Primer exámen parcial
Matemáticas discretas II
Duración 1.5 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

25 de Junio de 2019

Importante: Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [**30 puntos**] Se tira una moneda al aire 20 veces y los resultados posibles son cara y sello. Indique cuantos resultados hay
   - Con exactamente 3 caras
   - Con al menos 4 sellos

2. [**30 puntos**] El examen que realice el ICFES tiene dos partes, una general y otra por una especialidad elegida por el estudiante, el cual tiene 4 opciones: matemáticas, química, literatura y sociales . La general tiene notas entre 0 y 300, y la especialidad entre 0 y 100. ¿Cuantas personas se presentaron en el ICFES para que al menos 6 personas obtengan el mismo puntaje total y el mismo puntaje en la especialidad elegida?

3. [**40 puntos**] Resuelva la siguiente relación de recurrencia mediante el método de cambio de variable $T(n) = 4T(\frac{n}{3}) - 4T(\frac{n}{9}) + 2n.$. Realice el cambio $n = 3^k$. Como no hay condiciones iniciales encuentre los valores de las constantes de la solución particular y exprese la solución como la suma de la homogénea más la particular.

*carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2}$$

Combinatoria:

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{3}$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \tag{4}$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1,r) \tag{5}$$

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1n + A_0$
n^2	$A_2n^2 + A_1n + A_0$
$n^t, t \in Z^+$	$A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \ldots + A_1n + A_0$
$r^n, r \in R$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A\sin(\alpha n) + B\cos(\alpha n)$
$n^tr^n, t \in Z^+, r \in R$	$r^n(A_tn^t + A_{t-1}n^{t-1} + \ldots + A_1n + A_0)$
$r^n\sin(\alpha n)$	$Ar^n\sin(\alpha n) + Br^n\cos(\alpha n)$
$r^n\cos(\alpha n)$	$Ar^n\sin(\alpha n) + Br^n\cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado f(n)

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \quad es \begin{cases} O(n^{d)} & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{cases} \}$$

¡Éxitos!