Examen diagnóstico - Programación funcional y concurrente

Carlos Andres Delgado S, Msc
carlos.andres.delgado@correounivalle.edu.co

Agosto de 2023

1. Inducción matemática

1. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=-3}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + 14$$

2. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=0}^{n} (8i^2 + \frac{3}{6}) = \frac{(n+1)(8n(2n+1)+3)}{6}$$

3. Demostrar por inducción matemática que 1 + $2^n < 3^n$ para $n \in Z^+ \wedge n \geq 2$.

4. Demuestre por inducción matemática, que si un conjunto A tiene n elementos,entonces $P(A)$ tiene 2^n elementos. El paso base se hace con 0 elementos, el paso inductivo es observar que pasa cuando se agrega un elemento a un conjunto de con n elementos.

2. Programación orientada a objetos

Una empresa de venta de zapatos requiere llevar un registro de empleados y un historial de ventas. Un empleado tiene una cédula (string), hay dos tipos de empleado, el ejecutivo que tiene un grupo de empleados operativos a su cargo y empleado operativo que y un total de ventas (double). Una venta tiene un código de producto (string) y un número (double) que indica el total de la venta. Tenga en cuenta que el registro de empleados y el historial de ventas, son **declarados en el main** y deben actualizarse de alguna forma en los llamados. Para este punto:

1. Dibuje el diagrama de clases para resolver este problema, describa los campos y métodos que se requieren en cada caso, indique que relaciones existen.

2. Indique que estructuras usaría para resolver el problema.

3. ¿Cómo se podría calcular el total de las ventas de los empleados operativos a cargo de un empleado ejectivo?

Este no es un punto de programación, si no de diseño, recuerde **pensar antes que codificar.**

Ayudas

Sumatorias

$$\sum_{k=1}^{n} c = cn \qquad \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \qquad \sum_{k=0}^{n} ar^k = \frac{ar^{(n+1)} - a}{r-1} \text{ Si } r \neq 1$$

Potencias y logaritmos

- $a^{log_b(n)} = n^{log_b(a)}$
- $\frac{1}{a} = a^{-1}$
- $\frac{a^i}{b^i} = (\frac{a}{b})^i$
- $log_a(b) = \frac{log_c(a)}{log_c(b)}$

1. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=-3}^{n} i^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + 14$$

2. Demuestre por inducción matemática que:

$$\sum_{i=0}^{n} (8i^2 + \frac{3}{6}) = \frac{(n+1)(8n(2n+1)+3)}{6}$$

1)

$$P(-3) = (-3)^2 = 9$$

$$\frac{(-3)^3}{3} + \frac{(-3)^2}{2} + \frac{-3}{6} + 14$$

$$-9 + \frac{9}{2} - \frac{1}{2} + 14 = 9$$

Paso inductivo

$$\frac{(n+1)^3}{3} + \frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n+1}{6} + 14$$

$$\sum_{i=-3}^{n+1} i^2 = \sum_{i=-3}^{n} i^2 + (n+1)^2 = \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + 14 + (n+1)^2$$

$$\frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6} + n^2 + 2n + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \boxed{14}$$

$$\frac{n^3}{3} + \boxed{\frac{n^2}{2}} + n^2 + 2n + \frac{5}{6} + \underbrace{\frac{n+1}{6}} + 14$$

$$\frac{2n}{2} + n$$

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$

$$\frac{n^3}{3} + n^2 + n + \frac{n^2 + 2n + 1}{2} + \frac{2}{6} + \frac{n+1}{6} + 14$$

$$\frac{n^3}{3} + \frac{3n^2}{3} + \frac{3n}{3} + \frac{1}{3} + \frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n+1}{6} + 14$$

$$\frac{n^3 + 3n^2 + 3n + 1}{3} + \frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n+1}{6} + 14$$

$$\frac{(n+1)^3}{3} + \frac{(n+1)^2}{2} + \frac{n+1}{6} + 14$$

$$\sum_{i=0}^{n}(8i^2+\frac{3}{6}) = \frac{(n+1)(8n(2n+1)+3)}{6}$$

$P(0)$ $\quad \frac{3}{6} = \frac{(1)(3)}{6}$

$P(n) \longrightarrow P(n+1)$ $\quad \frac{(n+2)(8(n+1)(2n+3)+3)}{6}$

$$\frac{(n+2)((8n+8)(2n+3)+3}{6} = \frac{(n+2)(16n^2+\overbrace{24n+16n}^{40n}+24+3)}{6}$$

$$\frac{16n^3+40n^2+27n+32n^2+80n+54}{6} = \boxed{\frac{16n^3+72n^2+107n+54}{6}}$$

$$\sum_{i=0}^{n+1}(8i^2+\frac{3}{6}) = \sum_{i=0}^{n}(8i^2+\frac{3}{6}) + 8(n+1)^2+\frac{3}{6}$$

