

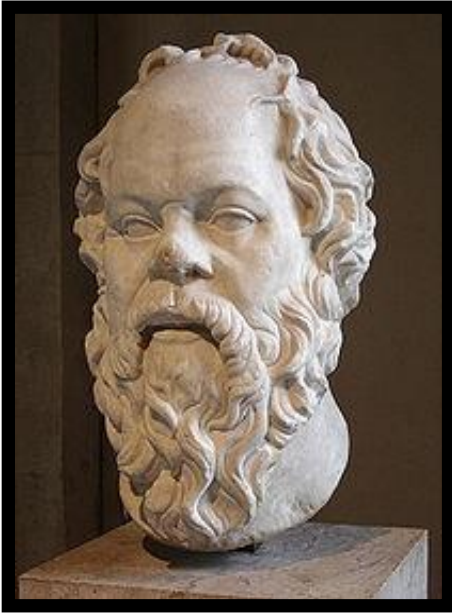
Matemáticas Discretas

Oscar Bedoya

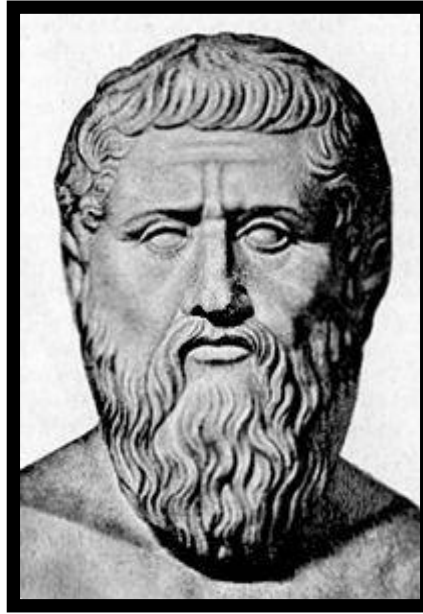
`oscar.bedoya@correounivalle.edu.co`

- * Lógica proposicional
- * Concepto de proposición
- * Valores de verdad
- * Operadores lógicos
- * Tipos de proposiciones
- * Representación de frases del lenguaje natural

Lógica proposicional



470a.c
Sócrates



424a.c
Platón










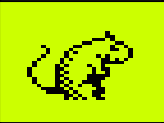










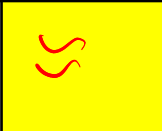
384a.c
Aristóteles

Lógica proposicional


Silogismos

Todos los hombres son mortales
Sócrates es hombre
Por lo tanto, Sócrates es mortal

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						





Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3					?	
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2				?		
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

The grid consists of 5 rows and 6 columns. The cells are colored as follows:

- Row 1: All cells are blue.
- Row 2: All cells are blue.
- Row 3: All cells are blue.
- Row 4: All cells are blue.
- Row 5: All cells are blue.

Hand-drawn red annotations:

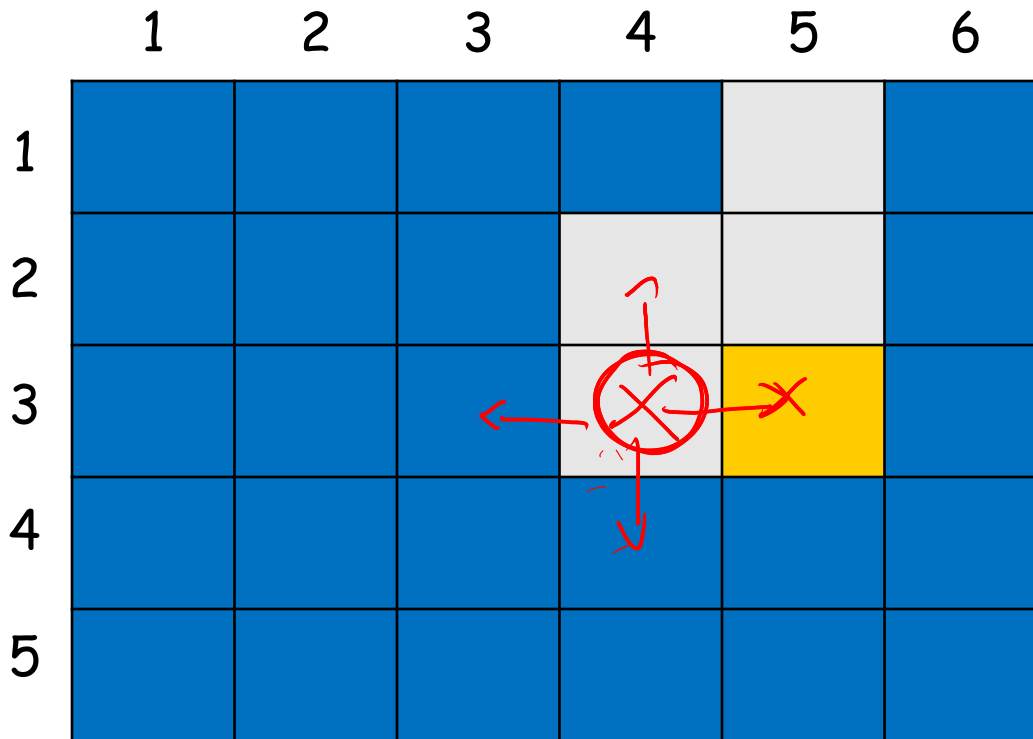
- A red circle with an 'X' is centered on the cell at row 2, column 4.
- Three red arrows originate from the circle: one points to the cell at row 1, column 4; one points to the cell at row 3, column 4; and one points to the cell at row 2, column 3.

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3				?		
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						



A 6x6 grid with columns labeled 1 to 6 and rows labeled 1 to 5. The grid contains blue, grey, and yellow cells. A red circle with an 'X' is centered on the cell at row 3, column 4. Red arrows point from this circle to the cells at (3,3), (3,5), (2,4), and (4,4). The cell at (3,5) is yellow, and the cells at (1,5), (2,4), and (2,5) are grey.

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4				?		
5						


Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Handwritten red annotations:

- A red 'X' is drawn in the cell at row 3, column 5.
- A red circle with a diagonal line through it is drawn in the cell at row 4, column 3.
- A red circle with a diagonal line through it is drawn in the cell at row 4, column 5.
- A red circle with a diagonal line through it is drawn in the cell at row 5, column 4.
- A red arrow points from the cell at row 4, column 5 to the text "Gato" written vertically.

Lógica proposicional


	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						



Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						✗
2						✗
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2					?	
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1				?		
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

cond

[(equal? posn "miau")]

[1 2 posn "qurosi"]

1			?		
2			(X)?		
3				?	
4					
5					

100%





¿Qué puede inferir?
¿Qué acción debe emprender?


```
If numero_aldeanos >= 15
    then: "Contruya un cuartel"
```

```
if numero_aldeanos < 2 && numero_casas < 2
    then: "Surrender"
```

```
....
#load-if-not-defined BYZANTINE-CIV
#load-if-not-defined KOREAN-CIV
(defrule (current-age == castle-age)
    (goal 4 33)
    (research-available imperial-age)
    (goal 21 33)
    (food-amount > 880)
    (gold-amount > 680)
=> (set-goal 21 32); Close to imperial
    (chat-to-allies "Close to imperial, stop naval production!")
)
```

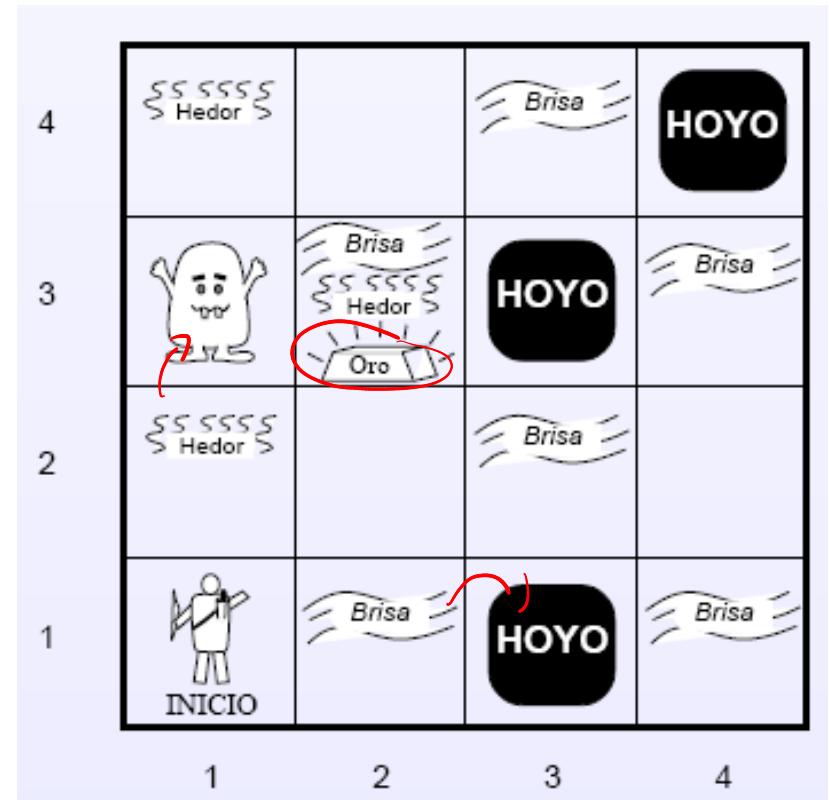
Lógica proposicional

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						

Lógica proposicional

El mundo del Wumpus

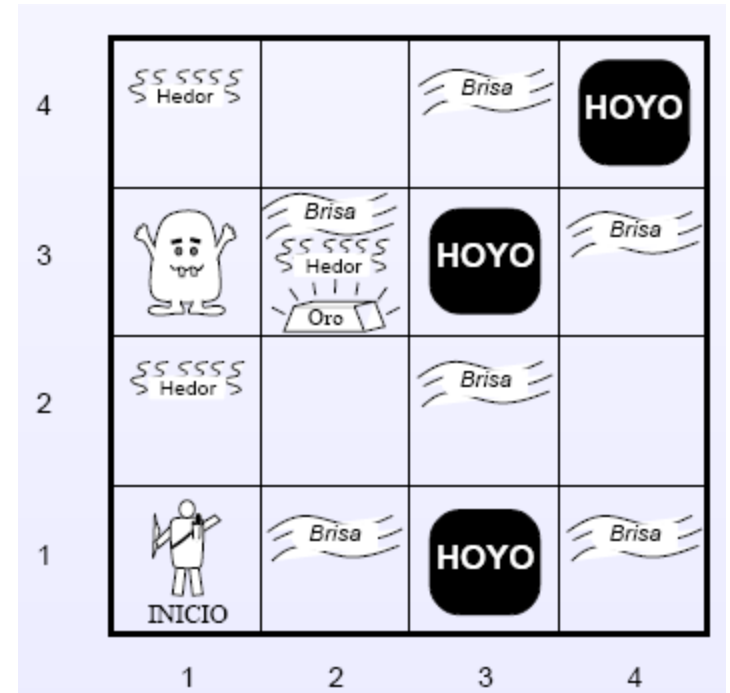
- Antiguo juego de computador de un agente que explora una cueva con el objetivo de encontrar el oro (si es posible, el oro puede estar en un hueco) y salir por el mismo punto que entró



