4장 스트링 처리 알고리즘

목차

- ◆ 스트링 탐색 알고리즘
 - ▶ 직선적 알고리즘
 - ▶ KMP 알고리즘
 - ▶ 보이어-무어 알고리즘
 - ▶ 라빈-카프 알고리즘
- ◆ 패턴 매칭 알고리즘
- ◆ 화일 압축 알고리즘
 - ▶ 런-길이 인코딩
 - ▶ 가변-길이 인코딩
- ◆ 암호화 알고리즘
 - ▶ 단순한 기법
 - > 공개 키 암호화 시스템



스트링 탐색 알고리즘

- ◆ 문서 작성 시
 - ▶ 텍스트(text): 문서
 - ▶ 패턴(pattern): 탐색할 스트링
 - > 스트링(string)
 - 문자가 연속적으로 나열된 것
 - 텍스트(text) 스트링
 - 이진(binary) 스트링
- ◆ 스트링 탐색 알고리즘의 설계
 - ▶ 필연적으로 잘못된 시작(false start) 발생
 - 불일치가 발생한 위치까지 비교한 0개 이상의 문자를 의미
 - ▶ 잘못된 시작의 횟수와 길이를 줄이는 것



직선적 알고리즘(1)

- ◆ 한 글자 또는 한 비트씩 오른쪽으로 진행
- ◆ 텍스트의 처음부터 끝까지 모두 비교하며 탐색하는 알고리즘

```
bruteForce(p[], t[])
M ← 패턴의 길이; N ← 텍스트의 길이;

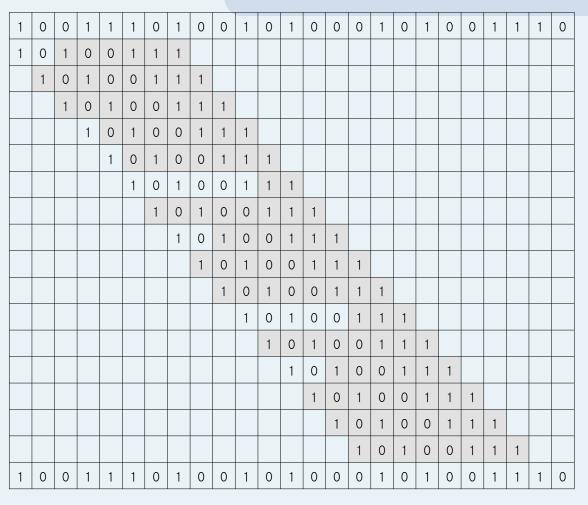
if (j = M) then return i - M;
else return i;
end bruteForce()
```

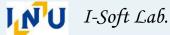
직선적 알고리즘(2)

- ◆ 시간 복잡도
 - » 최악의 경우 시간 복잡도는 텍스트의 모든 위치에서 패턴을 비교해야 하므로 O(MM)이 됨



직선적 스트링 탐색 과정





KMP 알고리즘(1)

- ◆ KMP: Knuth, Morris and Pratt
- ◆ 불일치가 발생한 텍스트 스트링의 앞 부분에 어떤 문자가 있는지를 미리 알고 있으므로, 불일치가 발생한 앞 부분에 대하여 다시 비교하지 않고 매칭을 수행
- ◆ 패턴을 전처리하여 배열 next[M]을 구해서 잘못 된 시작을 최소화함
 - » next[M]: 불일치가 발생했을 경우 이동할 다음 위치
- ◆ 시간 복잡도 : O(M+M)

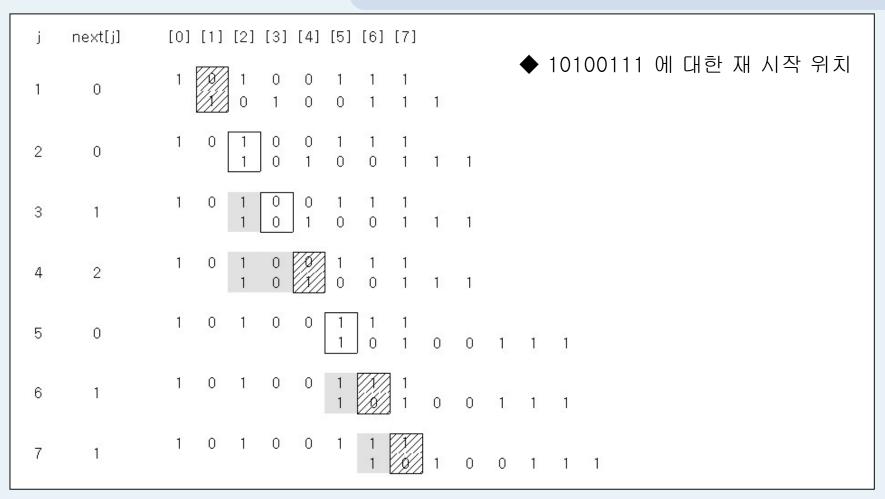


KMP 알고리즘(2)

