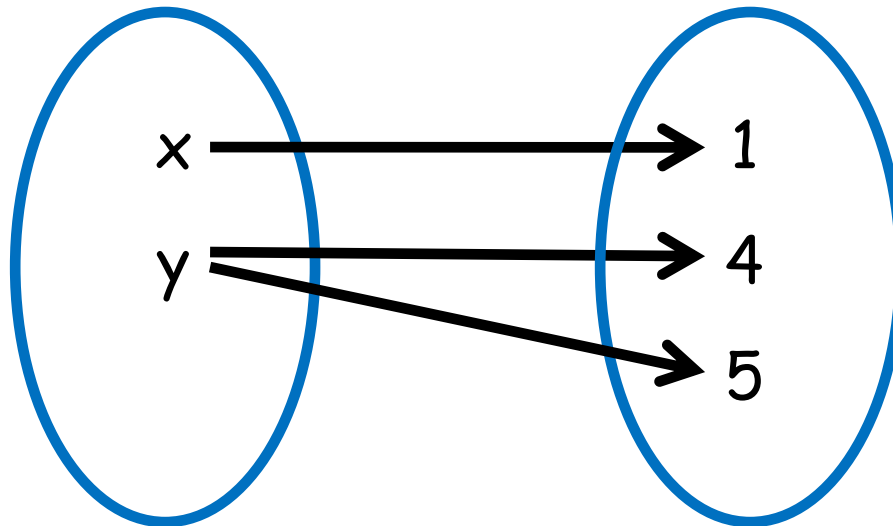
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

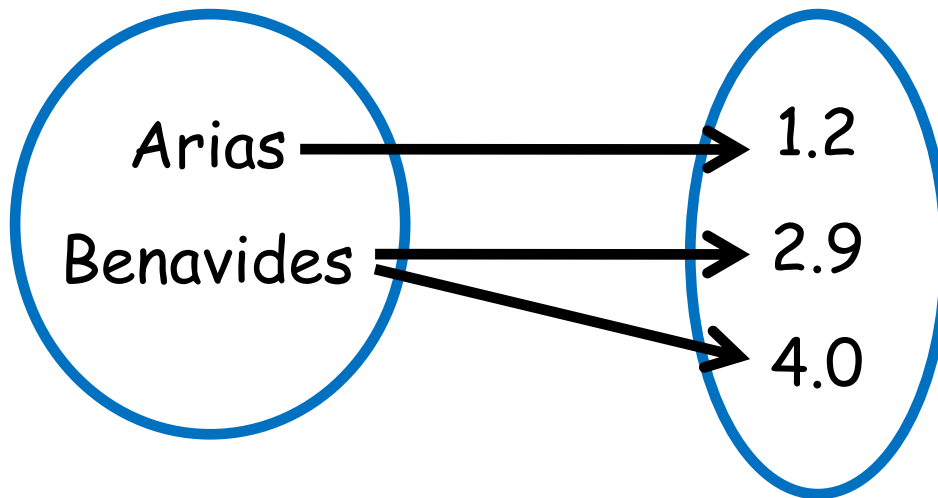


No es función porque debe asignarse exactamente un elemento de B

Funciones

Función

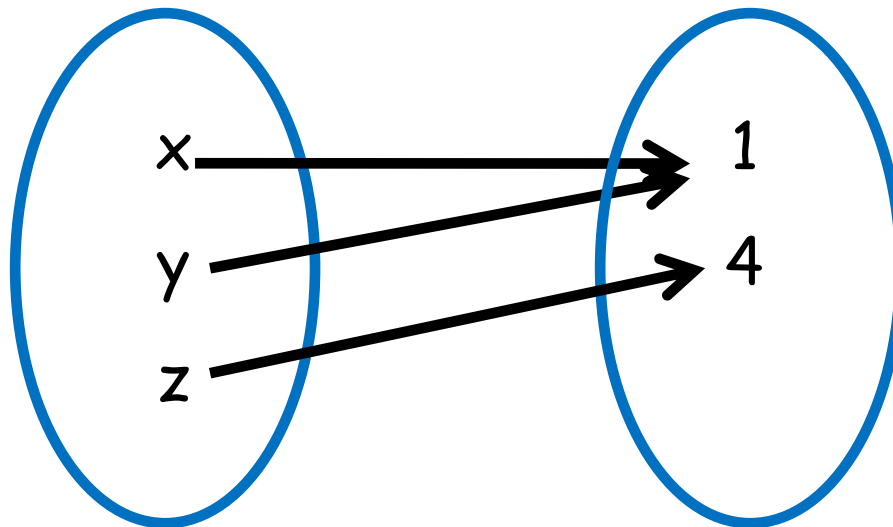
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

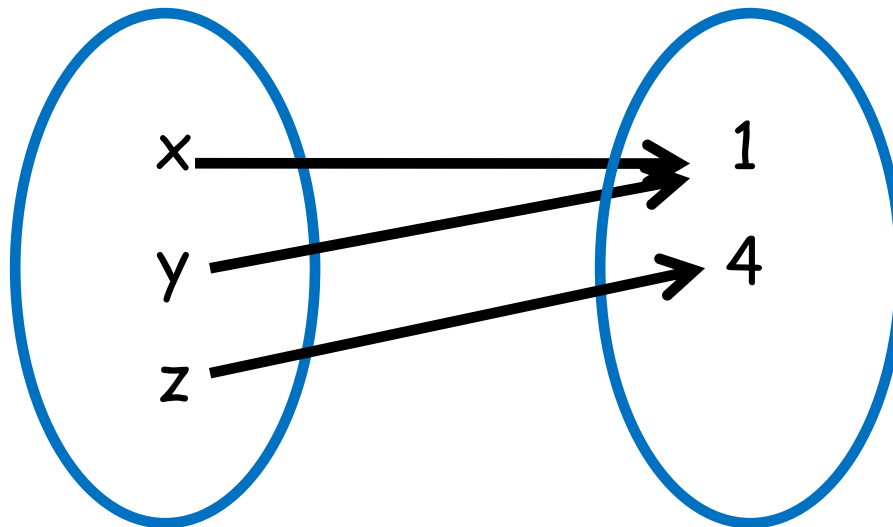
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

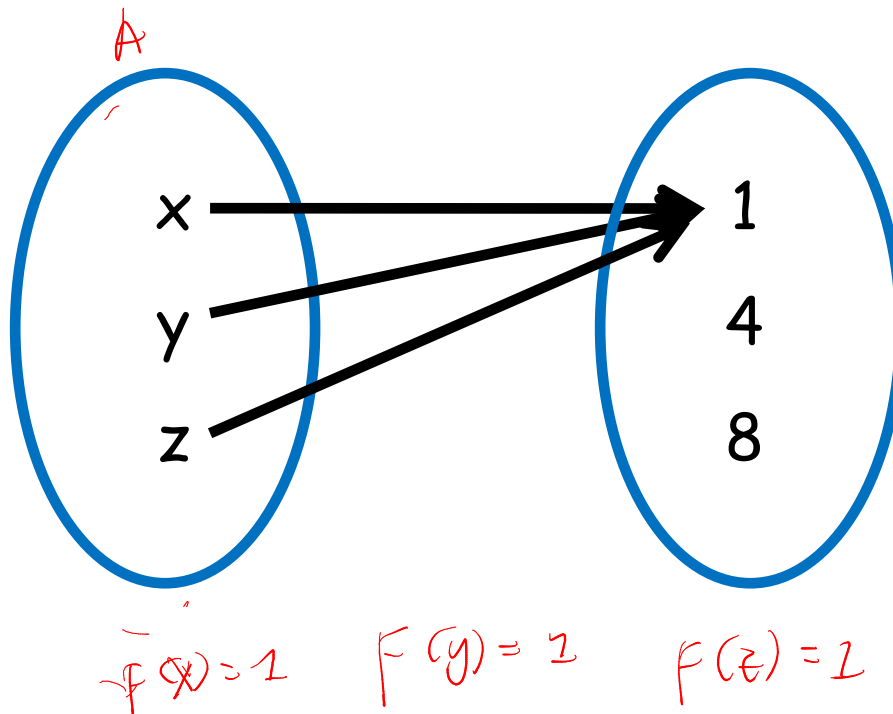


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=4$$

Funciones

Función

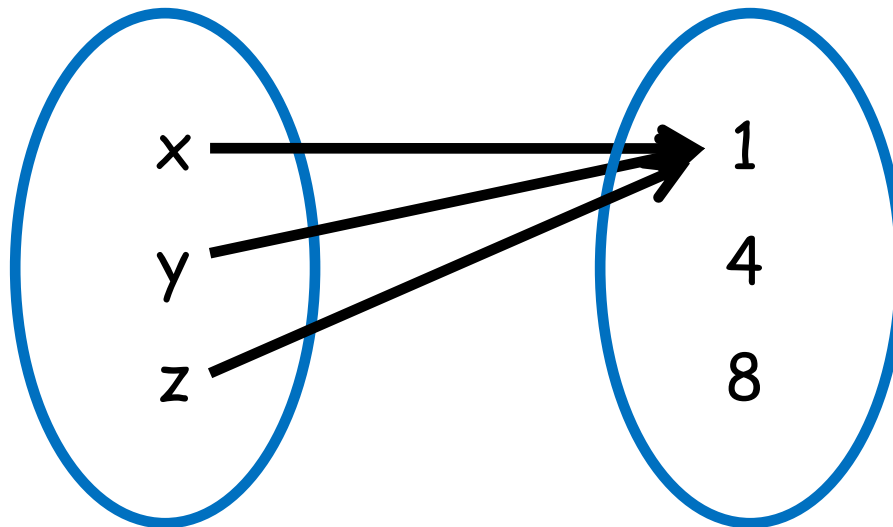
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

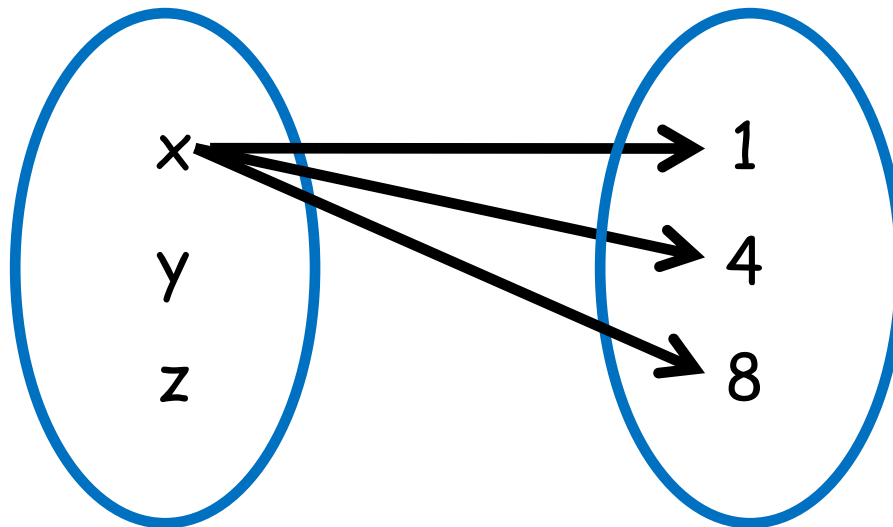


$$f(x)=1, f(y)=1, f(z)=1$$

Funciones

Función

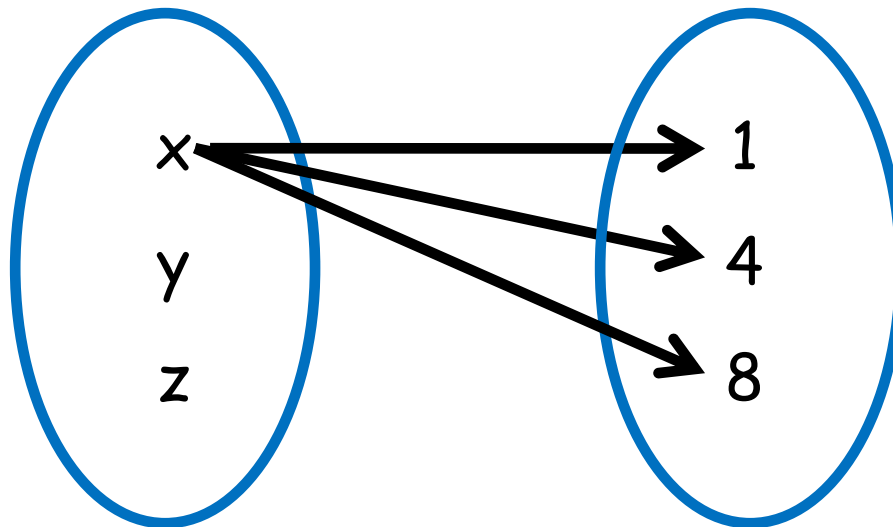
- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B



Funciones

Función

- Dados dos conjuntos A y B , una función f de A a B , denotada como $f: A \rightarrow B$, asigna a cada elemento de A exactamente un elemento de B

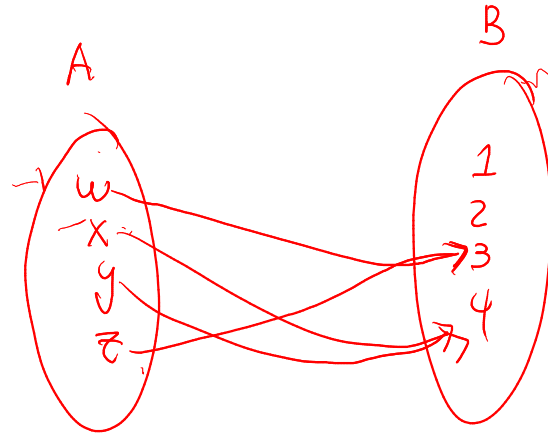


No es función

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$



Funciones

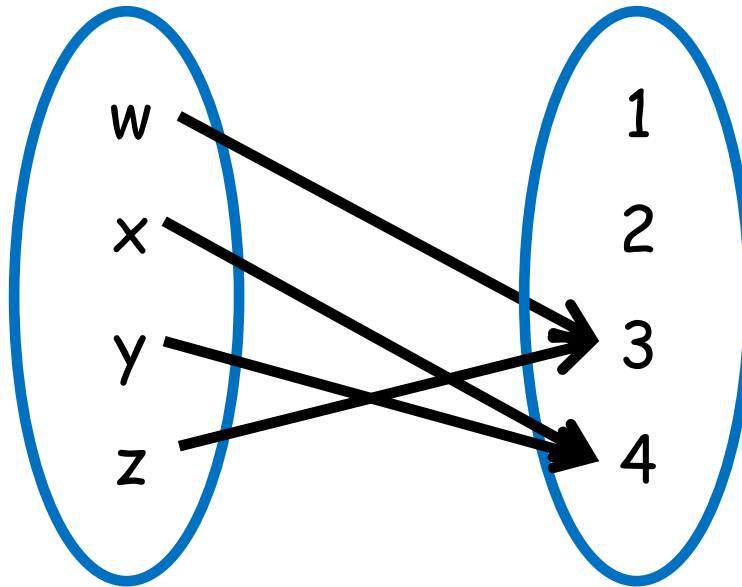
Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{w,x,y,z\}$ y $B=\{1,2,3,4\}$ es una función.

