



# Primer exámen parcial - Matemáticas discretas I

## Duración 2 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc

`carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co`

9 de Febrero de 2021

**Importante:** Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente mostrar la respuesta.

## 1. Reglas

- Entregue un sólo archivo en formato PDF del examen con capturas todos los puntos. Si no cumple esta regla se le sancionará con 0.3 sobre la nota.
- No use enlaces externos para las capturas, no se valdrán.
- Las capturas de los puntos deben estar en buena calidad, si alguna no se entiende no se le valdrá el punto en cuestión.
- Sea ordenado en las capturas de sus puntos, no se valdrán puntos desorganizados y que no sea fácil entender su respuesta.
- Entregue el examen por google forms, no se aceptarán entregas por correo
- Entregue el examen antes del 9 de Febrero a las 10:30am, de lo contrario no se recibirá.
- Puede hacer el examen en parejas, al inicio del PDF de entrega coloque los nombres y código de los estudiantes. No se aceptarán reclamos si no coloca correctamente estos datos.

## 2. Enunciado

1. (20 puntos) Si Carlos le dice sus sentimientos a Maria habrá Boda a menos que Juan se interponga. Si Lucia le dice sus sentimientos a Juan el no se interpondrá. Carlos y Lucia dicen sus sentimientos. Demuestre que habrá boda. Modele el sistema y demuestre por consecuencia lógica e inferencia explicando que regla usa paso por paso. Muestre el proceso claramente.
2. (20 puntos) Considere el dominio del discurso los booleanos y los siguientes predicados.
  - $P(x, y) = x \wedge y$
  - $Q(x, y) = x \rightarrow y$

Muestre el proceso claramente para determinar los valores de verdad de:

- a)  $\forall x \exists y P(x, y) \vee \overline{Q(x, y)}$
- b)  $\exists x \forall y P(x, y) \vee \overline{Q(x, y)}$
- c)  $\exists y \forall x P(x, y) \vee \overline{Q(x, y)}$

3. (20 puntos) Suponga el conjunto  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$   $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  y  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Indique el resultado de  $\overline{A - (B \cap C)}$ .

4. (20 puntos) Dadas las funciones

- $R^+ \rightarrow R : f_1(x) = \frac{x}{2} + 2$
- $Z^+ \rightarrow Z : f_2(x) = x^2$
- $R \rightarrow R : f_3(x) = \frac{x}{x+2}$

Sobre  $f_1, f_2$  y  $f_3$  explique si cumplen las siguientes propiedades: inyectiva, sobreyectiva y biyectiva

5. (20 puntos) Un amigo suyo propone la siguiente regla de inferencia en lógica proposicional:

$$\begin{aligned} p &\rightarrow q \\ q &\rightarrow p \\ \therefore \bar{p} \oplus q \end{aligned}$$

Demuestre si esta regla es cierta o no.

1. (20 puntos) Si Carlos le dice sus sentimientos a María habrá Boda a menos que Juan se interponga. Si Lucia le dice sus sentimientos a Juan el no se interpondrá. Carlos y Lucia dicen sus sentimientos. Demuestre que habrá boda. Modele el sistema y demuestre por consecuencia lógica e inferencia explicando que regla usa paso por paso. Muestre el proceso claramente.

a. Carlos dice sus sentimientos

$q \wedge r \wedge s \wedge p$

b. habrá boda

$\neg p \rightarrow q$

c. Juan se interpone

d. Lucia dice sus sentimientos a Juan

$$1) a \rightarrow (\neg c \rightarrow b)$$

$$2) d \rightarrow \neg c$$

$$3) a \wedge d$$

$$(a \rightarrow (\neg c \rightarrow b) \wedge (d \rightarrow \neg c) \wedge a \wedge d) \rightarrow b$$

$$\neg ( (\neg a \vee \neg c \vee b) \wedge (\neg d \vee \neg c) \wedge a \wedge d ) \vee b$$

$$\neg (\neg a \vee \neg c \vee b) \vee \neg (\neg d \vee \neg c) \vee \neg a \vee \neg d \vee b$$

$$(a \wedge \neg c \wedge \neg b) \vee (d \wedge c) \vee \neg a \vee \neg d \vee b$$

$$(a \wedge \neg c \wedge \neg b) \vee (d \wedge c) \vee (\neg a \vee b) \vee \neg d$$

$$((a \vee \neg a \vee b) \wedge (\neg c \vee \neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee \neg a \vee b)) \vee (d \wedge c) \vee \neg d$$

