# Teoría de juegos

#### Introducción

La Teoría de Juegos se desarrollo con el simple hecho de que un individuo se relacionen con otro u otros. Hoy en día se enfrenta cotidianamente a esta teoría, en cualquier momento. Para el hombre la importancia que representa la Teoría de Juegos es evidente, pues a diario se enfrenta a múltiples situaciones que son juegos.

Actualmente la Teoría de Juegos se ocupa sobre todo de que ocurre cuando los hombres se relacionan de forma racional, es decir, cuando los individuos se interrelacionan utilizando el raciocinio. Sin embargo, la Teoría de Juegos tiene todas las respuestas a los todos problemas del mundo.

## ¿Qué es la teoría de juegos?

La Teoría de Juegos consiste en razonamientos circulares, los cuales no pueden ser evitados al considerar cuestiones estratégicas. Por naturaleza, a los humanos no se les va muy bien al pensar sobre los problemas de las relaciones estratégicas, pues generalmente la solución es la lógica a la inversa.

En la Teoría de Juegos la intuición no es muy fiable en situaciones estratégicas, razón por la que se debe entrenar tomando en consideración ejemplos instructivos, sin necesidad que los mismos sean reales.

# Origen de la teoría de juegos

La Teoría de Juegos fue creada por Von Neumann y Morgenstern, y descriptas en su libro clásico The Theory of Games Behavior, publicado en 1944. Otros habían anticipado algunas ideas. Los economistas Cournot y Edgeworth fueron particularmente innovadores en el siglo XIX. Otras contribuciones posteriores mencionadas fueron hechas por los matemáticos Borel y Zermelo. El mismo Von Neumann ya había puesto los fundamentos en el artículo publicado en 1928. Sin embargo, no fue hasta que apareció el libro de Von Neumann y Morgenstern que el mundo comprendió cuán potente era el instrumento descubierto para estudiar las relaciones humanas.

Von Neumann y Morgenstern investigaron dos planteamientos distintos de la Teoría de Juegos. El primero de ellos el planteamiento estratégico o no cooperativo. Von Neumann y Morgenstern resolvieron este problema en el caso particular de juegos con dos jugadores cuyos intereses son diametralmente opuestos. A estos juegos se les llama estrictamente competitivos, o de suma cero, porque cualquier ganancia para un jugador siempre se equilibra exactamente por una pérdida correspondiente para el otro jugador. El ajedrez, el backgammon y el póquer son juegos tratados habitualmente como juegos de suma cero.

En el segundo de ellos desarrollaron el planteamiento coalicional o cooperativo, en el que buscaron describir la conducta óptima en juegos con muchos jugadores. Puesto que éste es un problema mucho más difícil, no es de sorprender que sus resultados fueran mucho menos precisos que los alcanzados para el caso de suma cero y dos jugadores. En particular, Von Neumann abandono todo intento de especificar estrategias óptimas para jugadores individuales. En lugar de ello se propuso clasificar los modelos de formación de coaliciones que son consistentes con conductas racionales.

# Aplicaciones de la teoría de juegos

La Teoría de Juegos actualmente tiene muchas aplicaciones, sin embargo, la economía es el principal cliente para las ideas producidas por los especialistas en Teoría de Juego. Entre las disciplinas donde hay aplicación de la Teoría de Juegos tenemos: La economía, la ciencia política, la biología y la filosofía.

#### Formulación de juegos de dos personas con suma cero

Para ilustrar las características básicas de un modelo de teoría de juegos, considérese el juego llamado *pares y nones*. Éste consiste nada más en que los dos jugadores muestran al mismo tiempo uno o dos dedos. Si el número de dedos coincide, el jugador que apuesta a pares (por ejemplo, el jugador 1) gana la apuesta (digamos \$1) al jugador que va por nones (jugador II). Si el número no coincide, el jugador 1 paga \$1 al jugador II. Entonces, cada jugador tiene dos *estrategias:* mostrar uno o dos dedos. La tabla a continuación contiene el pago en dólares que resulta para el jugador 1 en una *matriz de pagos*.

