Primer examen opcional
Fundamentos de análisis y diseño de algoritmos

Carlos Andres Delgado S, Ing *

15 de Noviembre 2017

Importante: Se debe escribir el procedimiento realizado en cada punto, con sólo presentar la respuesta, el punto no será válido.

1. Divide y vencerás [35 puntos]

Dado un vector de puntos en un sistema de dos dimensiones, Encontrar el punto cuya distancia al punto (0,0) sea la menor. Ejemplo $\{(0,5),(1,2),(3,6),(2,7)\}$ Si calculamos la distancia de los elementos al puntos $(0,0)$ tenemos: $\{5, 2{,}23, 6{,}7, 7{,}2\}$ ordenando de acuerdo a la distancia tenemos $\{(1,2),(0,5),(3,6),(2,7)\}$ Entonces el punto más cercano es $(1,2)$

- (5 puntos) Indique la solución ingenua al problema.
- (20 puntos) Estrategia de dividir, vencer (solución trivial), y combinar. Muestre un ejemplo de solución del problema con un vector de tamaño 6.
- (10 puntos) Calculo de la complejidad computacional de la solución utilizando divide y vencerás. Explique cómo realiza este proceso. Compare este resultado contra la complejidad de la solución ingenua y una solución que consiste en ordenar de acuerdo a la distancias y escoger el primero. ¿Cual de las tres soluciones escoge y porqué?

2. Computación iterativa [30 puntos]

```
//Para n > 0
algoritmo(n)
    i = 0
    res = 0

    while(i<n)
        j = i

        while(j<2n)
            res += 3
            j++
        end

        res += 5
        i++
    end
end
```

1. **(15 puntos)** Complejidad computacional. Muestre cuantas veces se ejecuta cada línea en términos de n
2. **(20 puntos)** Invariante de ciclo para ciclos interno y externo. Indique cómo es la forma de los estados inicial, final y la transformación de estados. Demuestre la invariante de ciclo con respecto a estos.

3. Crecimiento de funciones [35 puntos]

Dado que $f(n)$ y $g(n)$ son funciones positivas y crecientes, para $n \geq 0$. Demostrar o refutar las siguientes conjeturas para todo $f(n)$ y $g(n)$

- $f(n) = O(g(n))$ entonces $g(n) = O(f(n))$
- $f(n) = O(f(\frac{n}{2}))$
- $f(n) + o(f(n)) = \Theta(f(n))$
- $f(n) = \Theta((f(n))^2)$
- $f(n) = O(g(n))$ implica $g(n) = \Omega(f(n))$

Ayudas

$$\sum_{k=1}^{n} c = cn \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{(n+1)}-a}{r-1} \text{ Si } r \neq 1$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^k = (n+1)a \text{ Si } r = 1$$

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co