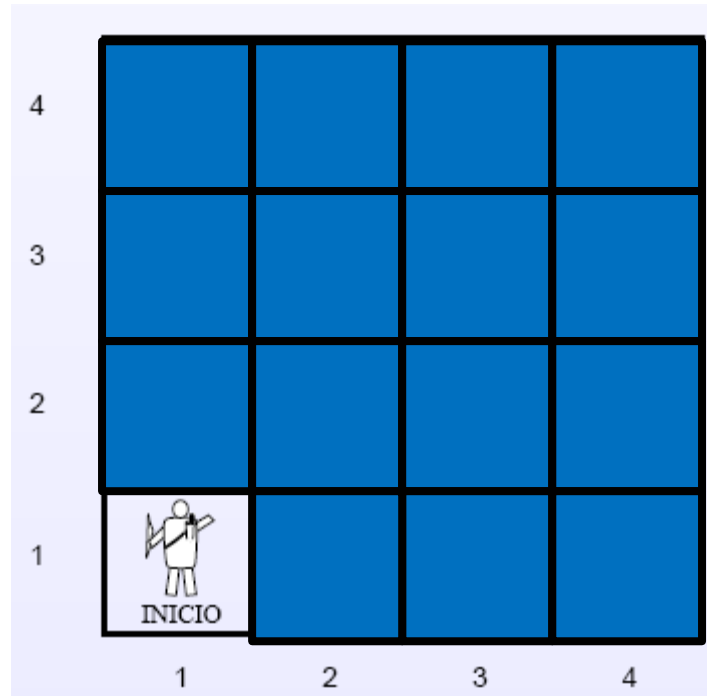
Lógica proposicional

El mundo del Wumpus

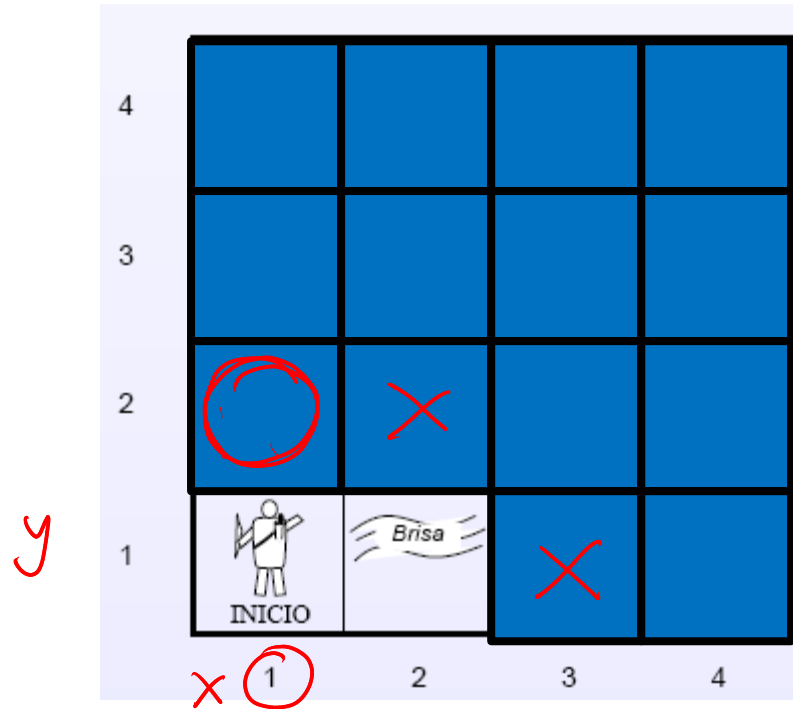
- El agente puede intentar matar al Wumpus con una única flecha
- 1000 puntos si toma el oro
- Cada acción realizada cuesta 1 punto
- 10000 puntos si da muerte al Wumpus
- El Wumpus no se mueve
- Cuando muere el Wumpus emite un gemido