$$f(w)=3, f(x)=4, f(y)=4, f(z)=3$$

$$D = \{w, x, y, z\}$$

$$CD = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$IR = \{3, 4\}$$



Es función

Funciones

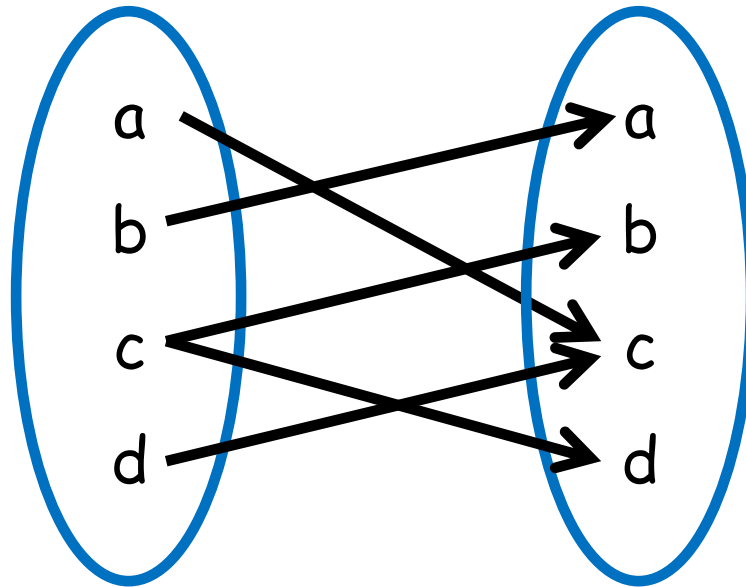
Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$$f(c)=d, f(a)=c, f(b)=a, f(c)=b, f(d)=c$$

Funciones

Indique si la siguiente relación entre los conjuntos $A=\{a,b,c,d\}$ y $B=\{a,b,c,d\}$ es una función.

$f(c)=d$, $f(a)=c$, $f(b)=a$, $f(c)=b$, $f(d)=c$



No es función

Funciones

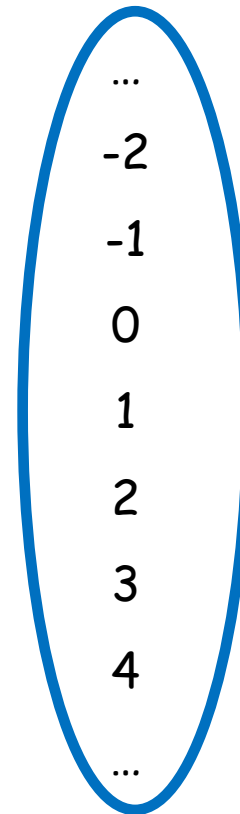
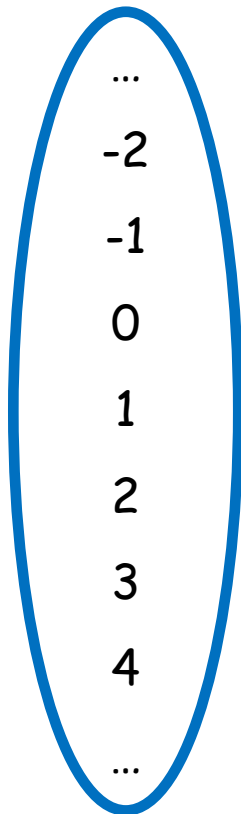
Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$

Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

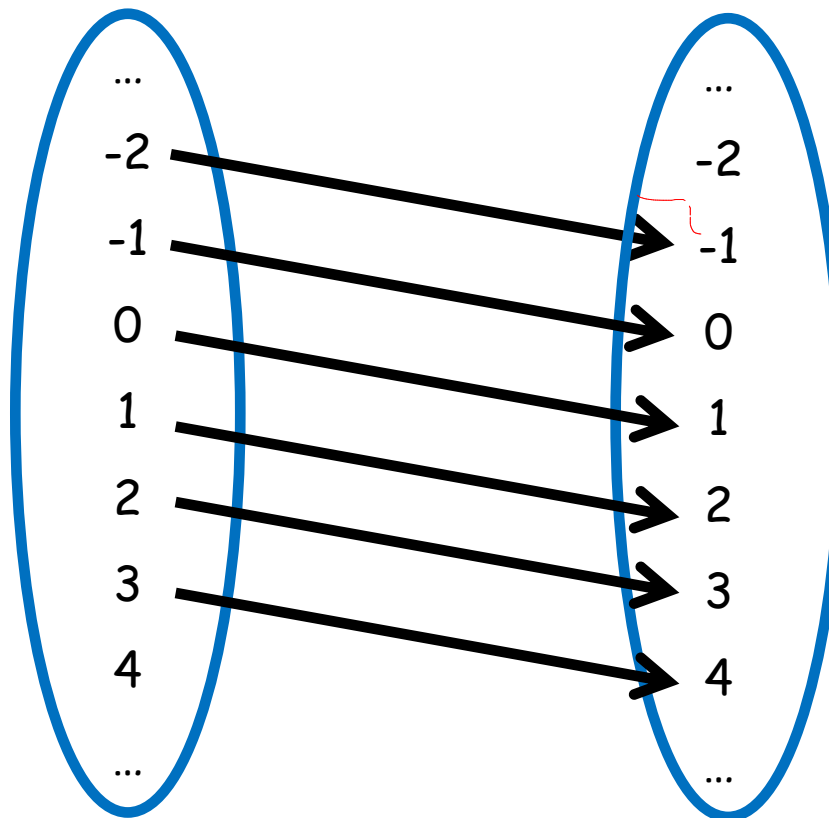
$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



Funciones

Las funciones se pueden especificar por medio de fórmulas, por ejemplo,

$$f(x)=x+1, \text{ de } \mathbb{Z} \text{ a } \mathbb{Z}$$



$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$$

Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

• $f(x) = 1/x$

NO

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

• $f(x) = \sqrt{x}$

NO

$$x < 0$$

• $f(x) = \pm x$

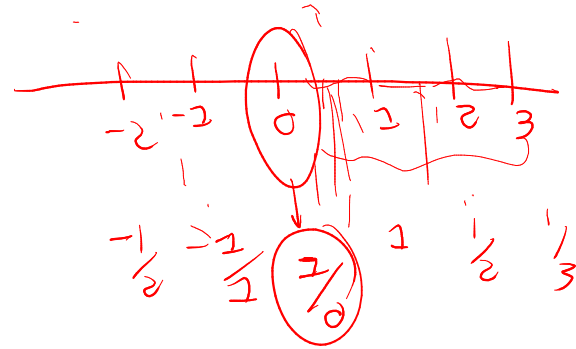
NO

$$1 \leq 1$$

• $f(x) = x^2 + 1$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$



Funciones

Indique si cada f es, o no, una función de \mathbb{R} en \mathbb{R} :

- $f(x)=1/x$. **no es una función** porque $f(0)$ no está definida
- $f(x)=\sqrt{x}$. **no es una función** porque $f(-1)$ no está definida
- $f(x)=\pm x$. **no es una función** porque asigna dos valores a x
- $f(x)=x^2+1$. **si es una función**

Funciones

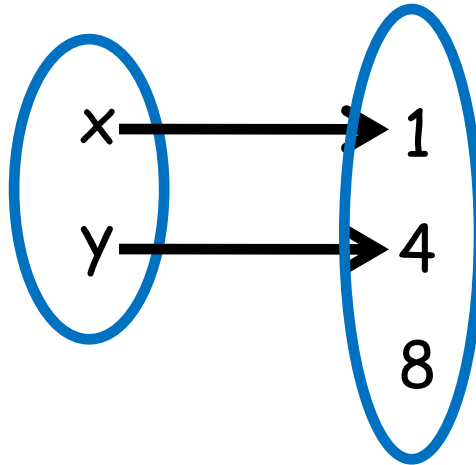
Dominio, Codominio y Rango

Si f es una función de A a B , se dice que:

- A es el **dominio**
- B es el **codominio**
- El **rango** de f es el conjunto de todas las imágenes de los elementos de A . Si $f(a)=b$ se dice que b es la imagen de a

Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

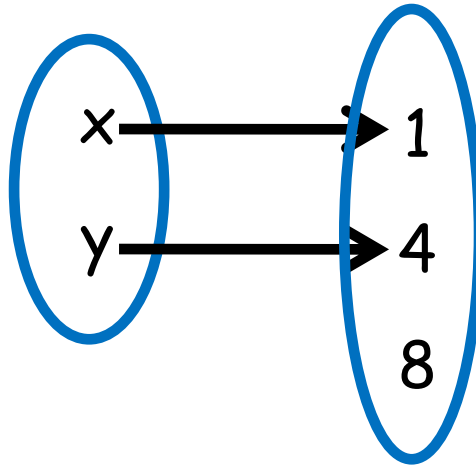


$$D = \{x, y\} \quad \checkmark$$
$$CD = \{1, 4, 8\}$$
$$R = \{1, 4\}$$

Funciones

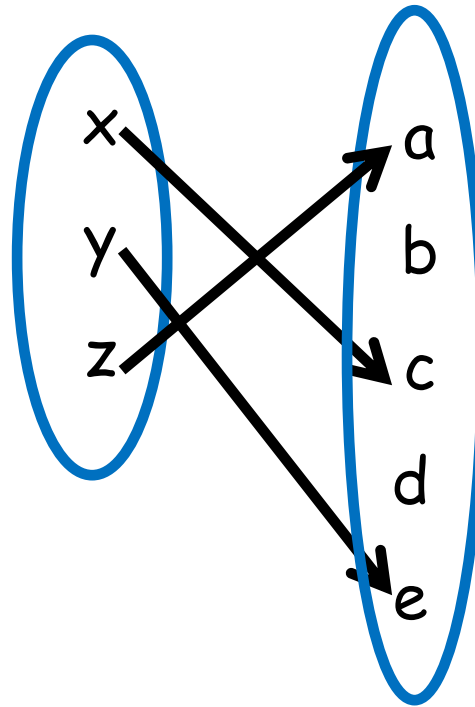
Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y\}$
- **Codominio** = $\{1, 4, 8\}$
- **Rango** = $\{1, 4\}$



Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:



$$D = \{x, y, z\}$$

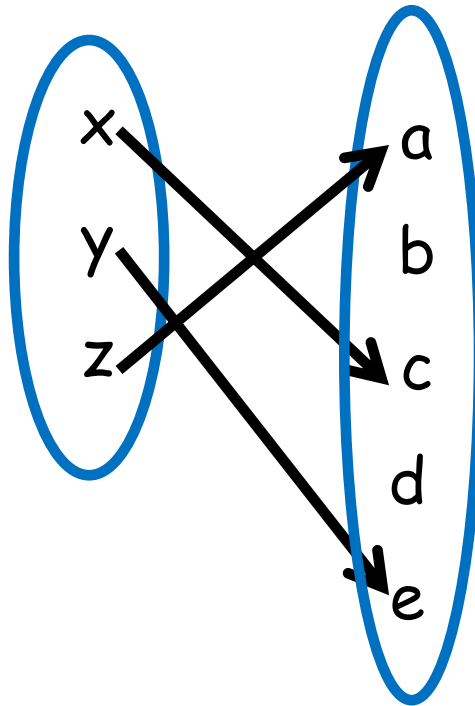
$$C = \{a, b, c, d, e\}$$

$$R = \{a, c, e\}$$

Funciones

Indique el dominio, codominio y rango de la siguiente función:

- **Dominio** = $\{x, y, z\}$
- **Codominio** = $\{a, b, c, d, e\}$
- **Rango** = $\{a, c, e\}$



Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales

$$D = \mathbb{R} \quad -\infty \text{ --- } +\infty$$

$$\begin{aligned} \tilde{CD} &= \mathbb{R} \\ R &= \mathbb{R}^+ \cup 0 \end{aligned}$$

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2$, de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango= $\mathbb{R}^+ \cup 0$

Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x) = x^2 + 4$ de los reales a los reales

$$D = \mathbb{R}$$

$$CD = \mathbb{R}$$

$$R = \{4, \dots, \infty\}$$

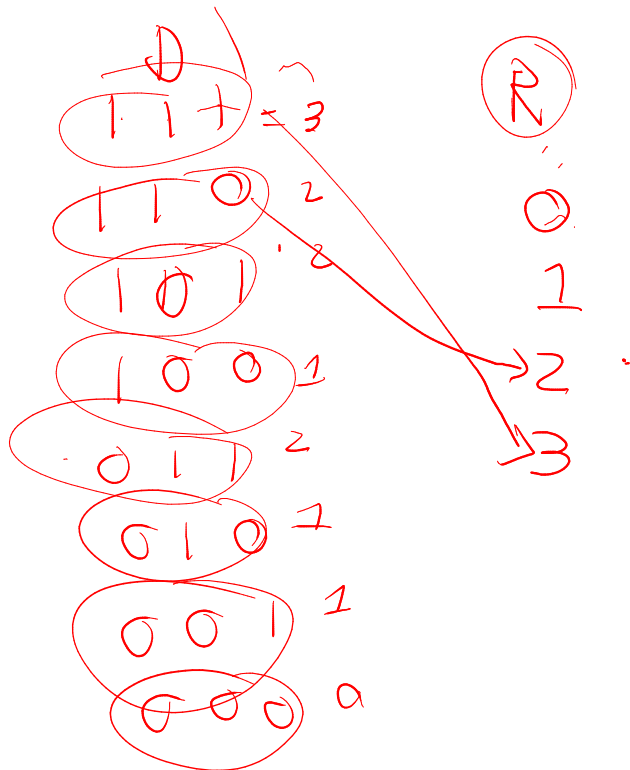
Funciones

Indique el rango de la siguiente función:

