

1. ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir 101 entre 11?
2. ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir -14 entre 3? **Proponga un residuo positivo y uno negativo**
3. Encuentre el mcd entre los números: 24 y 36, 17 y 22 usando los dos métodos descritos en la conceptualización
4. Muestre si los números en las tripletas 10, 17, 21 y 10, 19, 24 son primos relativos dos a dos
5. Usando la regla de descomposición en factores primos, encuentre el máximo común divisor entre 120 y 500
6. Encuentre el mínimo común múltiplo entre 120 y 500
7. Determine si 17 es congruente con 5 módulo 6
8. Muestre si 24 y 14 son congruentes módulo 6
9. Proponga ejemplos que ilustren los 3 teoremas de congruencia
10. Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular $\text{mcd}(91, 287)$
11. Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular $\text{mcd}(414 \text{ y } 662)$

$\frac{101}{11} = 9 \text{ r } 2$
 $101 = 9(11) + 2$
 Coefficient

$$\begin{aligned} 2) \quad & -12 \\ -14 &= 3(\underbrace{-4}) + \underbrace{2} \\ & \quad \quad \quad c \quad \quad r \\ -14 &= 3(\underbrace{-5}) + \underbrace{1} \\ & \quad \quad \quad c \quad \quad r \end{aligned}$$

3)

24	36	2
12	18	2
6	9	3
2	3	

$2^2 \times 3 = 12$

24	2
12	2
6	2
3	3
2	

36	2
18	2
9	3
3	3
2	

$24 = 2^3 \times 3$
 $36 = 2^2 \times 3^2$
 $\text{gcd} = 2^2 \times 3 = 12$

17	22	1
----	----	---

$\text{gcd} = 1$

4) 10, 17, 21
10, 19, 24

$\gcd(10, 17) = 1$

$\gcd(10, 19) = 1$

$\gcd(10, 21) = 1$

$\gcd(10, 24) = 2$

15	24	2
5	12	

$$\gcd(17, 21) = 1$$

$$\gcd(18, 24) = 2$$

$$\gcd(19, 24) = 1$$

5)

120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	5

500	2
280	2
125	5
28	5
8	5
2	

$2^2 \times 5 = 20$

- ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir 101 entre 11?
- ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir -14 entre 3? **Proponga un residuo positivo y uno negativo**
- Encuentre el mcd entre los números: 24 y 36, 17 y 22 usando los dos métodos descritos en la conceptualización
- Muestre si los números en las tripletas 10, 17, 21 y 10, 19, 24 son primos relativos dos a dos
- Usando la regla de descomposición en factores primos, encuentre el máximo común divisor entre 120 y 500
- Encuentre el mínimo común múltiplo entre 120 y 500
- Determine si 17 es congruente con 5 módulo 6
- Muestre si 24 y 14 son congruentes módulo 6
- Proponga ejemplos que ilustren los 3 teoremas de congruencia
- Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular mcd(91,287)
- Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular mcd(414 y 662)

7)

$$\begin{array}{r} 120 \\ 00 \\ 30 \\ 18 \\ 6 \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 800 \\ 200 \\ 125 \\ 25 \\ 5 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 5 \\ 5 \\ 5 \\ 1 \end{array} 3^0$$

$$2^3 \times 3 \times 5^3$$

$$8 \times 3 \times 125$$

$$24 \times 125$$

$$3000$$

7) $17 \equiv 5 \pmod{6}$

$$17 \pmod{6} = 5$$

$$5 \pmod{6} = 5$$

$$(17 - 5) \pmod{6}$$

$$12 \pmod{6} = 0$$

8)

$$24 \equiv 14 \pmod{6}$$

$$24 \pmod{6} = 0$$

$$14 \pmod{6} = 2$$

$$(24 - 14) \pmod{6} = 10 \pmod{6} = 4 \neq 0$$

Teorema 1

Sean a y b números enteros y m un entero positivo. Entonces, $a \equiv b \pmod{m}$ si, y sólo si, $a \pmod{m} = b \pmod{m} = r$.

Teorema 2

Sea m un entero positivo. Los enteros a y b son congruentes módulo m si, y sólo si, existe un entero k tal que $a = b + km$.

El conjunto de todos los enteros congruentes a un entero a módulo m se denomina *clase de congruencia* módulo m .

Teorema 3

Sea m un entero positivo. Si $a \equiv b \pmod{m}$ y $c \equiv d \pmod{m}$, entonces:

$$a + c \equiv b + d \pmod{m} \text{ y } ac \equiv bd \pmod{m}.$$

a) $8 \equiv 14 \pmod{6}$

$$8 \pmod{6} = 2$$

$$14 \pmod{6} = 2$$

b) $k \in \mathbb{Z}$

$$8 = 14 + k \times 6$$

$$8 = 14 + (-2) \times 6$$

$$14 = 8 + k \times 6$$

$$14 = 8 + (1) \times 6$$

$$\begin{array}{l} a \\ 14 \equiv 8 \pmod{6} \\ b \\ 32 \equiv 38 \pmod{6} \\ c \\ d \end{array}$$

$$(6) \pmod{6} = 0 \checkmark$$

$$32 \times 10 = 320$$

$$32 \times 5 = 160 = 32$$

$$380 - 38 = 38$$

$$380 - 60 = 16$$

$$46 \equiv 46 \pmod{6}$$

$$120 + 24$$

$$448 \equiv 304 \pmod{6}$$

$$344 \pmod{6} = 0 \checkmark$$

en los siguientes problemas:

1. ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir 101 entre 11?
2. ¿Cuáles son el cociente y el residuo de dividir -14 entre 3? **Proponga un residuo positivo y uno negativo**
3. Encuentre el mcd entre los números: 24 y 36, 17 y 22 usando los dos métodos descritos en la conceptualización
4. Muestre si los números en las tripletas 10, 17, 21 y 10, 19, 24 son primos relativos dos a dos
5. Usando la regla de descomposición en factores primos, encuentre el máximo común divisor entre 120 y 500
6. Encuentre el mínimo común múltiplo entre 120 y 500
7. Determine si 17 es congruente con 5 módulo 6
8. Muestre si 24 y 14 son congruentes módulo 6
9. Proponga ejemplos que ilustren los 3 teoremas de congruencia
10. Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular $\text{mcd}(91, 287)$
11. Muestre el paso a paso del algoritmo de Euclides para calcular $\text{mcd}(414 \text{ y } 662)$

$$\text{mcd}(91, 287) = 7$$

$$\begin{aligned} 287 \text{ mod } 91 &= 14 \\ 91 \text{ mod } 14 &= 7 \\ 14 \text{ mod } 7 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 414 - 200 &= 214 \\ 214 - 40 &= 174 \\ 174 - 8 &= 166 \end{aligned}$$

$$\text{mcd}(414, 662) = 2$$

$$\begin{aligned} 662 \text{ mod } 414 &= 248 \\ 414 \text{ mod } 248 &= 166 \\ 248 \text{ mod } 166 &= 82 \\ 166 \text{ mod } 82 &= 2 \\ 82 \text{ mod } 2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 248 - 100 &= 148 \\ 148 - 60 &= 88 \\ 88 - 6 &= 82 \end{aligned}$$