

## Lenguajes y gramáticas

- Lenguaje : Secuencia de símbolos/caracteres

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$L = \{\epsilon, a, b, c, aa, ab, ac, \dots\} = \Sigma^*$$

Lenguaje de todas las cadenas de tamaño par

$$L_2 = \{\epsilon, aa, ab, ac, ba, bb, \dots, aaaa, \dots\}$$

## Operaciones entre lenguajes

- Concatenación

$$L_1 = \{a\}$$

$$L_2 = \{bb\}$$

$$L_1 \cdot L_2 = \{abbb\}$$

$$L_2 L_1 = \{bbba\}$$

- Producto cartesiano / Concatenación

$$L_3 = \{a\}$$

$$L_4 = \{\epsilon, bb, a\}$$

$$L_3 \cdot L_4 = \{a, b, abbb, aa, \dots, bbb, bba\}$$

- Potencia de un lenguaje

$$L^n = \begin{cases} \{\epsilon\} & n=0 \\ L L^{n-1} & n>0 \end{cases}$$

$$L_2 = \{a, bb\}$$

$$L^2 = L(L L^1) = L(L L^0)$$

$$LL(\{a, bb\})$$

$$L\{aa, abb, bba, bbbb\}$$

$$\{aaaa, aabb, abba, abbb, bbaa, bbab, bbaa, bbaa, bbaa\}$$

$$\{a^3, a^2b^2, ab^2a, ab^4, b^2a^2, b^2ab^2, b^4a, b^6\}$$

$$L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots \cup L^n$$

$$L = \{b, c\} \quad L^1$$

$$L^* = \{\epsilon, b, c, \overbrace{bb, bc, cb, cc}, bbb, bbe, bec, bcc, cbb, cbc, ccb, ccc, \dots\}$$

$$L^+ = L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots \cup L^n$$

$$L^* = \{b, c, \overbrace{bb, bc, cb, cc}, bbb, bbe, bec, bcc, cbb, cbc, ccb, ccc, \dots\}$$

$$L^* = \{\epsilon\} \cup L^+$$

$$\begin{aligned} L^+ &= L L^* = L(L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \dots) \\ &= \underline{(L^1 \cup L^2 \cup L^3 \cup \dots)} \end{aligned}$$

$$L^+ = L^* L$$

Un lenguaje regular se define como

El lenguaje vacio es un lenguaje regular

$L = \{a\}$  es un lenguaje regular

Si  $L_1$  y  $L_2$  son lenguajes regulares  $L_1 L_2$  es un lenguaje regular

Si  $L_1$  y  $L_2$  son lenguajes regulares  $L_1 \cup L_2$  es un lenguaje regular

Si  $L$  es un lenguaje regular  $L^*$  es un lenguaje regular

Si  $L$  es un lenguaje regular  $L^+$  es un lenguaje regular

$$L = \{\epsilon\}$$

$$L_1 = \{a, b, c\}$$

$$L_2 = \{a, bb, c\}$$

$$L_1 \cup L_2 = \{a, b, c, bb\}$$

$$L = \{a, bb\}$$

$$L_1 = \{a\}$$

$$L_2 = \{b\}$$

$$\underline{L_1 \cup L_2^2}$$

$$L = \{a, bb, bbb, ca, cb\}$$

$$L_1 = \{a\}, L_2 = \{b\}, L_3 = \{c\}$$

$$\{L_1 \cup L_2^2 \cup L_2^3 \cup L_3 L_1 \cup L_3 L_2\}$$

$$\begin{array}{l} \underline{a^n b^n} \quad n \geq 1 \\ a^2 b^2 \notin a^n b^n \\ a^n = \{a, aa, a^3, a^4, a^5, \dots\} \\ b^n = \{b, b^2, b^3, b^4, b^5, \dots\} \\ \{ab, ab^2\} \end{array}$$

$$a^n b^m \quad n \geq 1, m \geq 1 = \begin{array}{l} a^n = \{a, aa, a^3, \dots\} \\ b^m = \{b, bb, b^2\} \end{array}$$

## Lenguajes regulares

¿Como es el lenguaje sobre el alfabeto  $\{a,b\}$  que tiene un tamaño par y  $\geq 0$ ?

ab, ba, aa, bb

abba

$(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^+$

$\{aa, ab, ba, bb, aaaa, aaab, aaba, aabb, \dots\}$

Como es el lenguaje de tamaño impar

$a(aa \cup ab \cup ba \cup bb)^+ \cup b(ba \cup ab \cup bb \cup aa)^+$

Lenguaje de las cadenas con un número par y mayor que 0 de a's

aa, aba, baab, aabb, abaaa, aaaa

babab

$(b^*ab^*ab^*)^+ \longrightarrow (aa)^+, (abab)^+, (babab)^+$

Cadenas que contienen dos a's (exactamente)