- $f(x)=x^2+4$ de los reales a los reales
 - Dominio= \mathbb{R}
 - Codominio= \mathbb{R}
 - Rango=Reales mayores o iguales a 4

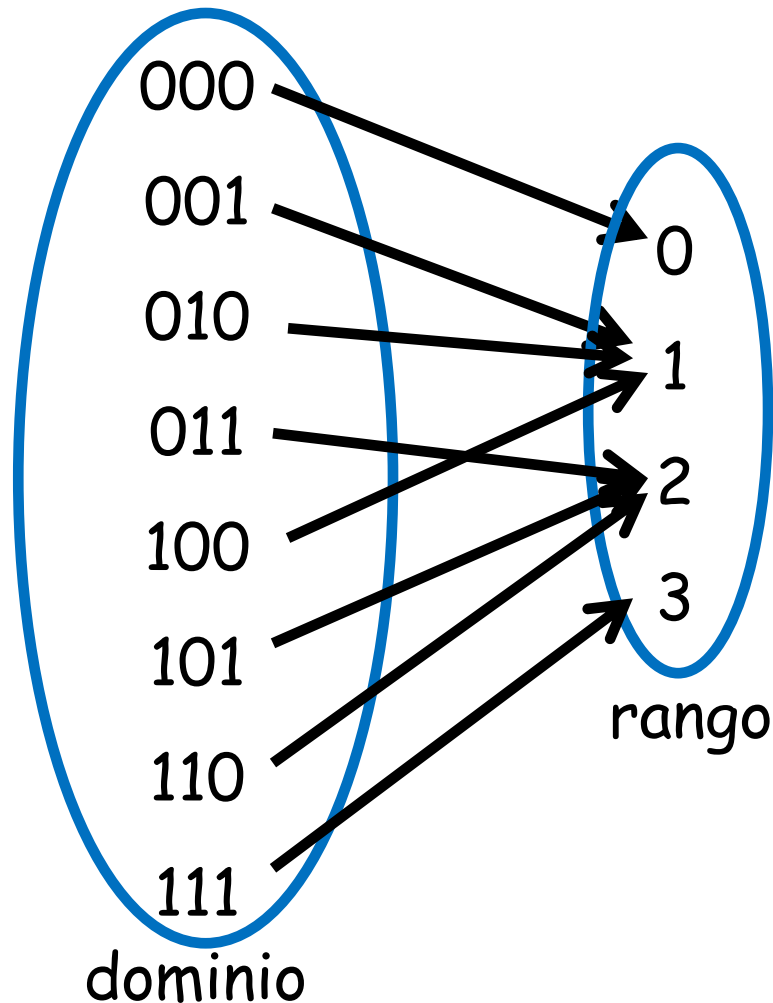
Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y devuelve la cantidad de 1's. Indique el dominio y el rango



Funciones

Sea f la función que toma cualquier cadena de 3 bits y asigna el valor absoluto de la diferencia entre la cantidad de 1's y 0's. Indique el dominio y el rango.

Handwritten calculations for the function f on 3-bit strings:

	cnt1	cnt0	
111	3	0	$ 3 - 0 = 3$
110	2	1	$ 2 - 1 = 1$
101	2	1	$ 2 - 1 = 1$
100	1	2	$ 1 - 2 = 1$
011	1	2	$ 1 - 2 = 1$
010	2	1	$ 2 - 1 = 1$
001	1	2	$ 1 - 2 = 1$
000	0	3	$ 0 - 3 = 3$

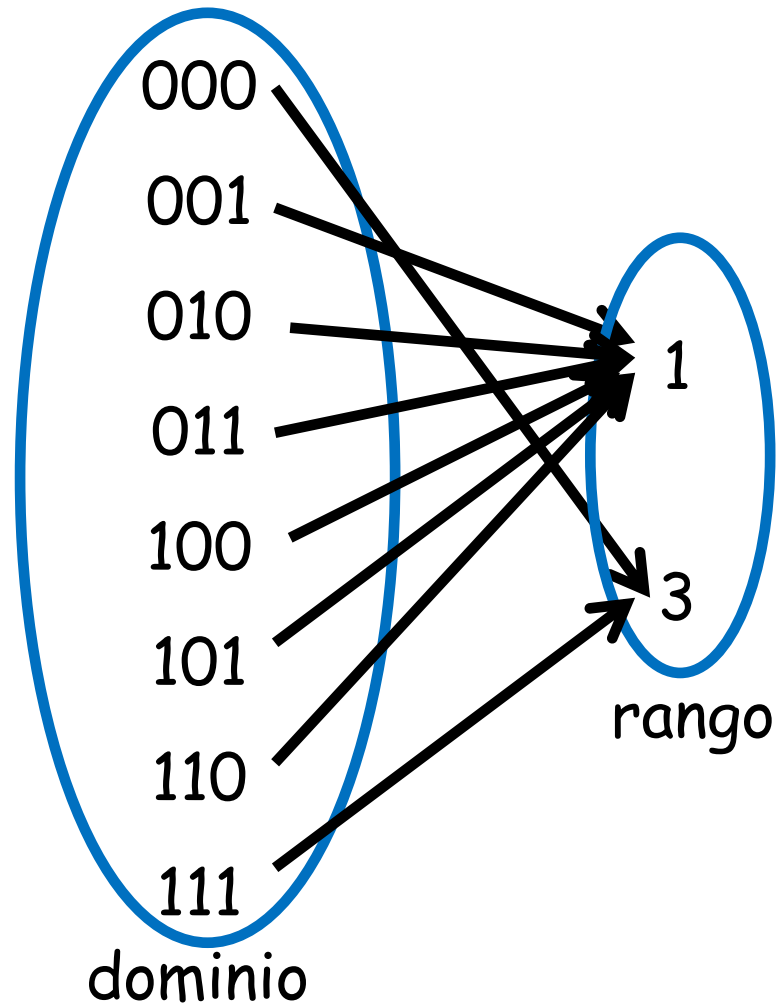
Handwritten range:

Rango

1

3

Funciones



$$1) f(x) = x^2 - 8 \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}^+$$

$$1) f(1, s) = 1 \cdot s^2 = 2, 25 \notin \mathbb{Z}$$

$$2) f(x) = \sqrt{x} \quad \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{8} = ? \notin \mathbb{Z}$$

Funciones

Tipos de funciones

- Inyectiva
- Sobreyectiva
- Biyectiva

Funciones

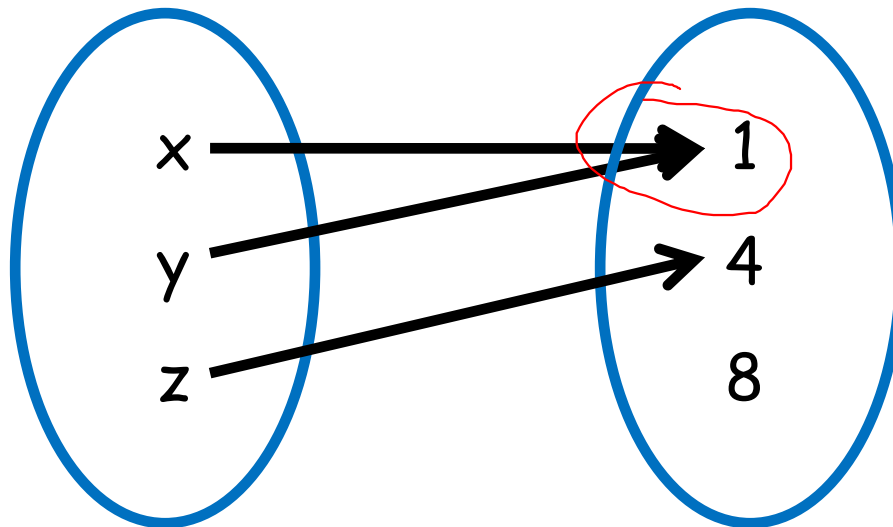
Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

Funciones

Función inyectiva

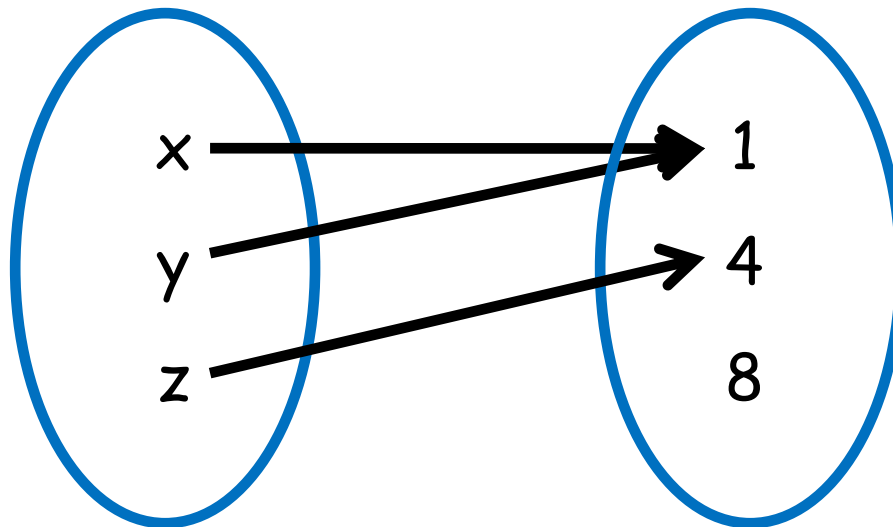
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

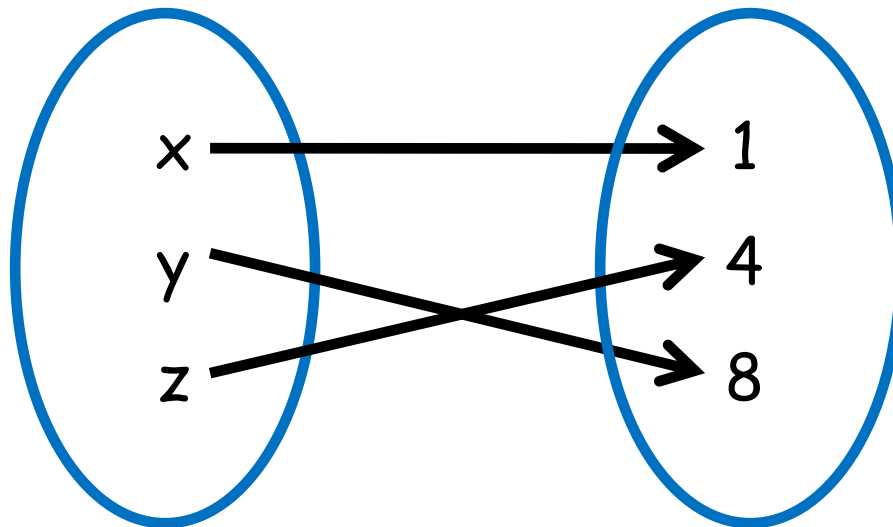


No es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

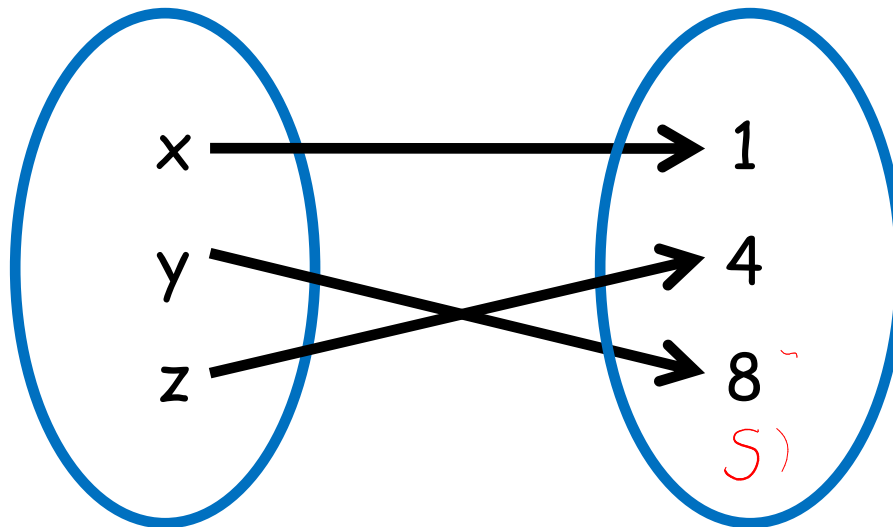
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única

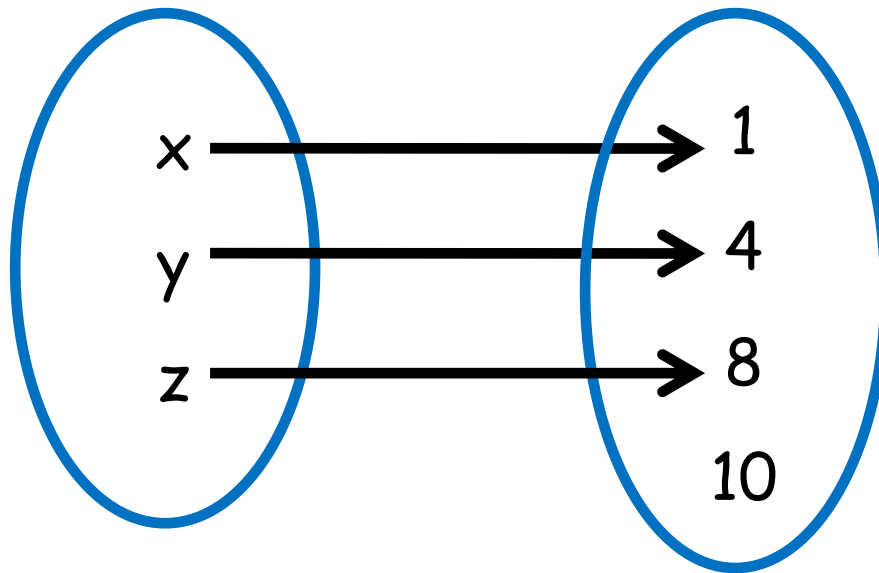


Es inyectiva

Funciones

Función inyectiva

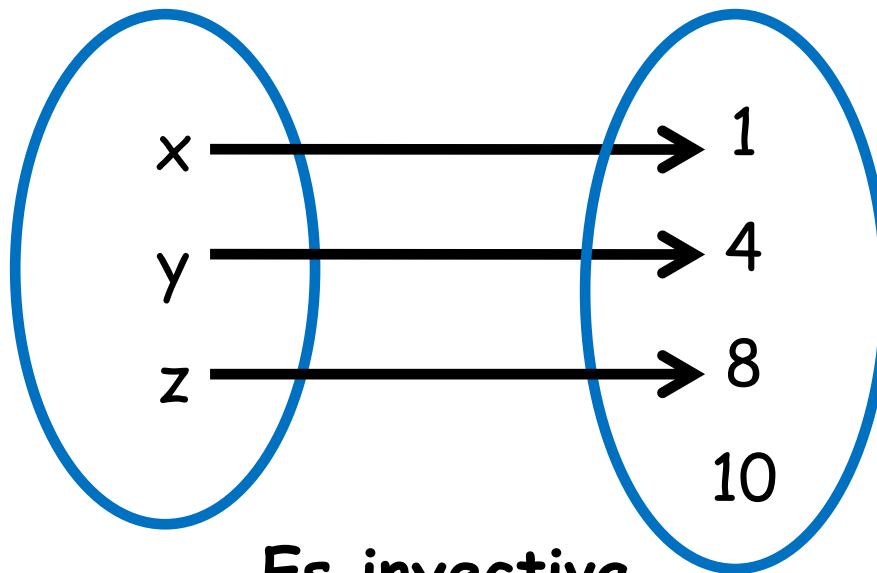
- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Funciones

