

Analisi di una Rete Aerea mediante Social Network Analysis

Carlo Bardazzi 603930, Antonia Giovinazzi 667576, Leonardo Priami 681767

Sommario

Le reti aeree globali rappresentano un esempio classico di rete complessa. Questo studio utilizza tecniche di Social Network Analysis (SNA) per analizzare una rete costruita da dati reali su aeroporti e rotte. L'analisi include la distribuzione del grado, la connettività, il clustering e le proprietà dei percorsi. Confrontiamo inoltre la rete con modelli teorici come Erdos-Renyi e Barabasi-Albert, per valutare come si posiziona rispetto a reti casuali e preferenziali.

Introduzione

Le reti aeree globali combinano elementi di infrastrutture locali e collegamenti intercontinentali, mostrando proprietà tipiche di sistemi complessi. Queste reti sono caratterizzate da pochi nodi centrali (hub) che connettono molti nodi periferici, e da una struttura ottimizzata per efficienza e ridondanza.

1. Costruzione della Rete

Dataset Utilizzati

Abbiamo utilizzato due dataset principali:

- *airports.dat*: un dataset contenente informazioni dettagliate su ogni aeroporto, tra cui il nome, la localizzazione geografica, il codice ICAO e altri metadati.
- *routes.dat*: un file che descrive le connessioni dirette tra aeroporti, identificando l'aeroporto di partenza e di arrivo tramite i rispettivi codici. Dopo una pulizia preliminare dei dati, i nodi rappresentano aeroporti unici e gli archi indicano collegamenti diretti.

Pulizia e Preprocessing

Durante il caricamento dei dati, è stato necessario eseguire alcune operazioni di pulizia. Ad esempio, abbiamo rimosso valori nulli e nodi non validi (identificati con il valore speciale). Inoltre, abbiamo eliminato gli archi duplicati e i loop, ossia i voli che partono e arrivano nello stesso aeroporto.

La rete risultante contiene:

- 6072 nodi, ciascuno rappresentante un aeroporto.
- 19730 archi, con pesi che rappresentano la frequenza delle rotte.

2. Analisi della Rete

2.1 Degree Distribution Analysis

La distribuzione dei gradi ci informa su come i collegamenti sono distribuiti tra i nodi. Nel caso della rete aerea, la distribuzione dei gradi indica il numero di connessioni (voli diretti) per ciascun aeroporto. La Figura 4 mostra la distribuzione logaritmica del grado, evidenziando una forte asimmetria. La maggior parte degli aeroporti ha pochi collegamenti, spesso limitati a voli regionali. Tuttavia, alcuni nodi, come ATL (Atlanta) e PEK (Pechino), si distinguono come hub, con un numero di connessioni significativamente più alto. Questo comportamento segue una distribuzione a legge di potenza, una caratteristica comune nelle reti scale-free. Tali reti sono ottimali per la connettività e la resilienza. Le funzioni CDF e CCDF mostrano che la probabilità di trovare un aeroporto con un numero elevato di connessioni decresce rapidamente. Questo riflette una rete dominata da pochi nodi altamente connessi, che agiscono come punti critici per la connettività globale.

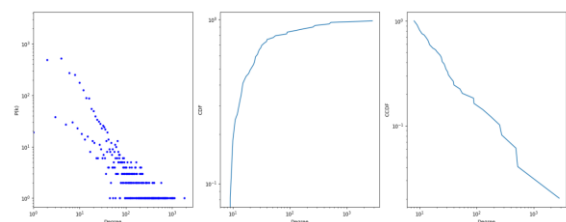


Figura 1: Distribuzione del grado e (CDF,CCDF)

2.2 Connected Components Analysis

La rete contiene 2809 componenti connesse. Tuttavia, la maggior parte dei nodi (il 54%) appartiene alla gigante componente, una componente principale che garantisce la connettività globale della rete. Le restanti componenti, più piccole, rappresentano aeroporti isolati o connessi solo a pochi nodi.



Figura 2: Visualizzazione della componente gigante.

La componente gigante occupa una gran parte della rete, suggerendo una forte interconnessione tra gli aeroporti principali.