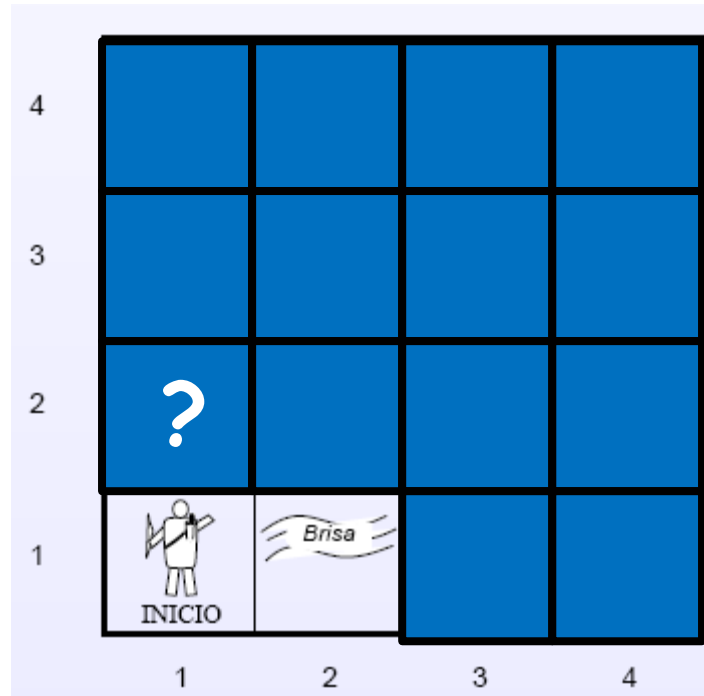
Lógica proposicional



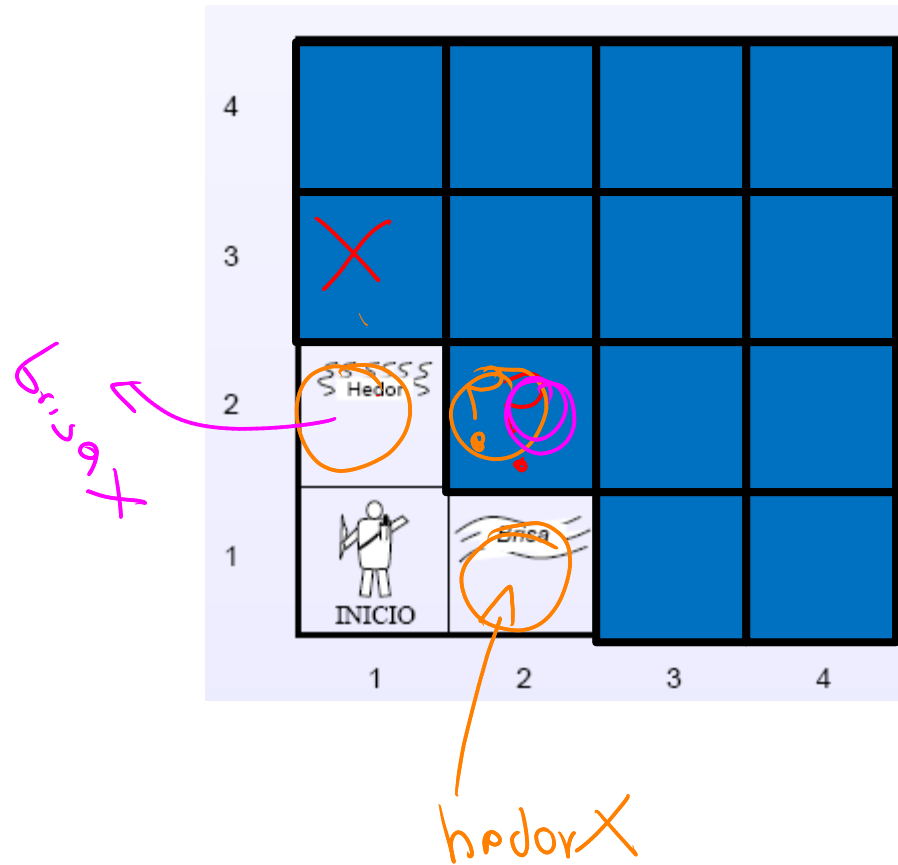
Lógica proposicional



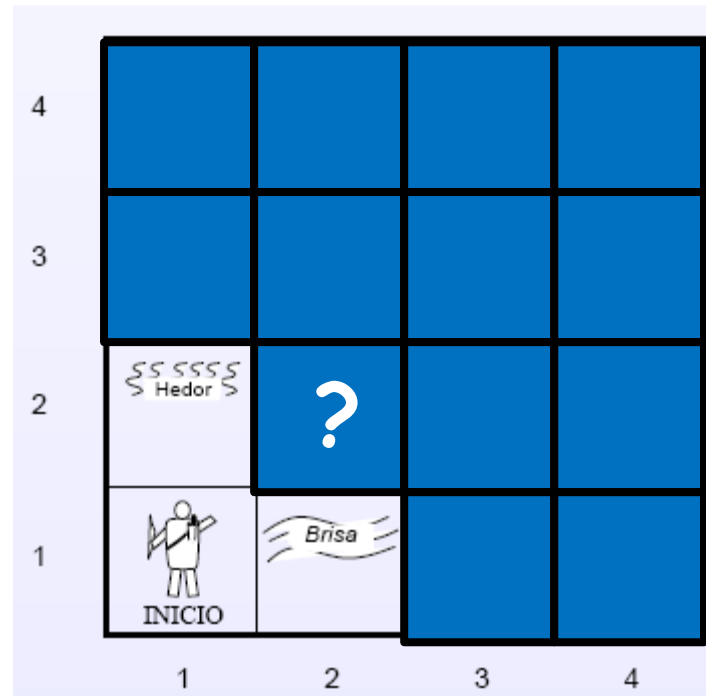
Lógica proposicional



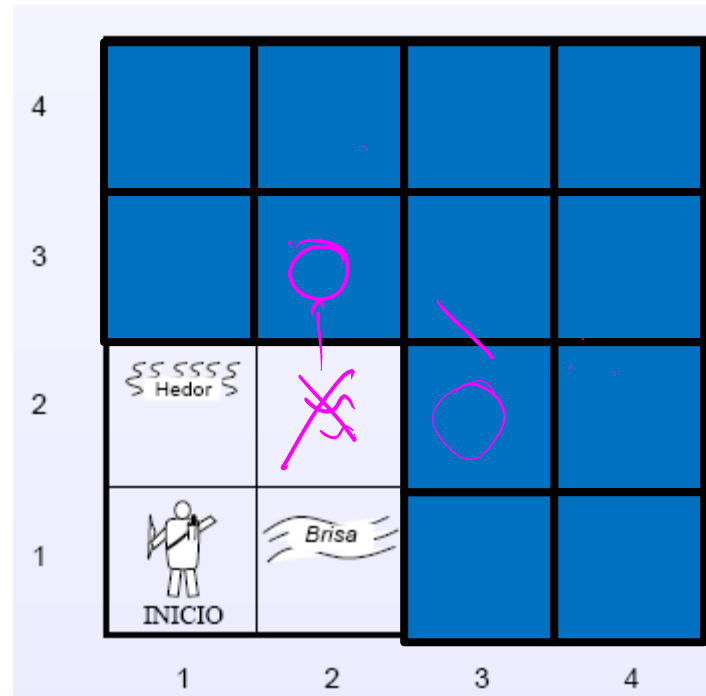
Lógica proposicional



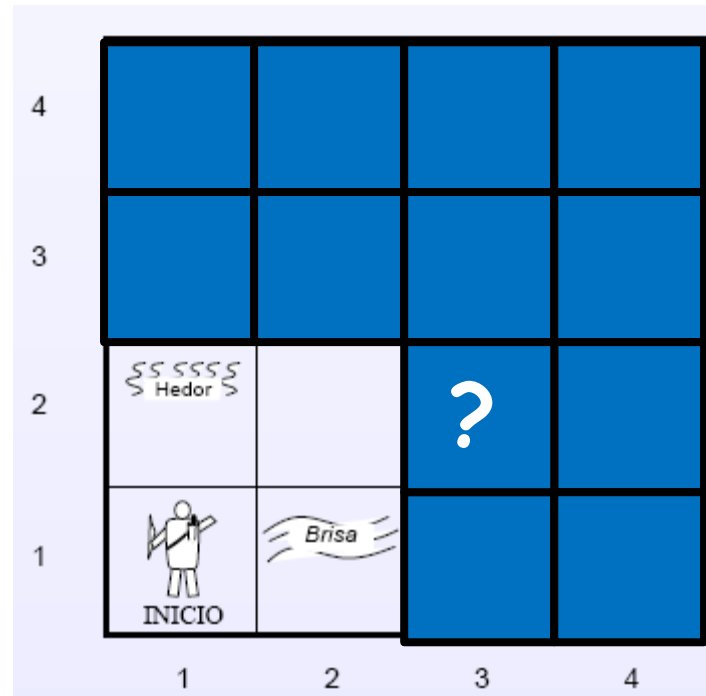
Lógica proposicional



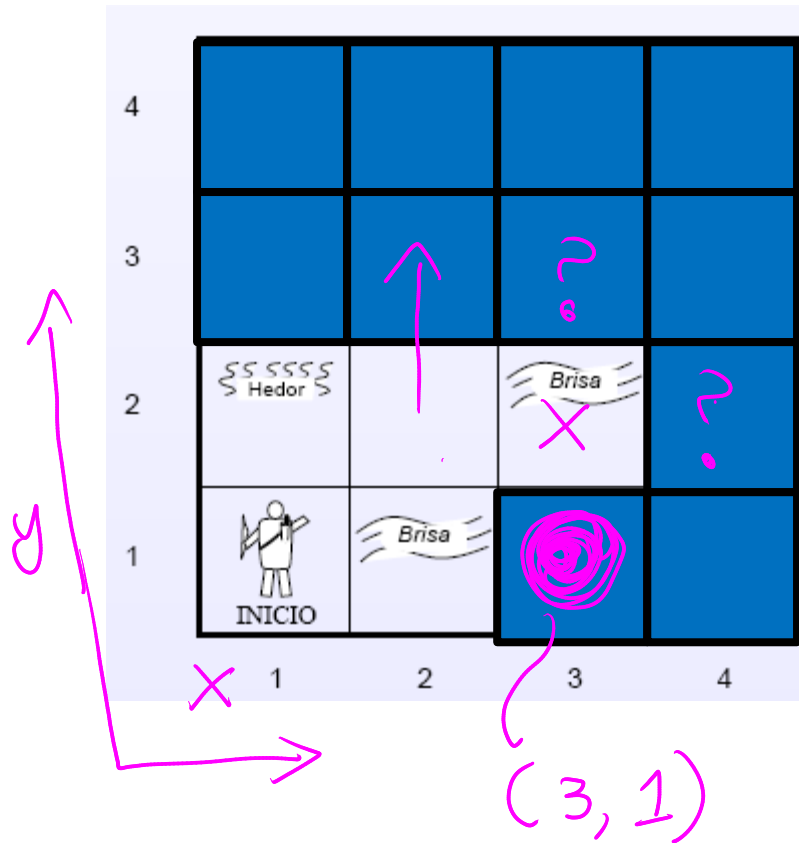
Lógica proposicional



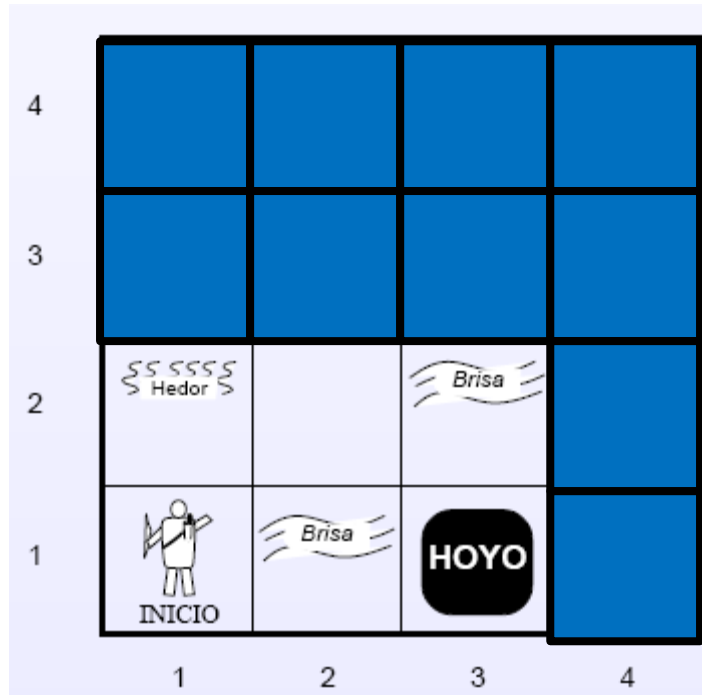
Lógica proposicional



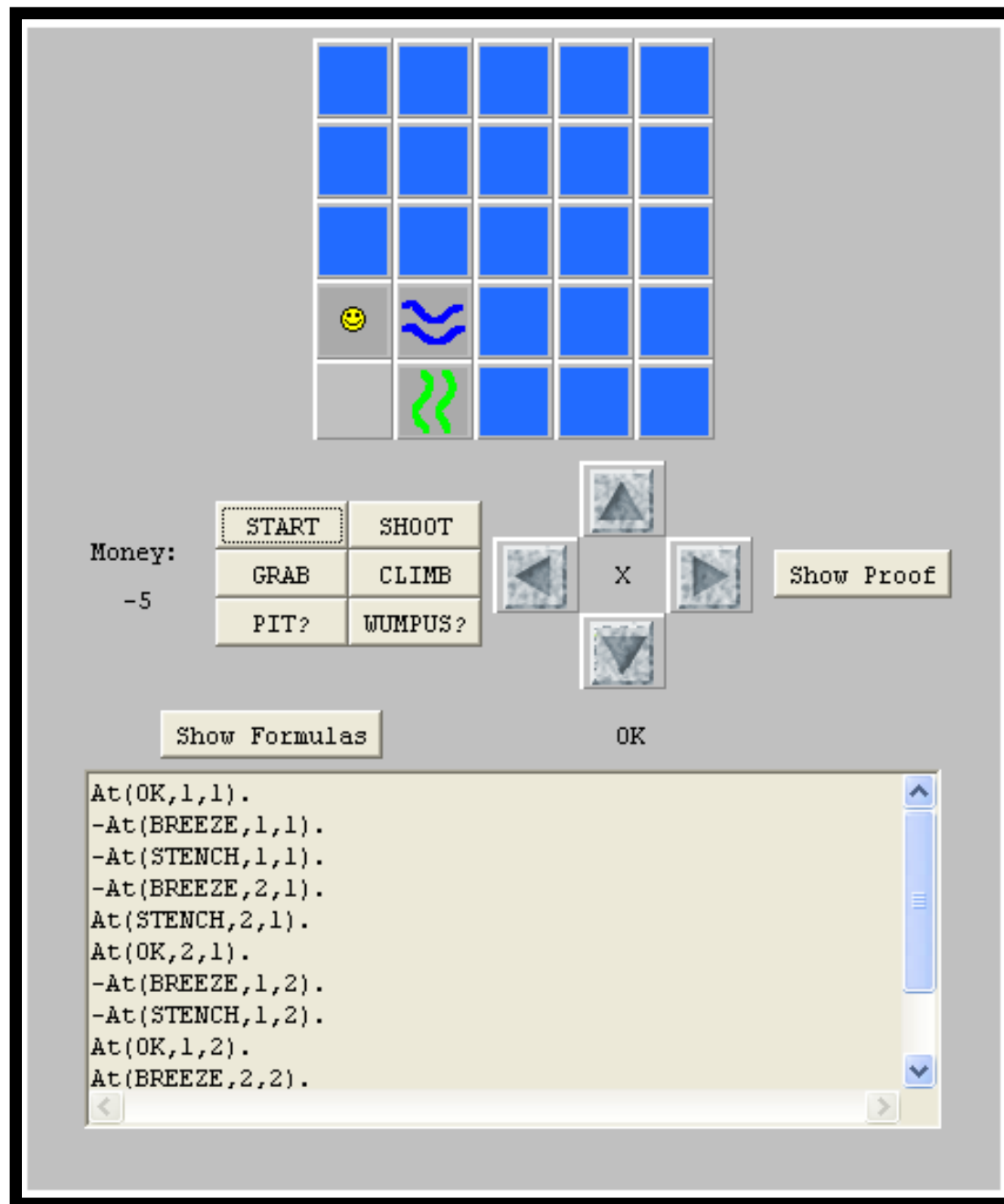
Lógica proposicional



Lógica proposicional



<http://kryten.mm.rpi.edu/otter/wumpus/Wumpus.html>



<http://www.cogsci.rpi.edu/Otter/Wumpus/>

Lógica proposicional

Lógica proposicional ←

Lógica de predicados ⊗

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



EN ESTE SALÓN
HAY MAS DERECHOS
QUE ZURDOS

V F

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



EN ESTE SALÓN
HAY MAS HOMBRES
QUE MUJERES



Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



EN ESTE SALÓN
NADIE HABLA
FRANCÉS



Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



EN ESTE SALÓN
NADIE TIENE MOTO

F

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



EN ESTE SALÓN
NADIE TIENE UN
TATUAJE

F

ELESPECTADOR.COM



Política - Hace 2 horas

"La cadena perpetua desarticula a todo el sistema penal": Roy Barreras



1/2 "Pensé que me estaba equivocando al no convocar presenciales": Lidio García



La nueva universidad, en tiempos de COVID-19



Comienza extinción de dominio a hacienda vinculada al exembajador San Clemente

No

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez

Bogotá es la capital de Colombia

Lima es la capital de Perú

2+3=6

5-1=4

4 es un número primo

V o F

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera



No son proposiciones porque no son oraciones declarativas

Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera



When the 5G towers give you COVID-19 and you begin emitting your own WiFi.



*No son proposiciones porque no se sabe si es *

Lógica proposicional

Proposición

- Es una oración declarativa que es verdadera o falsa, pero no ambas a la vez



Lógica proposicional

Proposición

- No es una proposición aquella expresión que no es declarativa o que no se puede decir si es falsa o verdadera

¿Qué hora es?

Lea esto con atención


$x + 1 = 2$

Mañana lloverá

Lógica proposicional


Proposición

- Indique cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones

A 11 es un número primo 

B Andrés vivirá 60 años

C Cali no va a ganar el torneo ?

D Camila tiene un promedio de 4.5 

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

11 es un número primo

Camila tiene un promedio de 4.5

Bogotá es la capital de Colombia

Lima es la capital de Perú

$$2+3=6$$

$$5-1=4$$

Lógica proposicional

Proposición

- Estas son algunas proposiciones:

a: 11 es un número primo

b: Camila tiene un promedio de 4.5

c: Bogotá es la capital de Colombia

e: Lima es la capital de Perú

f: $2+3=6$

g: $5-1=4$

V o F

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: " $2+3=6$ "

u: " $5-1=4$ "

Para denotar las proposiciones se usan letras, llamados **símbolos proposicionales**

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: " $2+3=6$ "

u: " $5-1=4$ "

El **valor de verdad** de una proposición indica si es verdadera (V) o falsa (F)

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: " $2+3=6$ "

u: " $5-1=4$ "

El valor de verdad de p es **V** (verdadero)

El valor de verdad de t es **F** (Falso)

Lógica proposicional

Proposición

- Para denotar las proposiciones se usan letras y se expresan de la siguiente forma:

p: "11 es un número primo"

q: "Camila tiene un promedio de 4.5"

r: "Bogotá es la capital de Colombia"

s: "Lima es la capital de Perú"

t: " $2+3=6$ "

u: " $5-1=4$ "

¿Cuál es el valor de verdad de r, s y u?

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy entonces voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior y no clasificó a la final

Javier perdió Discretas o Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes y la temperatura es de 21° C

Si ~~no~~ llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior **y** no clasificó a la final

Javier perdió Discretas **o** Cálculo

Lógica proposicional

Proposiciones simples y compuestas

- Se pueden relacionar diferentes **proposiciones simples** para formar una **compuesta**

Hoy es martes **y** la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior **y** no clasificó a la final

Javier perdió Discretas **o** Cálculo

Las proposiciones se pueden relacionar por medio de conectivos lógicos u operadores

Lógica proposicional

Operadores lógicos

- Negación (\neg)
- Conjunción (\wedge) \leftarrow y
- Disyunción (\vee) \leftarrow o
- O-exclusivo (\oplus)
- Implicación (\rightarrow)
- Doble implicación (\leftrightarrow)

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

1. Hoy es martes **y** la temperatura es de 21° C
2. **Si** no llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas
3. **No** es cierto que Juan perdió el examen
4. Cali perdió contra el Junior **y** no clasificó a la final
5. Javier perdió Discretas **o** Cálculo

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

Hoy es martes **y** la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior **y** no clasificó a la final

Javier perdió Discretas **o** Cálculo

¿Cuál es el valor de verdad de "Hoy es martes **y** la temperatura es de 21° C"?