		Jugador II	
		1 2	
Jugador I	1	1	-1
	2	-1	1

En general, un juego de dos personas se caracteriza por

- 1. Las estrategias del jugador I.
- 2. Las estrategias del jugador II.
- **3.** La matriz de pagos.

Antes de iniciar el juego, cada jugador conoce las estrategias de que dispone, las que tiene su oponente y la matriz de pagos. Una jugada real en el juego consiste en que los dos jugadores elijan al mismo tiempo una estrategia sin saber cuál es la elección de su oponente.

Una estrategia puede constituir una acción sencilla, como mostrar un número par o non de dedos en el juego de pares y nones. Por otro lado, en juegos más complicados que llevan en sí una serie de movimientos, una **estrategia** es una *regla predeterminada que especifica por completo cómo se intenta responder a cada circunstancia posible en cada etapa del juego*. Por ejemplo, una estrategia de un jugador de *ajedrez* indica cómo hacer el siguiente movimiento para *todas* las posiciones posibles en el tablero, de manera que el número total de estrategias posibles sería astronómico. Las aplicaciones de la teoría de juegos involucran situaciones competitivas mucho menos complicadas que el ajedrez pero las estrategias que se manejan pueden llegar a ser bastante complejas.

Por lo general, la **matriz de pagos** muestra la ganancia (positiva o negativa) que resultaría con cada combinación de estrategias para el jugador 1. Se da de esta manera, ya que la matriz del jugador II es el negativo de ésta, debido a la naturaleza de la suma cero del juego.

Los elementos de la matriz pueden tener cualquier tipo de unidades, como dólares, siempre que representen con exactitud la *utilidad* del jugador 1 en el resultado correspondiente. Debe hacerse hincapié en que la utilidad no necesariamente es proporcional a la cantidad de dinero (o cualquier otro bien) cuando se manejan cantidades grandes. Por ejemplo, para una persona pobre \$2 millones (después de impuestos) tal vez vale mucho más que el doble de \$1 millón. En otras palabras, si a una persona se le da a elegir entre: 1) recibir, con el 50% de posibilidades, \$2 millones en lugar de nada y 2) recibir \$1 millón con seguridad, ese individuo tal vez prefiriera este último. Por otro lado, el resultado que corresponde a un elemento 2 en una matriz de pagos debe "valer el doble" para el jugador 1 que el resultado correspondiente a un

elemento 1. Así, dada la elección, debe serle indiferente un 50% de posibilidades de recibir el primer resultado (en lugar de nada) y recibir en definitiva el último resultado.

Un objetivo primordial de la teoría de juegos es establecer *criterios racionales* para seleccionar una estrategia, los cuales implican dos suposiciones importantes:

- 1. Ambos jugadores son racionales.
- 2. Ambos jugadores eligen sus estrategias sólo para promover su propio bienestar (sin compasión para el oponente).

La teoría de juegos se contrapone al *análisis de decisión*, en donde se hace la suposición de que el tomador de decisiones está jugando un juego contra un oponente pasivo, la naturaleza, que elige sus estrategias de alguna manera aleatoria.

Se desarrollará el criterio estándar de teoría de juegos para elegir las estrategias mediante ejemplos ilustrativos. En particular, a continuación se presenta un ejemplo prototipo que ilustra la formulación de un juego y su solución en algunas situaciones sencillas. Después se desarrollará una variación más complicada de este juego para obtener un criterio más general.