2.3 Path Analysis

Un'altra proprietà fondamentale di una rete è la lunghezza dei percorsi. Abbiamo calcolato:

- Lunghezza media: pari a 3.79, il che significa che, in media, sono necessari meno di quattro voli per connettere due aeroporti qualsiasi nella gigante componente.
- Diametro massimo: pari a 12, che rappresenta il percorso più lungo all'interno della rete.

Questi risultati evidenziano un'elevata efficienza della rete, resa possibile dagli hub principali che riducono significativamente le distanze.

2.4 Clustering Coefficient Analysis

Il coefficiente di clustering globale è 0.045, indicando che la rete sia poco clusterizzata. Il basso clustering è coerente con una rete aerea globale, dove la connettività è dispersa tra molti nodi piuttosto che concentrata in piccole comunità.

2.5 Density Analysis

La densità di una rete è definita come il rapporto tra il numero di archi presenti e il numero massimo possibile di archi nella rete, ed è un indicatore di quanto la rete sia connessa. Nel nostro caso, la densità calcolata è pari a 0.00042, un valore decisamente basso. Questo risultato riflette la natura della rete del traffico aereo, che è intrinsecamente sparse: non tutti gli aeroporti sono direttamente collegati tra loro. La maggior parte

delle connessioni riguarda rotte specifiche o regioni, mentre solo un numero limitato di nodi centrali, i cosiddetti hub, gestisce molteplici connessioni. Una densità così bassa implica che le connessioni esistenti siano progettate in maniera ottimale, riducendo la ridondanza. Tuttavia, questo rende la rete vulnerabile alla perdita di nodi centrali, poiché ciò potrebbe causare gravi interruzioni del traffico.

2.6 Centrality Analysis

L'analisi delle centralità è essenziale per identificare i nodi più importanti all'interno della rete. Diverse metriche sono state calcolate per caratterizzare il ruolo di ciascun aeroporto nella rete. Di seguito presentiamo una sintesi delle principali analisi condotte:

- Degree Centrality: misura il numero di connessioni dirette di un nodo. I nodi con un alto grado rappresentano aeroporti altamente connessi, ossia hub principali. Questo indica una struttura hub-and-spoke, dove pochi aeroporti svolgono un ruolo centrale.
- Closeness Centrality: quantifica quanto un nodo sia "vicino" agli altri calcolando la distanza media dagli altri nodi della rete. Gli aeroporti con un'elevata closeness centrality sono strategicamente posizionati per facilitare connessioni rapide e minimizzare i tempi di transito.
- Betweenness Centrality: evidenzia i nodi che fungono da "ponti" tra diverse parti della rete. Gli aeroporti con alta betweenness sono cruciali per la connettività globale, poiché la loro rimozione potrebbe isolare intere sezioni della rete.
- Eigenvector Centrality: misura l'influenza di un nodo in base alla centralità dei suoi vicini. Gli aeroporti con un'elevata eigenvector centrality sono quelli che non solo sono ben connessi, ma sono anche collegati ad altri nodi centrali.

3. Confronto con Modelli Teorici

3.1 Rete Erdos-Renyi (ER)

Il modello ER genera un grafo casuale, in cui ogni coppia di nodi ha una probabilità p di essere connessa. Per costruire il grafo, ho calcolato p utilizzando la formula:

$$p = \frac{2L}{N(N-1)}$$

Dove $L = 19,730$ è il numero di archi e $N = 6,072$ è il numero di nodi, ottenendo $p \approx 0.00053$.

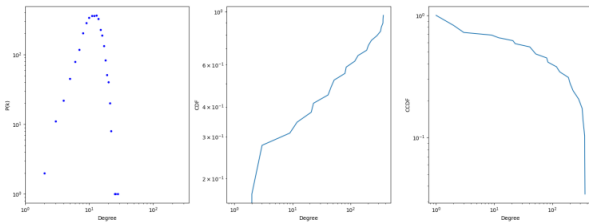


Figura 3: Distribuzione del grado e (CDF, CCDF)

Le proprietà del grafo ER costruito sono:

- Distribuzione dei gradi: segue una distribuzione normale (Poisson), con la maggior parte dei nodi aventi un numero simile di connessioni. Questo differisce dalla legge di potenza osservata nella rete reale, dove pochi nodi (hub) concentrano gran parte delle connessioni.
- Numero di componenti connesse: la rete ER presenta solo 28 componenti, a differenza delle 2809 nella rete reale. Ciò accade perché la connettività globale è distribuita in modo uniforme.
- Efficienza dei percorsi: la lunghezza media dei percorsi è leggermente maggiore rispetto alla rete reale (~ 4.1), mentre il diametro massimo comparabile. Tuttavia, l'assenza di hub rende la rete ER meno efficiente nel connettere nodi distanti.