Función inyectiva

- Una función f se llama **uno a uno** o **inyectiva**, si y solo si, cada imagen asociada es única



Es inyectiva

Funciones

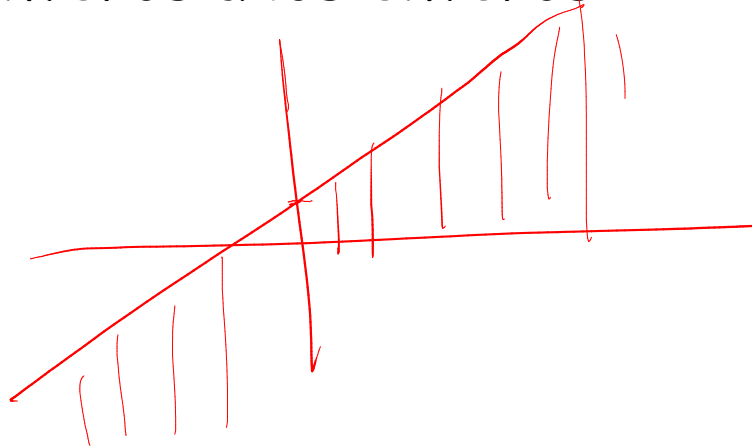
Indique cuáles de las siguientes funciones son inyectivas:

• f de $\{a, b, c, d\}$ a $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$ Sí

• $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros

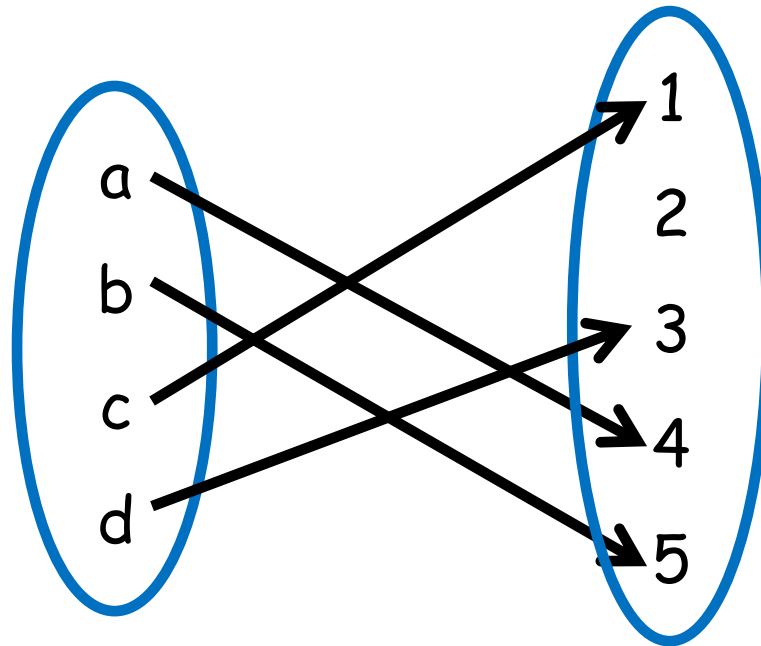
$\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ $f(-3)=9$
 $f(3)=9$ X

• $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros



Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4,5\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=5$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es inyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es inyectiva** porque $f(1)=f(-1)=1$
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es inyectiva** porque cada x tiene un solo y asignado, $x+1$

Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

Codominio = rango

Funciones

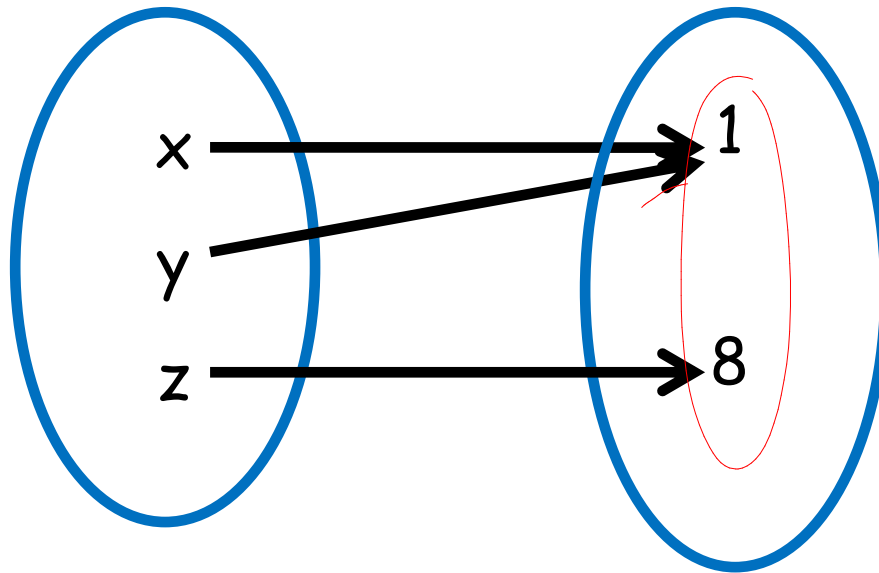
Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$ (codominio), existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$
- Una función es sobreyectiva si el codominio es igual al rango

Funciones

Función sobreyectiva

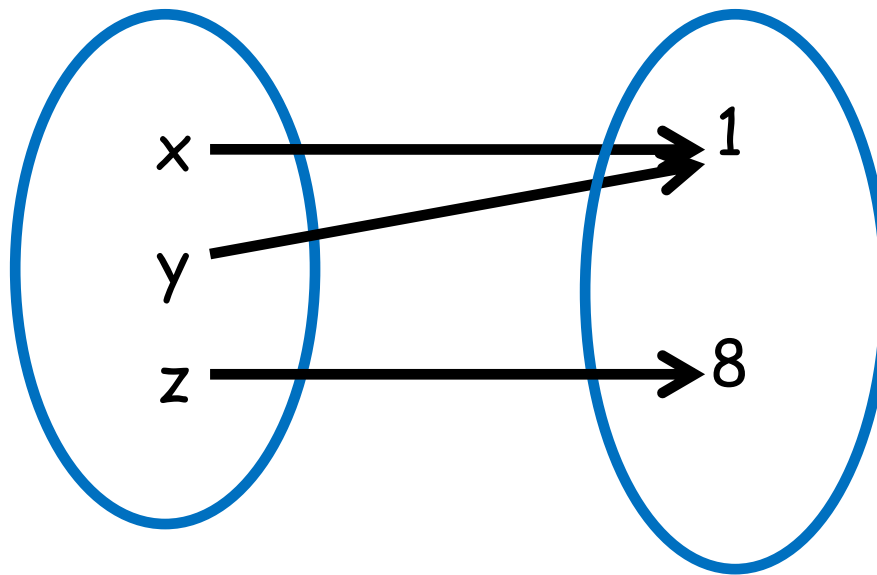
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

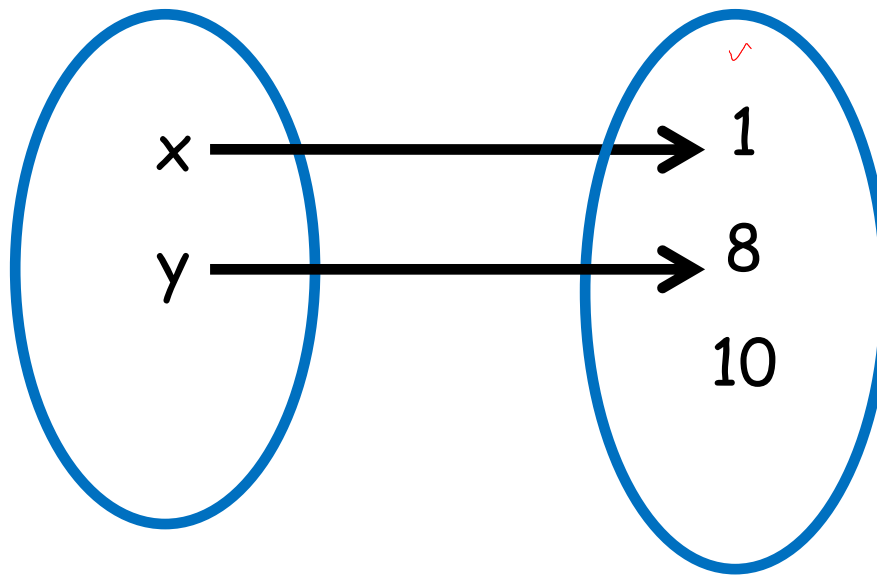


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

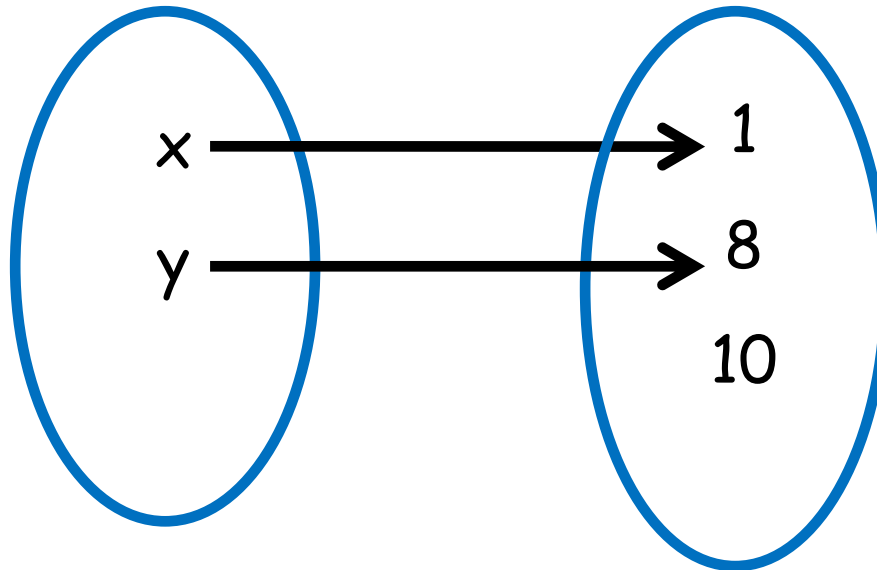
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$

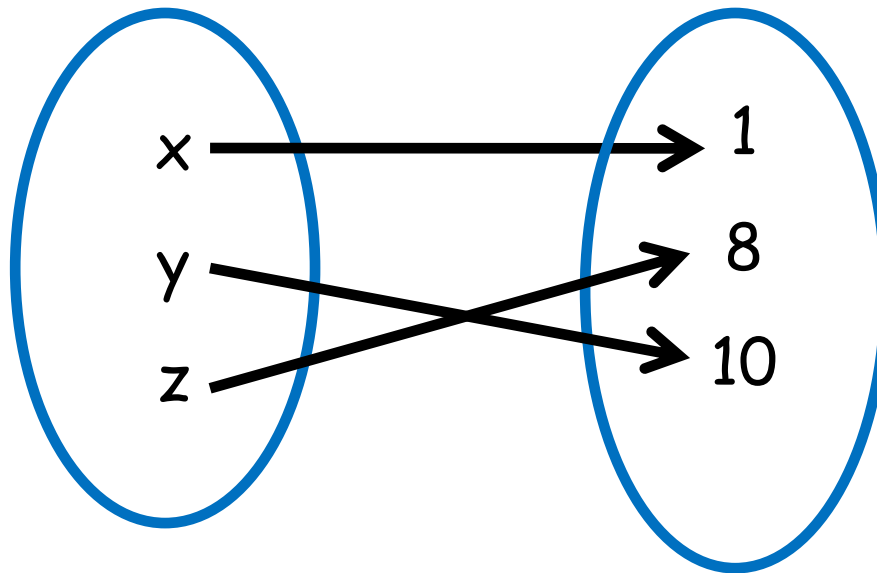


No es sobreyectiva porque
10 no está en el rango

Funciones

Función sobreyectiva

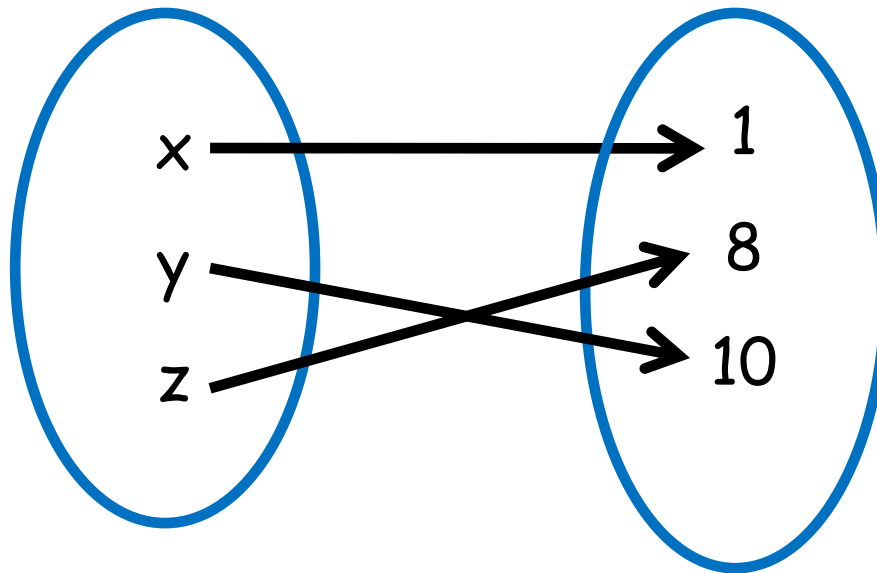
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$

