

Examen diagnóstico

Fundamentos de análisis y diseño de algoritmos

Carlos Andres Delgado S, Msc

carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Marzo de 2023

1. Matemáticas discretas I

- 1. Sea A y B conjuntos con cardinalidad m y n respectivamente, responda:
 - a) Valor de |P(A)|
 - b) Valor de $|A \times B|$
 - c) Máximo y mínimo valor de $|A \cup B|$, argumente.
- 2. Una función f_1 es $O(n^2)$ y otra es $\Omega(n^3)$ ¿Que quiere decir esto?
- 3. Demuestre directamente que si n y m son pares, entonces $10n^2 + 4m$ es par.
- 4. Resuelva la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=100}^{45000} (2i+8)$$

5. Resuelva la siguiente sumatoria:

$$\sum_{i=-40}^{2n} \sum_{j=40}^{n^2} (2ij + 8j)$$

6. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=-3}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + 14$$

El paso base debe hacerlo con n=0

2. Matemáticas discretas II

1. El problema subset-sum consiste en encontrar 3 números de un conjunto C cuya suma sea M ¿Cuantas posibilidades deben analizarse para encontrar todas las soluciones?

- 2. ¿Cuantas aristas tiene un grafo K_n con $n \geq 3$.? Demuestre usando el teorema de Handshaking.
- 3. Dado un grafo $W_{3,4}$, ¿Cómo es la matriz de advacencia de este grafo?
- 4. Dado un grafo no dirigido con la siguiente matriz de adyacencia:

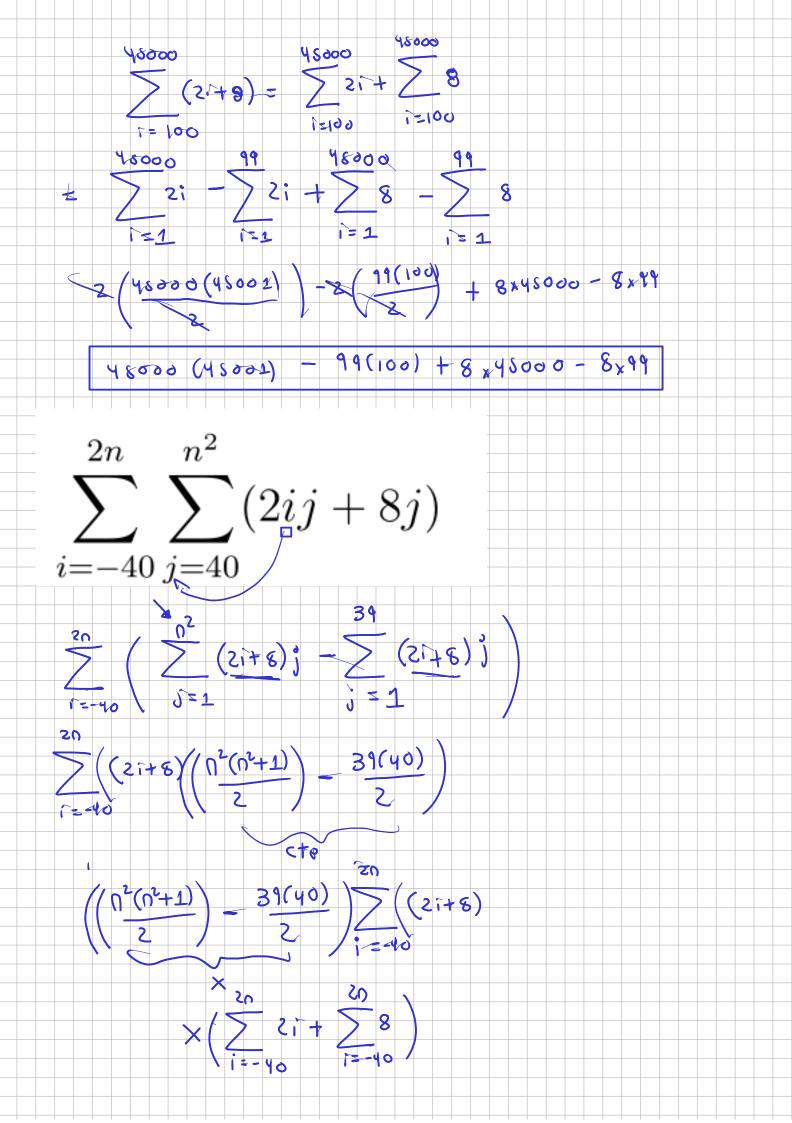
¿Cuantos caminos hay del nodo 1 al nodo 6?