V

F

Lógica proposicional

- Represente las siguientes proposiciones compuestas usando los conectivos lógicos

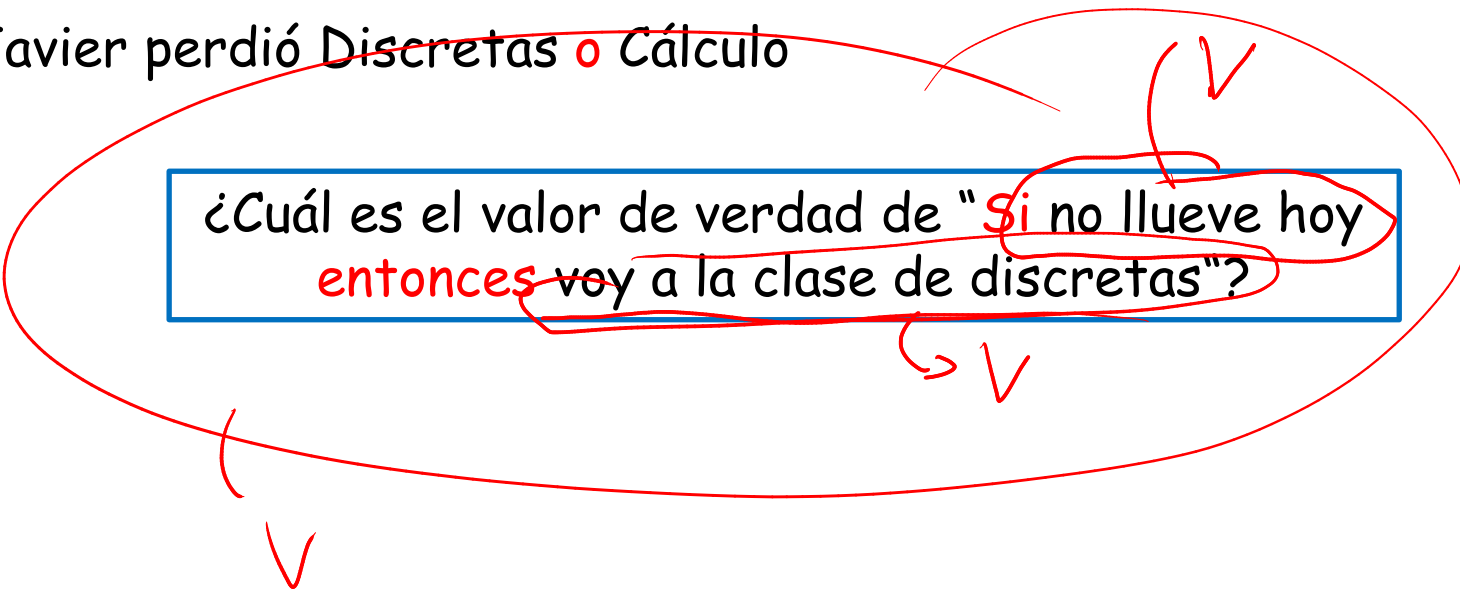
Hoy es martes **y** la temperatura es de 21° C

Si no llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas

No es cierto que Juan perdió el examen

Cali perdió contra el Junior **y** no clasificó a la final

Javier perdió Discretas **o** Cálculo



¿Cuál es el valor de verdad de "**Si** no llueve hoy **entonces** voy a la clase de discretas"?

Lógica proposicional

Negación (\neg)

Proposición	Negación
p : "Bogotá es la capital de Colombia"	$\neg p$: "Bogotá no es la capital de Colombia"
p : "El idioma oficial en Colombia es el inglés"	$\neg p$: "El idioma oficial en Colombia no es el inglés"

p

$\neg p$

Lógica proposicional

Negación (\neg)

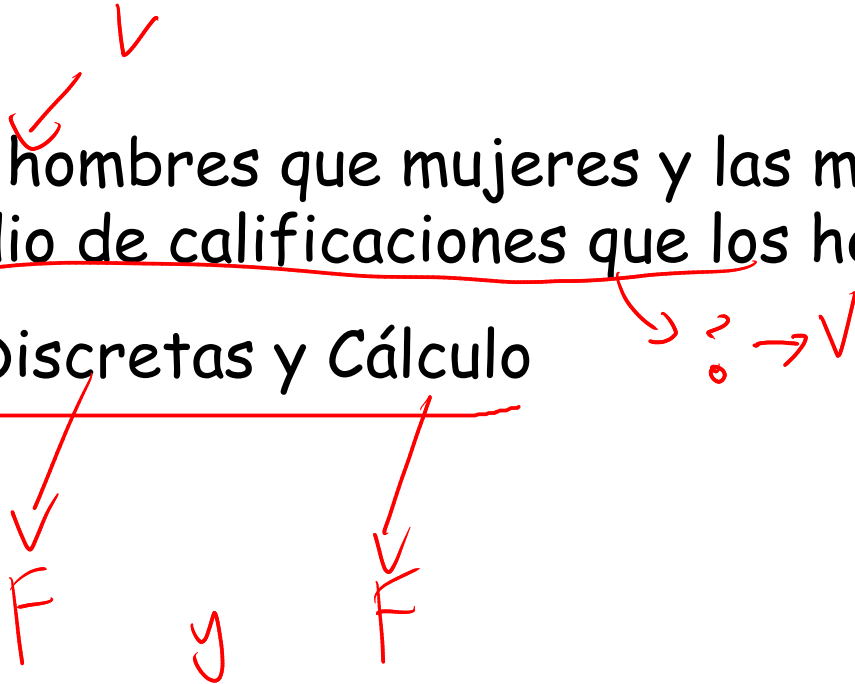
- Tabla de verdad

p	$\neg p$
V	F
F	V

Lógica proposicional

Conjunción (\wedge)

- En este salón hay más hombres que mujeres y las mujeres tienen un mejor promedio de calificaciones que los hombres
- Este semestre perdí Discretas y Cálculo



Lógica proposicional

Conjunción (\wedge)

p	q	$p \wedge q$
"Bogotá es la capital de Colombia"	"1+1=2"	"Bogotá es la capital de Colombia" y "1+1=2"
"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2" y "El idioma oficial en Colombia es el inglés"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" y "1+1=2"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=7"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" y "1+1=7"

Lógica proposicional

Conjunción (\wedge)

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

\wedge

&

and

y

Carlos es profesor y tiene 32 años y es médico

p

$\rightarrow V$

q

$\rightarrow V$

r
 $\rightarrow F$

Inicio

nota \rightarrow entero \leftarrow

preguntar (nota)

si (nota \geq 0.0 y nota \leq 5.0)

mostrar("Es un nota válida")

sino

mostrar("NO es una nota válida")

Fin

cond

$p \quad (\geq \underbrace{\text{nota}}_p \quad 0.0)$

$\leftarrow \underbrace{\text{nota}}_q \quad 5.0 \quad)$

$p \wedge q$

Inicio

$a, b \rightarrow$ entero

$c \rightarrow$ entero

preguntar(a)

preguntar(b)

✓ si ($a > 1$ y $b < 15$) ← $p \wedge q$

↘
 $c = 2 * a + 3 * b$

mostrar(c)

F sino

↘
 $c = 4 * a + 2$

mostrar(c)

Fin

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

	a	b	c
A	<u>2</u>	10	34
B	0	40	2 ✓
C	5	20	22

Inicio

$a, b \rightarrow \text{entero}$

$c \rightarrow \text{entero}$

preguntar(a)

preguntar(b)

si ($a > 1$ y $b < 15$)

$c = 2 * a + 3 * b$

mostrar(c)

sino

$c = 4 * a + 2$

mostrar(c)

Fin

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
2	10	34
0	40	2
5	20	22

Lógica proposicional

Conjunción (\wedge)

p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
-----	-----	-----	-----------------------

Muestre la tabla de la conjunción
cuando se tienen 3 proposiciones

Lógica proposicional

Conjunción (\wedge)

p	q	r	$p \wedge q \wedge r$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

Lógica proposicional

Disyunción (\vee)

- Pueden ver Inteligencia artificial los que han visto FADA
o Programación interactiva

$$V = 0$$

$$\Lambda = y$$

$$\underline{\underline{\quad}}$$

Lógica proposicional

Disyunción (\vee)

p	q	$p \vee q$
"Bogotá es la capital de Colombia"	"1+1=2"	"Bogotá es la capital de Colombia" o "1+1=2"
"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2" o "El idioma oficial en Colombia es el inglés"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=2"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=2"
"El idioma oficial en Colombia es el inglés"	"1+1=7"	"El idioma oficial en Colombia es el inglés" o "1+1=7"

Lógica proposicional

Disyunción (\vee)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- ^ Conjunción (Y) --> Es verdadera cuando todas son verdaderas
- ✓ Disyunción (O) --> Es verdadera cuando al menos una es verdadera

Inicio

$a, b \rightarrow$ entero

$c \rightarrow$ entero

preguntar(a)

preguntar(b)

si ($a > 10$ ó $b < 5$)

$c = 2 * a + 4 * b$

mostrar(c)

sino

$c = 3 * a - 1 * b$

mostrar(c)

Fin

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

	a	b	c
A	15	7	58 ✓
B	8	10	24
C	1	2	10

Handwritten calculations:

For A: $2 * 15 + 4 * 7 = 30 + 28 = 58$

For B: $2 * 8 + 4 * 10 = 16 + 40 = 56$

For C: $2 * 1 + 4 * 2 = 2 + 8 = 10$

Inicio

$a, b \rightarrow \text{entero}$

$c \rightarrow \text{entero}$

preguntar(a)

preguntar(b)

si ($a > 10$ ó $b < 5$)

$c = 2 * a + 4 * b$

mostrar(c)

sino

$c = 3 * a - 1 * b$

mostrar(c)

Fin

Realice la prueba de escritorio para los valores de la tabla

a	b	c
15	7	58
8	10	14
1	2	10

Lógica proposicional

O-exclusivo (\oplus)



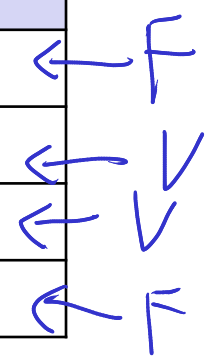
- Hamlet fue escrito o en 1601 o en 1688
- Sarah quiere o a Oscar o a Juan
- En su plato de entrada escoger o sopa o ensalada
- En su bandeja puede escoger o carne o pollo

Lógica proposicional

O-exclusivo (\oplus)

En su plato de entrada puede escoger o sopa o ensalada

p	q	$p \oplus q$
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?



Lógica proposicional

O-exclusivo (\oplus)

p	q	$p \oplus q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Lógica proposicional

Implicación (\rightarrow)

- Si el jueves hay tropel entonces perdemos clase
- Si pierdo los parciales entonces pierdo discretas
- Si me queda discretas en 2.9 entonces el profesor no me pasa

S: $\langle \text{causa} \rangle$ contorno
 $\langle \text{consecuencia} \rangle$

Lógica proposicional

Implicación (\rightarrow)

Si soy elegida, bajaré los impuestos



p	q	$p \rightarrow q$
V	V	?
V	F	?
F	V	?
F	F	?