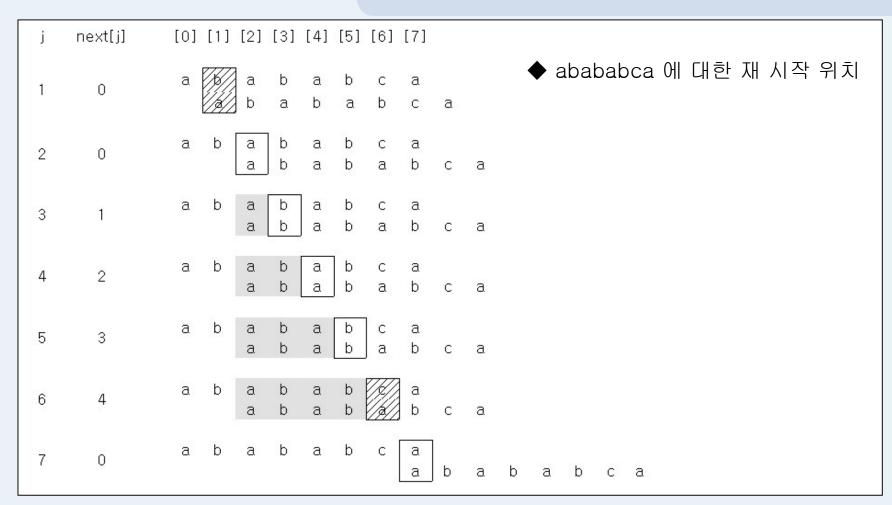
```
KMP(p[], t[])
  M ← 패턴의 길이; N ← 텍스트의 길이;
  iInitNext(p);

if (j = M) then return i - M;
  else return i;
  end KMP()
```

재 시작 위치(1)



재 시작 위치(2)



재 시작 위치 알고리즘

```
initNext(p[])
M ← 패턴의 길이;
next[0] ← -1;

end initNext()
```

패턴이 내장된 KMP 알고리즘(1)

```
KMP(t[])
    i \leftarrow -1;
     sm: i \leftarrow i + 1;
     s0: if (t[i] \neq '1') then goto sm; i \leftarrow i + 1;
     s1: if (t[i] \neq '0') then goto s0; i \leftarrow i + 1;
     s2: if (t[i] \neq '1') then goto s0; i \leftarrow i + 1;
     s3: if (t[i] \neq '0') then goto s1; i \leftarrow i + 1;
     s4: if (t[i] \neq '0') then goto s2; i \leftarrow i + 1;
     s5: if (t[i] \neq '1') then goto s0; i \leftarrow i + 1;
     s6: if (t[i] \neq '1') then goto s1; i \leftarrow i + 1;
     s7: if (t[i] \neq '1') then goto s1; i \leftarrow i + 1;
    return i-8;
end KMP()
```

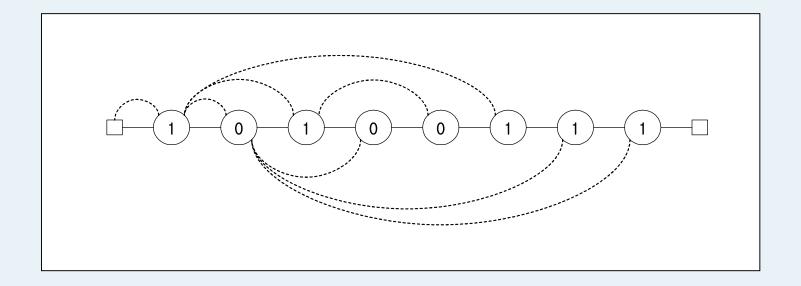
패턴이 내장된 KMP 알고리즘(2)

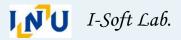
- ◆ 유한 상태 장치(finite state machine: FSM)
 - ▶ 상태(state; 원으로 표시)
 - ▶ 전이(transition; 선으로 표시)
 - 일치 전이(match transition; 실선으로 표시) -오른쪽으로 이동
 - 불일치 전이(non-match transition; 점선으로 표시) 왼쪽
 으로 이동
 - ▶ 시작점(왼쪽 끝의 사각형)
 - > 종료점(오른쪽 끝의 사각형)



패턴이 내장된 KMP 알고리즘(3)

◆ KMP 알고리즘을 위한 유한 상태 장치



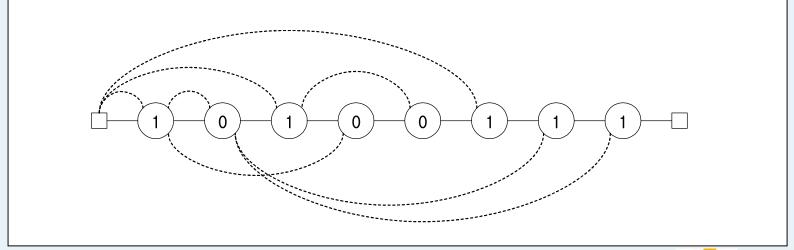


개선된 유한 상태 장치(1)

◆ initNext 알고리즘의 next[i] ← j; 변경

```
if (p[i] = p[j]) then next[i] \leftarrow next[j];
else next[i] \leftarrow j;
```

◆ 개선된 유한 상태 장치



개선된 유한 상태 장치(2)

- ◆ 개선된 유한 상태 장치를 이용한 KMP 알고리즘 수행 과정
 - > 10100111

```
      1
      0
      0
      1
      1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      1
      1
      0
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
      1
```

◆ M+N번 이상의 비교를 하지 않으므로 시간 복잡도는 O(M+N)

