Московский
Физико-Технический Институт

Кафедра общей физики

Лабораторная работа №3.2.6

Исследование гальванометра

Студент:
Павел Северилов
671 группа

12 октября 2017 г.

1 Цель работы

Изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнитоэлектрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического заряда.

В работе используются: *зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.*

Теоретическая часть

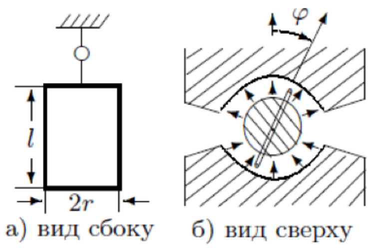

Рис. 1: Принцип работы

Параметры установки:

$U_0, = (2.06 \pm 0.02)$ В

$R_2 = 10$ кОм

$R_0 = 560$ Ом

$a = (100 \pm 1)$ см

$$J\ddot{\varphi} + \frac{(BSN)^2}{R_\Sigma}\dot{\varphi} + D\varphi = BSNI \tag{1}$$

D - модуль кручения нити, φ - угол поворота рамки от положения равновесия, B - индукция магнитного поля, N - число витков рамки, I - ток в рамке, S - площадь одного витка рамки, R_Σ - полное сопротивление цепи, J - момент инерции подвижной системы. Введем обозначения:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{(BSN)^2}{JR_\Sigma} = 2\gamma \\ \dfrac{D}{J} = \omega_0^2 \\ \dfrac{BSN}{J} = K \end{array}\right\} \tag{2}$$

Тогда уравнение движения рамки примет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = KI \tag{3}$$

Величина γ называется *коэффициентом затухания* подвижной системы гальванометра, ω_0 - собственной частотой колебаний рамки.

Режим измерения постоянного тока

При измерении в режиме постоянного тока, когда затухают колебания: $\ddot{\varphi} = \dot{\varphi} = 0$, поэтому угол поворота можно определить формулой:

$$\varphi = \frac{KI}{\omega_0^2} = \frac{I}{C_I}$$

Постоянная $C_I = I/\varphi = D/NBS$ называется динамической постоянной гальванометра.

Свободные колебания рамки

В отсутствии внешних источников тока ($I = 0$) будем исследовать свободное движение рамки. Если считать, что $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_0$, уравнение примет вид:

$$\ddot{\varphi} + 2\gamma\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0$$

общее решение такого уравнения имеет вид:

$$\varphi = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \tag{4}$$

Рассмотрим всевозможные соотношения между γ и λ.

1. $\gamma < \omega_0$ (колебательный режим)

   В таком случае решением уравнения 4 является

   $$\varphi = \frac{\dot{\varphi}}{\omega} e^{-\gamma t} \sin \omega t,$$

   где $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ В таком режиме мы наблюдаем затухающие колебания с периодом:

   $$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{D}{J} - \frac{(BSN)^4}{(2JR_\Sigma)^2}}}$$

   Если $\gamma \ll \omega_0$, то $\varphi = \dfrac{\dot{\varphi}}{\omega} \sin \omega t$,

2. $\gamma = \omega_0$ (критический режим)

   Решение уравнения 4 в таком случае имеет вид:

   $$\varphi = \dot{\varphi} t e^{-\gamma t}$$

   Получаем, что после отклонения система экспоненциально приближается к нулю.

3. $\gamma > \omega_0$ (случай переуспокоенного гальванометра)

   Решение в таком случае имеет вид:

   $$\varphi = \frac{\dot{\varphi}}{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}} e^{-\gamma t} \operatorname{sh} \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t,$$

Режим измерения заряда

Момент инерции рамки искусственно увеличен, поэтому период свободных колебаний будет больше, чем время прохода короткого импульса тока. Будем считать, что рамка не изменяет своего положения при прохождении импульса.

Тогда проинтегрируем 3, домножив на dt от 0 до τ - время окончания импульса, и получим:

$$\dot{\varphi} = Kq$$

Величина $C_q = q/\varphi_{max}$ называется *баллистической постоянной* гальванометра. Условия, при которых угол отклонения будет максимален при полном отсутствии затухания: $\varphi_{\max\text{ св}} = \frac{Kq}{\omega_0}$.