## Soluciones de juegos sencillos. Ejemplo prototipo

Dos políticos, contendientes entre sí, se postularon para el Senado de Estados Unidos. En este momento ellos están haciendo sus planes de campaña para los dos últimos días anteriores a las elecciones; se espera que dichos días sean cruciales por ser tan próximos al final. Por esto, ambos quieren emplearlos para hacer campaña en dos ciudades importantes: *Bigtown y Megalopolis*. Para evitar pérdidas de tiempo, están planeando viajar en la noche y pasar un día completo en cada ciudad o dos días en sólo una de las ciudades. Como deben hacer los arreglos necesarios por adelantado, ninguno de los dos sabrá lo que su oponente tiene planeado hasta después de concretar sus propios planes. Cada político tiene un jefe de campaña en cada ciudad para asesorarlo en cuanto al impacto que tendrán (en términos de votos ganados o perdidos) las distintas combinaciones posibles de los días dedicados a cada ciudad por ellos o por sus oponentes. Ellos quieren emplear esta información para escoger su mejor estrategia para estos dos días.

**FORMULACIÓN.** Para formular este problema como un juego de dos personas y suma cero, se deben identificar los *dos jugadores* (obviamente los dos políticos), las *estrategias* de cada jugador y la *matriz de pagos*.

Según la forma en que se estableció el problema, cada jugador tiene tres estrategias:

Estrategia 1 = pasar un día en cada ciudad.

Estrategia 2 = pasar ambos días en Bigtown.

Estrategia 3 = pasar ambos días en Megalopolis.

Por el contrario, las estrategias serían más complicadas en una situación diferente en la que cada político pudiera saber en dónde pasará su oponente el primer día antes de concluir sus propios planes para el segundo día. En ese caso, una estrategia normal sería: pasar el primer día en Bigtown; si el oponente también pasa el día en Bigtown, entonces quedarse el segundo día ahí; sin embargo, si el oponente pasa el primer día en Megalopolis, entonces pasar el segundo día en dicho lugar. Habría *ocho* estrategias de

este tipo, una para cada combinación de las dos posibilidades para el primer día, las dos para el primer día del oponente y las dos alternativas para el segundo día.

Cada elemento de la matriz de pagos para el jugador 1 representa la *utilidad* para ese jugador (o la utilidad negativa para el jugador II) de los resultados obtenidos cuando los dos jugadores emplean las estrategias correspondientes. Desde el punto de vista de los políticos, el objetivo es *ganar votos* y cada voto adicional (antes de conocer el resultado de las elecciones) tiene el mismo valor para él. Entonces, los elementos apropiados en la matriz de pagos se darán en términos del *total neto de votos ganados* a su oponente (esto es, la suma de la cantidad neta de cambios de votos en las dos ciudades) como resultado de estos dos días de campaña. En la siguiente tabla se resume esta formulación.

Estrategia Estrategia		1	Político 2	II 3
	1			
Político I	2			
	3			

También debe hacerse notar que esta matriz de pagos no sería apropiada si se contara con información adicional. En particular, si se conociera cuáles son los planes de votación de las masas dos días antes de las elecciones, el único significado de los datos proporcionados en la tabla anterior sería el de indicar cuál es el político que ganaría las elecciones con cada combinación de estrategias. Como la meta final es ganar la elección y la consecuencia del tamaño de la mayoría es relativa, los elementos de utilidad en la matriz deben ser constantes positivas (como + 1 cuando el político 1 gana y -1 cuando pierde). Aun cuando sólo se pudiera determinar una *probabilidad* de ganar, para cada combinación de estrategias, los elementos apropiados de la matriz serían *la probabilidad de ganar menos la probabilidad de perder*, pues de esta forma representarían las utilidades *esperadas*. Sin embargo, casi nunca se dispone de datos con la suficiente exactitud como para hacer ese tipo de determinaciones.

Con la forma que se usó en la tabla anterior, se darán tres conjuntos de datos para la matriz de pagos, a fin de ilustrar cómo se resuelven tres tipos distintos de juegos.

Variación I. Si la siguiente tabla representa la matriz de pagos para los políticos (jugadores), la pregunta es: ¿cuál será la estrategia que deberá elegir cada uno?