3.2 Rete Barabasi-Albert (BA)

Il modello BA è stato progettato per rappresentare reti scale-free, caratterizzate da una distribuzione dei gradi a legge di potenza. Utilizzando $m = 3$, calcolato come:

$$m = \frac{\langle k \rangle}{2}$$

Dove $\langle k \rangle \approx 6.5$ è il grado medio nella rete reale, ho generato un grafo BA con 6072 nodi.

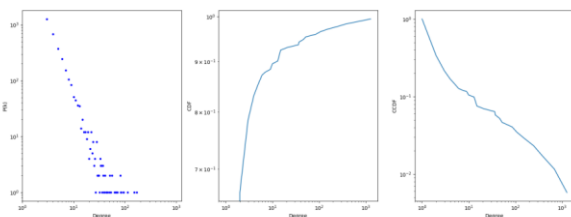


Figura 4: Distribuzione del grado e (CDF, CCDF)

Le proprietà della rete BA sono:

- Distribuzione dei gradi: segue una legge di potenza simile a quella della rete reale, con la presenza di pochi hub altamente connessi.
- Numero di componenti connesse: la rete BA presenta una singola componente connessa, il che riflette la capacità del modello di catturare la connettività globale della rete reale.
- Efficienza dei percorsi: la lunghezza media dei percorsi (~ 3.8) e il diametro massimo sono comparabili con quelli della rete reale.
- Hub e resilienza: come nella rete reale, gli hub nella rete BA giocano un ruolo cruciale nel mantenere la connettività. Tuttavia, il modello BA non cattura completamente la regionalizzazione osservata nella rete reale, dove alcuni hub servono principalmente rotte locali.

In conclusione, il modello BA cattura meglio la struttura della rete reale rispetto al modello ER, evidenziando la natura scalabile delle reti aeree.

4. Network Manipulation and Analysis

Cluster 1: Data analysis: Network Resilience, analisi delle reti aeroportuali

La resilienza di una rete rappresenta la sua capacità di mantenere la connettività e le funzionalità operative nonostante guasti o attacchi. In questa sezione si analizza la resilienza di una rete aeroportuale costruita utilizzando i dati degli aeroporti e delle rotte aeree. Il grafo generato è stato analizzato per identificare elementi critici, come ponti e nodi con elevata sovrapposizione di vicinato, e confrontato con reti casuali e scalabili per valutarne la robustezza.

Il grafo è costruito con i nodi che rappresentano gli aeroporti, gli archi rappresentano le rotte aeree tra gli aeroporti.

Un ponte è un arco che, se rimosso, aumenta il numero di componenti connessi del grafo. Abbiamo notato la presenza di ben 1284 ponti e ben 817 rotte con “span infinito”, cioè archi critici che non possono essere sostituiti da percorsi alternativi.

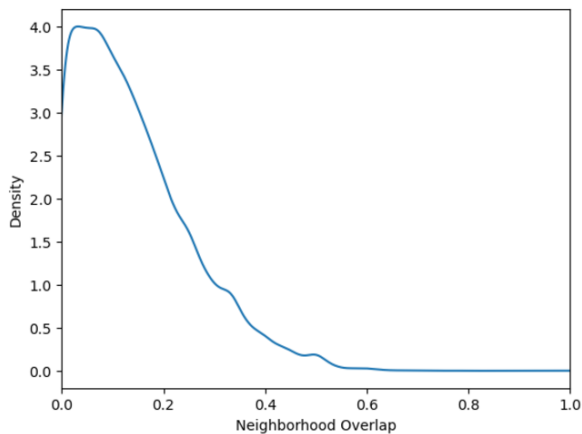


Figura 5: sovrapposizione vicinato

Dall'analisi della sovrapposizione del vicinato notiamo che c'è un grande numero di collegamenti nel grafo con un basso valore di sovrapposizione tra 0 e 1. Questo significa che molte connessioni tra i nodi sono relativamente isolate, con pochi o nessun vicino comune tra i nodi collegati.