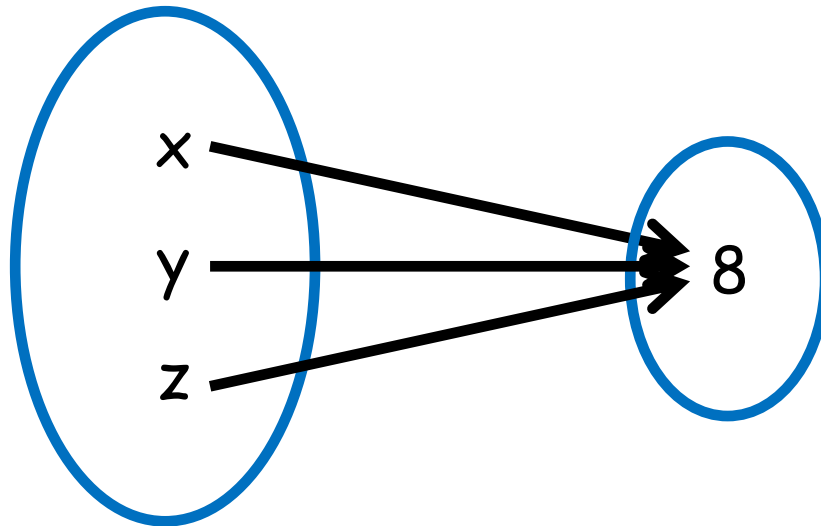


Es sobreyectiva

Funciones

Función sobreyectiva

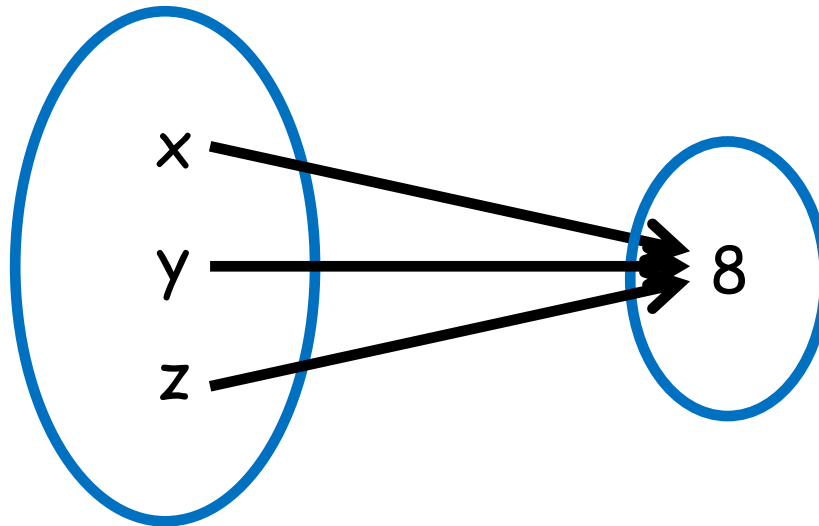
- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Funciones

Función sobreyectiva

- Una función f es sobreyectiva, si y solo si, para cada elemento $b \in B$, existe un elemento $a \in A$ tal que $f(a) = b$



Es sobreyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son sobreyectivas:

- f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$. \overline{S}

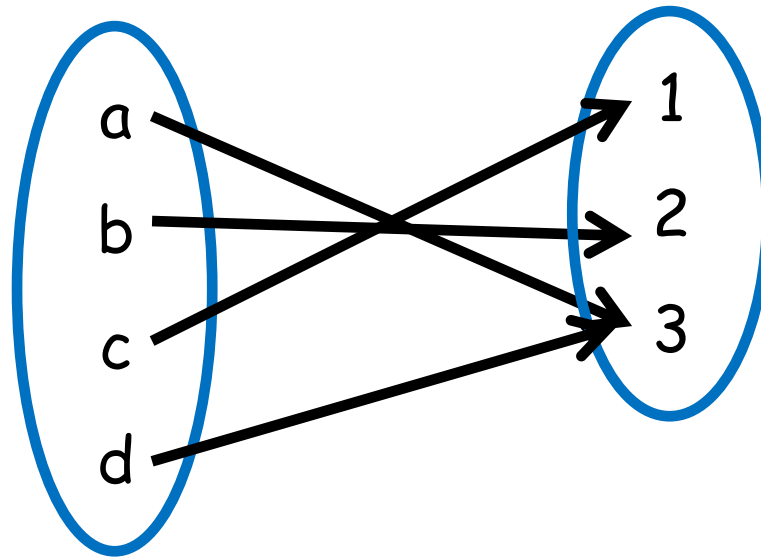
- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros

- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros

$$\begin{array}{c} \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}^+ \\ \uparrow \\ \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Z}^+ \end{array}$$
$$\begin{array}{l} f(-1) = 0 \\ f(-2) = -1 \\ f(-3) = -2 \\ \downarrow \end{array}$$

Funciones

f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3\}$ donde $f(a)=3$, $f(b)=2$, $f(c)=1$ y $f(d)=3$



Es sobreyectiva

Funciones

- $f(x)=x^2$ de los enteros a los enteros, **no es sobreyectiva** porque -1 que está en el codominio no está en el rango
- $f(x)=x+1$ de los enteros a los enteros, **si es sobreyectiva** porque cada y del codominio es una imagen

Funciones

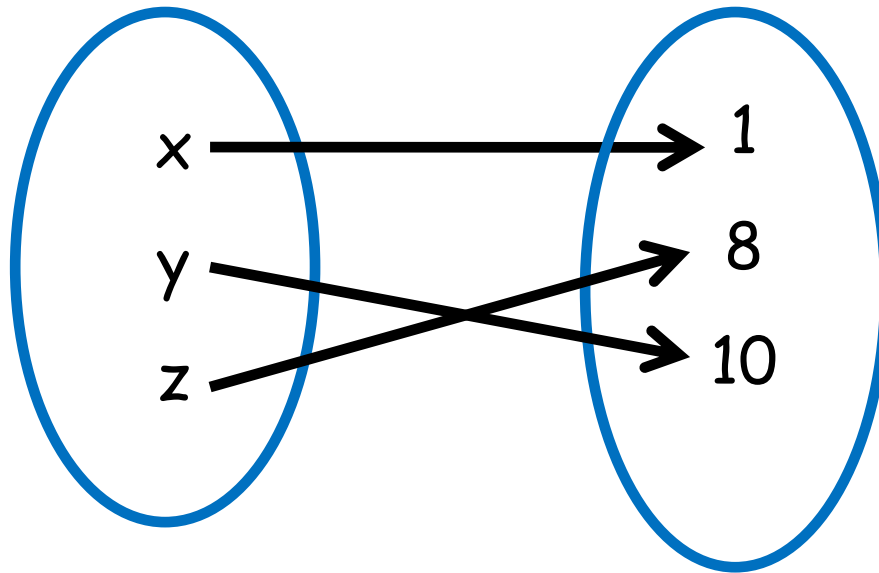
Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

Funciones

Función biyectiva

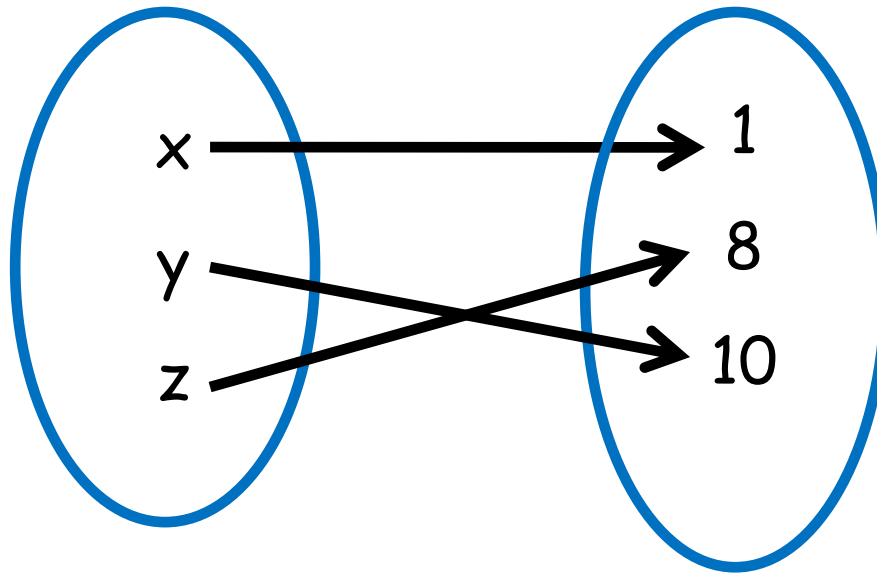
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

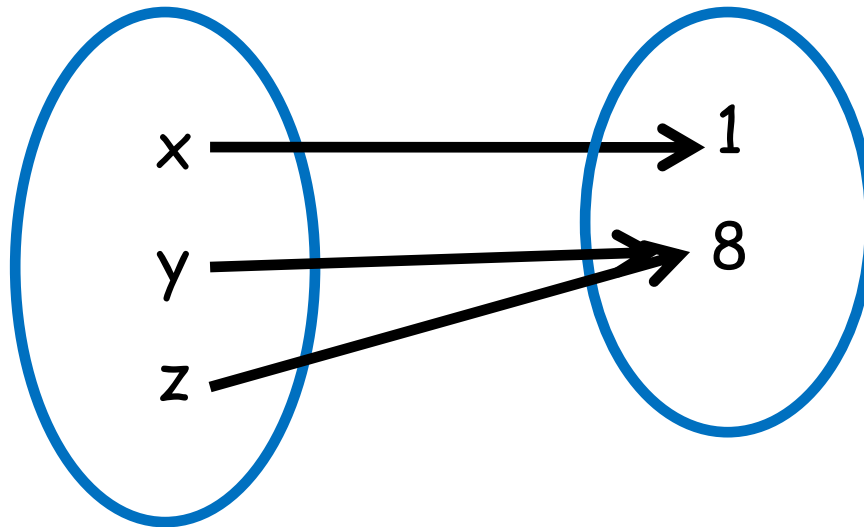


Es biyectiva

Funciones

Función biyectiva

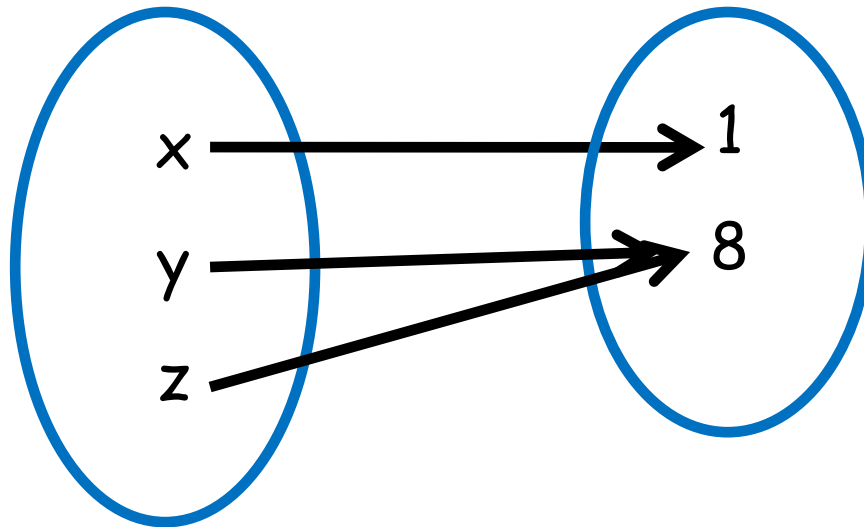
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva

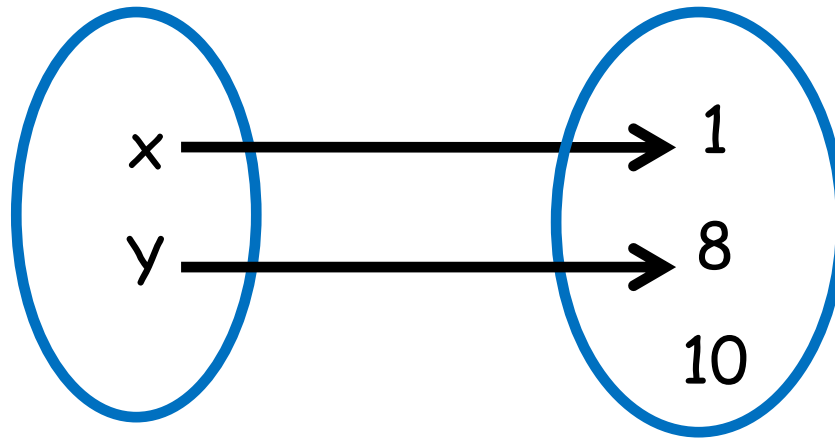


No es biyectiva porque
no es inyectiva

Funciones

Función biyectiva

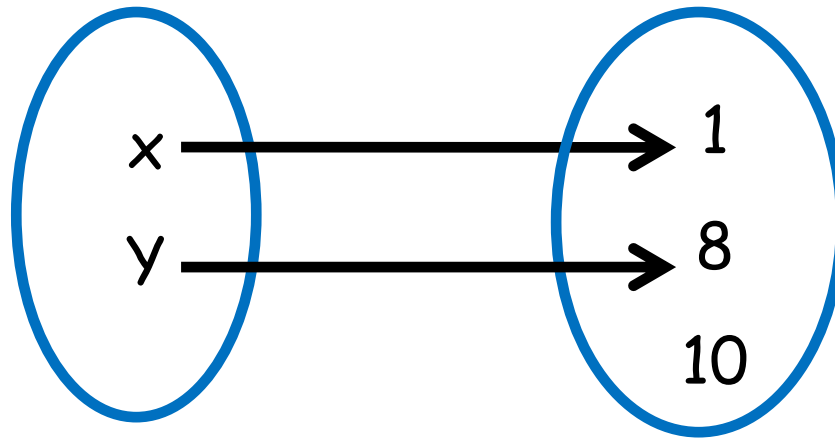
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