개선된 유한 상태 장치(3)

- ◆ 개선된 유한 상태 장치를 이용한 KMP 알고리즘 수행 과정
 - abababca

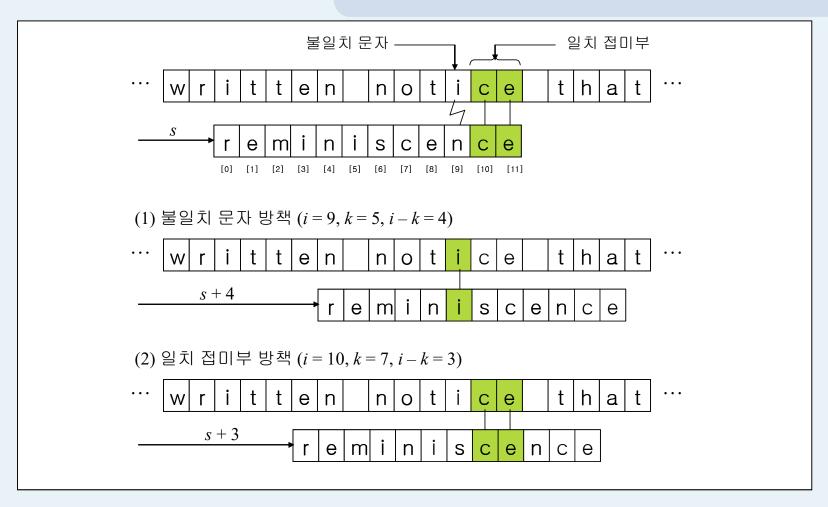
j	1	2	3	4	5	6	7
next[j]	0	-1	0	-1	0	4	-1

보이어-무어 알고리즘

- ◆ 오른쪽에서 왼쪽으로 스트링 탐색을 진행
- ◆ 불일치 문자 방책(mismatched character heuristic) 사용
 - 텍스트에 있는 불일치가 발생한 문자가 패턴의 문자가 일치하도록 패턴을 오른쪽으로 이동
- ◆ 일치 접미부 방책(good suffix heuristic) 사용
 - 패턴에서 불일치가 발생한 문자의 오른쪽에 있는 최대 접미부가 일치하 도록 패턴을 오른쪽을 이동하는 것
- ◆ 두 방법 중 패턴을 우측으로 이동하는 거리가 더 긴 것을 선택
- ◆ M+N 번 이상의 문자 비교를 하지 않으며, 알파벳이 작지 않고, 패턴 이 길지 않을 때는 약 N/M 단계 만에 수행



불일치 문자 방책과 일치 접미부 방책



불일치 문자 방책 알고리즘(1)

```
BM(p[], t[])
M ← 패턴의 길이; N ← 텍스트의 길이;
initSkip(p);

return i+1;
end BM()
```

불일치 문자 방책 알고리즘(2)

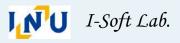
◆ initSkip() 함수 : skip 배열을 만듦

```
initSkip(p[]) M \leftarrow 패턴의 길이; for (i \leftarrow 0; i < NUM; i \leftarrow i+1) do skip[i] \leftarrow M; for (i \leftarrow 0; i < M; i \leftarrow i+1) do skip[index(p[i])] \leftarrow M - i - 1; end initSkip()
```

◆ ATION 일 때의 skip 배열

N	0	Ι	Т	А	다른 모든 문자
0	1	2	3	4	5

- ◆ Index(c) 함수
 - ▶ 문자 c가 띄어쓰기(space)일 때는 0을 반환
 - ▶ 그 외의 경우에는 c의 아스키 코드 값에 64를 뺀 수를 반환



불일치 문자 방책 알고리즘(3)

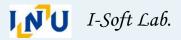
◆ 불일치 문자 방책을 사용한 보이어-무어 스트링 탐색 과정

```
VISION QUESTION ONION CAPTION GRADUATION ...
ATION
```



라빈-카프 알고리즘(1)

- ◆ 스트링을 숫자값으로 바꾼 다음 해시 값을 계산하여 매 칭하는 알고리즘
- ◆ 최악의 시간 복잡도는 O(MM)이지만 평균적으로는 선형 에 가까운 O(M+M)의 시간 복잡도를 보여줌
- ◆ 이론적인 배경
 - 첫 번째 M 자리의 나머지를 구한 다음부터는 한 자리씩만 추가 하면서 간단한 계산으로 나머지를 구할 수 있으므로 빠른 시간에 스트링 탐색을 수행



호너의 방법

◆ 패턴 P[M]에 대한 10진수 p의 계산 과정

$$p = P[0] \cdot 10^{m-1} + P[1] \cdot 10^{m-2} + \dots + P[m-1] \cdot 10^{0}$$

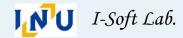
= $P[m-1] + 10(P[m-2] + 10(P[m-3] + \dots + 10(P[1] + 10P[0]) \dots))$