Abbiamo una rete formata da molti collegamenti con poca sovrapposizione tra i vicini, cioè una struttura abbastanza dispersa o frammentata.

Confronto con reti casuali e scalabili

Sono stati generati due tipi di reti artificiali per confrontare la resilienza strutturale:

Reti casuali (Erdős-Rényi): Con una probabilità uniforme di connessione tra i nodi.

Grado medio: 2.064.

Soglia di guasto critico: 0.06

Reti scalabili (Barabási-Albert): Con distribuzione del grado a potenza, tipica delle reti reali.

Grado medio: 4.992.

Soglia di guasto critico: 0.749.

Le reti scalabili mostrano una maggiore robustezza nei confronti di guasti casuali grazie alla loro struttura basata su hub altamente connessi. Tuttavia, questi hub rappresentano vulnerabilità critiche in caso di attacchi mirati.

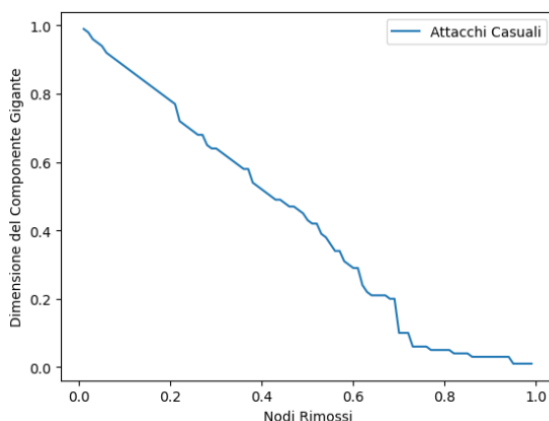


Figura 6: rimozione con la strategia attacchi mirati

La figura 6 illustra la risposta della rete aeroportuale con la strategia attacchi casuali.

Si osserva un declino progressivo e lineare nella dimensione del componente gigante con l'aumento della frazione di nodi rimossi.

La rete mostra una buona resilienza ai guasti casuali. Questo comportamento è tipico delle reti scalabili, in cui la maggior parte dei nodi ha un basso grado e contribuisce marginalmente alla connettività globale. I nodi altamente connessi (hub) rimangono intatti, preservando la struttura della rete.

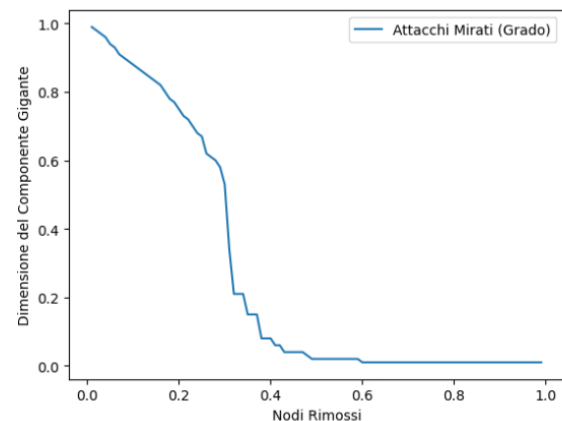


Figura 7: rimozione dei nodi con la strategia di attacchi mirati (grado)

La rimozione dei nodi con la strategia di attacchi mirati dalla figura 7 notiamo che la dimensione del componente gigante diminuisce rapidamente quando i nodi con il grado più alto (hub) vengono rimossi.

Già con la rimozione di circa il 20-30% dei nodi, la rete si frammenta quasi completamente, perdendo gran parte della sua connettività.

La rete è vulnerabile ad attacchi mirati. Gli hub giocano un ruolo cruciale nel mantenere la connettività globale. La loro rimozione rompe rapidamente le connessioni, frammentando la rete in componenti più piccoli.

