Matemáticas Discretas I

Conjuntos

Carlos Alberto Ramírez Restrepo

Programa Académico Ingeniería de Sistemas
Universidad del Valle, Tulua, Colombia
home page: http://tulua.univalle.edu.co/
carlos.a.ramirez@correounivalle.edu.co

Contenido

Contenido

Conjuntos

- ✓ Qué es un conjunto?

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:
  - Posible determinar pertenencia de elementos

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:
  - Posible determinar pertenencia de elementos
  - Denotados por letras mayúsculas

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:
  - Posible determinar pertenencia de elementos
  - Denotados por letras mayúsculas
  - Elementos denotados con letras minúsculas

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:
  - Posible determinar pertenencia de elementos
  - Denotados por letras mayúsculas
  - Elementos denotados con letras minúsculas
  - Definidos por comprensión o por extensión

Conjuntos

- ✓ Un conjunto se refiere a una colección bien definida de elementos.
- ✓ Características:
  - Posible determinar pertenencia de elementos
  - Denotados por letras mayúsculas
  - Elementos denotados con letras minúsculas
  - Definidos por comprensión o por extensión
  - Orden de elementos irrelevante

Conjuntos

Conjuntos Definidos por Extensión

- ✓ Un conjunto se define por extensión cuando se listan explícitamente todos sus elementos.

Conjuntos

Conjuntos Definidos por Extensión

- ✓ Un conjunto se define por extensión cuando se listan explícitamente todos sus elementos.
- ✓ Ejemplos:

$$V = \{a, e, i, o, u\}$$

$$O = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$S = \{\text{lunes, martes, miercoles, jueves, viernes, sabado, domingo}\}$$

Conjuntos

Conjuntos Definidos por Comprensión

- ✓ Un conjunto se define por comprensión cuando se especifica una propiedad que todos sus elementos poseen.

Conjuntos

Conjuntos Definidos por Comprensión

- ✓ Un conjunto se define por comprensión cuando se especifica una propiedad que todos sus elementos poseen.
- ✓ Ejemplos:

$$V = \text{todas las vocales del alfabeto}$$

$$O = \text{números naturales impares menores que 11}$$

$$S = \text{días de la semana}$$

$$A = \{x \mid x = n^2, \text{donde } n \text{ es un entero positivo menor que } 8\}$$

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \mid x \text{ es un número par mayor o igual a } 2 \text{ y menor o igual a } 4\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es un múltiplo de 2 que es mayor o igual a } 2 \text{ y menor que } 5\}$$

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \mid x \text{ es un número par mayor o igual a } 2 \text{ y menor o igual a } 4\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es un múltiplo de 2 que es mayor o igual a } 2 \text{ y menor que } 5\}$$

- ✓ ¿Los conjuntos A y B son iguales?

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

- ✓ ¿Los conjuntos C y D son iguales?

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

- ✓ Los conjuntos C y D son iguales: el orden no es importante.

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5, 5, 3\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5, 5, 3\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

- ✓ ¿Los conjuntos C y D son iguales?

Conjuntos

Igualdad de Conjuntos

- ✓ Considere los siguientes conjuntos:

$$C = \{1, 3, 5, 5, 3\}$$

$$D = \{3, 5, 1\}$$

- ✓ C y D también son iguales: tienen los mismos elementos.

Conjuntos

Diagramas de Venn

✓ Los diagramas de Venn son una representación gráfica de conjuntos.

Conjuntos

Diagramas de Venn

- ✓ Los diagramas de Venn son una representación gráfica de conjuntos.
- ✓ Los diagramas de Venn son usados para representar relaciones entre conjuntos.

Conjuntos

Diagramas de Venn

- ✓ Los diagramas de Venn son una representación gráfica de conjuntos.
- ✓ Los diagramas de Venn son usados para representar relaciones entre conjuntos.
- ✓ Notación:
  - Conjunto Universal: rectángulo
  - Conjuntos: círculos
  - Elementos: puntos

Conjuntos

Nociones Conjuntos

- ✓ Conjunto Universal

Conjuntos

Nociones Conjuntos

- ✓ Conjunto Universal
- ✓ Conjunto Vacío

Conjuntos

Nociones Conjuntos

- ✓ Conjunto Universal
- ✓ Conjunto Vacío
- ✓ Conjunto Unitario

Conjuntos

Nociones Conjuntos

- ✓ Conjunto Universal
- ✓ Conjunto Vacío
- ✓ Conjunto Unitario
- ✓ Conjunto Finito vs. Conjunto infinito