Estrategia		Político II				
Estrategia		1	2	3		
		1	1	2	4	
Po	lítico I	2	1	0	5	
		3	0	1	-1	

Esta situación es bastante especial, en ella se puede obtener la respuesta con sólo aplicar el concepto de **estrategia dominada** para eliminar una serie de estrategias inferiores hasta que quede sólo una para elegir. Específicamente, se puede eliminar una

estrategia cuando está *dominada* por otra, es decir, si existe otra estrategia que *siempre* es al menos tan buena como ésta, sin importar lo que hace el oponente.

En principio, la tabla no incluye estrategias dominadas para el jugador II; pero para el jugador 1, la estrategia 3 está dominada por la estrategia 1, ya que tiene pagos más altos  $(1 \ge 0, 2 \ge 1, 4 \ge -1)$  independientemente de lo que haga el jugador II. Al eliminar la estrategia 3, se obtiene la matriz de pagos reducida:

	1	2	3	
1	1	2	4	
2	1	0	5	

Como se supone que ambos jugadores son racionales, también el jugador II puede deducir que el jugador I sólo dispone de estas dos estrategias. Entonces, ahora el jugador II *tiene* una estrategia dominada: la estrategia 3, que está dominada tanto por la estrategia 1 como por la 2 puesto que siempre tienen menores pérdidas (pagos al jugador I) en esta matriz de pagos reducida (para la estrategia 1:  $1 \le 4$ ,  $1 \le 5$ ; para la estrategia 2:  $2 \le 4$ ,  $0 \le 5$ ). Al eliminar esta estrategia se obtiene

	1	2
1	1	2
2	1	0

En este punto, la estrategia 2 del jugador I se convierte en dominada por la estrategia 1, ya que esta última es mejor en la columna 2  $(2 \ge 0)$  e igual en la columna 1  $(1 \ge 1)$ . Si se elimina esta estrategia dominada se llega a

en donde la estrategia 2 del jugador II está dominada por la estrategia 1 ( $1 \le 2$ ). En consecuencia, ambos jugadores deberán elegir su estrategia 1. Con esta solución, el jugador 1 recibirá un pago de 1 por parte del jugador II (esto es, el político 1 ganará 1000 votos al político II).

En general, el pago para el jugador 1 cuando ambos jugadores juegan de manera óptima recibe el nombre de **valor del juego.** Se dice que se trata de un **juego justo** nada más cuando el juego tiene valor *cero*.

El concepto de *estrategia dominada* es muy útil para reducir el tamaño de la matriz de pagos en cuestión y en algunos casos raros como éste puede, de hecho, identificar la solución óptima del juego.

#### Variación 2.

Dadas las estrategias de filas dominantes, es fácil obtener un resultado esperado. Ahora se presenta un caso en el que no existen filas dominantes por lo que el juego se desarrolla de otra manera. Dada la siguiente matriz de pagos se deduce lo siguiente:

	$\mathbf{b_1}$	$\mathbf{b}_2$	<b>b</b> <sub>3</sub>
$\mathbf{a_1}$	-12	-11	-1
$\mathbf{a}_2$	9	-8	-6
a <sub>3</sub>	20	-10	-13

El enfoque conservador a la lección de la mejor estrategia es suponer lo peor y actuar de conformidad con ello. Así según este enfoque y con referencia en la matriz de pagos. Si A decide sobre la estrategia  $a_1$ , supondría que B escogerá la estrategia  $b_2$ , reduciendo con ello el pago  $a_1$  para A aun valor mínimo o de seguridad de -11. Análogamente, los valores de seguridad para  $a_2$  y  $a_3$  son -8 y -13, respectivamente.

Obsérvese que los valores de seguridad para los distintos movimientos que puede hacer A son los mínimos de filas. Dados estos valores mínimos, hará bien en emplear aquella estrategia que da el máximo de estos valores de seguridad mínimos. En el ejemplo A debe adoptar  $a_2$  y aspira a un pago de -8 a B. Esta regla de decisión, que conduce a la elección del mayor de los valores mínimos en que puede resultan cada estrategia, se llama estrategia maximin.