Funciones

Función biyectiva

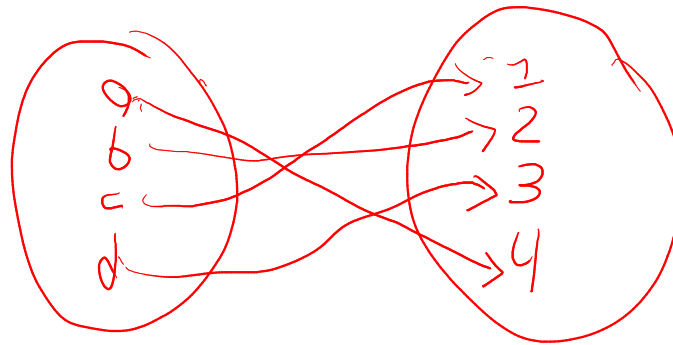
- Una función f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva



No es biyectiva porque
no es sobreyectiva

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva

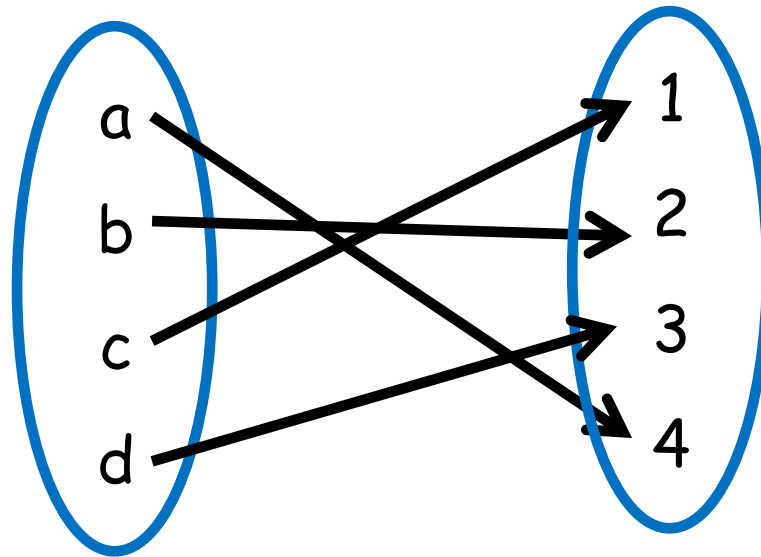


Inyectiva uno a uno

Sobreyectiva Codominio igual
al rango

Funciones

Indique si la función f de $\{a,b,c,d\}$ a $\{1,2,3,4\}$ donde $f(a)=4$, $f(b)=2$, $f(c)=1$, $f(d)=3$ es biyectiva



Es biyectiva

Funciones

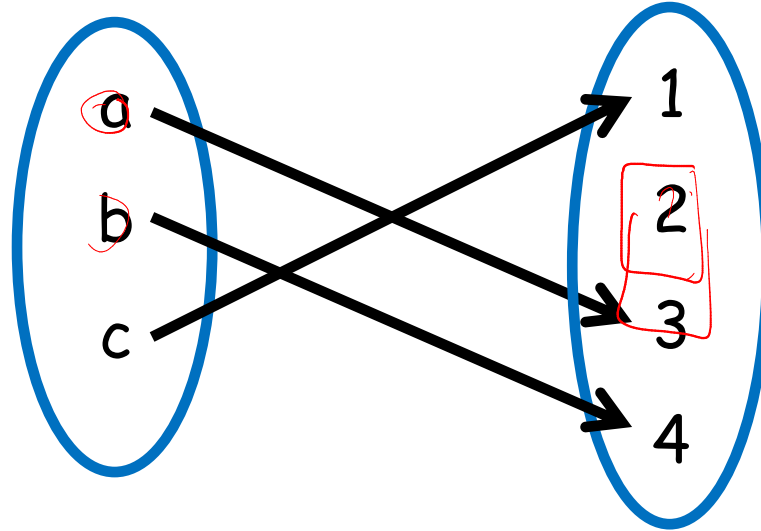
Clasifique cada una de las siguientes funciones como inyectiva, sobreyectiva o biyectiva