$F \rightarrow V$
~~~~~  
V

V  
F  
V  
V

# Lógica proposicional

## Implicación ( $\rightarrow$ )

*Si soy elegido, bajaré los impuestos*



| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |

*Solo se incumple el condicional si es elegido y no baja los impuestos*



# Lógica proposicional

---

## Implicación ( $\rightarrow$ )

| p | q | $p \rightarrow q$ |
|---|---|-------------------|
| V | V | V                 |
| V | F | F                 |
| F | V | V                 |
| F | F | V                 |

*Si hace sol, entonces iremos a la playa*  
Prometí algo y no cumplí.

Si ..... , ...

Si .... entonces

# Lógica proposicional

---

## Doble implicación ( $\leftrightarrow$ )

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen
- Puede tomar el postre si, y solo si, acabas tu comida

# Lógica proposicional

## Doble implicación ( $\leftrightarrow$ )

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

p: "paso el curso"

q: "gano el examen"

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| V | V | ? $\leftarrow$ V      |
| V | F | ? $\leftarrow$ F      |
| F | V | ? $\leftarrow$ F      |
| F | F | ? $\leftarrow$ V      |

# Lógica proposicional

---

## Doble implicación ( $\leftrightarrow$ )

- Paso el curso si, y solo si, gano el examen

p: "paso el curso"

q: "gano el examen"

| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
|---|---|-----------------------|
| V | V | V                     |
| V | F | F                     |
| F | V | F                     |
| F | F | V                     |

# Lógica proposicional

---

## Doble implicación ( $\leftrightarrow$ )

| <b>p</b> | <b>q</b> | <b><math>p \leftrightarrow q</math></b> |
|----------|----------|-----------------------------------------|
| V        | V        | V                                       |
| V        | F        | F                                       |
| F        | V        | F                                       |
| F        | F        | V                                       |

# Lógica proposicional

$\sim p$        $\neg p$

| Conectivo         | Significado    | Proposición Compuesta | Nombre en lógica |
|-------------------|----------------|-----------------------|------------------|
| $\wedge$          | Y              | $p \wedge q$          | Conjunción       |
| $\vee$            | O              | $p \vee q$            | Disyunción       |
| $\neg$            | No             | $\neg p$              | Negación         |
| $\rightarrow$     | si .. entonces | $p \rightarrow q$     | Condicional      |
| $\leftrightarrow$ | si y solo si   | $p \leftrightarrow q$ | Bicondicional    |

$\frac{p}{q}$

# Lógica proposicional

---

## Precedencia de los operadores

- Negación ( $\neg$ )  $\leftarrow$
- Conjunción (AND)  $\times$
- Disyunción (OR)  $+$
- Implicación ( $\rightarrow$ )
- Doble implicación ( $\leftrightarrow$ )

$$\neg p \vee q$$

Tiene que resolver  
los parentesis primero

$$\neg(p \vee q)$$

# Lógica proposicional

| $p$ | $\neg p$ |
|-----|----------|
| V   | F        |
| F   | V        |

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|-----|-----|------------|
| V   | V   | V          |
| V   | F   | V          |
| F   | V   | V          |
| F   | F   | F          |

| $p$ | $q$ | $p \oplus q$ |
|-----|-----|--------------|
| V   | V   | F            |
| V   | F   | V            |
| F   | V   | V            |
| F   | F   | F            |

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|-----|-----|--------------|
| V   | V   | V            |
| V   | F   | F            |
| F   | V   | F            |
| F   | F   | F            |

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|-----|-----|-------------------|
| V   | V   | V                 |
| V   | F   | F                 |
| F   | V   | V                 |
| F   | F   | V                 |

| $p$ | $q$ | $p \leftrightarrow q$ |
|-----|-----|-----------------------|
| V   | V   | V                     |
| V   | F   | F                     |
| F   | V   | F                     |
| F   | F   | V                     |



# Lógica proposicional

---

## Valor de verdad de proposiciones compuestas

- Se quiere conocer el valor de verdad de proposiciones compuestas. Para esto, se **completan las tablas de verdad** para cada una de las posibles combinaciones

$$(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$$

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$$

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

$$(p \wedge \neg p) \vee (\neg q \wedge q)$$

$$(p \wedge \neg r) \vee (\neg p \rightarrow r)$$

$$(p \oplus q) \rightarrow (\neg p \oplus \neg q)$$

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

| p | q | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------------------------------------------|
| V | V | ?                                            |
| V | F | ?                                            |
| F | V | ?                                            |
| F | F | ?                                            |

# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

$x \quad y \quad \downarrow x \rightarrow y$

| p | q | $\neg p$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V | V | F        | V            | F                 | F                                            |
| V | F | F        | F            | F                 | V                                            |
| F | V | V        | F            | V                 | V                                            |
| F | F | V        | F            | F                 | V                                            |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V | V | F        |              |                   |                                              |
| V | F | F        |              |                   |                                              |
| F | V | V        |              |                   |                                              |
| F | F | V        |              |                   |                                              |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V | V | F        | V            |                   |                                              |
| V | F | F        | F            |                   |                                              |
| F | V | V        | F            |                   |                                              |
| F | F | V        | F            |                   |                                              |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V | V | F        | V            | F                 |                                              |
| V | F | F        | F            | F                 |                                              |
| F | V | V        | F            | V                 |                                              |
| F | F | V        | F            | F                 |                                              |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $p \wedge q$ | $\neg p \wedge q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q)$ |
|---|---|----------|--------------|-------------------|----------------------------------------------|
| V | V | F        | V            | F                 | F                                            |
| V | F | F        | F            | F                 | V                                            |
| F | V | V        | F            | V                 | V                                            |
| F | F | V        | F            | F                 | V                                            |

# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

|   |   | x        |          |                             | y          |              |   |   |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|--------------|---|---|
| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $x \wedge y$ | i | o |
| V | V | F        | F        | V                           | V          | V            | V | V |
| V | F | F        | V        | V                           | V          | V            | F | V |
| F | V | V        | F        | F                           | V          | F            | V | F |
| F | F | V        | V        | V                           | F          | F            | F | F |



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V |          |          |                             |            |                                                 |
| V | F |          |          |                             |            |                                                 |
| F | V |          |          |                             |            |                                                 |
| F | F |          |          |                             |            |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        |          |                             |            |                                                 |
| V | F | F        |          |                             |            |                                                 |
| F | V | V        |          |                             |            |                                                 |
| F | F | V        |          |                             |            |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        |                             |            |                                                 |
| V | F | F        | V        |                             |            |                                                 |
| F | V | V        | F        |                             |            |                                                 |
| F | F | V        | V        |                             |            |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V                           |            |                                                 |
| V | F | F        | V        | V                           |            |                                                 |
| F | V | V        | F        | F                           |            |                                                 |
| F | F | V        | V        | V                           |            |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V                           | V          |                                                 |
| V | F | F        | V        | V                           | V          |                                                 |
| F | V | V        | F        | F                           | V          |                                                 |
| F | F | V        | V        | V                           | F          |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $q \vee p$ | $(\neg p \rightarrow \neg q) \wedge (q \vee p)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V                           | V          | V                                               |
| V | F | F        | V        | V                           | V          | V                                               |
| F | V | V        | F        | F                           | V          | F                                               |
| F | F | V        | V        | V                           | F          | F                                               |

# Lógica proposicional

## Tabla de verdad para $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ | $\neg q$ | $p \oplus \neg q$ | $x \rightarrow y$ |
|-----|-----|----------|-----------------|----------|-------------------|-------------------|
| V   | V   | F        | V               | F        | V                 | V                 |
| V   | F   | F        | F               | V        | F                 | V                 |
| F   | V   | V        | V               | F        | F                 | F                 |
| F   | F   | V        | V               | V        | V                 | V                 |

$\bullet \bullet \bullet \bullet$   $V V F V$ 
 $\bullet \bullet$   $V F V V$

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V |          |          |                 |                   |                                                 |
| V | F |          |          |                 |                   |                                                 |
| F | V |          |          |                 |                   |                                                 |
| F | F |          |          |                 |                   |                                                 |



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        |          |                 |                   |                                                 |
| V | F | F        |          |                 |                   |                                                 |
| F | V | V        |          |                 |                   |                                                 |
| F | F | V        |          |                 |                   |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        |                 |                   |                                                 |
| V | F | F        | V        |                 |                   |                                                 |
| F | V | V        | F        |                 |                   |                                                 |
| F | F | V        | V        |                 |                   |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V               |                   |                                                 |
| V | F | F        | V        | F               |                   |                                                 |
| F | V | V        | F        | V               |                   |                                                 |
| F | F | V        | V        | V               |                   |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V               | V                 |                                                 |
| V | F | F        | V        | F               | F                 |                                                 |
| F | V | V        | F        | V               | F                 |                                                 |
| F | F | V        | V        | V               | V                 |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \vee q$ | $p \oplus \neg q$ | $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \oplus \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-----------------|-------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | V               | V                 | V                                               |
| V | F | F        | V        | F               | F                 | V                                               |
| F | V | V        | F        | V               | F                 | F                                               |
| F | F | V        | V        | V               | V                 | V                                               |

# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| $p$ | $q$ | $r$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|-----|-----|-----|----------|-------------------|----------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V   | V   | V   | F        | F                 | F        | V                      | V                                               |
| V   | V   | F   | V        | V                 | F        | V                      | V                                               |
| V   | F   | V   | F        | F                 | V        | V                      | V                                               |
| V   | F   | F   | V        | V                 | V        | F                      | V                                               |
| F   | V   | V   | F        | F                 | F        | V                      | V                                               |
| F   | V   | F   | V        | F                 | F        | V                      | V                                               |