В критическом режиме: $\varphi_{\max\text{ кр}} = \frac{Kq}{\omega_0 e}$, то есть в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний.

2 Работа и измерения

Определение динамической постоянной

Соберем схему:

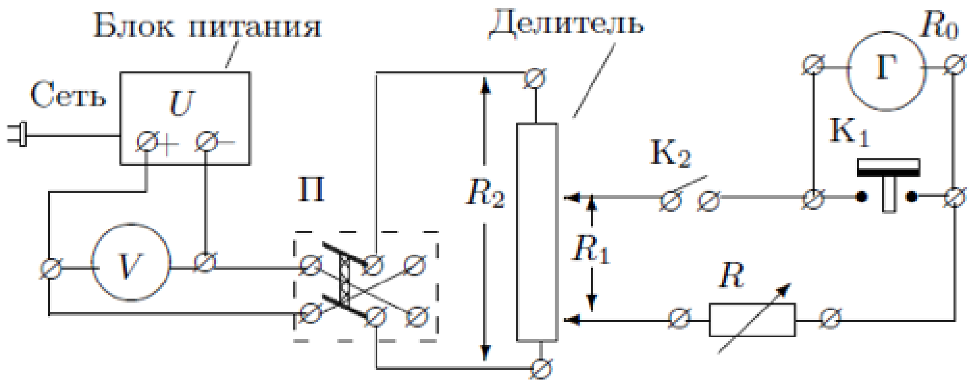

Рис. 2: Схема для определения динамической постоянной и критического сопротивления гальванометра

Угол отклонения рамки будем измерять с помощью осветителя, зеркальца и шкалы, находящейся на расстоянии a от зеркальца. Тогда координата x светового пятна будет выражаться:

$$x = a\,\mathrm{tg}(2\varphi) \approx 2a\varphi$$

Следовательно динамическая постоянная будет равна

$$C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x}$$

Значения силы тока найдем по формуле:

$$I = U_0 \frac{R_1}{R_2} \frac{1}{R + R_0}$$

Запишем полученные значения в таблицу. Также запишем показание $\dfrac{R_1}{R_2} = 1/1000$;

x, см	23.3	21.0	19.1	17.6	16.3	14.7	13.0	11.4	10.0	9.1	8.2
σ_x, см	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
R, кОм	18.0	20.0	22.0	24.0	26.0	29.0	33.0	38.0	43.0	48.0	53.0
I, нА	110,991	100,195	91,312	83,876	77,560	69,689	61,383	53,423	47,291	42,422	38,462
σ_I, нА	1,08	0,97	0,89	0,81	0,75	0,68	0,60	0,52	0,46	0,41	0,37