Entonces, B según esta actitud conservadora, supondría que por cada una de sus acciones, la respuesta de A será tal que la ganancia de A en parte del mercado es la máxima posible. Por ejemplo, si B emplea la estrategia b<sub>1</sub>, supondría que A adoptara la estrategia a<sub>3</sub>, la cual dará la peor perdida posible para B. Análogamente, los peores pagos para b<sub>2</sub> y b<sub>3</sub> son –8 y –1, los máximos valores en las columnas 2 y 3,respectivamente. Así, vemos que el máximo en cada columna es el peor pago por un movimiento correspondiente hecho por B. El mejor de estos peores pagos es claramente el valor mínimo de estas cifras mas altas. Esta cifra –8 en la columna 2, correspondiente a la estrategia b<sub>2</sub> y el movimiento contrario a<sub>2</sub>. Por tanto, la emisión optima, llamada estrategia minimax de B, es b<sub>2</sub>.

Se puede observar según la regla maximin de A y la regla minimax de B el pago es -8. Esta cantidad se llama valor del juego. Si es positivo, se dice que el juego es a favor de A, si es negativo, favorece a B; y, si es cero, se dice que el juego es equitativo. La solución de nuestro problema da un pago de -8, que indica que el juego favorece a B por que B gana 8 por 100 del mercado a expensas de A.

#### 15. Punto de silla de montar

Se ha alcanzado ahora un punto en el que si A adopta la estrategia maximin a<sub>2</sub> su pago es exactamente igual al que B espera que obtenga A sí B emplea la estrategia minimax b<sub>2</sub>. Lo interesante de este caso es que no importa si el jugador A tiene información acerca de lo que va a hacer B, ya que esta solucion a la que se ha llegado es la mejor solucion que se puede esperar si se supone que ambos jugadores son seres racionales

que buscarán la mejor estrategia que les haga perder lo mínimo posible. Entonces esta combinación ofrece a A y B una medida de seguridad Esto es así por que el criterio de decisión maximin de A da a A la "máxima" parte del mercado que puede impedirse a B que reduzca más, y que la regla minimax de B ofrece a B la "mínima" parte del mercado que puede impedirse a A que aumente más.

En otras palabras las estrategias maximin y minimax conducen a los dos jugadores del juego a situaciones en las que ningún jugador tiene razón o incentivo alguno para cambiar su posición. A no desea cambiar por que cuando B juega  $b_2$ , el se encuentra mejor jugando  $a_2$  que  $a_1$  o  $a_3$ . B no desea cambiar por que cuando A juega  $a_2$  se encuentra mejor jugando  $b_2$  que  $b_1$  o  $b_3$ . Evidentemente, se ha alcanzado una situación de equilibrio.

#### Punto de silla de montar

El pago en tal punto de equilibrio es la solución minimax y se conoce como punto de silla de montar de la matriz de pagos en el sentido de que es el mínimo de sus datos de columna. Considerémosla solución del par de decisiones en nuestro ejemplo a2 y b2. Cuando A adopte a2 el pago se reduce de 9 a –8 y luego aumenta de –8 a -6. Cuando B escoge b2, su pago aumenta de –11 a –8 y luego disminuye de –8 a –10. El numero –8 en medio forma un valle cuando es visto desde la segunda fila. Y forma una cordillera cuando es visto desde la segunda columna. La solución minimax semeja exactamente una silla de montar: de ahí el nombre de "punto en silla de montar", que es a la vez un mínimo, como un valle máximo, como una cordillera.

#### Variación 3.

Finalmente llegamos a la última de las variaciones interesantes que se encuentran en estos juegos de suma cero para dos jugadores.