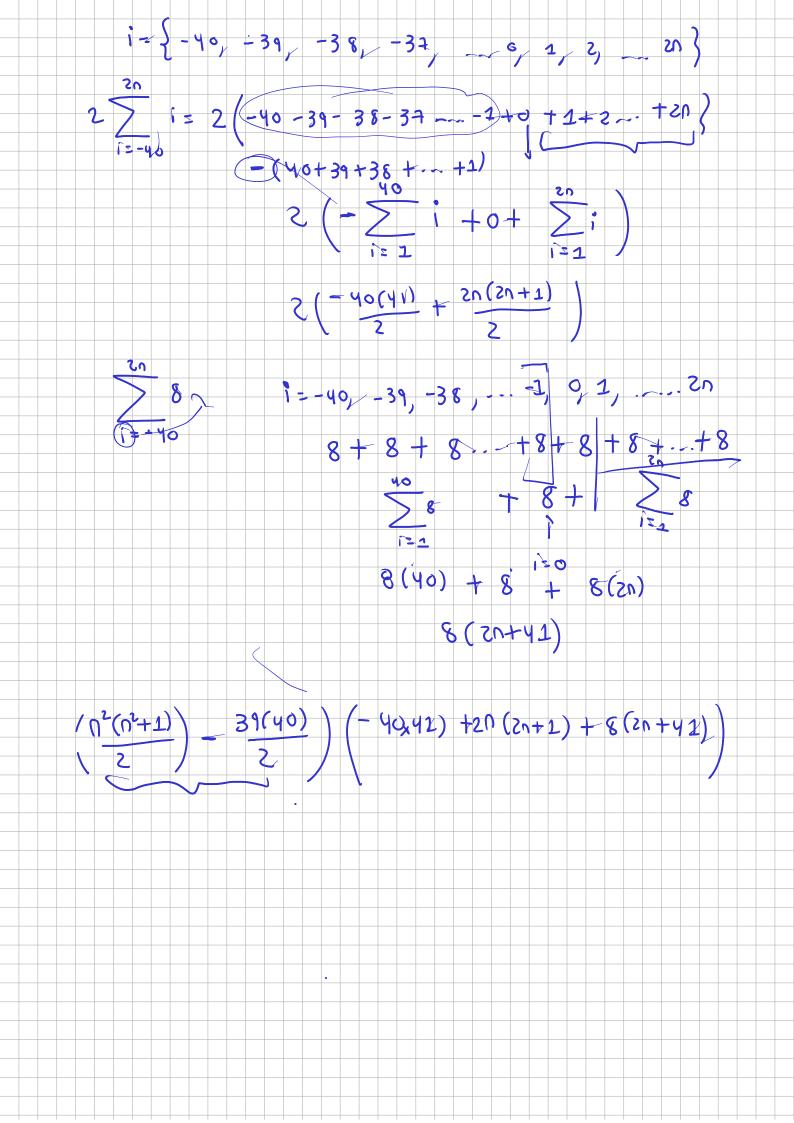
3. Habilidades de programación

- 1. Dado un arreglo A de enteros positivos, diseñe un algoritmo para encontrar el mínimo en un tiempo máximo de O(n).
- 2. Dado un arreglo A de enteros positivos, se define la máxima diferencia como dos elementos $a_i \in A$ y $a_j \in A$ con $i \neq j$ donde $|A_i A_j|$ es máxima, diseñe un algoritmo para encontrar esta diferencia en un tiempo máximo de Q(n).

my my

1





Ayudas

Sumatorias

$$\sum_{k=1}^{n} c = cn$$

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^{3} = \frac{n^{2}(n+1)^{2}}{4}$$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = \frac{ar^{(n+1)} - a}{r-1}$$
 Si $r \neq 1$

$$\sum_{k=0}^{n} ar^{k} = (n+1)a$$
 Si $r = 1$

Potencias y logaritmos

$$a^{log_b(n)} = n^{log_b(a)}$$

$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$

•
$$log_a(b) = \frac{log_c(a)}{log_c(b)}$$

Formulas solución método del maestro

Aplica para R.R de la forma $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$

- Si $f(n) = O(n^{\log_b a \epsilon})$ para algún $\epsilon > 0$ entonces $T(n) = \Theta(n^{\log_b a})$
- Si $f(n) = \Theta(n^{log_b a})$ entonces $T(n) = \Theta(log(n) * n^{log_b a})$
- Si $f(n) = \Omega(n^{\log_b a + \epsilon})$ para algún $\epsilon > 0$ y existe un c < 1 tal que $af(\frac{n}{b}) <= cf(n)$ entonces $T(n) = \Theta(f(n))$.