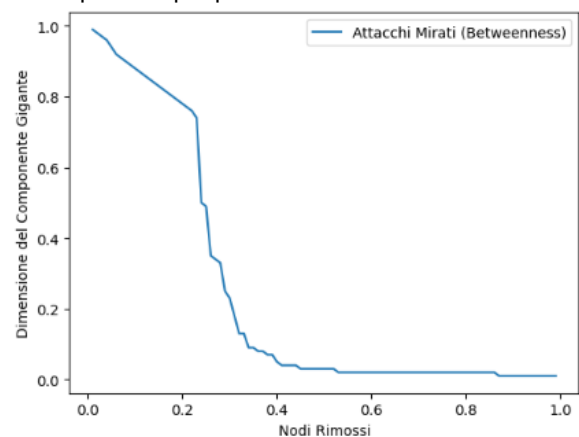


Figura 8: rimozioni con strategia attacchi mirati con la metrica betweenness

La figura 8 rappresenta l'impatto di attacchi mirati su una rete basata sulla metrica di centralità "*Betweenness centrality*", misura quanto un nodo si trovi su percorsi minimi tra altre coppie di nodi.

Sull'asse delle ascisse rappresenta la frazione cumulativa di nodi rimossi, mentre l'asse delle ordinate indica la dimensione del componente gigante. La dimensione del componente gigante diminuisce rapidamente già con la rimozione di una piccola frazione dei nodi.

La rete è altamente dipendente dai nodi che fungono da "snodi critici" tra le componenti. Questo riflette la vulnerabilità verso nodi che gestiscono molte connessioni indirette.

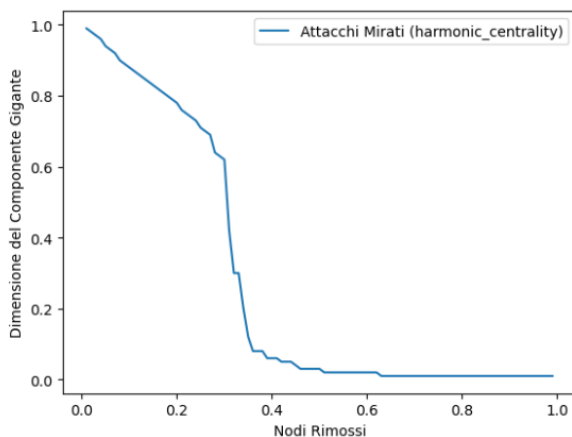


Figura 9: rimozioni con strategia attacchi mirati con la metrica harmonic

La figura 9 invece rappresenta l'impatto di attacchi mirati su una rete basata sulla metrica di centralità "*Harmonic centrality*", considera la vicinanza di un nodo a tutti gli altri, pesando maggiormente i nodi vicini.

Anche in questo caso, la dimensione del componente gigante crolla rapidamente, ma l'andamento è leggermente più graduale rispetto alla betweenness.

La rimozione dei nodi con alta harmonic centrality riduce la vicinanza media nella rete, frammentandola progressivamente.

I nodi centrali in termini di prossimità influenzano la resilienza globale, ma meno drasticamente rispetto ai nodi con alta betweenness.

4.1 Cluster 2: Network Manipulation, Spreading 2

Lo studio della diffusione di informazioni, malattie o comportamenti all'interno di una rete complessa rappresenta un tema di crescente interesse in molti campi, tra cui l'epidemiologia, la scienza dei dati e le scienze sociali. In questa seconda fase di analisi (*Spreading 2*), l'obiettivo è quello di arricchire e approfondire i modelli di diffusione attraverso l'integrazione di attributi semantici e una maggiore complessità nella simulazione. Il grafo utilizzato in questa analisi non è trattato come un'entità astratta, ma include informazioni semantiche che riflettono proprietà reali e dettagli significativi. La costruzione della rete si basa su due dataset principali:

- df1: Contiene informazioni sui nodi, rappresentando gli aeroporti con attributi come nome, città, paese, coordinate geografiche, fuso orario e tipo di aeroporto.
- df2: Contiene dati sugli archi, ovvero le rotte tra gli aeroporti, con attributi come compagnia aerea, numero di scali e modello dell'aereo.

Costruzione dei Nodi:

Ogni nodo nel grafo rappresenta un aeroporto, arricchito con attributi semantici:

- Nome, città, paese (identità e localizzazione del nodo).
- Coordinate geografiche (latitudine, longitudine, altitudine).
- Fuso orario e dettagli temporali
- Tipo di nodo .

Costruzione degli Archi:

Gli archi tra i nodi rappresentano le rotte aeree, con attributi come:

- Compagnia aerea (airline).
- Numero di scali (num_stops), che influisce sulla complessità della connessione.
- Modello dell'aereo (aircraft_model).