◆ 패턴 P[M] = 31415라고 할 때, p를 구하는 과정

$$p = 31415$$

$$= 3 \cdot 10^{4} + 1 \cdot 10^{3} + 4 \cdot 10^{2} + 1 \cdot 10^{1} + 5 \cdot 10^{0}$$

$$= 5 + 10(1 + 10(4 + 10(1 + 10 \cdot 3)))$$



계산 예

d = 10, q = 13, m = 5
D =
$$10^4 \mod 13 = 3$$

 $14152 \mod 13 = ((31415 - 3 \cdot 10^4)10 + 2) \mod 13$
= $((7 + 10 \cdot 13 - 3 \cdot 3)10 + 2) \mod 13$
= $(11 \cdot 10 + 2) \mod 13$
= 8

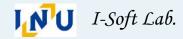
- $-31415 \mod 13 = 7$
- $-128 \mod 13 = 11$
- $-112 \mod 13 = 8$

라빈-카프 알고리즘(2)

```
RK(p[], t[])
 dM \leftarrow 1; h1 \leftarrow 0; h2 \leftarrow 0;
 M \leftarrow 패턴의 길이; N \leftarrow 텍스트의 길이;
 for (i \leftarrow 1; i < M; i \leftarrow i + 1) do
     dM \leftarrow (d*dM) \mod q;
 for (i \leftarrow 0; i < M; i \leftarrow i + 1) do {
     h1 \leftarrow (h1 * d + index(p[i])) \mod q;
     h2 \leftarrow (h2 * d + index(t[i])) \mod q;
 return i;
end RK()
```

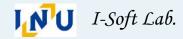
패턴 매칭 알고리즘

- ◆ 패턴 매칭(pattern matching)
 - » 텍스트 스트링에서 원하는 문자 패턴을 찾아 내는 것
 - > 패턴 기술
 - ① 접합(concatenation)
 - 패턴에서 인접해 있는 두 문자가 텍스트에서 나타나면 매 치
 - ② 논리합(or)
 - 두 개의 문자 중 하나가 텍스트에 나타나면 매치
 - ③ 폐포(closure)
 - 특정한 문자가 0개 이상 나타나면 매치



정규식(regular expression)

- ◆ 세 가지 기본 연산들로 이루어진 심볼들의 스트 링
- ◆ 심볼(symbol)
 - > * : 괄호 안에 있는 문자들이 0번 이상 나타남
 - > ?:어떤 문자와도 매치됨
- 예
 - > ?*(ie+ei)?* : *ie* 또는 *ei* 를 가지고 있는 모든 단어
 - > (1+01)*(0+1): 연속적으로 두 개의 0이 나오지 않는 0과 1로 이루어진 모든 스트링



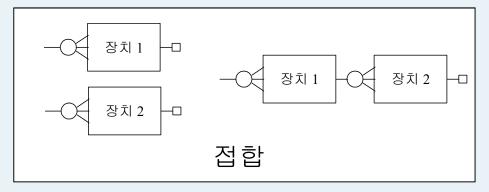
패턴 매칭 장치

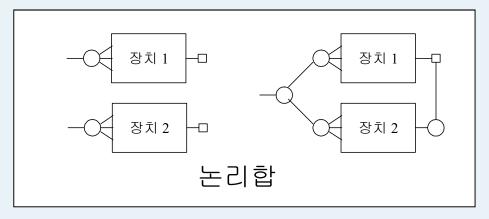
- ◆ 패턴 매칭 장치(pattern matching machine)
 - > 패턴 매칭에 사용되는 장치 패턴
 - ▶ 결정적(deterministic) 장치
 - 각각의 상태 전이가 다음 입력 문자에 의해 완전하게 결정되는 것
 - 예 : KMP 알고리즘을 위한 유한 상태 장치
 - ▶ 비결정적(nondeterministic) 장치
 - 패턴을 매치하기 위해 하나 이상의 방법이 있을 경우 장치가 올바른 것을 찾아 나가는 것
 - 텍스트 스트링에서 (A*B+AC)D와 같은 정규식을 찾는 경우 사용되며, 유일한 시작 상태와 종료 상태를 가진다.

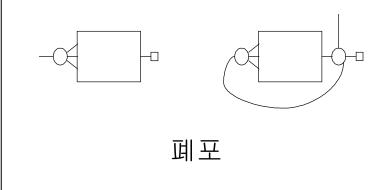


패턴 매칭 장치 구성 방법

◆ 패턴 매칭 구성 장치

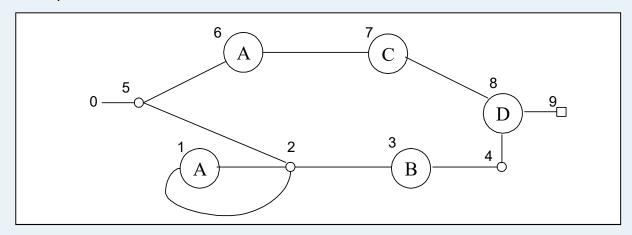






패턴 매칭 장치의 예

◆ (A*B+AC)D를 위한 비결정적 패턴 매칭 장치



◆ 패턴 매칭 장치의 배열 표현

	[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]
ch		Α		В			Α	С	D	
next1	5	2	3	4	8	6	7	8	9	0
next2	5	2	1	4	8	2	7	8	9	0