$$\neg c \vee \neg a \vee b \vee (d \wedge c) \vee \neg d$$

$$\neg c \vee \neg a \vee b \vee ((d \vee \neg d) \wedge (\neg d \vee c))$$

$$\neg c \vee \neg a \vee b \vee \neg d \vee c \equiv \top$$

$$1) a \rightarrow (\neg c \rightarrow b)$$

$$2) d \rightarrow \neg c$$

$$3) a \wedge d$$

$$4) a \text{ Simplificación (3)}$$

$$5) \neg c \rightarrow b \text{ Modus ponens (1, 4)}$$

$$6) d \rightarrow b \text{ Transitiva (2, 5) (Silogismo hip)} \quad \text{claramente.}$$

$$7) d \text{ Simplificación (3)}$$

$$8) b \text{ Modus ponens (6, 7)}$$

2. (20 puntos) Considere el dominio del discurso los booleanos y los siguientes predicados.

$$\blacksquare P(x, y) = x \wedge y$$

$$\blacksquare Q(x, y) = x \rightarrow y$$

Muestre el proceso claramente para determinar los valores de verdad de:

$$a) \forall x \exists y P(x, y) \vee \overline{Q(x, y)} = F$$

$$b) \exists x \forall y \overline{P(x, y) \vee Q(x, y)} = V \quad x=1$$

$$c) \exists y \forall x P(x, y) \vee Q(x, y) = F$$

$\exists x$

x	y	$P(x, y)$	$Q(x, y)$	$\overline{Q(x, y)}$	$F(x, y)$
1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	0	0	1	0	0

3. (20 puntos) Suponga el conjunto  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  y  $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Indique el resultado de  $\overline{A - (B \cap C)}$ .

$$B \cap C = \{1, 3, 5\}$$

$$A - B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$\overline{A - B \cap C} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

4. (20 puntos) Dadas las funciones

▪  $R^+ \rightarrow R : f_1(x) = \frac{x}{2} + 2$

▪  $Z^+ \rightarrow Z : f_2(x) = x^2$

▪  $R \rightarrow R : f_3(x) = \frac{x}{x+2}$

$$R^+ = \{0, \dots\}$$

$$Z \rightarrow \mathbb{Z}$$

Sobre  $f_1, f_2$  y  $f_3$  explique si cumplen las siguientes propiedades: inyectiva, sobreyectiva y biyectiva

$$f_1 \begin{cases} \text{inyectiva: Sí, } R^+ \rightarrow R, \forall x_1 \neq x_2, x_1 \in R^+, x_2 \in R^+, f_1(x_1) \neq f_1(x_2) \\ \text{sobreyectiva: No, } \forall x, x \in R^+, f_1(x) \geq 2 \end{cases}$$

$$f_2 \begin{cases} \text{inyectiva: Sí, } Z^+ \rightarrow Z, \forall x_1 \neq x_2, x_1 \in Z^+, x_2 \in Z^+, f_2(x_1) \neq f_2(x_2) \\ \text{sobreyectiva: No, } \forall x, x \in Z^+, f_2(x) \geq 0 \end{cases}$$

$$f_3 \begin{cases} \text{no es función } x = -2, f(-2) \text{ es indefinido} \end{cases}$$

5. (20 puntos) Un amigo suyo propone la siguiente regla de inferencia en lógica proposicional:

$$\begin{array}{l} \text{P}_1 \quad p \rightarrow q \\ \text{P}_2 \quad q \rightarrow p \\ \text{C} \quad \therefore \bar{p} \oplus q \end{array}$$

Consecuencia lógica

Demuestre si esta regla es cierta o no.

$$\begin{cases} ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow \bar{p} \oplus q \equiv T \\ \text{contradicción} \\ (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \wedge \neg(\bar{p} \oplus q) \equiv F \end{cases}$$

$$p \ q \mid ((p \rightarrow q) \ \& \ (q \rightarrow p)) \rightarrow (-p + q)$$

0	0		1	1	1	1	1	1
0	1		1	0	0	1	1	0
1	0		0	0	1	1	0	0
1	1		1	1	1	1	0	1

$$p \ q \mid ((p \rightarrow q) \ \& \ (q \rightarrow p)) \ \& \ -(-p + q)$$

0	0		1	1	1	0	0	1	1
0	1		1	0	0	0	1	1	0
1	0		0	0	1	0	1	0	0
1	1		1	1	1	0	0	0	1