Funciones

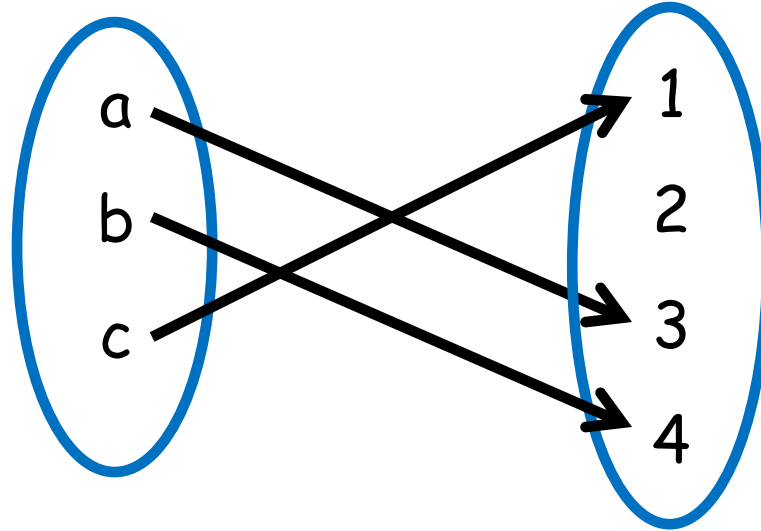
Injectiva SI

Sobreyectiva NO

Biyectiva NO



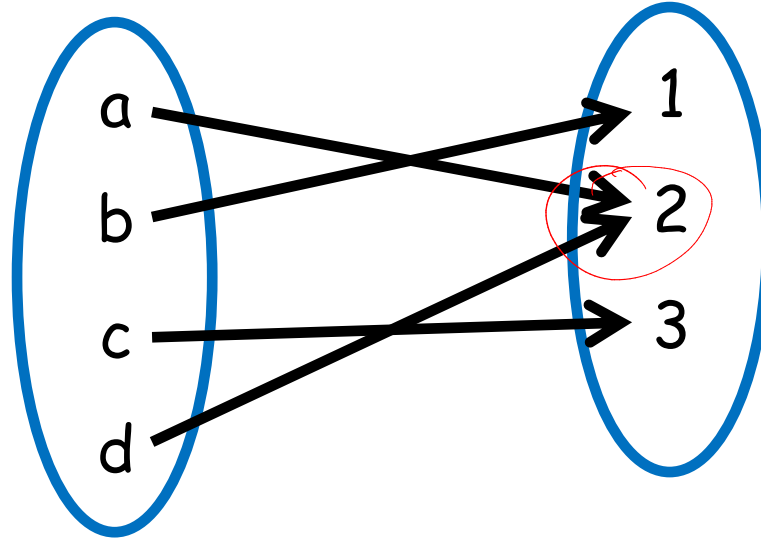
Funciones



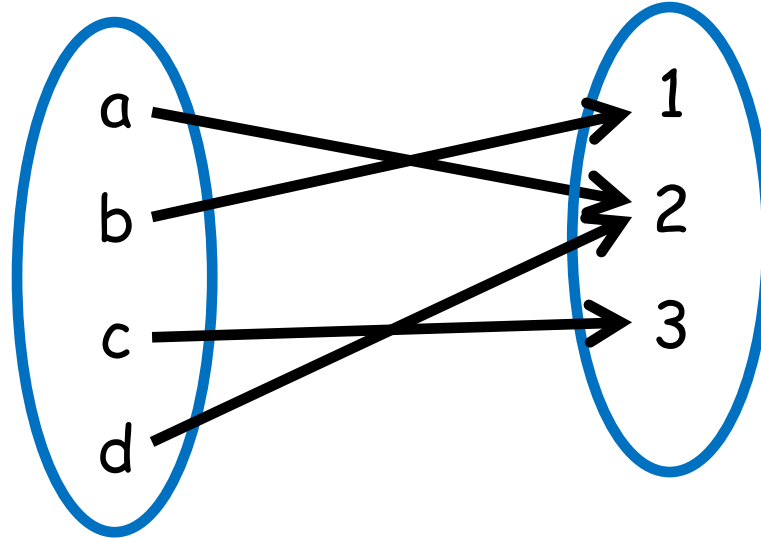
Inyectiva pero no sobreyectiva

Funciones

Inyectiva NO
Sobreyectiva SI
Biyectiva NO

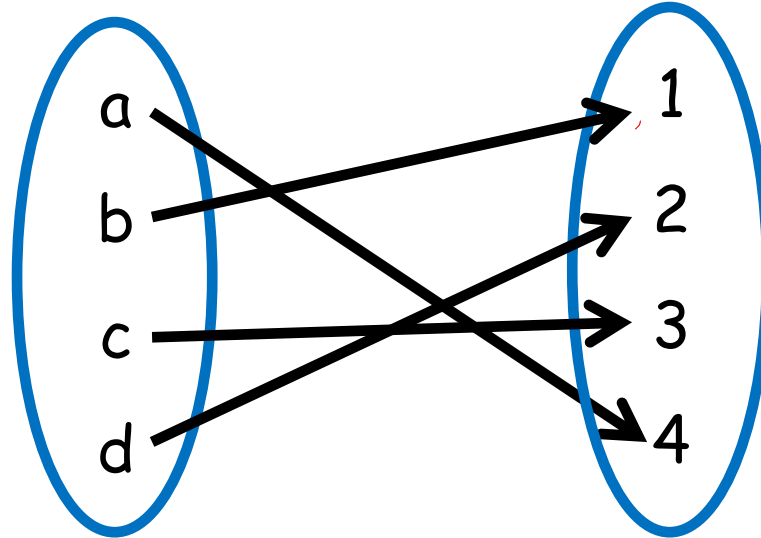


Funciones

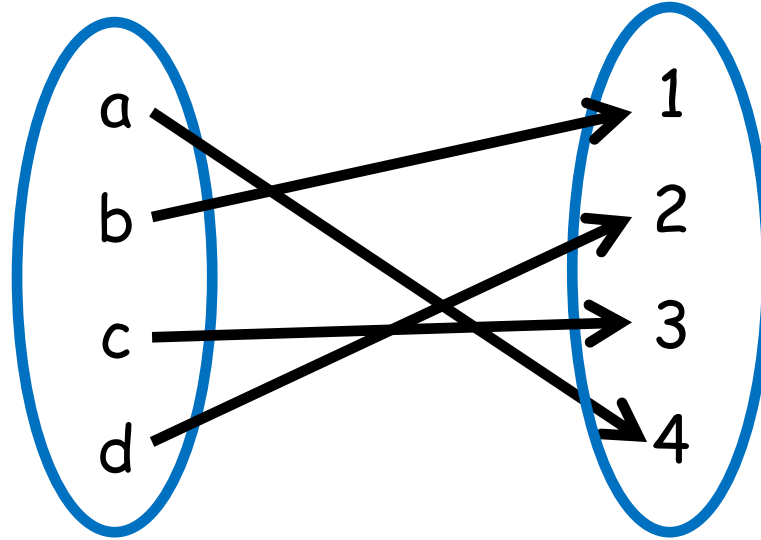


Sobreyectiva pero no inyectiva

Funciones

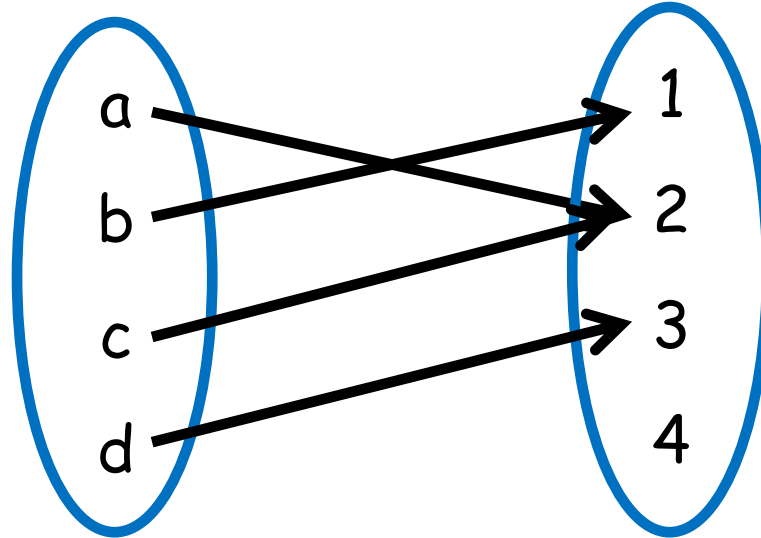


Funciones

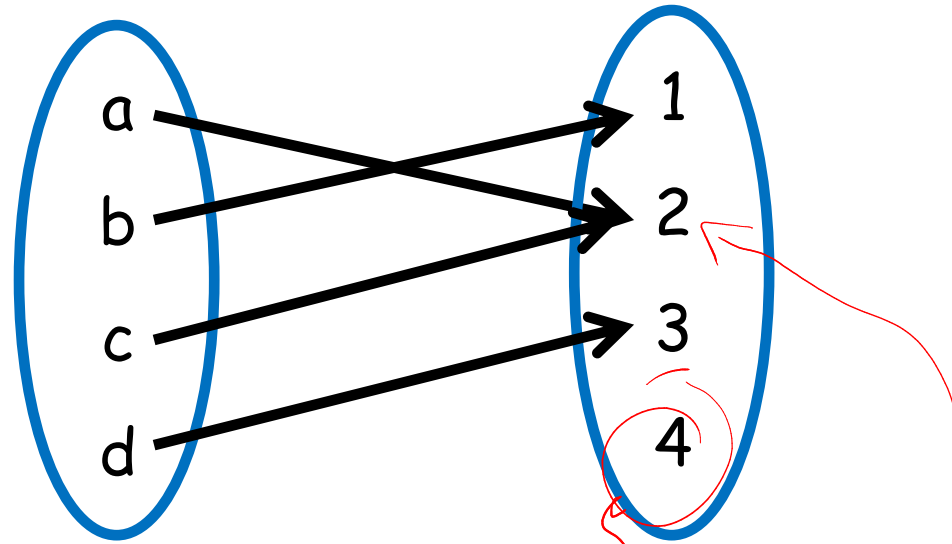


Biyectiva

Funciones

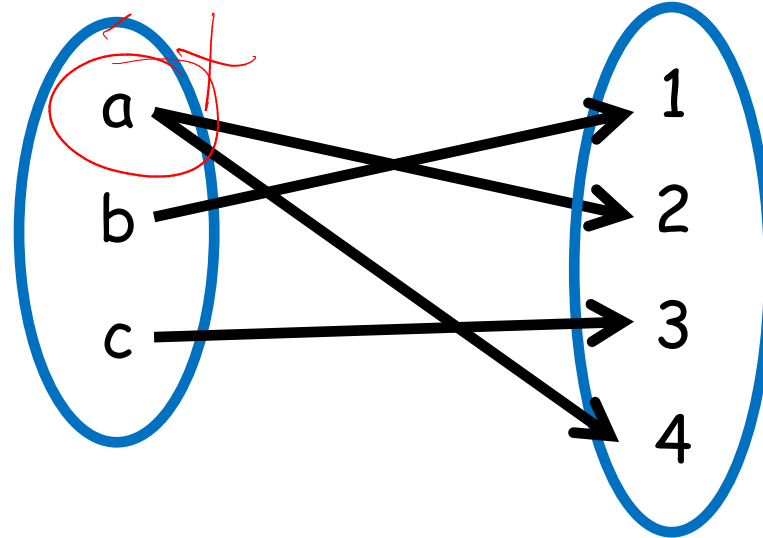


Funciones

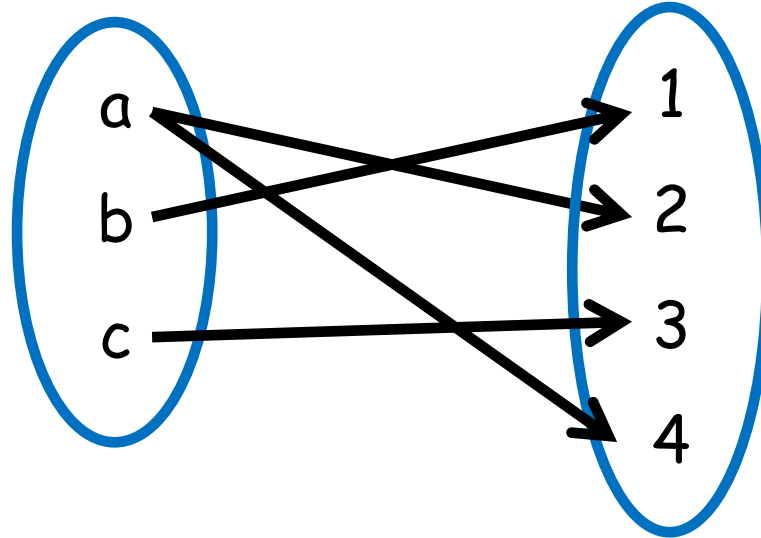


Ni inyectiva ni sobreyectiva

Funciones



Funciones

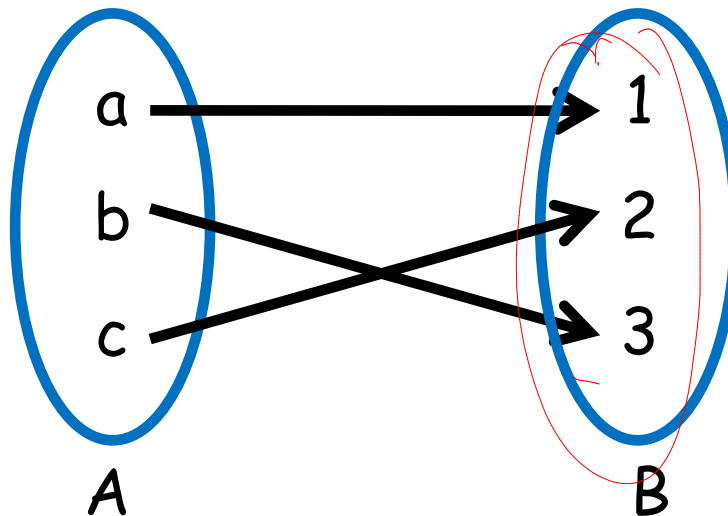


No es función

Funciones

Función inversa

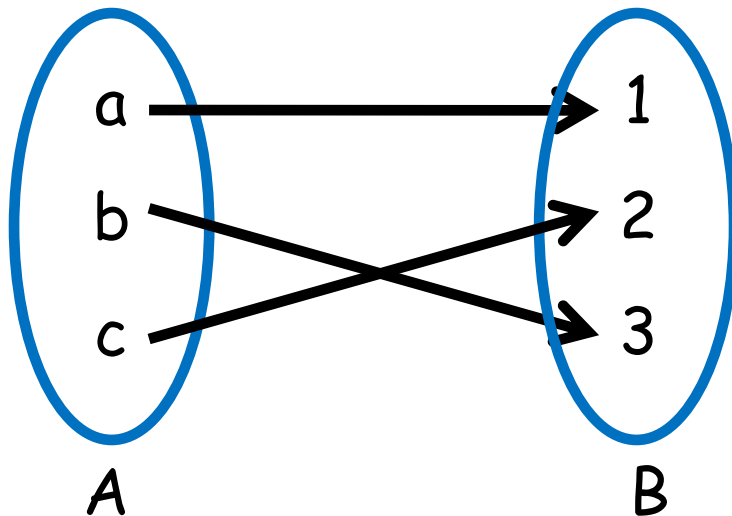
Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



Funciones

Función inversa

Dada una función $f:A \rightarrow B$, la función inversa de f , denotada por f^{-1} , asigna a un elemento $b \in B$ un solo elemento $a \in A$ tal que $f(a)=b$



$$f^{-1}(1)=a$$

$$f^{-1}(2)=c$$

$$f^{-1}(3)=b$$

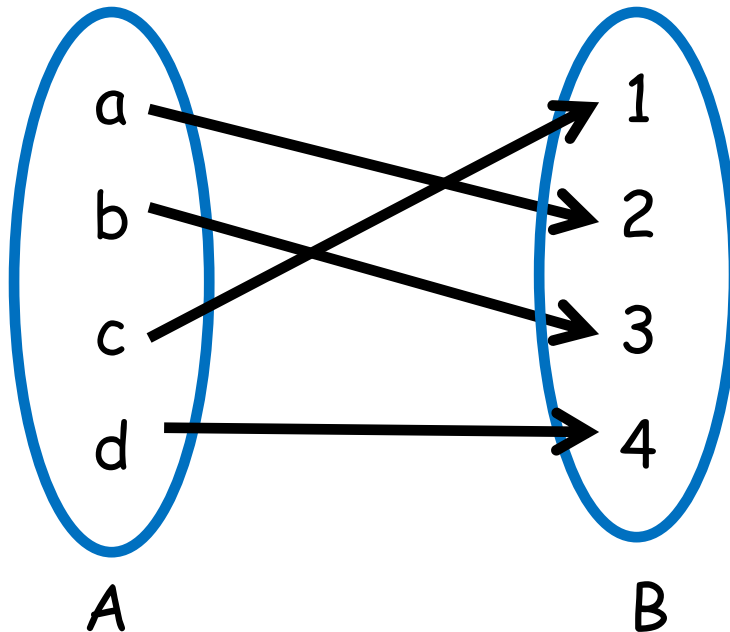
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$

$$f^{-1}(2) = a \quad f^{-1}(3) = b \quad f^{-1}(1) = c \quad f^{-1}(4) = d$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,2,3,4\}$ y $f(a)=2$, $f(b)=3$, $f(c)=1$, $f(d)=4$



$$f^{-1}(1)=c$$

$$f^{-1}(2)=a$$

$$f^{-1}(3)=b$$

$$f^{-1}(4)=d$$

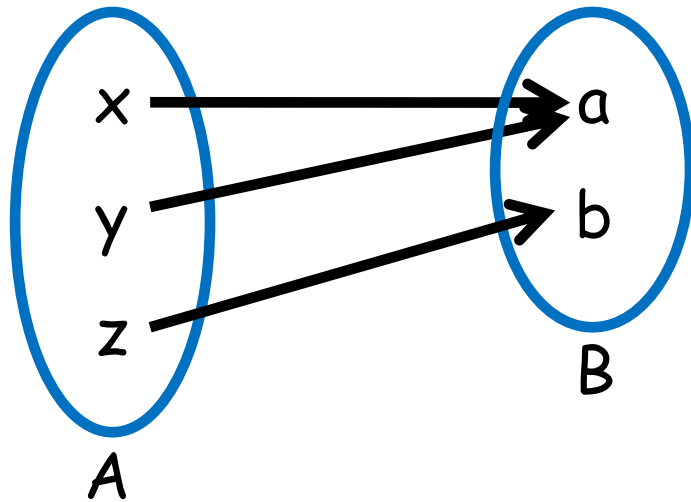
Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$

$$f^{-1}(a) = \{x, y\} \quad f^{-1}(b) = \{z\}$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



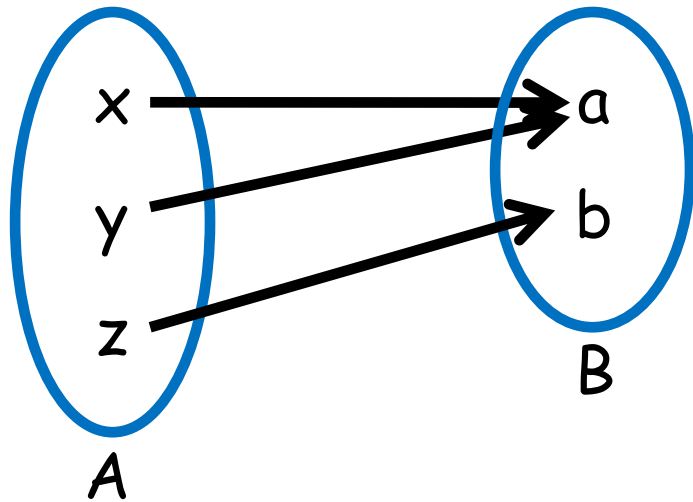
- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y,z\}$, $B=\{a,b\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=a$, $f(z)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función

$$f^{-1}(a)=x$$

$$f^{-1}(a)=y$$

f^{-1} no está definida cuando f no es inyectiva

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$

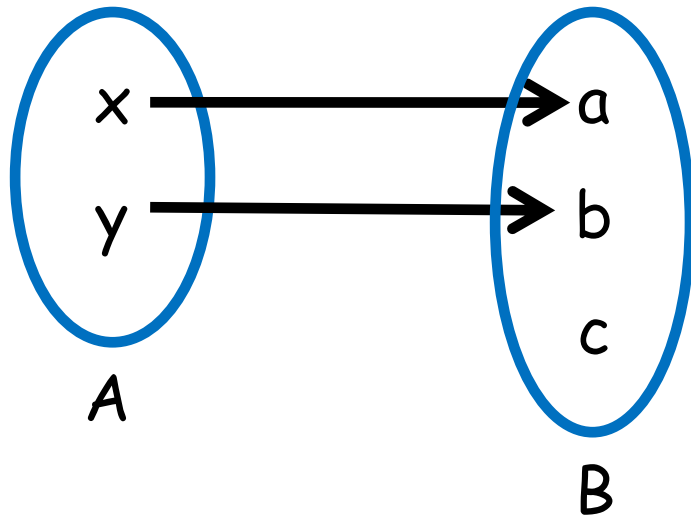
$$f^{-1}(a) = x$$

$$f^{-1}(b) = y$$

$$f^{-1}(c) = ?$$

Funciones

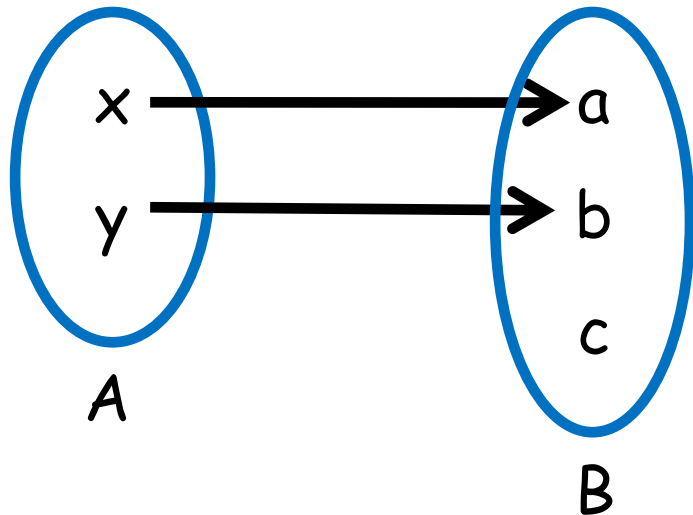
Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

Funciones

Muestre la inversa para $f:A \rightarrow B$, donde $A=\{x,y\}$, $B=\{a,b,c\}$ y $f(x)=a$, $f(y)=b$



- La relación que hay de $B \rightarrow A$ no es una función porque no se tiene $f^{-1}(c)$

f^{-1} no está definida cuando f no es sobreyectiva

Funciones

Función inversa

Una función $f:A\rightarrow B$ es **invertible** si es biyectiva

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

• $f(x) = 2x + 1$

$x = 0.5$

$f(0.5) = 2$

Inyectiva

Sobreyectiva

SI

• $f(x) = x^2 + 1$

$\rightarrow \mathbb{R} = \{1, \infty\}$

NO

• $f(x) = x^3$

$\rightarrow (-3)^3 = -27 \quad 3^3 = 27$

SI

• $f(x) = (x^2 + 1) / (x^2 + 2)$

NO es sobreyectiva

NO

Funciones

Indique cuáles de las siguientes funciones son invertibles.
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

- $f(x)=2x+1$, **es invertible**
- $f(x)=x^2+1$, **no es invertible**. $f(-1)=f(1)=1$ no es inyectiva
- $f(x)=x^3$, **es invertible**
- $f(x)=(x^2+1)/(x^2+2)$, **no es invertible**. no es inyectiva [$f(-1)=f(1)=2/3$], ni sobreyectiva (1 no es imagen en f)

