Primer exámen parcial
Matemáticas discretas II
Duración 1.5 horas

Carlos Andres Delgado S, Msc *

25 de Junio de 2019

Importante: Debe explicar el procedimiento realizado en cada uno de los puntos, no se considera válido únicamente mostrar la respuesta.

1. [**30 puntos**] De las palabras de 10 caracteres formadas por las letras minúsculas del alfabeto inglés:
    - Inician con x y no se pueden repetir las letras.
    - Inician con una vocal y no pueden ser seguidas por vocales.
2. [**30 puntos**] ¿Cuantos estudiantes debe tener la sede Tulua para garantizar que al menos 6 tengan las mismas 3 letras iniciales del nombre y el mismo promedio ponderado?. Tome en cuenta que el promedio ponderado considera dos cifras decimales.
3. [**40 puntos**] Resuelva la siguiente relación de recurrencia $T(n) = 2T(n-1) - T(n-2) + n^2, T(0) = 2, T(1) = 8$.

Ayudas

Conceptos básicos

Ecuación cuadrática de $ax^2 + bx + c$:

$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{1}$$

Principio de Palomar

$$\left\lceil \frac{N}{k} \right\rceil$$

Tenemos N palomas para k nidos.

Combinatoria y permutación

Permutación:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!} \tag{2}$$

Combinatoria:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \tag{3}$$

Permutación con objetos indistinguibles:

$$P_n^{a,b,c} = \frac{n!}{a!b!c!} \tag{4}$$

Combinatoria con repetición:

$$C(n+r-1, r) \tag{5}$$

* carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Forma solución particular

$F(n)$	$a_n^{(p)}$
C_1	A
n	$A_1 n + A_0$
n^2	$A_2 n^2 + A_1 n + A_0$
$n^t, t \in Z^+$	$A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0$
$r^n, r \in R$	Ar^n
$\sin(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$\cos(\alpha n)$	$A \sin(\alpha n) + B \cos(\alpha n)$
$n^t r^n, t \in Z^+, r \in R$	$r^n(A_t n^t + A_{t-1} n^{t-1} + \ldots + A_1 n + A_0)$
$r^n \sin(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$
$r^n \cos(\alpha n)$	$Ar^n \sin(\alpha n) + Br^n \cos(\alpha n)$

Cuadro 1: Forma de la solución particular dado f(n)

Método del maestro

$$T(n) = aT(n/b) + cn^d$$

Siempre que $n = b^k$, donde k es un entero positivo, $a \geq 1$, b es un entero mayor que 1 y c y d son números reales tales que $c > 0$ y $d \geq 0$, Entonces,

$$T(n) \quad es \left\{ \begin{array}{ll} O(n^{d)} & \text{si } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{si } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{si } a > b^d \end{array} \right\}$$

¡Éxitos!