| F   | F   | V   | F        | F                 | V        | V                      | V                                               |
| F   | F   | F   | V        | F                 | V        | F                      | F                                               |

$\wedge = y = \text{conjunción}$   
 $\vee = o = \text{disyunción}$

V V V V V V V F

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r |
|---|---|---|
| V | V | V |
| V | V | F |
| V | F | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | V | F |
| F | F | V |
| F | F | F |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V |          |          |                   |                        |                                                 |
| V | V | F |          |          |                   |                        |                                                 |
| V | F | V |          |          |                   |                        |                                                 |
| V | F | F |          |          |                   |                        |                                                 |
| F | V | V |          |          |                   |                        |                                                 |
| F | V | F |          |          |                   |                        |                                                 |
| F | F | V |          |          |                   |                        |                                                 |
| F | F | F |          |          |                   |                        |                                                 |



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V | F        |          |                   |                        |                                                 |
| V | V | F | F        |          |                   |                        |                                                 |
| V | F | V | V        |          |                   |                        |                                                 |
| V | F | F | V        |          |                   |                        |                                                 |
| F | V | V | F        |          |                   |                        |                                                 |
| F | V | F | F        |          |                   |                        |                                                 |
| F | F | V | V        |          |                   |                        |                                                 |
| F | F | F | V        |          |                   |                        |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V | F        | F        |                   |                        |                                                 |
| V | V | F | F        | V        |                   |                        |                                                 |
| V | F | V | V        | F        |                   |                        |                                                 |
| V | F | F | V        | V        |                   |                        |                                                 |
| F | V | V | F        | F        |                   |                        |                                                 |
| F | V | F | F        | V        |                   |                        |                                                 |
| F | F | V | V        | F        |                   |                        |                                                 |
| F | F | F | V        | V        |                   |                        |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V | F        | F        | F                 |                        |                                                 |
| V | V | F | F        | V        | V                 |                        |                                                 |
| V | F | V | V        | F        | F                 |                        |                                                 |
| V | F | F | V        | V        | V                 |                        |                                                 |
| F | V | V | F        | F        | F                 |                        |                                                 |
| F | V | F | F        | V        | F                 |                        |                                                 |
| F | F | V | V        | F        | F                 |                        |                                                 |
| F | F | F | V        | V        | F                 |                        |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V | F        | F        | F                 | V                      |                                                 |
| V | V | F | F        | V        | V                 | V                      |                                                 |
| V | F | V | V        | F        | F                 | V                      |                                                 |
| V | F | F | V        | V        | V                 | F                      |                                                 |
| F | V | V | F        | F        | F                 | V                      |                                                 |
| F | V | F | F        | V        | F                 | V                      |                                                 |
| F | F | V | V        | F        | F                 | V                      |                                                 |
| F | F | F | V        | V        | F                 | F                      |                                                 |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$

| p | q | r | $\neg q$ | $\neg r$ | $p \wedge \neg r$ | $\neg q \rightarrow r$ | $(p \wedge \neg r) \vee (\neg q \rightarrow r)$ |
|---|---|---|----------|----------|-------------------|------------------------|-------------------------------------------------|
| V | V | V | F        | F        | F                 | V                      | V                                               |
| V | V | F | F        | V        | V                 | V                      | V                                               |
| V | F | V | V        | F        | F                 | V                      | V                                               |
| V | F | F | V        | V        | V                 | F                      | V                                               |
| F | V | V | F        | F        | F                 | V                      | V                                               |
| F | V | F | F        | V        | F                 | V                      | V                                               |
| F | F | V | V        | F        | F                 | V                      | V                                               |
| F | F | F | V        | V        | F                 | F                      | F                                               |



# Lógica proposicional

---

## Tipos de proposiciones compuestas

- Tautología
- Contradicción
- Contingencia

# Lógica proposicional

---

## Tipos de proposiciones compuestas

- **Tautología.** La proposición es verdadera para todos los posibles valores de verdad
- **Contradicción.** La proposición es falsa para todos los posibles valores de verdad
- **Contingencia.** La proposición no es ni tautología ni contradicción

# Lógica proposicional

---

Clasifique como Tautología, Contradicción o Contingencia las siguientes proposiciones compuestas:

- $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$
- $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
- $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

$p \oplus q$

| p | q | $p \oplus q$ | $p \leftrightarrow q$ | $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|--------------------------------------------------|
| V | V | F            | V                     | V                                                |
| V | F | V            | F                     | F                                                |
| F | V | V            | F                     | F                                                |
| F | F | F            | V                     | V                                                |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

| p | q | $p \oplus q$ | $p \leftrightarrow q$ | $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|--------------------------------------------------|
| V | V | F            |                       |                                                  |
| V | F | V            |                       |                                                  |
| F | V | V            |                       |                                                  |
| F | F | F            |                       |                                                  |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

| p | q | $p \oplus q$ | $p \leftrightarrow q$ | $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|--------------------------------------------------|
| V | V | F            | V                     |                                                  |
| V | F | V            | F                     |                                                  |
| F | V | V            | F                     |                                                  |
| F | F | F            | V                     |                                                  |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$

| p | q | $p \oplus q$ | $p \leftrightarrow q$ | $(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|--------------------------------------------------|
| V | V | F            | V                     | V                                                |
| V | F | V            | F                     | F                                                |
| F | V | V            | F                     | F                                                |
| F | F | F            | V                     | V                                                |

$(p \oplus q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$  es una contingencia

# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

| $p$ | $q$ | $r$ | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow r$ | $\underbrace{x \wedge y}_u$ | $p \rightarrow r$ | $u \rightarrow z$ |
|-----|-----|-----|-------------------|-------------------|-----------------------------|-------------------|-------------------|
| V   | V   | V   | V                 | V                 | V                           | V                 | V                 |
| V   | V   | F   | V                 | F                 | F                           | F                 | V                 |
| V   | F   | V   | F                 | V                 | F                           | V                 | V                 |
| V   | F   | F   | F                 | V                 | F                           | F                 | V                 |
| F   | V   | V   | V                 | V                 | V                           | V                 | V                 |
| F   | V   | F   | V                 | F                 | F                           | V                 | V                 |
| F   | F   | V   | V                 | V                 | V                           | V                 | V                 |
| F   | F   | F   | V                 | V                 | V                           | V                 | V                 |

# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

| p | q | r | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow r$ | $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ | $p \rightarrow r$ | $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ |
|---|---|---|-------------------|-------------------|----------------------------------------------|-------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| V | V | V | V                 | V                 | V                                            | V                 | V                                                                          |
| V | V | F | V                 | F                 | F                                            | F                 | V                                                                          |
| V | F | V | F                 | V                 | F                                            | V                 | V                                                                          |
| V | F | F | F                 | V                 | F                                            | F                 | V                                                                          |
| F | V | V | V                 | V                 | V                                            | V                 | V                                                                          |
| F | V | F | V                 | F                 | F                                            | V                 | V                                                                          |
| F | F | V | V                 | V                 | V                                            | V                 | V                                                                          |
| F | F | F | V                 | V                 | V                                            | V                 | V                                                                          |

$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$  es una tautología

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$

$$\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$$

| $p$ | $q$ | $\overbrace{p \wedge \neg p}^x$ | $\neg x$ | $\overbrace{\neg q \wedge q}^y$ | $\neg x \rightarrow y$ |
|-----|-----|---------------------------------|----------|---------------------------------|------------------------|
| V   | V   | F                               | V        | F                               | F                      |
| V   | F   | F                               | V        | F                               | F                      |
| F   | V   | F                               | V        | F                               | F                      |
| F   | F   | F                               | V        | F                               | F                      |



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \wedge \neg p$ | $\neg(p \wedge \neg p)$ | $\neg q \wedge q$ | $\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------------------------------------|
| V | V | F        | F        | F                 | V                       | F                 | F                                                     |
| V | F | F        | V        | F                 | V                       | F                 | F                                                     |
| F | V | V        | F        | F                 | V                       | F                 | F                                                     |
| F | F | V        | V        | F                 | V                       | F                 | F                                                     |

$\neg(p \wedge \neg p) \rightarrow (\neg q \wedge q)$  es una contradicción

# Lógica proposicional

Clasifique la siguiente proposición compuesta como tautología, contradicción o contingencia

$$(\neg p \wedge \neg q) \oplus (\neg p \rightarrow q)$$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \wedge \neg q$ | $\neg p \rightarrow q$ | $x \oplus y$ |
|-----|-----|----------|----------|------------------------|------------------------|--------------|
| V   | V   | F        | F        | F                      | V                      | V            |
| V   | F   | F        | V        | F                      | V                      | V            |
| F   | V   | V        | F        | F                      | V                      | V            |