$$\frac{(n+1)(8n(2n+1)+3)}{6}+\frac{48(n+1)^2}{6}+\frac{3}{6}$$

$(n+1)(16n^2+8n)+3+48n^2+96n+48+3$

$16n^3+8n^2+16n^2+8n+3n+3+48n^2+96n+48+3$

$$\frac{16n^3+72n^2+107n+54}{6}$$

3. Demostrar por inducción matemática que 1 + $2^n < 3^n$ para $n \in Z^+ \wedge n \geq 2$.

4. Demuestre por inducción matemática, que si un conjunto A tiene n elementos,entonces $P(A)$ tiene 2^n elementos. El paso base se hace con 0 elementos, el paso inductivo es observar que pasa cuando se agrega un elemento a un conjunto de con n elementos.

3)

$P(2)$ $\quad 1 + 2^2 < 3^n$

$5 < 9$ ✓

$P(n) \longrightarrow P(n+1)$

$1 + 2^{n+1} < 3^{n+1}$

$1 + (2)2^n < 3 \times 3^n$

$1 + 2^n + 2^n < 3^n + 3^n + 3^n$

$2^n + \boxed{1 + 2^n < 3^n} + 3^n + 3^n$

$2^n < 3^n + 3^n$

$2^n < (2)3^n = \frac{2^n}{2} < 3^n$

4)

$n = 0 \qquad 2^0 = 1$

$\emptyset = \{\emptyset\}$ ✓

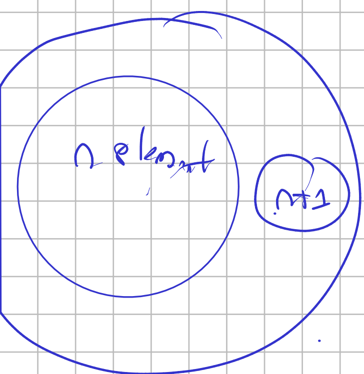
$P(n) \longrightarrow P(n+1)$

$\{1\} = \{\emptyset, \{1\}\}$

$\{1,2\} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\}$

$\emptyset \cup \{2\} \quad \{1\}\{2\}$

$\{1,2,3\} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \{3\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$



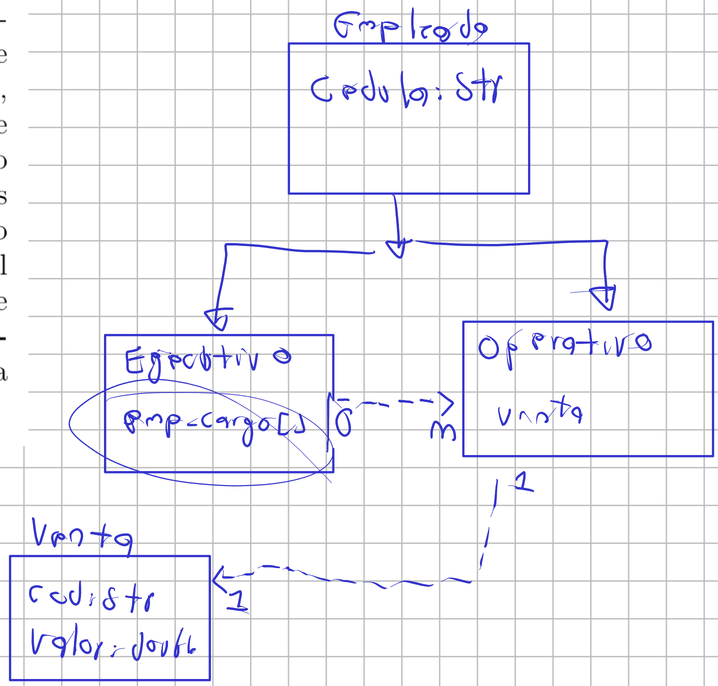
$= \{ \underbrace{\qquad}_{2^n}, \underbrace{\qquad}_{2^n} \}$

unir elemento n+1 con el 2^n

$2^n + 2^n = 2 \times 2^n$

2^{n+1}

Una empresa de venta de zapatos requiere llevar un registro de empleados y un historial de ventas. Un empleado tiene una cédula (string), hay dos tipos de empleado, el ejecutivo que tiene un grupo de empleados operativos a su cargo y empleado operativo que y un total de ventas ~~(double)~~. Una venta tiene un código de producto (string) y un número (double) que indica el total de la venta. Tenga en cuenta que el registro de empleados y el historial de ventas, son **declarados en el main** y deben actualizarse de alguna forma en los llamados. Para este punto:




```
Empleado empleadoA = new EmpleadoEjecutivo();
EmpleadoOperativo operativos = empleadoA.getEmpleadosACargo();
suma = 0
for (empleado in operativo) {
                                            double
    suma += empleado.getVenta().getValor()
                                  Venta
}
```