Conjuntos

Nociones Conjuntos

- ✓ Conjunto Universal
- ✓ Conjunto Vacío
- ✓ Conjunto Unitario
- ✓ Conjunto Finito vs. Conjunto infinito
- ✓ Cardinalidad

Conjuntos

Nociones Conjuntos

Determine si los siguientes pares de conjuntos son iguales:

- ✓ $\{1, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5\}$, $\{5, 3, 1\}$
- ✓ $\{\{1\}\}$, $\{1, \{1\}\}$
- ✓ $\emptyset$, $\{\emptyset\}$

Conjuntos

Pertenencia

Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determine el valor de verdad de:

- ✓ $1 \in A$
- ✓ $2 \notin A$
- ✓ $\{1\} \in A$
- ✓ $\{2, 3\} \notin A$

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.
- ✓ Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B ($A \subseteq B$) si cada elemento de A es a su vez un elemento de B.

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.
- ✓ Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B ($A \subseteq B$) si cada elemento de A es a su vez un elemento de B.
- ✓ Más formalmente:

$$A \subseteq B \quad \leftrightarrow \quad \forall_x . \, (x \in A \to x \in B)$$

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.
- ✓ Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B ($A \subseteq B$) si cada elemento de A es a su vez un elemento de B.
- ✓ Más formalmente:

$$A \subseteq B \quad \leftrightarrow \quad \forall_x . \, (x \in A \rightarrow x \in B)$$

- ✓ Para cualquier conjunto S, $\emptyset \subseteq S$

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.
- ✓ Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B ($A \subseteq B$) si cada elemento de A es a su vez un elemento de B.
- ✓ Más formalmente:

$$A \subseteq B \quad \leftrightarrow \quad \forall_x . \, (x \in A \rightarrow x \in B)$$

- ✓ Para cualquier conjunto S, $\emptyset \subseteq S$
- ✓ Para cualquier conjunto S, $S \subseteq S$

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Un subconjunto de un conjunto es un conjunto que contiene algunos (posiblemente todos) de sus elementos.
- ✓ Un conjunto A es un subconjunto del conjunto B ($A \subseteq B$) si cada elemento de A es a su vez un elemento de B.
- ✓ Más formalmente:

$$A \subseteq B \quad \leftrightarrow \quad \forall_x . \, (x \in A \rightarrow x \in B)$$

- ✓ Para cualquier conjunto S, $\emptyset \subseteq S$
- ✓ Para cualquier conjunto S, $S \subseteq S$
- ✓ Se utiliza la notación $A \subset B$ para expresar que A es un subconjunto propio de B (estrictamente más pequeño).

Conjuntos

Subconjuntos

Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{1, 6\}$, indique si las siguientes relaciones se dan entre los conjuntos:

- ✓ $A \subseteq B$?
- ✓ $A \subseteq C$?
- ✓ $B \subseteq A$?
- ✓ $B \subseteq C$?
- ✓ $C \subseteq A$?
- ✓ $C \subseteq B$?

Conjuntos

Subconjuntos

✓ Sean $P = \{1, 2\}$, $Q = \{1, 2, 3\}$, $R = \{1, 2, 3\}$, se tiene que:

$$P \subseteq R$$

$$Q \subseteq R$$

$$P \subset R$$

$$Q \not\subset R$$

Conjuntos

Subconjuntos

- ✓ Sean $P = \{1, 2\}$, $Q = \{1, 2, 3\}$, $R = \{1, 2, 3\}$, se tiene que:

$$P \subseteq R$$

$$Q \subseteq R$$

$$P \subset R$$

$$Q \not\subset R$$

- ✓ Dos conjuntos son iguales si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$.

Conjuntos

Subconjuntos

Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 3, 1\}$, $C = \{3, 2, 1, 1, 1, 2, 4\}$, indique si se presentan las siguientes relaciones entre los conjuntos:

- ✓ $A \subset B$?
- ✓ $A \subset C$?
- ✓ $B \subset A$?
- ✓ $B \subset C$?
- ✓ $C \subset A$?
- ✓ $C \subset B$?