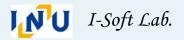
패턴 매칭 알고리즘 구현

- ◆ 패턴 매칭 장치를 구현
 - > 모든 가능한 매치를 체계적으로 조사
 - > 장치를 구현하는데 가장 적합한 자료구조
 - > 데크(deque: double-ended queue)를 사용
 - 스택과 큐의 특징을 조합
 - 양방향에서 항목을 추가하는 것이 가능
 - 입력은 양방향에서 가능
 - 삭제는 데크의 처음에서만 가능한 출력-제한 데크 (output-restricted deque)로 사용
- ◆ N 문자로 이루어진 텍스트 스트링에서 M-상태 장치가 패턴을 찾는 것은 최악의 경우에도 NM 번 이하의 상태 전이만이 필요



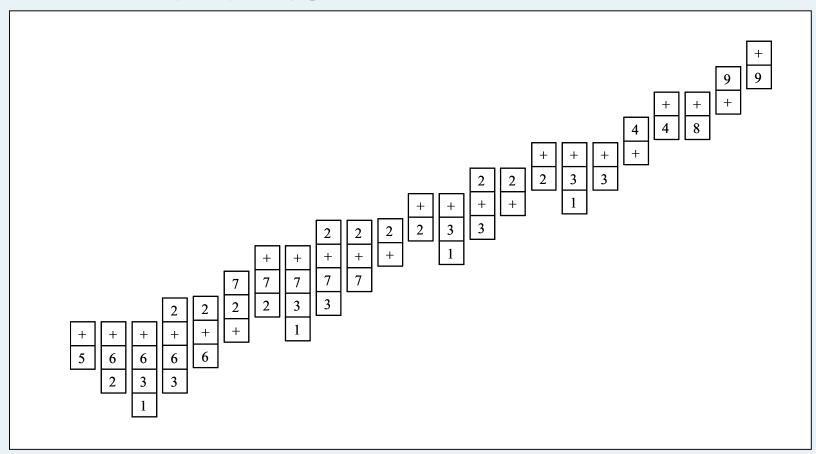
동작 과정

- ◆ 문자가 매치됨 → 새로운 상태를 데크의 끝에 삽입 (insertLast)
- ◆ 상태가 비어 있음 → 두 개의 가능한 상태를 데크의 처음 에 삽입(insertFirst)
- ◆ scan을 만남 → 입력 스트링에 대한 포인터를 다음 문 자로 이동
- ◆ 종료 조건
 - ▶ 입력의 끝까지 갔을 때 (매치되지 않음)
 - ▶ 상태 0을 만남 (매치됨)
 - > 데크에 scan 마크 하나만 남음 (매치되지 않음)



패턴 매칭 알고리즘 수행 예

◆ AAABD를 식별하는 과정



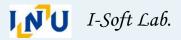
화일 압축 알고리즘

- ◆ 화일 압축(file compression)
 - ▶ 시간보다는 공간을 절약하는 방법에 대해 연구
 - 대부분의 컴퓨터 화일에서 데이터가 중복되어 있다는 것에 착안
 - ▶ 대상
 - 텍스트 파일
 - 인코딩된 이미지의 래스터 파일
 - 사운드나 다른 아날로그 신호의 디지털 표현 등



특성

- ◆ 일반적인 압축 방법은 압축되지 않고 원래보다 길이를 더 길게 만드는 화일이 존재함
- ◆ 화일 압축 기법은 중요하지 않음
 - > 컴퓨터 저장장치의 가격이 극적으로 하락하고 있음
- ◆ 화일 압축 기법은 더 중요해 짐
 - ▶ 파일의 크기가 점점 더 커지고 있으므로 약간의 압축 으로도 많은 양을 절약할 수 있음



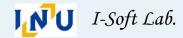
런-길이 인코딩(1)

- ◆ 런-길이 인코딩(run-length encoding)
 - > 동일한 문자가 여러 개 나올 경우 숫자와 문자 쌍으로 화일을 압축하는 기법
 - > 이진수로 표현되는 비트맵 이미지를 압축하는 데 사용



런-길이 인코딩 (2)

- ◆ 화일에서 가장 기본적인 중복은 같은 문자가 연속적 으로 나타나는 것임
 - AAAABBCCC → 4A2B3C
 - \rightarrow 0000001111000 \rightarrow 6 4 3
- ◆ 문자를 사용한 화일 압축 기법은 숫자와 문자가 혼합 되어 있는 화일에는 적용할 수 없음
 - ▶ 텍스트에서 드물게 나타나는 문자를 탈출 문자(escape character) 로 사용
 - ▷ 탈출 순차(escape sequence): 탈출 문자, 개수, 1개의 반복 문자
 - > AAAABBCCCCC → QDABBQEC
 - > Q:Q<space>
 - > 50개의 B: QZBQXB



가변-길이 인코딩

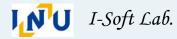
- ◆ 가변-길이 인코딩(variable-length encoding)
 - 자주 나타나는 문자에는 적은 비트를 사용하고 드물게 나타나는 문자에는 많은 비트를 사용하여 인코드(encode)하는 압축 기법
- ◆ ABRACADABRA 에 다섯 비트를 사용

문자	А	В	С	D	R
빈도수	5	2	1	1	2
코드	00001	00010	00011	00100	10010

- ◆ ABRACADABRA에 대한 코드 할당

문자	Α	В	С	D	R
빈도수	5	2	1	1	2
코드	0	1	10	11	01

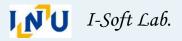
> 0 1 01 0 10 0 11 0 1 01 0



트라이(1)

◆ 트라이(trie)