Таблица 1: Полученные значения

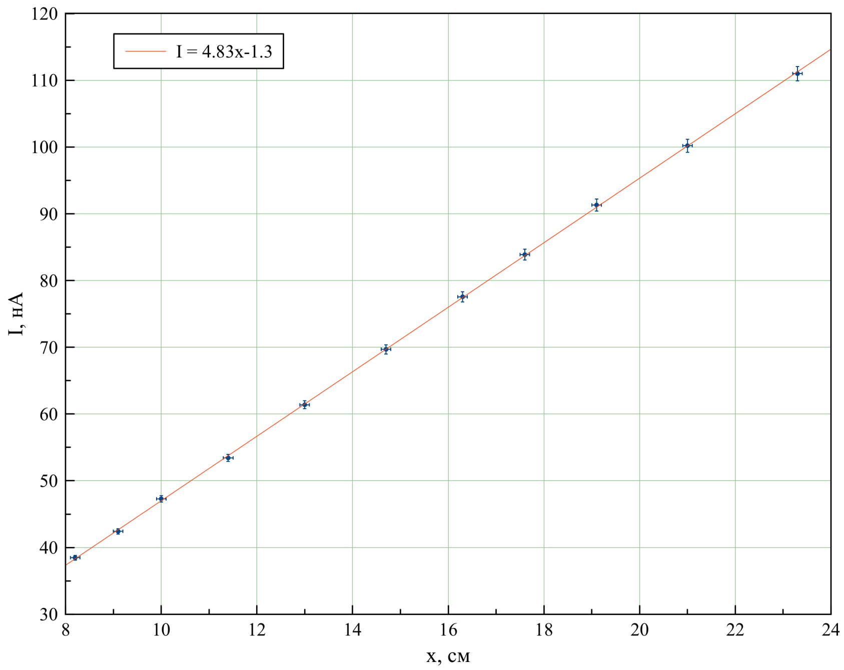

Рис. 3: График зависимости $I = f(x)$

Из графика получаем значение наклона прямой: $(4{,}83 \pm 0.05)$нА/смОно будет равно $\dfrac{I}{x} = \dfrac{C_I}{2a}$.

Тогда $\boxed{C_I = (9.7 \pm 0.1)10^{-8}\ \dfrac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{мм}}}$

Определение критического сопротивления

Рассчитаем логарифмический декремент затухания Θ_0 разомкнутого гальванометра:

$$R = 16.6 \text{ кОм}$$

$$x_n = 19.3 \text{ см}$$

$$x_{n+1} = 15.3 \text{ см}$$

$$\Theta_0 = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = 0.232$$

Оценим примерное значение периода свободных колебаний:

$$T_0 = 4.9 \text{ с}$$

Оценим значение критического сопротивления, при котором зайчик не переходит за нулевое значение:

$$\boxed{R_{\text{кр}} \approx 8.3 \text{ кОм}}$$

Для рассчета Θ измерим два последовательных отклонения зайчика в одну сторону. Результаты занесем в таблицу 2.

R, кОм	x_n	x_{n+1}	Θ	σ_Θ	$1/\Theta^2$	σ_{1/Θ^2}	$(R+R_0)^2$ кОм
25	16,5	2,0	2,110	0,100	0,225	0,011	653,31
28	14,7	2,3	1,855	0,087	0,291	0,014	815,67
31	13,4	2,4	1,720	0,084	0,338	0,016	996,03
34	12,3	2,6	1,554	0,077	0,414	0,021	1194,39
37	11,3	2,7	1,432	0,075	0,488	0,025	1410,75
40	10,5	2,8	1,322	0,072	0,572	0,031	1645,11
45	9,3	2,8	1,200	0,072	0,694	0,042	2075,71
50	8,4	2,8	1,099	0,072	0,829	0,055	2556,31
60	7,1	2,8	0,930	0,073	1,155	0,090	3667,51
70	6,1	2,7	0,815	0,076	1,505	0,140	4978,71

Таблица 2: Исследование зависимости Θ от R

$$\Theta = \gamma T = 2\pi\frac{\gamma}{\omega} = \frac{2\pi\gamma}{\sqrt{\omega_0^2-\gamma^2}} = \frac{2\pi R_3}{\sqrt{R_\Sigma^2 - R_3^2}}, \tag{5}$$

где введено обозначение:

$$R_3 = \frac{(BSN)^2}{2\sqrt{JD}} = R_0 + R_{\text{кр}}$$

Тогда при $R = R_{\text{кр}}$ выполняется: $\Theta \to \infty$

Получим из 5 уравнение прямой в координатах $X = (R_0+R)^2$ и $Y = 1/\Theta^2$:

$$\frac{1}{\Theta^2} = \frac{(R_0+R)^2}{4\pi^2 R_2^3} - \frac{1}{4\pi^2} \Rightarrow R_{\text{кр}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0$$

Построим график $\dfrac{1}{\Theta^2} = f((R+R_0)^2)$ по данным из Таблицы 2:

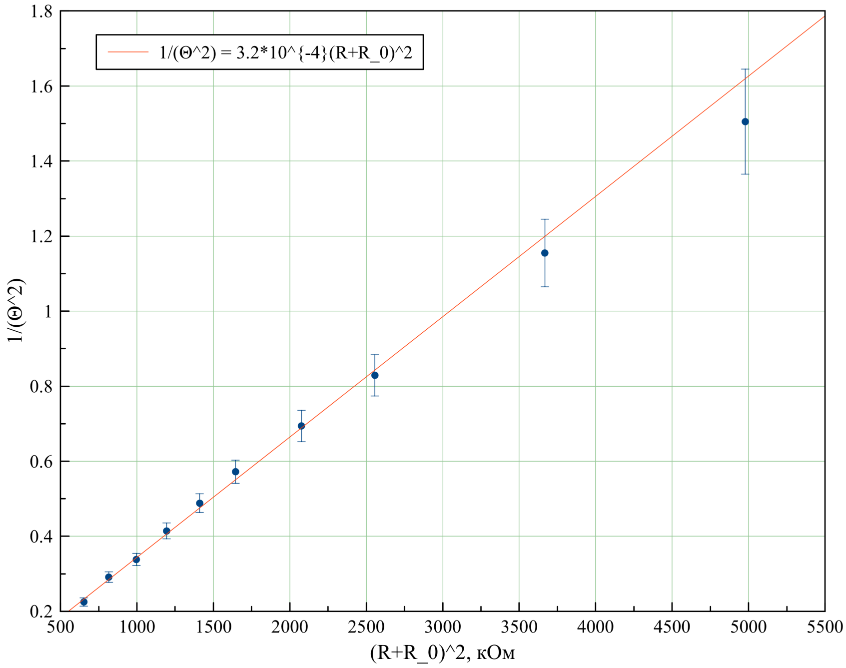

Рис. 4: График зависимости $1/\Theta^2 = f((R_0+R)^2)$

Из графика $\dfrac{\Delta Y}{\Delta X} = (3.2 \pm 0.32) \cdot 10^{-4}$ кОм$^{-2}$, поэтому

$$\boxed{R_{\text{кр}} = (8.34 \pm 0.77) \text{ кОм}}$$

Баллистический режим

$$C = 2 \text{ мкФ}$$
$$R_1/R_2 = 1/40$$
$$l_{max} = 23.5 \text{ см}$$
$$\sigma_{l_{max}} = 0.2 \text{ см}$$

Соберем схему:

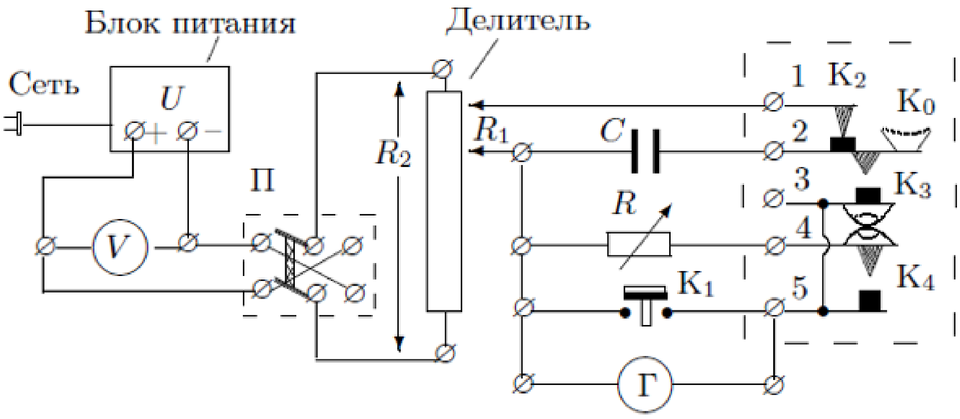

Рис. 5: Схема для определения баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

R, Ом	l_{max}	$(R+R_0)^{-1}$, кОм$^{-1}$
50	19,6	0,0198
45	19,4	0,0219
40	19,0	0,0247
35	18,5	0,0281
30	17,9	0,0327
25	17,5	0,0391
20	16,4	0,0486
15	14,6	0,0643
10	12,8	0,0947
5	9,5	0,1799