Conjuntos

Subconjuntos y Pertenencia

Determine si cada una de las siguientes expresiones es falsa o verdadera:

- ✓ $x \in x$
- ✓ $\{x\} \subseteq \{x\}$
- ✓ $\{x\} \subset \{x\}$
- ✓ $\{x\} \in \{x\}$
- ✓ $\{x\} \in \{\{x\}, y\}$
- ✓ $\emptyset \subseteq \{x\}$
- ✓ $\emptyset \in \{x\}$

Conjuntos

Cardinalidad

Cuál es la cardinalidad de los siguientes conjuntos:

- ✓ $A = \{a\}$
- ✓ $A1 = \{3, \emptyset\}$
- ✓ $B = \{\{a\}\}$
- ✓ $B1 = \{\emptyset\}$
- ✓ $C = \{a, \{a\}\}$
- ✓ $C1 = \{\emptyset, \emptyset, \emptyset\}$
- ✓ $D = \{a, \{b, c\}\}$
- ✓ $D1 = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$
- ✓ $F = \{3, 3, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2\}$

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$
- ✓ Sea $S = \{0, 1, 2\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$
- ✓ Sea $S = \{0, 1, 2\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$
- ✓ Sea $S = \{0, 1, 2\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$
- ✓ El conjunto potencia de un conjunto S, denotado $P(S)$, es el conjunto compuesto de todos los subconjuntos de S.

Conjuntos

Conjunto Potencia

- ✓ Sea $S = \{0, 1\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{0, 1\}$
- ✓ Sea $S = \{0, 1, 2\}$, cuáles subconjuntos se pueden obtener de S?
- ✓ Subconjuntos de S: $\emptyset$, $\{0\}$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{0, 1\}$, $\{0, 2\}$, $\{1, 2\}$, $\{0, 1, 2\}$
- ✓ El conjunto potencia de un conjunto S, denotado $P(S)$, es el conjunto compuesto de todos los subconjuntos de S.
- ✓ Si S tiene n elementos, la cardinalidad de $P(S)$, denotada por $|P(S)| = 2^n$.

Conjuntos

Conjunto Potencia

Determine el conjunto potencia de los siguientes conjuntos:

- ✓ $S = \{1, \{2, 3\}, 4\}$
- ✓ $T = \{\{1\}, 1, \{2, 3\}, 4\}$

Conjuntos

Producto Cartesiano

✓ El producto cartesiano entre los conjuntos A_1, A_2, ..., A_n, denotado por $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ es el conjunto formado por n tuplas ordenadas $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, donde $a_i \in A_i$, para $i = 1, 2, \ldots, n$.

Conjuntos

Producto Cartesiano

- ✓ El producto cartesiano entre los conjuntos A_1, A_2, ..., A_n, denotado por $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ es el conjunto formado por n tuplas ordenadas $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, donde $a_i \in A_i$, para $i = 1, 2, \ldots, n$.
- ✓ Sean $A = \{1, 2\}$ y $B = \{a, b, c\}$, el producto cartesiano entre A y B es el siguiente:

$$A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$$

Conjuntos

Producto Cartesiano

Sea $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$, $C = \{0, 1\}$, calcule:

- ✓ $A \times B$
- ✓ $B \times C$
- ✓ $A \times B \times C$

Contenido

Operaciones entre Conjuntos

Las principales operaciones entre conjuntos son las siguientes:

Operaciones entre Conjuntos

Las principales operaciones entre conjuntos son las siguientes:

- ✓ **Unión**: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Operaciones entre Conjuntos

Las principales operaciones entre conjuntos son las siguientes:

- ✓ Unión: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- ✓ Intersección: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Operaciones entre Conjuntos

Las principales operaciones entre conjuntos son las siguientes:

- ✓ Unión: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- ✓ Intersección: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- ✓ Diferencia: $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Operaciones entre Conjuntos

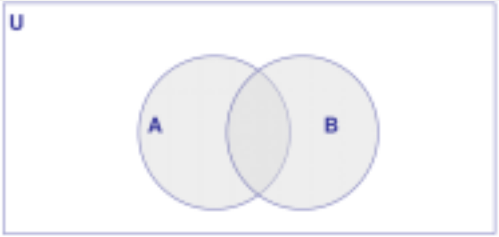
Las principales operaciones entre conjuntos son las siguientes:

- ✓ Unión: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- ✓ Intersección: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
- ✓ Diferencia: $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$
- ✓ Complemento: $\overline{A} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in U\}$ siendo U el conjunto universal