- 하나의 문자 코드가 다른 문자 코드의 접두부가 되지 않는 것을 보장하는 자료구조
- ▶ 비트 스트링을 유일하게 디코드 할 수 있음
- ▶ 하나의 문자열로부터 여러 개의 트라이를 생성할 수 있음
 - 여러 개의 트라이 중에서 어떤 것이 가장 효율적인 것인지를 결정하는 방법이 있어야 함

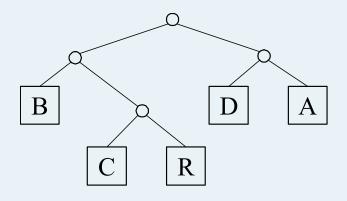


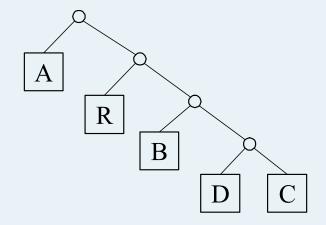
트라이(2)

- ◆ ABRACADABRA에 대한 두 가지 인코딩 트라이
 - ◆ A: 11, B: 00, C: 010

D: 10, R: 011

◆ A: 0, R: 10, B: 110 D: 1110, C: 1111





허프만 인코딩

- ◆ 허프만 인코딩(huffman encoding)
 - 여러 트라이 중 가장 좋은 트라이를 결정하는 일반적인 기법
 - > 우선순위 큐를 사용하여 빈도수가 가장 작은 문자부터 차례로 트라이를 만듦
 - > 인코딩된 메시지의 길이
 - 허프만 빈도수 트리의 가중치 외부 경로 길이 (weighted external path length)와 같게 됨
 - 동일한 빈도수를 가지는 경우
 - 허프만 트리가 최적해가 됨

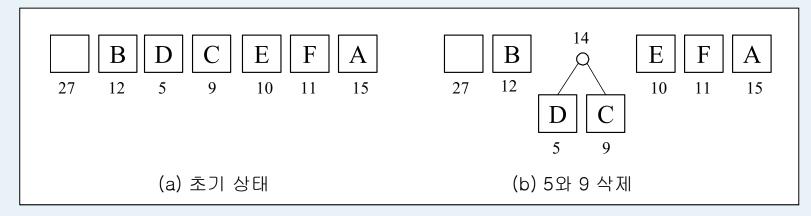


허프만 트리의 구축 과정(1)

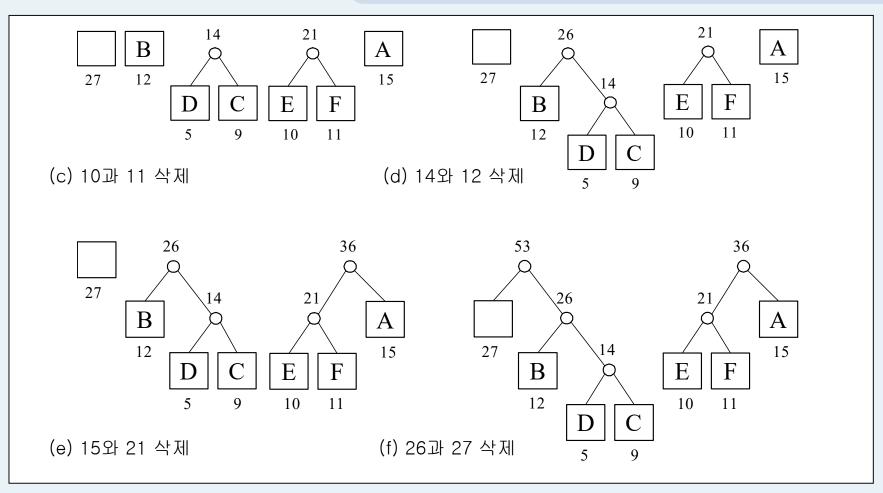
- ◆ 최소 히프
 - > 허프만 트리의 자료구조에 가장 적합
- ◆ 주어진 텍스트의 빈도수를 계산

		А	В	O	D	Е	F
k	0	1	2	3	4	5	6
count[k]	27	15	12	9	Ю	10	11

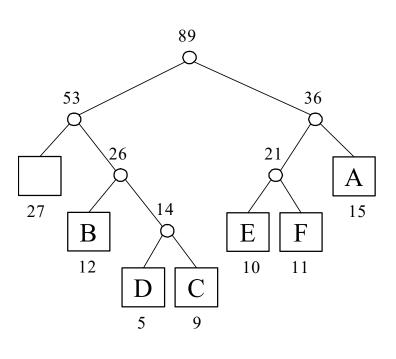
◆ 허프만 트리 구축



허프만 트리의 구축 과정(2)



허프만 트리의 구축 과정(3)



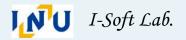
(g) 36과 53 삭제

허프만 코드

◆ 허프만 인코딩에 사용될 코드를 할당

		А	В	С	D	E	F
k	0	1	2	3	4	5	6
len[k]	2	2	3	4	4	3	3
code[k]	0	3	2	7	6	4	5
	00	11	010	0111	0110	100	101

- > len[k] 허프만 코드의 길이
- ▶ code[k] 십진수로 표현한 허프만 코드



허프만 인코딩 실행 예(1)