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles: $\lceil 0,5 \rceil = 1$
 $\lceil -0,2 \rceil = 0$

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$ NO $f(4) = 2$
 $f(3) = 2$
- $f(x) = 3x^2 + 7 \rightarrow$ NO es sobreyectiva $f(2) = 19$
 $f(-2) = 19$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$ $x = -2$ NO es función
- $f(x) = x^5 + 1$ SÍ

Funciones

Determine si las siguientes funciones, de \mathbb{R} a \mathbb{R} , son invertibles:

- $f(x) = \lceil x/2 \rceil$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(2) = 1$
- $f(x) = 3x^2 + 7$. **no**, no es inyectiva. $f(1) = f(-1) = 10$
- $f(x) = (x+1)/(x+2)$. **no**, no es sobreyectiva. 1 no es imagen
- $f(x) = x^5 + 1$. **si**

Funciones

Dadas las siguientes funciones de los enteros a los enteros, complete la tabla indicando si cumple, o no, cada propiedad

- $f_1(x) = x^2 - 1$

$f(-1) = 0$
 $f(1) = 0$

- $f_2(x) = 5x - 8$



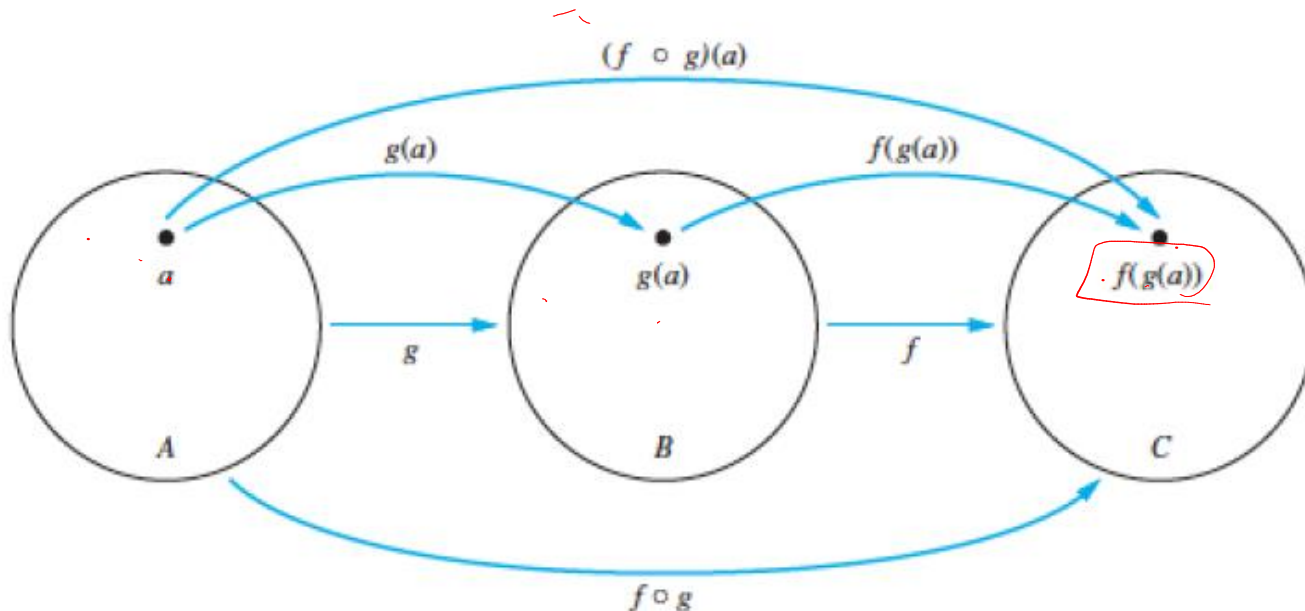
	Inyectiva	Sobreyectiva	Biyectiva
f_1	No	No	No
f_2	Si	Si	Si

Justifique solamente las propiedades que no se cumplen

Composición de funciones

Dadas dos funciones $f: A \rightarrow B$ y $g: B \rightarrow C$ se denomina composición de g con f , como la función $f \circ g: A \rightarrow C$ tal que:

$$\begin{aligned} f \circ g &= \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: a g b \wedge b f c\} \\ &= \{(a, c) \mid a \in A \wedge c \in C \wedge \exists b \mid b \in B: b = g(a) \wedge c = f(b)\} \end{aligned}$$



Composición de funciones

Sea $g = \{a, b, c\} \rightarrow \{a, b, c\}$ tal que $g(a) = b$, $g(b) = c$ y $g(c) = a$

Sea $f = \{a, b, c\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ tal que $f(a) = 3$, $f(b) = 2$, $f(c) = 1$

Estudiamos $f \circ g$

$$f(g(a)) = f(b) = 2$$

$$f(g(b)) = f(c) = 1$$

$$f(g(c)) = f(a) = 3$$

$$\begin{aligned} g \circ f &= ? \\ g(f(a)) &= g(3) \end{aligned}$$

Observe que $g \circ f$

$$g(f(a)) = f(3) = \text{????}$$

$f \circ g$ está bien definida
sii $\text{rango } g \subseteq \text{dominio de } f$

Composición de funciones

Sea $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $g(y) = 3y + 2$

Sea $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ tal que $f(x) = 2x + 3$

$$f \circ g (z) = f(g(z)) = f(3z + 2) = 2(3z + 2) + 3 = 6z + 7$$

$$g \circ f (z) = g(f(z)) = g(2z + 3) = 3(2z + 3) + 2 = 6z + 11$$

La composición no es conmutativa

Funciones piso y techo

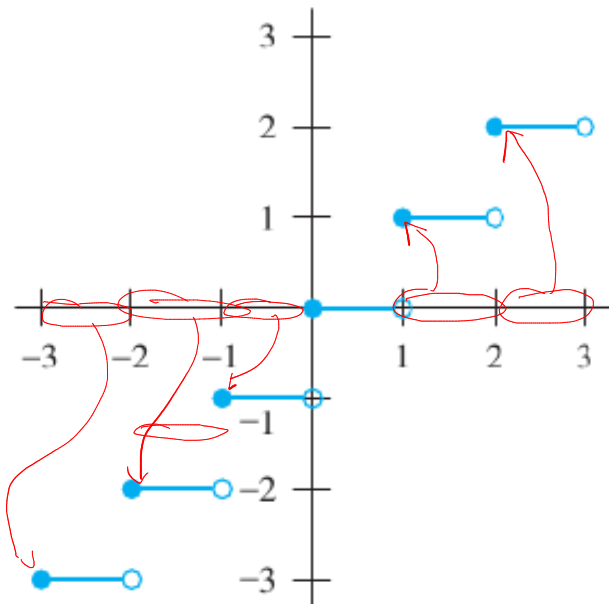
La función entera piso asigna a un número real x el mayor entero que es menor o igual que x . Se denota así:

$$\lfloor x \rfloor$$

La función entera techo o función de parte entera por exceso, asigna a un número real x el mayor entero que es mayor o igual que x . Se denota así:

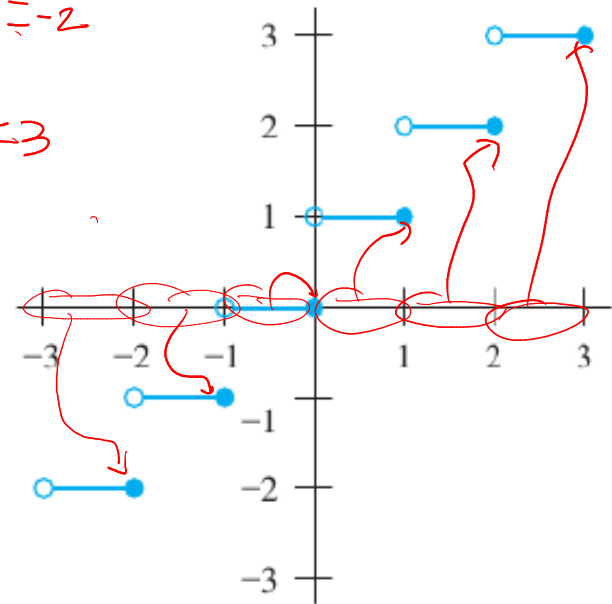
$$\lceil x \rceil$$

Funciones piso y techo



(a) $y = [x]$

$$\begin{aligned} \lceil -2.5 \rceil &= -2 \\ \lfloor 2.5 \rfloor &= 3 \end{aligned}$$



(b) $y = [x~]$

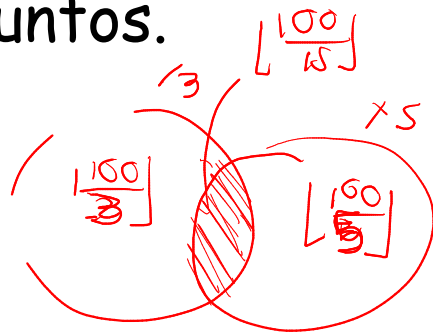
Funciones piso y techo

Sean k y n enteros positivos. Entonces el número de múltiplos de k entre 1 y n está dado por $\left\lfloor \frac{n}{k} \right\rfloor$

$33 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, \dots$
 $20 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, \dots$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, con $k = 2$, el número de múltiplos es $\left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor = [50]$

Ejemplo, Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, ¿Cuántos números son divisibles entre 3 o por 5? Pista: Aquí aplica la propiedad de union de conjuntos.



$$\text{mcm}(3, 5) =$$

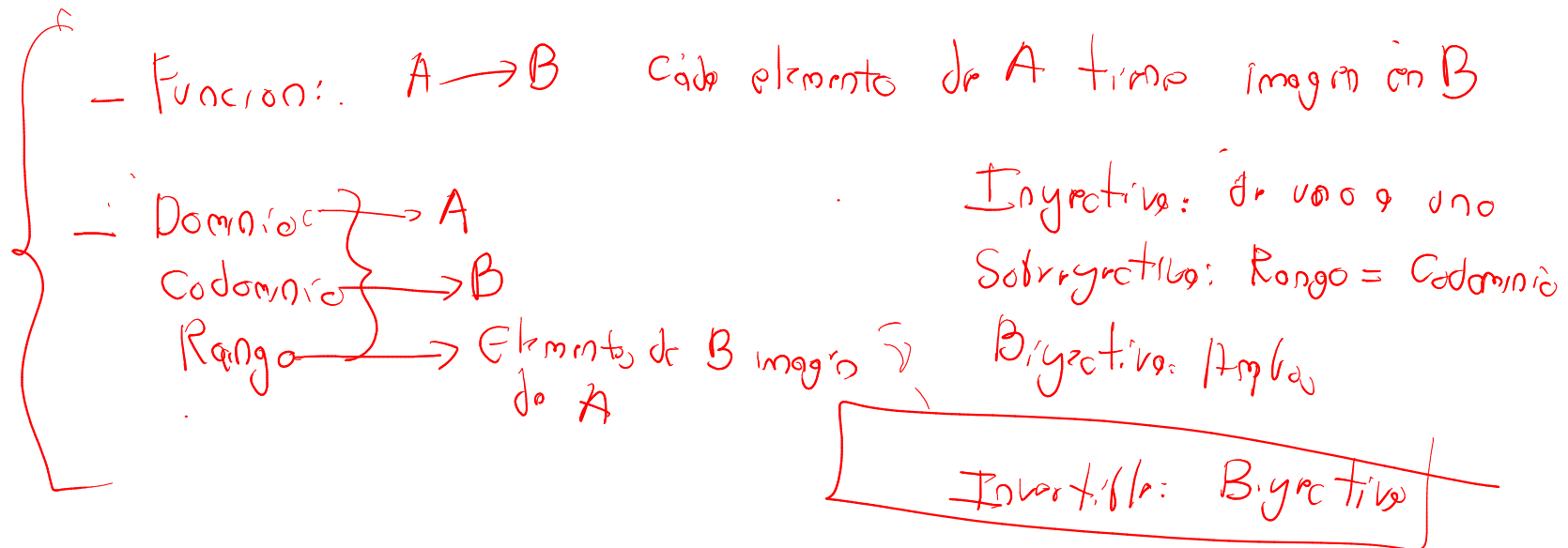
$$3 \circ 5 = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{15} \right\rfloor$$

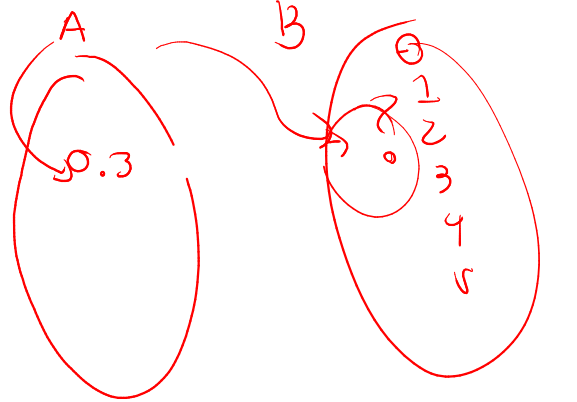
Función característica

La función característica de un subconjunto A con respect al Universal $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ Se define así

$$f_A(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{Si } u_i \in A \\ 0 & \text{Si } u_i \notin A \end{cases} \quad f_B(u_i) = \begin{cases} 1 & \text{Si } u_i \in B \\ 0 & \text{Si } u_i \notin B \end{cases}$$

Ejemplo: Si $A = \{4, 7, 9\}$ y $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ Entonces $f_A(2) = 0$, $f_A(4) = 1$, $f_A(7) = 1$ y $f_A(12) = 0$





$$1) \sqrt{x} \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$$

$$2) x^2: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$3) x-3 \quad \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}^+$$

$$4) \log(x) \quad \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$5) x^3: \mathbb{Z}^- \rightarrow \mathbb{Z}_r$$

1) És funció

2) Injectiva

3) No, no té més positius, \mathbb{Z}

- 1) És funció
- 2) Injectiva
- 3) No és sobrijectiva

- 1) Si és funció
- 2) És injectiva
- 3) No és sobrijectiva

$$\{ \text{2) NO FC1} \}$$

$$1-3=-2$$

$$\{ \text{1) NO, } \log(0) = \text{No està definit} \}$$

$$\sqrt{-5} = \sqrt{5} \times j$$

$$\log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$$

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}^+$$

$$x^2$$

$$1) 0.3^2 = 0.09$$