



Primer examen opcional
MATEMATICAS DISCRETAS II - Grupo 50/51

Duración: 3 horas
Carlos Andres Delgado S, Ing^{*}
09 de Mayo de 2015

Importante: Muestre el proceso que realizó en cada punto, ya que el procedimiento tiene un gran valor en la calificación del parcial.

1. Regla del producto, de la suma e inclusión-exclusión [25 puntos]

- (8 puntos) En algunas primeras versiones del lenguaje de programación BASIC, el nombre de una variable consta de una sola letra o una sola letra seguida de un solo dígito. ¿Cuántos nombres de variables existen en este lenguaje? (El alfabeto tiene 26 letras)
- (8 puntos) Demuestre que si 30 diccionarios en una librería contienen un total de 61327 paginas, entonces uno de los diccionarios debe tener al menos 2045 paginas.
- (9 puntos) Sea $A = \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ ¿Cuántos miembros de A son divisibles por 3 o por 5 o por ambos por 3 y 5?

2. Permutaciones y combinaciones [35 puntos]

- (10 puntos) Una tienda ofrece 20 tipos de donas. Si suponemos que al menos hay una docena de cada tipo cuando entramos a la tienda. ¿De cuantas formas podemos elegir una docena de donas?
- (10 puntos) ¿De cuantas formas podemos distribuir siete manzanas y seis naranjas entre cuatro niños, de modo que cada uno reciba al menos una manzana?
- (15 puntos) Determine el numero de soluciones enteras no negativas de

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32 \quad (1)$$

Donde

a) $x_1, x_2 \geq 5, x_3 \geq 7, x_4 = 5$

b) $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 8$

3. Recurrencias y crecimiento funciones [40 puntos]

- (12 puntos) Resolver la relación de recurrencia: $T(n) = 9T(\frac{n}{3}) + n^2$ con sea la condición inicial $T(1) = 1$.
- (14 puntos) Demuestre que:

$$\sum_{k=1}^n 2 * k^2 \quad (2)$$

Es $O(n^3)$. Pista $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

- (14 puntos) Resolver la ecuación de recurrencia:
 $a_{n+2} = 6a_{n+1} + 9a_n = 32n + 73^n$,
 $n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 4$

^{*}carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co