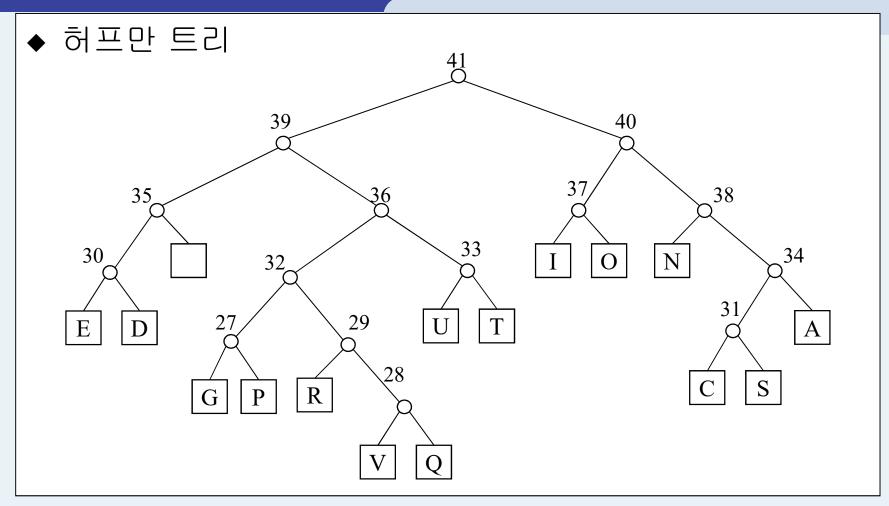
- ♦ VISION QUESTION ONION CAPTION GRADUATION EDUCATION
- ◆ 문자 빈도수

		А	С	D	Е	G	I	N	0	Р	Q	R	S	Т	U	>
k	0	1	3	4	5	7	9	14	15	16	17	18	19	20	21	22
count[k]	5	4	2	2	2	1	7	7	7	1	1	1	2	4	3	1

◆ 부모 노드 표현

k	0	1	3	4	5	7	9	14	15	16	17	18	19	20	21	22
count[k]	5	4	2	2	2	1	7	7	7	1	1	1	2	4	3	1
dad[k]	-35	-34	31	-30	30	27	37	38	-37	-27	-28	29	-31	-33	33	28
k	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	
count[k]	2	2	3	4	4	5	7	8	9	12	14	15	21	29	50	
dad[k]	32	-29	-32	35	34	36	-36	-38	39	-39	40	-40	41	-41	0	

허프만 인코딩 실행 예(2)



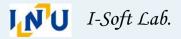
허프만 인코딩 실행 예(3)

◆ 허프만 코드

	k	code[k]	len[k]	
	0	1	3	001
А	1	15	4	1111
С	3	28	5	11100
D	4	1	4	0001
Е	5	0	4	0000
G	7	8	5	01000
1	9	4	3	100
N	14	6	3	110
0	15	5	3	101
Р	16	9	5	01001
Q	17	23	6	010111
R	18	10	5	01010
S	19	29	5	11101
Т	20	7	4	0111
U	21	6	4	0110
V	22	22	6	010110

암호화 알고리즘

- ◆ 암호화(cryptology)
 - 일반적인 텍스트를 관련 없는 사람들이 읽을 수 없도록 하는 것
- ◆암호화 알고리즘
 - > 컴퓨터를 사용하여 암호화를 수행할 때 사용 되는 것
 - ▶ 암호 작성(cryptography)
 - 비밀 통신 시스템을 설계
 - > 암호 해독(cryptanalysis)
 - 비밀 통신 시스템을 해독하는 방법을 연구



암호화 시스템

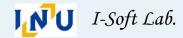
- ◆ 암호화 시스템(cryptosystem)
 - > 송신자: 메시지를 암호화(encrypt)
 - > 수신자: 메시지를 복호화(decrypt)
 - > 암호화 기법(encryption method)
 - > 복호화 기법(decryption method)
 - > 키 매개변수(key parameters)



단순한 기법(1)

- ◆카이사르 암호화(Caesar cipher)
 - > 고대 로마의 카이사르가 사용했다고 알려짐
 - ▶ 평문에 있는 문자가 알파벳의 N번째 문자라면, 이것을 (N+K)번째 문자로 교체
 - > K=1일 때 카이사르 암호화의 예

평 문	S	А	V	Е		Р	R	I	V	А	Т	Е		R	Υ	А	N
암호문	Т	В	W	F	А	Q	S	J	W	В	U	F	А	S	Z	В	0



단순한 기법(2)

- ◆ 문자 변환표를 이용한 암호화
 - ▶ 단순한 카이사르 암호화보다 훨씬 강력한 암호화 기법
 - > 문자 변환표의 예

	А	В	С	О	E	F	G	I	_	J	K	L	М	Ν	0	Р	Q	R	S	Т	U	V	W	Χ	Υ	Z
Q	Н	С	В	Е	J	K	А	R	W	S	Т	U	V	D		I	0	Р	X	Z	F	G	L	М	Ν	Y

> 위 변환표를 사용한 암호화의 예

평 문	S	А	V	E		Р	R	ı	V	А	Т	E		R	Υ	Α	N
암호문	X	Н	G	J	Q	I	Р	W	G	Н	Z	J	Q	Р	N	Н	D

단순한 기법(3)

