Un estudio de las causas y orígenes de la guerra

Para los paises es importante estudiar estrategias para la resolución de conflictos. La teoría de juegos nos proporciona herramientas para su estudio, un ejemplo es el modelo propuesto por Lewis Fry Richadson[1] en los años 60, en los que se modela la posesión de armas de países. En este modelo se asumen dos países arbitrarios en las cuales existe rivalidad, el cual está dado por:

$$\frac{dx_1}{dt} = k_1x_2 - a_1x_1 + g_1$$
$$\frac{dx_2}{dt} = k_2x_1 - a_2x_2 + g_2$$

Donde:

- k_i es el coeficiente de defensa del país i.
- a_i es un nivel de fatiga económica de mantener cierto nivel militar.
- x_i nivel militar del país i.
- g_i es un nivel de manejo político y de objetivos estratégicos del país i.

El interés de los gobiernos es buscar un **equilibrio de poder**, el cual está dado por $\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = 0$ es decir, el nivel de armamento necesario para estar en equilibrio con el país rival. El modelo ahora está dado por:

$$k_1x_2 - a_1x_1 = -g_1$$
$$k_2x_1 - a_2x_2 = -g_2$$

Para este modelo se asume que para el país 1: $k_1 = 6$, $a_1 = 8$, $g_1 = 4$, y el país 2: $k_2 = 4$, $a_2 = 7$, $g_2 = 6$.

$$\begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$X_1 = 2 \quad X_2 = 2$

2) L, U, inv

$$U = \begin{bmatrix} -8 & 6 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \qquad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$Ld = b$

$Ux = d$

$$b = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & \ddots \; 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \to d = \begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} \quad Ux = d \quad \begin{bmatrix} -7/32 \\ -1/8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \to d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad Ux = d \quad X = \begin{bmatrix} -3/16 \\ -1/4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -7/32 & -3/16 \\ -1/8 & -1/4 \end{bmatrix}$$

3) $\underbrace{\|A\|_2}_{12.845} \underbrace{\|A^{-1}\|_2}_{0,4014} = 5,1561$

4)

x_1	x_2	k_1
11	1	5
26	2	14
30	3	12
32	4	8

(25 pts) Halle la ecuación que describe el nivel de armamento del país 1 denominado x_1 en términos del país 2 denominado x_2. realizando una regresión lineal utilizando la ecuación $x_1 = c_1x_2 + c_2$ y el coeficiente de correlación r ¿Que puede decir de la regresión realizada?

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} x_2^2 & \sum_{i=0}^{n} x_2 \\ \sum_{i=0}^{n} x_2 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^{n} x_1 x_2 \\ \sum_{i=0}^{n} x_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 10 \\ 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 281 \\ 99 \end{bmatrix}$$

$C_2 = 8$ $\quad C_1 = 6,7$

$\bar{X}_1 = 24,75$

X_1	X_2	$F(x_2)$	$(X_1 - F(x_2))^2$	$(X_1 - \bar{X}_1)^2$
11	1	14,7	13,69	189
26	2	21,4	21,16	1,56
30	3	28,1	3.61	27,56
32	4	34,8	7.84	52,56
99			$S_r = 46.3$	$S_t = 270,68$

$$r = \sqrt{\frac{S_t - S_r}{S_t}} =$$

$r^2 = 0.8289$

$\boxed{r = 0.910}$

¿Que puede decir de la regresión realizada?.

5. **(30 pts)** Halle la ecuación que describe el nivel de armamento del país 1 denominado x_1 en términos del país 2 denominado x_2 y del coeficiente de defensa del país 1 k_1. Utilizando estos puntos realice una regresión lineal utilizando la ecuación $x_1 = c_1x_2+c_2k_1+c_3$ y el coeficiente de correlación r ¿Que puede decir de la regresión realizada?. **Muestre todo el procedimiento que realizó para realizar la regresión desde el error cuadrático**

$$e = \sum_{i=0}^{n} (x_1 - c_1 x_2 - c_2 k_1 - c_3)^2$$

$$\frac{\partial e}{\partial c_1} = \sum_{i=0}^{n} 2(x_1 - c_1 x_2 - c_2 k_1 - c_3) \times (-x_2)$$

$$\frac{\partial e}{\partial c_2} = \sum_{i=0}^{n} 2(x_1 - c_1 x_2 - c_2 k_1 - c_3)(-k_1)$$

$$\frac{\partial e}{\partial c_3} = \sum_{i=0}^{n} 2(x_1 - c_1 x_2 - c_2 k_1 - c_3)(-1)$$

$$\sum_{i=0}^{n} c_1 x_2^2 + \sum_{i=0}^{n} c_2 k_1 x_2 + \sum_{i=0}^{n} c_3 x_2 = \sum_{i=0}^{n} x_1 x_2$$

$$\sum_{i=0}^{n} c_1 x_2 k_1 + \sum_{i=0}^{n} c_2 k_1^2 + \sum_{i=0}^{n} c_3 k_1 = \sum_{i=0}^{n} x_1 k_1$$

$$\sum_{i=0}^{n} c_1 x_2 + \sum_{i=0}^{n} c_2 k_1 + \sum_{i=0}^{n} c_3 = \sum_{i=0}^{n} x_1$$

$$\begin{bmatrix} 30 & 101 & 10 \\ 101 & 429 & 39 \\ 10 & 39 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 281 \\ 1035 \\ 99 \end{bmatrix}$$

$c_1 = 6 \quad c_2 = 1 \quad c_3 = 0$

$S_r = 0$

$$r^2 = \frac{S_t - S_r}{S_t} = 1 \qquad r = 1$$