| F   | F   | V        | V        | V                      | F                      | V            |

# Lógica proposicional

---

Desarrolle la tabla de verdad para los siguientes pares de proposiciones:

$$\neg(p \vee q), \neg p \wedge \neg q$$

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(p \vee q)$ ,  $\neg p \wedge \neg q$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| V | V | F        | F        | V          | F                | F                      |
| V | F | F        | V        | V          | F                | F                      |
| F | V | V        | F        | V          | F                | F                      |
| F | F | V        | V        | F          | V                | V                      |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(\underline{p \vee q}), \underline{\neg p \wedge \neg q}$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| V | V | F        | F        | V          | F                | F                      |
| V | F | F        | V        | V          | F                | F                      |
| F | V | V        | F        | V          | F                | F                      |
| F | F | V        | V        | F          | V                | V                      |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(p \vee q)$ ,  $\neg p \wedge \neg q$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| V | V | F        | F        | V          | F                | F                      |
| V | F | F        | V        | V          | F                | F                      |
| F | V | V        | F        | V          | F                | F                      |
| F | F | V        | V        | F          | V                | V                      |

Se dice que  $\neg(p \vee q)$  y  $\neg p \wedge \neg q$   
son lógicamente equivalentes

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

# Lógica proposicional

---

## Equivalencia lógica ( $\equiv$ )

Dos proposiciones son **lógicamente equivalentes** si tienen los mismos valores de verdad

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg(p \vee q)$ ,  $\neg p \wedge \neg q$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| V | V | F        | F        | V          | F                | F                      |
| V | F | F        | V        | V          | F                | F                      |
| F | V | V        | F        | V          | F                | F                      |
| F | F | V        | V        | F          | V                | V                      |

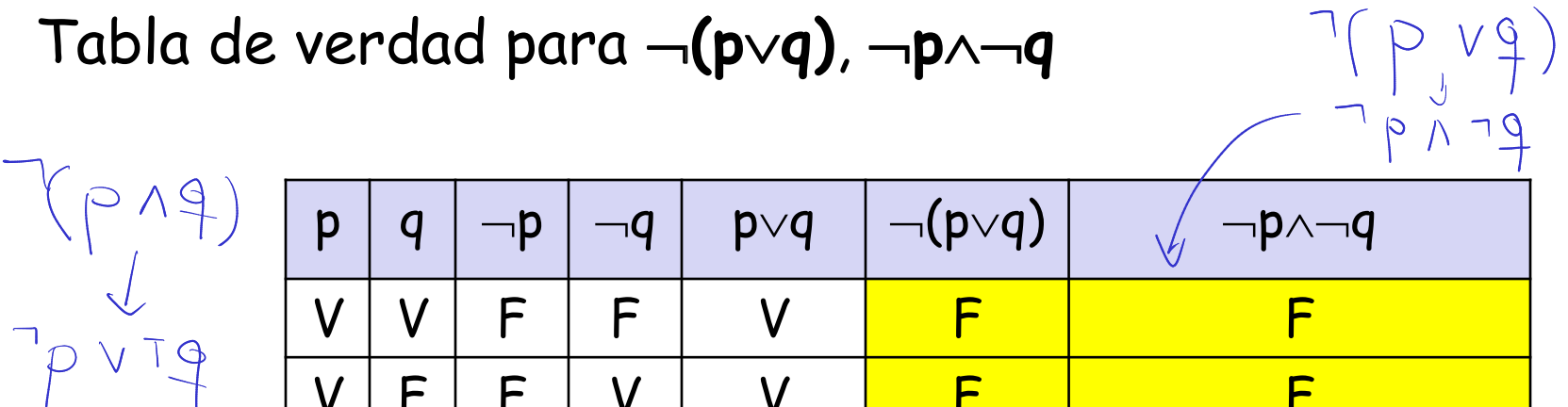
Se dice que  $\neg(p \vee q)$  y  $\neg p \wedge \neg q$   
son lógicamente equivalentes

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$



# Lógica proposicional

Tabla de verdad para  $\neg(p \vee q)$ ,  $\neg p \wedge \neg q$



| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \vee q$ | $\neg(p \vee q)$ | $\neg p \wedge \neg q$ |
|---|---|----------|----------|------------|------------------|------------------------|
| V | V | F        | F        | V          | F                | F                      |
| V | F | F        | V        | V          | F                | F                      |
| F | V | V        | F        | V          | F                | F                      |
| F | F | V        | V        | F          | V                | V                      |

Ley de De Morgan:  $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$

# Lógica proposicional

---

## Augustus De Morgan

- Fue tutor de Ada Lovelace
- Perdió la visión de un ojo desde que tenía 2 meses de nacido
- Fue cuarto Wrangler.  
Universidad de Cambridge
- En 1838 presentó la primera explicación clara de una demostración por inducción matemática



(1806 – 1871)

# Lógica proposicional

Muestre que los siguientes pares de proposiciones son lógicamente equivalentes:

- $p \rightarrow q, \neg p \vee q$
- $p \vee (q \wedge r), (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

| p | q | $\neg p$ | $p \rightarrow q$ | $\neg p \vee q$ |
|---|---|----------|-------------------|-----------------|
| V | V | F        | V                 | V               |
| V | F | F        | F                 | F               |
| F | V | V        | V                 | V               |
| F | F | V        | V                 | V               |

# $p \vee (q \wedge r), (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

| $p$ | $q$ | $r$ | $q \wedge r$ | $p \vee (q \wedge r)$ |   |   |   |
|-----|-----|-----|--------------|-----------------------|---|---|---|
| V   | V   | V   | V            | V                     | V | V | V |
| V   | V   | F   | F            | V                     | V | V | V |
| V   | F   | V   | F            | V                     | V | V | V |
| V   | F   | F   | F            | V                     | V | V | V |
| F   | V   | V   | V            | V                     | V | V | V |
| F   | V   | F   | F            | F                     | V | F | F |
| F   | F   | V   | F            | F                     | F | V | F |
| F   | F   | F   | F            | F                     | F | F | F |

(Note: In the original image, a pink oval highlights the first column (p) and the second column (q) for the last three rows. A red oval highlights the last three rows of the first two columns. A pink oval highlights the fourth column (q ∧ r) for the last three rows. A blue arrow points to the last row of the fourth column. A blue arrow points to the last row of the eighth column. A blue arrow points to the last row of the ninth column.)

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $p \rightarrow q$ ,  $\neg p \vee q$

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ |
|---|---|-------------------|----------|-----------------|
| V | V | V                 | F        | V               |
| V | F | F                 | F        | F               |
| F | V | V                 | V        | V               |
| F | F | V                 | V        | V               |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $p \rightarrow q$ ,  $\neg p \vee q$

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\neg p$ | $\neg p \vee q$ |
|---|---|-------------------|----------|-----------------|
| V | V | V                 | F        | V               |
| V | F | F                 | F        | F               |
| F | V | V                 | V        | V               |
| F | F | V                 | V        | V               |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $p \vee (q \wedge r)$ ,  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

| p | q | r | $q \wedge r$ | $p \vee (q \wedge r)$ | $p \vee q$ | $p \vee r$ | $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
|---|---|---|--------------|-----------------------|------------|------------|--------------------------------|
| V | V | V |              |                       |            |            |                                |
| V | V | F |              |                       |            |            |                                |
| V | F | V |              |                       |            |            |                                |
| V | F | F |              |                       |            |            |                                |
| F | V | V |              |                       |            |            |                                |
| F | V | F |              |                       |            |            |                                |
| F | F | V |              |                       |            |            |                                |
| F | F | F |              |                       |            |            |                                |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $p \vee (q \wedge r)$ ,  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

| p | q | r | $q \wedge r$ | $p \vee (q \wedge r)$ | $p \vee q$ | $p \vee r$ | $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
|---|---|---|--------------|-----------------------|------------|------------|--------------------------------|
| V | V | V | V            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | V | F | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | F | V | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | F | F | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| F | V | V | V            | V                     | V          | V          | V                              |
| F | V | F | F            | F                     | V          | F          | F                              |
| F | F | V | F            | F                     | F          | V          | F                              |
| F | F | F | F            | F                     | F          | F          | F                              |



# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $p \vee (q \wedge r)$ ,  $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$

| p | q | r | $q \wedge r$ | $p \vee (q \wedge r)$ | $p \vee q$ | $p \vee r$ | $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |
|---|---|---|--------------|-----------------------|------------|------------|--------------------------------|
| V | V | V | V            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | V | F | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | F | V | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| V | F | F | F            | V                     | V          | V          | V                              |
| F | V | V | V            | V                     | V          | V          | V                              |
| F | V | F | F            | F                     | V          | F          | F                              |
| F | F | V | F            | F                     | F          | V          | F                              |
| F | F | F | F            | F                     | F          | F          | F                              |

**Ley distributiva:**  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

# Lógica proposicional

Indique si el siguiente par de proposiciones es lógicamente equivalente:

- $\neg p \rightarrow \neg q, \neg p \vee q$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ |
|-----|-----|----------|----------|
| V   | V   | F        | F        |
| V   | F   | F        | V        |
| F   | V   | V        | F        |
| F   | F   | V        | V        |

| $\neg p \rightarrow \neg q$ |
|-----------------------------|
| V                           |
| V                           |
| F                           |
| V                           |

| $\neg p \vee q$ |
|-----------------|
| V               |
| F               |
| V               |
| V               |

# Lógica proposicional

---

Tabla de verdad para  $\neg p \rightarrow \neg q$ ,  $\neg p \vee q$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $\neg p \rightarrow \neg q$ | $\neg p \vee q$ |
|---|---|----------|----------|-----------------------------|-----------------|
| V | V | F        | F        | V                           | V               |
| V | F | F        | V        | V                           | F               |
| F | V | V        | F        | F                           | V               |
| F | F | V        | V        | V                           | V               |

Como no coinciden para todos los valores de verdad, no son lógicamente equivalentes

| Equivalencia                                                                                                             | Nombre                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| $p \wedge V \equiv p$<br>$p \vee F \equiv p$                                                                             | Leyes de identidad       |
| $p \vee V \equiv V$<br>$p \wedge F \equiv F$                                                                             | Leyes de dominación      |
| $p \vee p \equiv p$<br>$p \wedge p \equiv p$                                                                             | Leyes de idempotencia    |
| $\neg(\neg p) \equiv p$                                                                                                  | Ley de la doble negación |
| $p \vee q \equiv q \vee p$<br>$p \wedge q \equiv q \wedge p$                                                             | Leyes conmutativas       |
| $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$<br>$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$                     | Leyes asociativas        |
| $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$<br>$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ | Leyes distributivas      |
| $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$<br>$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$                             | Leyes de De Morgan       |
| $p \vee (p \wedge q) \equiv p$<br>$p \wedge (p \vee q) \equiv p$                                                         | Leyes de absorción       |
| $p \vee \neg p \equiv V$<br>$p \wedge \neg p \equiv F$                                                                   | Leyes de negación        |

$\wedge$   
 $\vee$

$$p \vee (p \wedge q) \equiv p$$

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

$$(p \vee p) \wedge (p \vee q)$$

$$p \wedge (p \vee q)$$



$$(p \wedge p) \vee (p \wedge q)$$

$$p \vee (p \wedge q)$$

|   |   |
|---|---|
| p | q |
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

|   |   |
|---|---|
| p | q |
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

|   |   |
|---|---|
| p | q |
| V | V |
| V | F |
| F | V |
| F | F |

# Lógica proposicional

---

Pruebe la ley de absorción,  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la ley de absorción,  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee (p \wedge q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|
| V | V |              |                       |
| V | F |              |                       |
| F | V |              |                       |
| F | F |              |                       |

# Lógica proposicional

---

Pruebe la ley de absorción,  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee (p \wedge q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|
| V | V | V            | V                     |
| V | F | F            | V                     |
| F | V | F            | F                     |
| F | F | F            | F                     |



# Lógica proposicional

---

Pruebe la ley de absorción,  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee (p \wedge q)$ |
|---|---|--------------|-----------------------|
| V | V | V            | V                     |
| V | F | F            | V                     |
| F | V | F            | F                     |
| F | F | F            | F                     |

# Lógica proposicional

Aplique la ley que se indica en cada caso:

• Distributiva sobre  $\neg p \vee (p \wedge \neg q)$

• De Morgan sobre  $\neg(p \wedge \neg q)$

• De Morgan sobre  $\neg(q \vee (\neg p \vee r))$

$$\begin{array}{c} \vee \quad \wedge \quad p \\ \quad \quad \quad p \end{array}$$

$$\begin{aligned} & (\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q) \\ & \quad \vee \quad \wedge \quad (\neg p \vee \neg q) \\ & \quad \quad \quad (\neg p \vee \neg q) \end{aligned}$$

$$\neg p \vee \neg q$$

$$\neg q \wedge \neg(\neg p \vee r)$$

$$\neg q \wedge (p \wedge \neg r)$$

$$\neg q \wedge p \wedge \neg r$$

# Lógica proposicional

---

## Equivalencias relacionadas con implicaciones

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$p \vee q \equiv \neg p \rightarrow q$$

$$p \wedge q \equiv \neg(p \rightarrow \neg q)$$

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \wedge r)$$

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

$$(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \vee r)$$

$$(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

# Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia,  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

$$\begin{array}{l} \neg p \vee q \\ \neg q \vee \neg p \\ \neg q \rightarrow \neg p \end{array}$$