- ◆ 비즈네르(Vigenere) 암호화
 - > 평문의 각 문자에 대해 서로 다른 변환표를 사용
 - ▶ 비즈네르 암호화의 예

키	А	В	С	Α	В	С	А	В	С	Α	В	С	Α	В	С	Α	В
평 문	S	Α	V	Е		Р	R	ı	V	Α	Т	Е		R	Y	Α	Ν
암호문	Т	O	Υ	F	В	S	S	К	Υ	В	V	Н	Α	Т	Α	В	Р

- ◆ 버넘(Vernam) 암호화
 - ▶ 비즈네르 암호화에서 키의 길이를 평문의 길이와 같게 한 것
 - > 유일하게 안전성이 증명된 암호화 시스템

단순한 기법(4)

- ◆ 이진수의 암호화
 - ▶ 배타적 논리합(exclusive-or) 연산 사용

x	XOR	у
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

암호화

키	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
평 문	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
암호문	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1

복호화

7	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
암호문	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1
평 문	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0

단순한 기법(4)

- ◆ 암호화/복호화 장치 (encryption/decryption machine)
 - 버넘 암호화 기법을 사용하기 어려운 많은 양의 데이터를 암호화할 수 있음
 - > "의사 키(pseudo-key)" 사용
 - > 키 스트림을 생성하는 과정
 - 해싱이나 난수 발생 알고리즘과 매우 유사

공개 키 암호화 시스템(1)

- ◆ 공개 키 암호화 시스템(public-key cryptosystem)
 - > 안전하게 키를 분배하는 문제를 해결하기 위해 개발됨
 - > 메시지를 보낼 때
 - 송신자는 수신자의 공개 키를 찾아 사용하여 암호화한 후 전송
 - > 메시지를 읽을 때
 - 수신자는 자신이 가진 비밀 키(secret key)를 사용하여 복호화
 - > 공개 키 암호화 시스템의 구성 조건
 - P 공개 키, S 비밀 키, M 메시지
 - \bigcirc S(P(M)) = M
 - ② 모든 (S, P) 쌍은 유일해야 한다.
 - ③ P로부터 S를 알아내는 것은 M을 해독하는 것만큼 어려워야 한다.
 - ④ S와 P는 쉽게 계산할 수 있어야 한다.



공개 키 암호화 시스템(2)

- ◆ 공개 키 암호화 시스템의 기본적인 전제
 - 주어진 큰 숫자가 소수인지를 결정하는 빠른 알고리 즘은 있지만, 주어진 큰 비소수의 소수 인자를 찾아내 는 빠른 알고리즘은 없음
 - 예 1)
 - 130자리 수가 소수인지 검사하는 데는 7분이 소요
 - 63자리 두 소수를 곱해서 얻은 수의 두 소수 인자를 찾아내는 데는 4*10⁶년이 소요
 - 예 2)
 - 200자리 숫자가 어떤 두 소수의 곱으로 이루어지는지 알아내는 알고리즘은 수백만 년의 시간이 소요



RSA 알고리즘

- ◆ RSA (Rivest, Shamir and Adleman) 알고리즘
 - > 공개 키 암호화 시스템에서 사용되는 대표적인 알고리즘
 - ▶ 메시지를 선형 시간에 암호화
 - ightharpoonup 암호화 : $C = P(M) = M^P \mod N$
 - ▶ 복호화 : M = S(C) = C^S mod N

RSA 알고리즘 사용 예(1)

- ◆ 공개키와 비밀키 계산 방법
 - > 3 개의 소수를 선택
 - *s* = 97(비밀키: 가장 큰 수), *x* = 47, *y* = 79
 - ▶ N을 선택
 - N=x・y 이므로 47・79 = 3713
 - > *p*를 선택
 - $ps \mod (x-1)(y-1) = 10$ 되는 p = 2 찾음
 - $p \cdot 97 \mod 46 \cdot 78 = 1$
 - $p \cdot 97 \mod 3588 = 1$
 - $p \cdot 97 = 3589$
 - $p = 3589 \div 97 = 37$
 - ▶ 공개 키 *p* = 37



RSA 알고리즘 사용 예(2)

◆ 암호화 과정

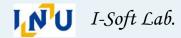
- > SAVE PRIVATE RYAN을 A는 01, B는 02, C는 03 등의 십진수로 인코딩
 - 190122050016180922012005001825011400

> 암호화 계산

- $1901^{37} \mod 3713 = 0335$
- 2205³⁷ mod 3713 = 1472
- $0016^{37} \mod 3713 = 1447$
- $1809^{37} \mod 3713 = 3060$
- 2201³⁷ mod 3713 = 1548
- $2005^{37} \mod 3713 = 1608$
- $0018^{37} \mod 3713 = 3091$
- $2501^{37} \mod 3713 = 0654$
- $1400^{37} \mod 3713 = 1414$

> 암호화된 메시지

033514721447306015481608309106541414



RSA 알고리즘 사용 예(3)

- ◆ 복호화 과정
 - > 복호화 계산
 - $0335^{97} \mod 3713 = 1901$
 - $1472^{97} \mod 3713 = 2205$
 - $1447^{97} \mod 3713 = 0016$
 - ...
 - > 복호화된 메시지
 - 190122050016180922012005001825011400