En este caso se presenta la siguiente matriz de pagos:

	<b>b</b> <sub>1</sub>	$\mathbf{b}_2$	<b>b</b> <sub>3</sub>
$\mathbf{a_1}$	0	-2	2
$\mathbf{a_2}$	5	4	-3
a <sub>3</sub>	2	3	-4

Supóngase que ambos jugadores quieren aplicar el criterio mínimas, igual que en la variación 2. El jugador 1 puede garantizar que no perderá más de dos si no juega la estrategia 1. de la misma manera, el jugador 2 puede asegurar que no perderá más de 2

si elige la estrategia 3. Sin embargo vemos que el valor máximo (-2) y el valor mínimo (2) no coinciden en este caso. El resultado es que no hay punto silla.

Se puede observar que el jugador 1 ganaría 2 al jugador 2. Pero, como este es racional puede prever el resultado con lo que concluiría que puede actuar mejor si gana 2 en lugar de perder 2 al jugar la estrategia 2. Como el jugador 1 también es racional, prevendría este cambio y concluiría que él también puede mejorar mucho, de –2 a 4, si cambia a la estrategia 2. Al darse cuenta de esto, el jugador 2 tomaría en cuenta regresar a la estrategia 3 para convertir la pérdida de 4 en una ganancia de 3. Este cambio posible causaría que el jugador 1 usara de nuevo la estrategia 1, después de lo cual volvería a comenzar todo el ciclo.

En pocas palabras la solución sugerida en un principio(usando el criterio minmax inicial) es una solución inestable.

## Juegos con Estrategias mixtas

Siempre que un juego no tenga punto silla, la teoría de juegos aconseja a cada jugador asignar una distribución de probabilidad sobre su conjunto de estrategias. Para expresar esto matemáticamente , sea

Xi = probabilidad de que el jugador I use la estrategia i Yj = probabilidad de que el jugador II use la estrategia j

donde (i = 1,2,...,m) y donde (j = 1,2,...,n)

donde m y n son el numero de estrategia disponible. Así, el jugador I especificara su plan de juego asignando valores a X1, X2, ..., Xm. Como estos valores son probabilidades, tendrán que ser no negativos y sumar 1. De igual manera, el plan para el jugador II se describe mediante los valores que asigne a sus variables de decisión Y1, Y2, ..., Yn. Por lo general se hace referencia a estos planes (X1, X2, ..., Xm) y (Y1, Y2, ..., Yn) con el nombre de estrategias mixtas, y entonces las estrategias originales se llaman estrategias puras.

En el momento de jugar, es necesario que cada participante use una de sus estrategias puras, pero esta estrategia pura se eligira mediante algún dispositivo aleatorio para obtener una observación aleatoria que siga la distribución de probabilidad especificada por la estrategia mixta; esta observación indicara la estrategia pura que se debe usar.

A manera de ilustración, supóngase que los jugadores I y II en la variación 3 del problema de la campaña política eligen las estrategias mixtas (X1, X2, X3) =  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0)$  y (Y1, Y2, Y3) =  $(0, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , respectivamente. Esta selección indica que el jugador I esta dando igual oportunidad (probabilidad  $\frac{1}{2}$ ) de elegir las estrategias puras 1 o 2, pero que esta descartando por completo la estrategia 3. De manera análoga, el jugador II esta eligiendo al azar entre sus dos últimas estrategias puras. Para llevar a cabo la jugada, cada jugador podría tirar una moneda al aire para determinar cual de sus dos estrategias aceptables usara.

Aunque no se cuenta con una medida de desempeño satisfactoria para evaluar las estrategias mixtas, la matriz de pago es una herramienta útil. Al aplicar la definición de valor esperado de la teoría de probabilidad, esta cantidad es

Pago Esperado =  $\Sigma\Sigma$  PijXiYj

En donde pij es el pago si el jugador I usa la estrategia pura i y el jugador II usa la estrategia pura j. En el ejemplo de estrategias mixtas que se acaba de dar existen cuatro pagos posibles (-2, 2, 4, 3), en donde cada uno ocurre con una probabilidad de 1/4, el pago esperado es 1/4 (-2 + 2 + 4 + 3) = 1/4. Así este medida de desempeño no revela nada sobre los riesgos inherentes al juego, pero indica a qué cantidad tiende el pago promedio si el juego se efectuara muchas veces.