Operaciones entre Conjuntos

Unión

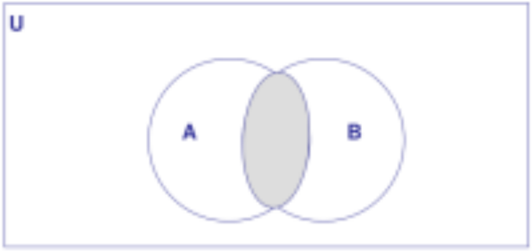
Unión: $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$



Operaciones entre Conjuntos

Intersección

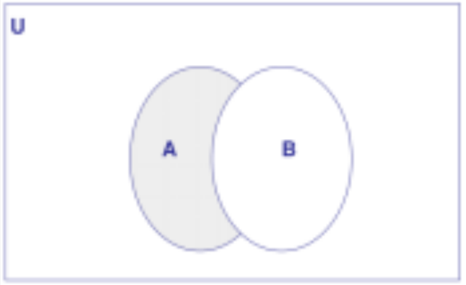
Intersección: $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$



Operaciones entre Conjuntos

Diferencia

Diferencia: $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$



Operaciones entre Conjuntos

Complemento

Complemento: $\overline{A} = \{x \mid x \notin A \wedge x \in U\}$ siendo U el conjunto universal

Operaciones entre Conjuntos

Ejercicio

Sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ y $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k\}$. Calcule:

- ✓ $A \cup B$
- ✓ $A \cap B$
- ✓ $A - B$
- ✓ $B - A$,
- ✓ $\overline{B}$
- ✓ $\overline{A \cap B}$

Operaciones entre Conjuntos

Conjuntos Disjuntos

- ✓ Sean A y B dos conjuntos, A y B son disjuntos si $A \cap B = \emptyset$

Operaciones entre Conjuntos

Conjuntos Disjuntos

- ✓ Sean A y B dos conjuntos, A y B son disjuntos si $A \cap B = \emptyset$
- ✓ Sean $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{7, 8, 9\}$, $C = \{3, 1, 6\}$, $D = \{1, 8, 9\}$, $E = \emptyset$, $F = \{1\}$, $G = \{7, 3\}$, $H = \{7, 3, 9\}$, determine cuales conjuntos son disjuntos entre sí.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Identidad	Nombre
$A \cup \emptyset = A$ $A \cap U = A$	Leyes de Identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Leyes de Dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes de Idempotencia
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Leyes Conmutativas
$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	Leyes Asociativas
$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	Leyes Distributivas
$\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$ $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$	Leyes de DeMorgan

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Para comprobar identidades entre conjuntos, existen 3 posibilidades:

- ✓ Método 1: Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Para comprobar identidades entre conjuntos, existen 3 posibilidades:

- ✓ Método 1: Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas.
- ✓ Método 2: Construir una tabla de pertenencia.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Para comprobar identidades entre conjuntos, existen 3 posibilidades:

- ✓ Método 1: Utilizar la notación de conjuntos y las equivalencias lógicas.
- ✓ Método 2: Construir una tabla de pertenencia.
- ✓ Método 3: Utilizar las identidades conocidas para probar nuevas.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \land x \in B)\}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\}$
$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \underline{\neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)}\}$

$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$

$M \cup N = \{x \mid x \in M \vee x \in N\}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid (x \notin A) \vee (x \notin B)\}$$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \land x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A) \lor \neg(x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid (x \notin A) \lor (x \notin B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid (x \in \overline{A}) \lor (x \in \overline{B})\}$$

$\overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

$$\{x \mid x \in (\bar{A} \cap \overline{(B \cap C)})\}$$

$$\{x \mid x \notin (A \cup (B \cap C))\}$$

$$\{x \mid \neg(x \in (A \cup (B \cap C)))\}$$

$$\{x \mid \neg((x \in A) \vee (x \in (B \cap C)))\}$$

$$\{x \mid \neg(x \in A) \wedge \neg(x \in (B \cap C))\}$$

$$\{x \mid x \in \bar{A} \wedge x \in (\overline{B \cap C})\}$$

$$\{x \mid x \in (\bar{A} \cap (\overline{B \cap C}))\}$$

$A \cap (B - A) = \emptyset \leftarrow \{x \mid x \notin U\}$

$\{x \mid x \in (A \cap (B-A)\}$

$\{x \mid x \in A \wedge x \in (B-A)\}$

$\emptyset = \overline{U}$

$\{x \mid x \in A \wedge x \in B \wedge x \notin A\}$

$A \cap \overline{A} = \emptyset$

$\{x \mid \underline{x \in A} \wedge x \in B \wedge \neg(\underline{x \in A})\}$

$\{x \mid x \in \emptyset\} = \{x \mid x \notin U\}$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