Questi attributi semantici arricchiscono il modello di rete tradizionale, permettendo di introdurre variazioni nella probabilità di infezione e di personalizzare le dinamiche di diffusione in base alle caratteristiche specifiche dei nodi e degli archi.

Sono state analizzate le tre tipologie di modelli di diffusione , modello SI (*Susceptible-Infected*), modello SIR (*Susceptible-Infected-Recovered*) e SIS (*Susceptible-Infected-Susceptible*). Questi modelli consentono di simulare scenari più complessi, considerando il recupero o la reinfezione dei nodi.

Sono state condotte simulazioni variando le probabilità di infezione e i tassi di recupero.

L'obiettivo è stato quello di studiare l'effetto di diversi parametri sulla dinamica della diffusione, sia in termini di velocità che di persistenza dell'infezione. Inoltre, abbiamo esteso l'analisi a diversi tipi di grafi (ad esempio, *Erdős-Rényi*, *Small-World*, *Lattice 2D*, *Complete Graph*), permettendo di osservare come la struttura topologica influenzi il processo.

MODELLO SI

Il modello SI simula la propagazione dell'infezione nel tempo in base alla probabilità di contagio p . Inizializziamo la simulazione con un 10% dei nodi è stato selezionato casualmente come inizialmente infetto.

Per ogni iterazione, viene calcolata la frazione di nodi infetti rispetto al totale.

Per il calcolo della probabilità di infezione per ogni nodo suscettibile (S), la probabilità di infezione è calcolata considerando:

il Numero di vicini infetti: Più vicini infetti ci sono, maggiore è la probabilità che un nodo venga infettato.

Attributi del nodo: Se il nodo è di tipo "airport", la probabilità di infezione è aumentata del 20% ($p \times 1.2$).

Attributi dell'arco: Se un arco include un numero di scali (num_stops), la probabilità aumenta del 10% ($p \times 1.1$).

La probabilità complessiva di infezione è combinata considerando tutti i vicini infetti e gli attributi del grafo.

Le simulazioni sono state condotte per diverse probabilità di infezione ($p=0.1, 0.2, 0.5, 0.8$) per osservare l'impatto sulla velocità e sull'estensione della diffusione. I risultati sono stati visualizzati tramite grafici di evoluzione nel tempo della frazione di nodi infetti.

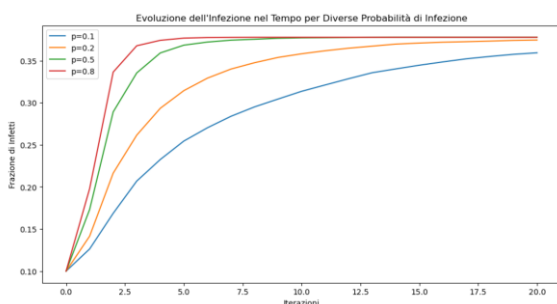


Figura 10: evoluzione dell'infezione nel tempo per diverse probabilità di infezione

Per valori bassi di p (ad esempio $p=0.1$), la diffusione dell'infezione è lenta e graduale. La frazione di nodi infetti cresce costantemente nel tempo, ma raggiunge un livello più basso rispetto agli scenari con probabilità di infezione più elevate.

Alta probabilità di infezione ($p=0.8$) la diffusione è rapida e il plateau viene raggiunto già alla quinta iterazione, indicando una rapida saturazione della rete.

I grafici mostrano che la frazione di nodi infetti tende a stabilizzarsi nel tempo, raggiungendo un plateau che rappresenta la frazione massima di nodi infettati in base alla struttura della rete e ai valori di p .

Questo comportamento riflette la struttura della rete e le regole del modello SI. Poiché non è previsto il recupero o la rimozione dei nodi infetti, la diffusione continua finché quasi tutti i nodi collegati vengono infettati.

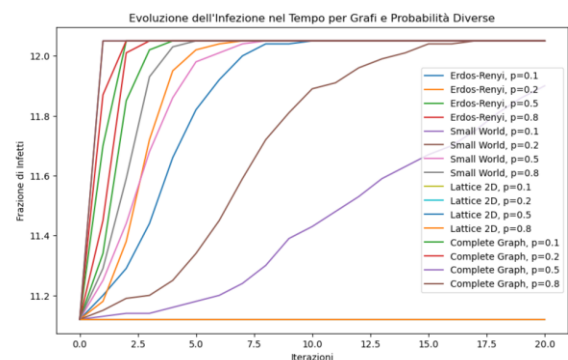


Figura 11: evoluzione dell'infezione nel tempo per grafi e probabilità diverse

La figura 11 rappresenta l'evoluzione della frazione di nodi infetti nel tempo per diversi tipi di grafo (Erdos-Rényi, SmallWorld, 2DLattice2D e CompleteGraph) e per varie probabilità di infezione ($p=0.1, 0.2, 0.5, 0.8$).