Таблица 3: Исследуем зависимость между l_{max} и R

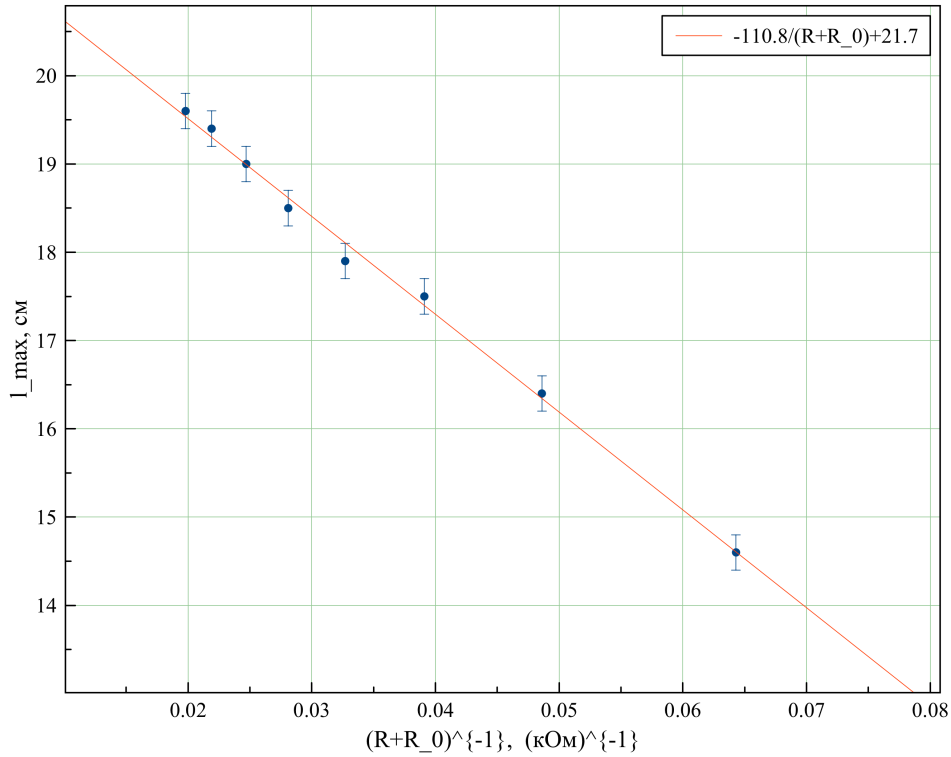

Рис. 6: Зависимость $l_{max} = f[(R_0 + R)^{-1}]$

Определим значение $R_{\text{кр}}$ по графику: значение максимального отклонения в критическом режиме в e раз меньше, чем в режиме свободных колебаний. Зная зависимость $l_{max} = f[(R_0 + R)^{-1}]$ найдем значение критического сопротивления

$$l = \frac{-110.8}{R + R_0} + 21.4; \qquad l \equiv \frac{l_{max}}{e}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{\text{ кр}} = \frac{110.8}{21.4 - \dfrac{l_{max}}{e}} - 0.56 = (8.13 \pm 0.65)\ \text{кОм}}$$

Определим баллистическую постоянную гальванометра $C_{Q_{\text{кр}}} \left[\dfrac{\text{К}}{\text{мм/м}}\right]$:

$$C_{Q_{\text{кр}}} = \frac{q}{\varphi_{max\ \text{кр}}} = 2a\frac{R_1}{R_2}\frac{U_0 C}{l_{max\ \text{кр}}} = 8.77 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м} \cdot \text{К}}{\text{мм}}$$

Время релаксации $t = R_0 C = 560 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 1.12 \cdot 10^{-3}$ с $\ll T_0 = 4.9$ с

3 Вывод

В данной работе мы измерили значение динамической постоянной гальванометра, критического сопротивления тремя способами и баллистической постоянной. Получили, что все три $R_{\text{кр}}$: вычисленное подбором, по графику стационарного режима и по графику баллистического режима – совпадают с учетом погрешностей. Наибольшая ошибка в третьем эксперименте, так как большой вклад в погрешность дает скорость реакции человека – отклонения зайчика происходят быстро, необходимо успевать замыкать ключ и считывать значения.