Método 1: Pruebe que $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid x \notin A \cap B\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \cap B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A \wedge x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid \neg(x \in A) \vee \neg(x \in B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid (x \notin A) \vee (x \notin B)\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \{x \mid (x \in \overline{A}) \vee (x \in \overline{B})\}$$
$$\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

- ✓ Método 2 - Tabla de Pertenencia: Considerar cada combinación de conjuntos en los que un elemento puede pertenecer y verificar que los elementos en la misma combinación de conjuntos pertenecen a ambos conjuntos en la identidad.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

- ✓ Método 2 - Tabla de Pertenencia: Considerar cada combinación de conjuntos en los que un elemento puede pertenecer y verificar que los elementos en la misma combinación de conjuntos pertenecen a ambos conjuntos en la identidad.
- ✓ En la tabla de pertenencia, se asume que el 1 representa que el elemento pertenece al conjunto y el 0 que no pertenece.

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 2 - Tabla de Pertenencia: Probar que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

A	B	C	$B \cup C$	$A \cap (B \cup C)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 2 - Tabla de Pertenencia: Probar que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

A	B	C	$A \cap B$	$A \cap C$	$(A \cap B) \cup (A \cap C)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

A	B	C	$B \cap C$	$(A \cup (B \cap C))$	$\overline{(A \cup (B \cap C)}$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0

$$\overline{A \cup (B \cap \bar{C})} = \bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

A	B	C	$B \cap C$	$\overline{(B \cap C)}$	$\bar{A}$	$\bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = ???$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = (\overline{C} \cap \overline{\overline{B}}) \cup (\overline{C} \cap \overline{B})$ (Leyes de Demorgan)

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$$\begin{aligned}
\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) &= (\overline{C} \cap \overline{\overline{B}}) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Leyes de Demorgan)} \\
&= (\overline{C} \cap B) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Ley de Complemento)}
\end{aligned}$$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$$\begin{aligned}
\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) &= (\overline{C} \cap \overline{\overline{B}}) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Leyes de Demorgan)}\\
&= (\overline{C} \cap B) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Ley de Complemento)}\\
&= \overline{C} \cap (B \cup \overline{B}) && \text{(Ley Asociativa)}
\end{aligned}$$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$$\begin{aligned}
\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) &= (\overline{C} \cap \overline{\overline{B}}) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Leyes de Demorgan)} \\
&= (\overline{C} \cap B) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Ley de Complemento)} \\
&= \overline{C} \cap (B \cup \overline{B}) && \text{(Ley Asociativa)} \\
&= \overline{C} \cap U
\end{aligned}$$

Operaciones entre Conjuntos

Identidades

✓ Método 3 - Usar Identidades: Probar que $\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) = \overline{C}$

$$\begin{aligned}
\overline{(C \cup \overline{B})} \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) &= (\overline{C} \cap \overline{\overline{B}}) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Leyes de Demorgan)}\\
&= (\overline{C} \cap B) \cup (\overline{C} \cap \overline{B}) && \text{(Ley de Complemento)}\\
&= \overline{C} \cap (B \cup \overline{B}) && \text{(Ley Asociativa)}\\
&= \overline{C} \cap U && \\
&= \overline{C} && \text{(Ley de Identidad)}
\end{aligned}$$

$$\overline{A \cup (B \cap C)} = \bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

$$\bar{A} \cap \overline{(B \cap C)}$$

$$A \cap \overline{(B - A)} = A \cap B$$

R/ No es equivalente

$$A \cap \overline{(B \cap \bar{A})} \longrightarrow A \cap (\bar{B} \cup A)$$

$$(A \cap \bar{B}) \cup (A \cap A)$$

$$(A \cap \bar{B}) \cup A$$

$$A \cap (B - A) = \emptyset$$

$$A \cap (B \cap \bar{A})$$

$$A \cap (\bar{A} \cap B)$$

$$(\underline{A \cap \bar{A}}) \cap B$$

$$\emptyset \cap B \rightarrow \emptyset$$

$$N - M$$

$$\{x \mid x \in N \wedge x \notin M\}$$

$$N \cap \overline{M}$$

$$\overline{(\bar{A} \cup \bar{B})} \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cup C$$

$$(A \cup C) \cap (B \cup C)$$

Preguntas

?