Nei grafi completi, la diffusione dell'infezione è molto rapida per tutte le probabilità di infezione. Questo comportamento è dovuto all'alta connettività, ogni nodo è direttamente collegato a tutti gli altri, massimizzando le possibilità di contagio.

Nei grafi Small World e Erdos-Rényi, la diffusione è mediamente rapida ma meno immediata rispetto ai grafi completi, poiché la connettività è inferiore.

Nei grafi Lattice 2D, l'infezione si propaga più lentamente, riflettendo la struttura limitata e regolare del grafo, che ostacola la diffusione rispetto ai modelli più connessi.

I risultati evidenziano che la diffusione è massimizzata in grafi ad alta connettività e con probabilità di infezione elevate, mentre è più contenuta in reti meno connesse come i grafi Lattice 2D.

Una rappresentazione con il grafo Erdos-Rényi con $p = 0.2$, ci permette di avere un comportamento intermedio, per questo motivo è preferito dal resto.

MODELLO SIR

Il modello SIR simula la propagazione dell'infezione con un tasso di recupero, in cui i nodi infetti possono passare alla fase "rimossi" e non possono più essere reinfectati. La probabilità di infezione p e il tasso di recupero r influenzano le dinamiche della diffusione.

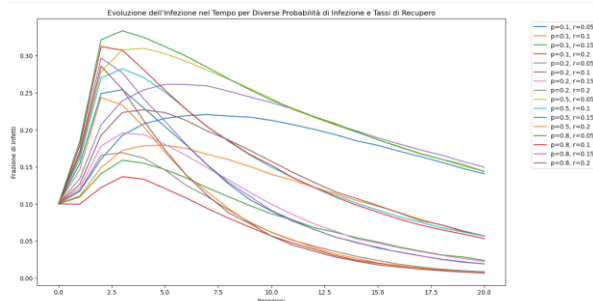


Figura 12: evoluzione dell'infezione nel tempo per diverse probabilità di infezione e tassi di recupero

La figura 12 mostra l'evoluzione della frazione di nodi infetti nel tempo in un modello SIR (Suscettibili-Infetti-Rimossi), simulato su una rete con diverse combinazioni di probabilità di infezione (p) e tassi di recupero (r).

All'inizio dell'epidemia, la frazione di nodi infetti cresce rapidamente, raggiungendo un picco. Successivamente, diminuisce a causa dell'aumento del numero di nodi rimossi (R).

Per valori più alti di p , come $p=0.8$, l'epidemia si diffonde più rapidamente e il picco di infetti è più alto, per valori più bassi di p , come $p=0.1$, determinano una diffusione più lenta e un picco inferiore.

Un tasso di recupero più elevato ($r=0.2$) riduce la durata e l'intensità dell'epidemia, poiché gli infetti si spostano rapidamente nella categoria dei rimossi.

Valori come $r=0.05$, portano a una persistenza più lunga degli infetti, con un picco più elevato e una discesa più lenta.

Le curve con p alto e r basso rappresentano scenari estremi di epidemie gravi e persistenti.

Viceversa, p basso e r alto producono epidemie limitate e rapidamente contenute.

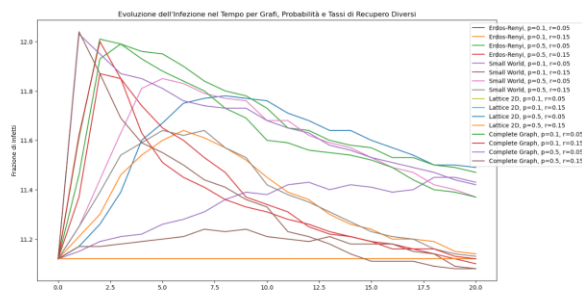


Figura 13: evoluzione dell'infezione nei tempo per grafi, probabilità e tassi di recupero diversi

La figura 13 illustra l'evoluzione nel tempo della frazione di individui infetti all'interno di una popolazione. Ogni linea nel grafico rappresenta una simulazione con parametri specifici, come il tipo di rete (Erdős-Rényi, Small-World, Lattice 2D, Complete Graph), la probabilità di connessione tra nodi (p) e il tasso di recupero (r).