$$\begin{array}{l} q \rightarrow b \\ \neg q \vee b \end{array}$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \rightarrow q$ | $\neg q \rightarrow \neg p$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|-----------------------------|
| V | V | F        | F        | V                 | V                           |
| V | F | F        | V        | F                 | F                           |
| F | V | V        | F        | V                 | V                           |
| F | F | V        | V        | V                 | V                           |

# Lógica proposicional

---

Aplique la ley  $\textcircled{p} \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$  en los siguientes casos:

$$\bullet (\neg p \wedge r) \rightarrow q \quad \equiv \quad \neg(\neg p \wedge r) \vee q \equiv p \vee \neg r \vee q$$

$$\bullet (p \vee q) \rightarrow (\neg q \vee r) \quad \equiv \quad \neg(p \vee q) \vee \neg q \vee r \equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee \neg q \vee r$$

# Lógica proposicional

---

## Equivalencias relacionadas con doble implicación

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

$$p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \quad \neg q \leftrightarrow \neg p$$

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$

# Lógica proposicional

---

## Demostrar equivalencias lógicas

Las equivalencias lógicas se pueden demostrar construyendo la tabla de verdad. Otra forma de hacerlo consiste en utilizar equivalencias ya conocidas



# Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(a \vee b) \equiv \neg a \wedge \neg b$$

$$\neg(a \wedge b) \equiv \neg a \vee \neg b$$

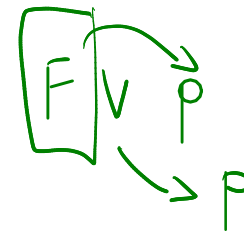
$$1) \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$$

$$2) \neg p \wedge (p \vee \neg q)$$

$$3) (\underbrace{\neg p \wedge p}_F) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$4) F \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

$$5) (\neg p \wedge \neg q)$$



$$F \vee \neg p$$

|   |   |       |
|---|---|-------|
| F | p | F ∨ p |
| F | V | V     |
| F | F | F     |

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \quad \text{De Morgan}$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \quad \text{De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q] \quad \text{De Morgan}$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \quad \text{De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q] \quad \text{De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q) \quad \text{Doble negación}$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) \quad \text{De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q] \quad \text{De Morgan}$$

$$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q) \quad \text{Doble negación}$$

$$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) \quad \text{Distributiva}$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$$

Doble negación

$$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Distributiva

$$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Ley de negación

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$$

Doble negación

$$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Distributiva

$$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Ley de negación

$$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee F$$

Conmutativa



# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg q$

$$\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) \equiv \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q)$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge [\neg(\neg p) \vee \neg q]$$

De Morgan

$$\equiv \neg p \wedge (p \vee \neg q)$$

Doble negación

$$\equiv (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Distributiva

$$\equiv F \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

Ley de negación

$$\equiv (\neg p \wedge \neg q) \vee F$$

Conmutativa

$$\equiv (\neg p \wedge \neg q)$$

Identidad

# Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia,  $p \rightarrow (p \vee q) \equiv V$

$$1) \neg p \vee p \vee q$$

$$2) (\neg p \vee p) \vee q$$

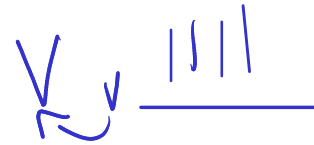
$$3) V \vee q$$

$$4) V$$

Implicación

Asociatividad

Dominancia



$$a \rightarrow b$$

$$\neg a \vee b$$

$$\neg (a \wedge b \wedge c)$$

$$(\neg a \vee \neg b \vee \neg c)$$

$$\neg (a \wedge (b \vee c))$$

$$\neg a \vee \neg (b \vee c)$$

| p | $\neg p$ | $p \vee \neg p$ |
|---|----------|-----------------|
| V | F        | V               |
| F | V        | V               |

$$V \wedge q \equiv q$$

$$V \vee q \equiv V$$

| V | q | $V \vee q$ |
|---|---|------------|
| V | V | V          |
| V | F | V          |

¿Cuándo es verdadera una conjunción? (AND)

Cuando todas son verdaderas

$$V \wedge \underline{p} \equiv p$$

¿Cuándo es falsa una conjunción?

R./ Cuando al menos una es FALSA

$$\leftarrow F \wedge \underline{\quad} \equiv F$$

¿Cuándo es verdadera una disyunción (OR)?

R./ Cuando al menos una es verdadera

$$V \vee \underline{p} \equiv V$$

¿Cuándo es falsa una disyunción?

R./ TODAS deben ser FALSAS

$$F \vee \underline{p} \equiv p$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $p \rightarrow (p \vee q) \equiv V$

$$\begin{aligned} p \rightarrow (p \vee q) &\equiv \neg p \vee (p \vee q) \\ &\equiv (\neg p \vee p) \vee q \\ &\equiv V \vee q \\ &\equiv V \end{aligned}$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Asociativa

Negación

Dominación

# Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia,  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv V$

$$1) \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$$

$$2) \neg p \vee \neg q \vee p \vee q$$

$$3) (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$$

$$4) \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$5) V$$

$$\neg p \vee p \equiv V$$

$$\neg p \wedge p \equiv F$$

Soy estudiante o no soy estudiante

V

V

F

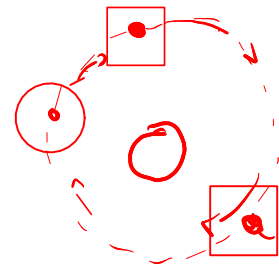
V

Tengo COVID y no tengo COVID

F

$\wedge$   
F

V



$p(x)$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv V$

$$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) \equiv \neg(p \wedge q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q)$$

$$\equiv \neg p \vee (\neg q \vee p) \vee q$$

$$\equiv \neg p \vee (p \vee \neg q) \vee q$$

$$\equiv (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q)$$

$$\equiv V \vee V$$

$$\equiv V$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

De Morgan

Asociativa

Conmutativa

Asociativa

Negación

Dominación

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv V$

$$1) \quad p \vee (p \rightarrow q)$$

$$2) \quad p \vee (\neg p \vee q)$$

$$3) \quad (p \vee \neg p) \vee q$$

$$4) \quad V \vee q$$

$$5) \quad V$$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv V$

$$\neg p \rightarrow (p \rightarrow q) \equiv \neg(\neg p) \vee (p \rightarrow q)$$

$$\equiv p \vee (p \rightarrow q)$$

$$\equiv p \vee (\neg p \vee q)$$

$$\equiv (p \vee \neg p) \vee q$$

$$\equiv V \vee q$$

$$\equiv V$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Doble negación

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Asociativa

Negación

Dominación



# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q \equiv (\neg p \wedge q) \vee q$

1)  $\neg(\neg p \rightarrow \neg q) \vee q$

2)  $\neg(p \vee \neg q) \vee q$

3)  $(\neg p \wedge q) \vee q$

# Lógica proposicional

---

Pruebe la equivalencia,  $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q \equiv (\neg p \wedge q) \vee q$

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow q \equiv \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \vee q$$

$$\equiv \neg[\neg(\neg p) \vee \neg q] \vee q$$

$$\equiv \neg(p \vee \neg q) \vee q$$

$$\equiv [\neg p \wedge \neg(\neg q)] \vee q$$

$$\equiv (\neg p \wedge q) \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

Doble negación

De Morgan

Doble negación

# Lógica proposicional

Pruebe la equivalencia,  $\neg[(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow q)] \equiv F$

$$1) \neg(\neg(p \wedge q) \vee (p \rightarrow q))$$

$$2) \neg((\neg p \vee \neg q) \vee (\neg p \vee q)) \equiv \neg(\neg p \vee \neg q \vee \neg p \vee q)$$

$$3) \neg((\neg p \vee \neg p) \vee (\neg q \vee q))$$

$$4) \neg(\neg p \vee V)$$

$$5) \neg(V)$$

$$6) F$$

$$\frac{p \vee q}{q}$$

$$\frac{q \wedge q}{q}$$

|     |            |              |
|-----|------------|--------------|
| $p$ | $p \vee p$ | $p \wedge p$ |
| $V$ | $V$        | $V$          |
| $F$ | $F$        | $F$          |

# Lógica proposicional

---

## Representación de frases del lenguaje natural

- La lógica permite representar de forma no ambigua frases que se usan en el lenguaje natural
- Cada proposición se denota como una variable

a: "Juan es estudiante"

Se codifican "y", "o", "si" ... "entonces", "si y sólo si" con sus respectivos conectores  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\rightarrow$ ,  $\leftrightarrow$

- Las proposiciones no pueden ir negadas, en caso de ser negativas se usa el conector  $\neg$ . Ejemplo: "Juan no es estudiante".

a: "Juan es estudiante"

$\neg a$

# Lógica proposicional

---

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

# Lógica proposicional

---

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: "mides menos de 1.20 metros"

q: "eres menor de 16 años"

r: "puedes montar en la montaña rusa"

# Lógica proposicional

Si mides menos de 1.20 metros o eres menor de 16 años, no puedes montar en la montaña rusa

p: "mides menos de 1.20 metros"

q: "eres menor de 16 años"

r: "puedes montar en la montaña rusa"

$$(p \vee q) \rightarrow \neg r$$

entonces

# Lógica proposicional

---

Una foto es <sup>1</sup>rectangular o <sup>2</sup>cuadrada. Una foto es <sup>3</sup>a color o en blanco y negro. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro. Si es rectangular, es una foto en color. En caso de que la foto sea en blanco y negro, entonces es <sup>5</sup>un retrato. Si la foto es un retrato, es la <sup>6</sup>foto de mi amigo. Se sabe que la foto no es a color



# Lógica proposicional

---

r: "la foto es rectangular"

c: "la foto es cuadrada"

l: "la foto es a color"

b: "la foto es a blanco y negro"

t: "la foto es un retrato"

a: "la foto es de mi amigo"

<sup>1</sup>Una foto es rectangular o <sup>2</sup>cuadrada. <sup>3</sup>Una foto es a color o en blanco y negro. Si la foto es cuadrada, entonces es una foto en blanco y negro. Si es rectangular, es una foto en color. En caso de que la foto sea en blanco y negro, entonces es un retrato. Si la foto es un retrato, es la foto de mi amigo. Se sabe que la foto no es a color

r: "la foto es rectangular"

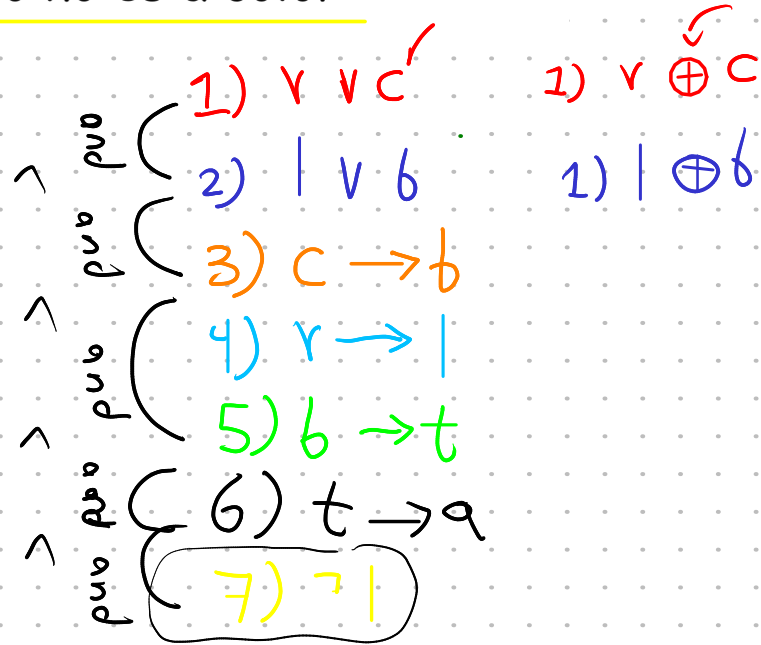
c: "la foto es cuadrada"

l: "la foto es a color"

b: "la foto es a blanco y negro"

t: "la foto es un retrato"

a: "la foto es de mi amigo"



# Lógica proposicional

---

1.  $r \vee c$

2.  $b \vee l$

3.  $c \rightarrow b$

4.  $r \rightarrow l$

5.  $b \rightarrow t$

6.  $t \rightarrow a$

7.  $\neg l$

# Lógica proposicional

---

- Uno de los siguientes equipos ganó el torneo: América, Cali, Millonarios, Santa Fe, Medellín o Nacional
- Si el vencedor fue América o Cali, un equipo del Valle ganó el torneo
- Si Millonarios o Santa Fe ganaron, el vencedor fue un equipo de Bogotá
- Si el vencedor fue Medellín o Nacional, un equipo de Antioquia ganó el torneo
- Si Medellín fue derrotado entonces Santa Fe también
- Cali perdió =)
- Si América perdió, entonces el Valle no ganó el torneo
- Si el Cali perdió, entonces un equipo de Antioquia no ganó el torneo
- Si Nacional fue derrotado entonces Millonarios y Medellín también

# Lógica proposicional

---

a: "América ganó el torneo"

c: "Cali ganó el torneo"

m: "Millonarios ganó el torneo"

s: "Santa Fe ganó el torneo"

e: "Medellín ganó el torneo"

n: "Nacional ganó el torneo"

v: "un equipo del Valle ganó el torneo"

p: "un equipo de Antioquia ganó el torneo"

b: "un equipo de Bogotá ganó el torneo"

- Uno de los siguientes equipos ganó el torneo: América, Cali, Millonarios, Santa Fe, Medellín o Nacional
- Si el vencedor fue América o Cali, un equipo del Valle ganó el torneo
- Si Millonarios o Santa Fe ganaron, el vencedor fue un equipo de Bogotá
- Si el vencedor fue Medellín o Nacional, un equipo de Antioquia ganó el torneo
- Si Medellín fue derrotado entonces Santa Fe también
- Cali perdió  $\Rightarrow$ )
- Si América perdió, entonces el Valle no ganó el torneo
- Si el Cali perdió, entonces un equipo de Antioquia no ganó el torneo
- Si Nacional fue derrotado entonces Millonarios y Medellín también

1)  $q v c v m v s v e v n$

2)  $q v c \rightarrow v$

3)  $m v s \rightarrow b$

4)  $e v n \rightarrow p$

5)  $\neg e \rightarrow \neg s$

a: "América ganó el torneo"

c: "Cali ganó el torneo"

m: "Millonarios ganó el torneo"

s: "Santa Fe ganó el torneo"

e: "Medellín ganó el torneo"

n: "Nacional ganó el torneo"

v: "un equipo del Valle ganó el torneo"

p: "un equipo de Antioquia ganó el torneo"

b: "un equipo de Bogotá ganó el torneo"

6)  $\neg c$

7)  $\neg a \rightarrow \neg v$

8)  $\neg c \rightarrow \neg p$

9)  $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

# Lógica proposicional

---

1.  $a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n$

2.  $(a \vee c) \rightarrow v$

3.  $(m \vee s) \rightarrow b$

4.  $(e \vee n) \rightarrow p$

5.  $\neg e \rightarrow \neg s$

6.  $\neg c$

7.  $\neg a \rightarrow \neg v$

8.  $\neg c \rightarrow \neg p$

9.  $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$

# Lógica proposicional

---

1.  $a \vee c \vee m \vee s \vee e \vee n$

2.  $(a \vee c) \rightarrow v$

3.  $(m \vee s) \rightarrow b$

4.  $(e \vee n) \rightarrow p$

5.  $\neg e \rightarrow \neg s$

6.  $\neg c$

7.  $\neg a \rightarrow \neg v$

8.  $\neg c \rightarrow \neg p$

9.  $\neg n \rightarrow (\neg m \wedge \neg e)$



# Lógica proposicional

1

2

Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo

3 prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el

mal, sería impotente; si él no quisiera prevenir el mal,

sería malévolo. Supermán no previene el mal. Si supermán

existe, no es impotente ni malévolo. ~~Entonces,~~ Superman

no existe.

4.

5

6

# Lógica proposicional

a: "Superman es capaz de prevenir el mal"

b: "Superman quiere prevenir el mal"

c: "Superman previene el mal"

d: "Superman es impotente"

e: "Superman es malévolo"

f: "Superman existe"

Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría. Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente; si el no quisiera prevenir el mal, sería malévolo. Superman no previene el mal. Si supermán existe, no es impotente ni malévolo. Entonces, Superman no existe.

$$1) a \wedge b \rightarrow c$$

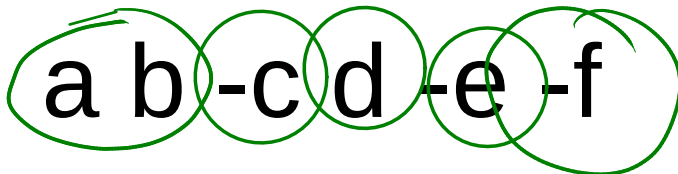
$$4) \neg c$$

$$2) \neg a \rightarrow d$$

$$5) f \rightarrow (\neg d \wedge \neg e)$$

$$3) \neg b \rightarrow e$$

$$6) \neg f$$



# Lógica proposicional

---

1.  $(a \wedge b) \rightarrow c$  Si Superman fuera capaz y quisiera prevenir el mal, él lo prevendría
2.  $\neg a \rightarrow d$  Si Superman fuera incapaz de prevenir el mal, sería impotente
3.  $\neg b \rightarrow e$  Si él no quisiera prevenir el mal, sería malévolo
4.  $\neg c$  Supermán no previene el mal
5.  $f \rightarrow \neg d \wedge \neg e$  Si supermán existe, no es impotente ni malévolo.
6.  $\neg f$  Supermán no existe ☹️

Prontamente obtendrás las herramientas para demostrar que Superman no existe y así destruir los sueños y esperanzas de amigos y conocidos 😊

# Lógica proposicional

---

Prueba el anterior enunciado en esta herramienta:

<http://logictools.org>

# Lógica proposicional

---

<http://logictools.org>

$\varnothing \cap \varnothing = \&$

$$\begin{aligned} &((a \text{ and } b) \Rightarrow c) \quad \& \\ &\quad (-a \Rightarrow d) \quad \& \\ &\quad (-b \Rightarrow e) \quad \& \\ &\quad \quad -c \quad \& \\ &(f \Rightarrow -d \text{ and } -e) \quad \& \\ &\quad \quad -f \end{aligned}$$

Seleccionar truth table: better

# Lógica proposicional

---

Juan tiene 20 o 22 años. Si Juan tiene 22 años, entonces nació antes que Pedro. Juan no nació antes que Pedro. Por lo tanto, Juan tiene 20 años

- Traduzca a lógica preposicional.
- Pruebe su argumento en [logictools.org](http://logictools.org).

$$1) a \vee b \quad 4) \neg$$

$$2) b \rightarrow c$$

$$3) \neg c$$