$b^*ab^*ab^*$

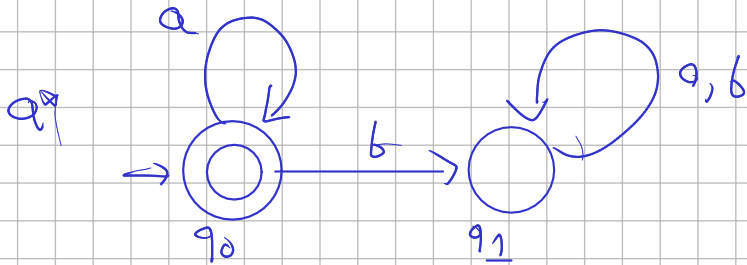
Cadenas que contienen un número par de a y un número par de b mayor que en cero, primero las a y luego b

$(aa)^+(bb)^+$

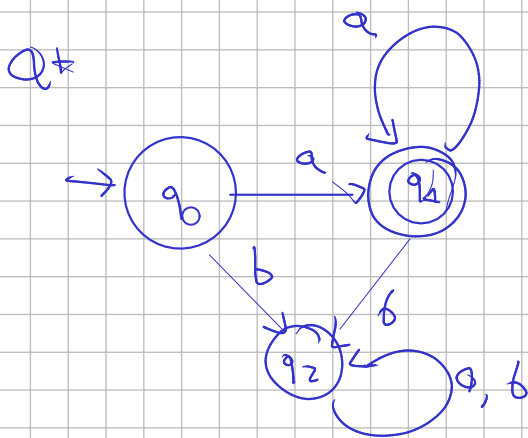
AFD

$f = 1 \rightarrow 1$

$\{\Sigma, \emptyset, \delta, \bar{f}, q_0\}$

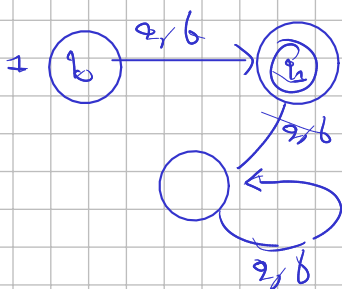


$q_i$	a	b
$q_0$	$q_0$	$q_1$
$q_1$	$q_1$	$q_1$



$q_i$	a	b
$q_0$	$q_1$	$q_2$
$q_1$	$q_1$	$q_2$
$q_2$	$q_2$	$q_2$

$L = a \vee b$

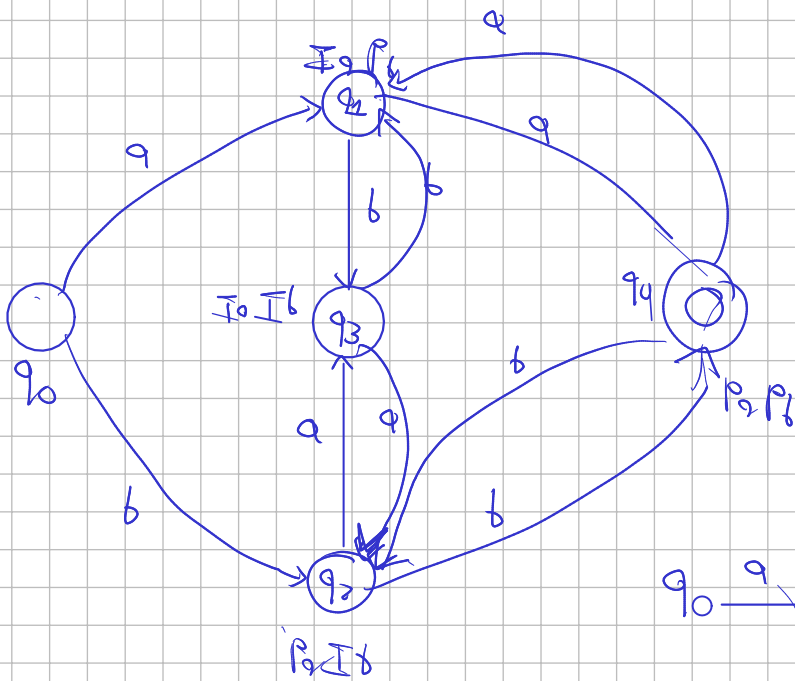


## Automata que reconozca un número par a y par de b

Par a Par b  
obj

$$\text{Imp } a \quad \text{Imp } b$$

Imp 9 Par 6

$$|a, a \rangle_{\text{mp}}$$


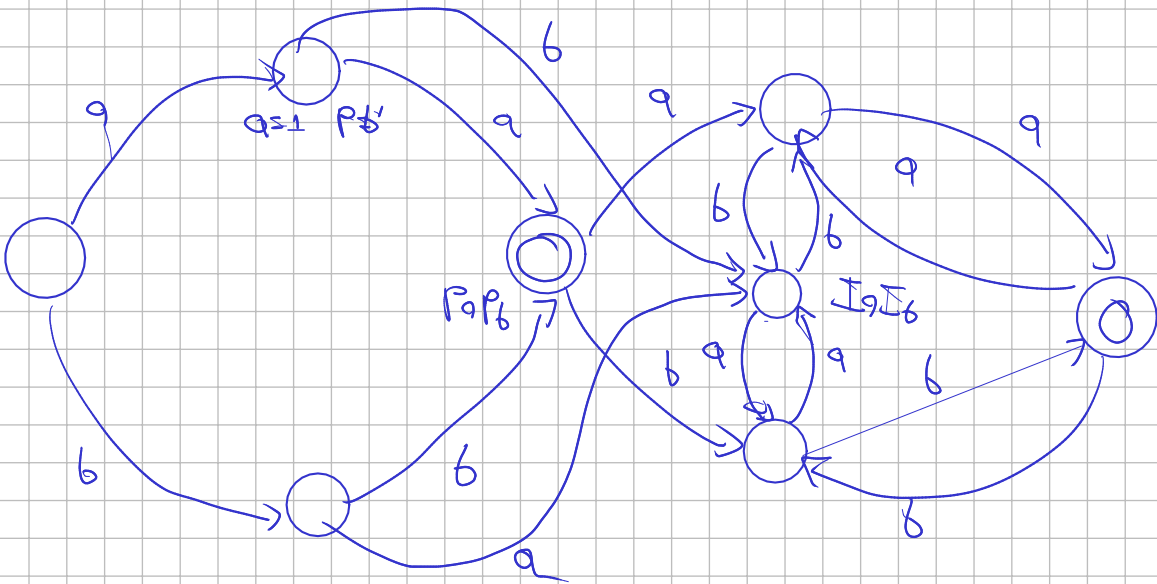
99 66

$$q_0 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{a} q_4$$

66  
92

↓ b

q/b/b/b/g

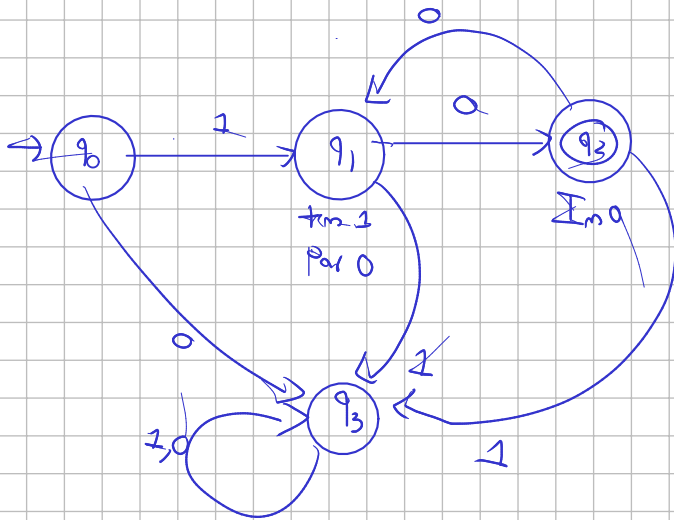
$$q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_3 \xrightarrow{b} q_1$$
$$9 \leftarrow 9 \leftarrow 9 \leftarrow 6 \quad 9 \leftarrow 9 \leftarrow 9 \leftarrow 3$$
$$\text{Num } a_y \text{ Num } b > 0$$


1. Obtener la expresión regular del lenguaje de todas las cadenas que inician en 1 seguidas de un número impar de ceros, sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$ .
2. Obtener la expresión regular del lenguaje de todas las cadenas que no contienen más de 3 a's, sobre  $\Sigma = \{a, b, c\}$ .
3. Obtener la expresión regular del lenguaje de todas las cadenas que tienen a's impares y b's impares sobre  $\Sigma = \{a, b\}$ . *Lema del bombeo*

1)  $1(00)^*0$

$10(00)^*$

$a(aaa \cup ab \cup ba \cup bbb)^*$



$\Sigma = \{a, b, c\}$

$(buc)^* \cup (buc)^*a(buc)^* \cup (buc)^*a(buc)^*a(buc)^* \cup (buc)^*a(buc)^*a(buc)^*a(buc)^*$

$\cup (buc)^*a(buc)^*a(buc)^*a(buc)^*a(buc)^*$