Al usar esta medida, la teoría de juegos puede extender el concepto del criterio minimax a juegos que no tienen punto silla y que, por tanto, necesitan estrategias mixtas. En este contexto, el criterio minimax dice que un jugador debe elegir la estrategia mixta que minimice la máxima perdida esperada para sí mismo. Si se analizan los pagos (jugador 1) en lugar de las perdidas (jugador 2), este criterio es maximin, es decir, maximizar el pago esperado minimo para el jugador. Asì, la estrategia mixta para el juagador 1 que, de acuerdo con este criterio, es optima y es la que proporciona la garantia que es la mejor. (el valor de esta mejor garantia es el volor maximin)

Recuerdese que cuando solo se utilizan estrategias puras, resulta que los juegos que no tienen punto silla son inestables. La razon esencial es que el valor maximin es menor que el valor minimax, por lo que los jugadores quieren camiar sus estrtegias para mejorar su posicion. De manera parecida, en los juegos con estrategias mixtas es necesario que el valor maximin sea igual al valor minimax para que la solucion optima sea estable.

Según el teorema minimax de la teoria de juegos esta condicion siempre se cumple para estos juegos

**Teorema Minimax**. Si se permiten estrategias mixtas, el par de estrategias que es optimo de acuerdo con el criterio minimax proporciona una solucion estable con valor maximin igual al valor minimax, igual al valor del juego: de manera que ninguno de los dos jugadores puede mejorar cambiando unilateralmente su estrategia.

#### Contribuciones de John Nash

A principio de los años cincuenta, en una serie de artículos muy famosa el matemático John Nash rompió dos de las barreras que Von Neumann se había autoimpuesto.

En el frente no cooperativo, estos parecen haber pensado que en estrategias la idea de equilibrio, no era en sí misma una noción adecuada para construir sobre ella una teoría. Sin embargo, la formulación general de Nash de la idea de equilibrio hizo ver claramente que una restricción así es innecesaria.

Hoy día, la noción de equilibrio de Nash, la cual no es otra cosa que cuando la elección estratégica de cada jugador es la respuesta óptima a las elecciones estratégicas de los otros jugadores. Nash también hizo contribuciones al planteamiento cooperativo de Von Neumann.

Nash no aceptó la idea de que la teoría de juegos debe considerar indeterminados problemas de negociación entre dos personas y procedió a ofrecer argumentos para determinarlos. Sus ideas sobre este tema fueron generalmente incomprendidas y, tal vez como consecuencia de ello, los primeros años de la teoría de juegos se gastaron principalmente desarrollando el planteamiento cooperativa de Von Neumann en direcciones que finalmente resultaron improductivas.

#### **Conclusiones**

- La Teoría de Juegos consiste en razonamientos circulares, los cuales no pueden ser evitados al considerar cuestiones estratégicas. La intuición no educada no es muy fiable en situaciones estratégicas, razón por la que se debe entrenar.
- Hay dos tipos de respuesta, la del tipo educativo, los jugadores suponen que tienen al equilibrio como el resultado de razonar cuidadosamente y un segundo tipo de respuestas, las evolutivas, según éstas, el equilibrio se consigue, no porque los jugadores piensan todo de antemano, sino como consecuencia de que los jugadores miopes ajustan su conducta por tanteo cuando juegan y se repiten durante largos períodos de tiempo.
- Las estrategias maximin y minimax conducen a los dos jugadores del juego a situaciones en las que ningún jugador tiene razón o incentivo alguno para cambiar su posición.
- Se dice que un jugador posee una estrategia dominante si una estrategia particular es preferida a cualquier otra estrategia a disposición de él.
- Estrategia mixta es una combinación de dos estrategias escogidas a azar, una cada vez, según determinadas probabilidades, en contraste con una estrategia pura que no contiene tales elementos de azar.