La maggior parte delle curve mostra un picco iniziale, rappresentante il momento di massima diffusione, seguito da una fase di declino.

Reti più dense e connesse (come i grafi completi) tendono a mostrare picchi di infezione più alti e rapidi rispetto a reti più sparse (come i reticoli 2D).

Aumentando la probabilità di connessione tra nodi, aumenta anche la velocità di diffusione dell'infezione.

Un tasso di recupero più elevato porta a una diminuzione più rapida del numero di infetti e a picchi meno pronunciati.

Dopo un certo numero di iterazioni, la maggior parte delle curve tende a stabilizzarsi, indicando che l'epidemia ha raggiunto un equilibrio.

MODELLO SIS

Con il modello SIS (Susceptible-Infected-Susceptible) a differenza del modello SIR, in cui gli individui infetti si spostano in uno stato "recuperato" permanente, il modello SIS consente agli individui infetti di tornare allo stato "suscettibile" dopo il recupero. Come per gli altri modelli, anche questo è costruito con attributi semantici, modellato dando maggiore importanza (ad esempio, hub internazionali) presentano un rischio più elevato di trasmissione, modellato aumentando la probabilità di infezione per tali nodi.

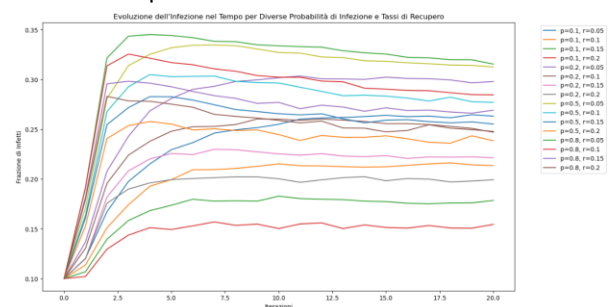


Figura 14: evoluzione dell'infezione nel tempo per diverse probabilità di infezione e tassi di recupero

La figura 14 illustra l'evoluzione nel tempo della frazione di individui infetti, ogni curva nel grafico rappresenta una simulazione diversa, caratterizzata da specifici valori di due parametri chiave Probabilità di infezione (p) e Tasso di recupero (r).

All'inizio della simulazione, la frazione di individui infetti tende ad aumentare rapidamente a causa della diffusione della malattia nella popolazione.

Dopo un certo numero di iterazioni, la frazione di infetti si stabilizza o inizia a diminuire a causa dell'equilibrio tra nuovi casi di infezione e guarigioni. Le curve con valori più alti di p tendono a raggiungere picchi più elevati e a stabilizzarsi a livelli più alti rispetto a quelle con valori più bassi. Al contrario, curve con valori più alti di r tendono a stabilizzarsi a livelli più bassi e più rapidamente.

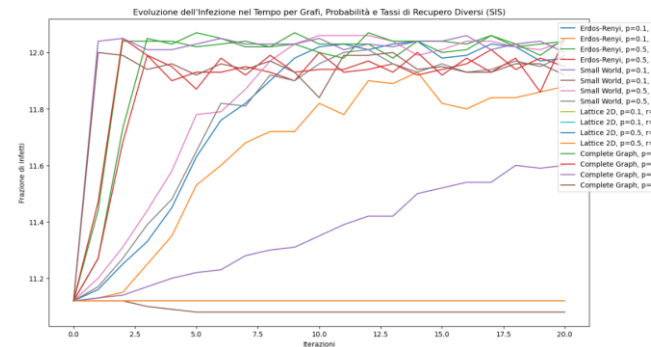


Figura 15: evoluzione nel tempo per grafi, probabilità e tassi di recupero diversi

La figura 15 rappresenta l'evoluzione nel tempo a diverse probabilità, rate e modello di grafico. Ogni linea nel grafico rappresenta una simulazione diversa, ognuna con caratteristiche specifiche della rete e dell'infezione stessa.

Reti più connesse (come i grafi completi) tendono a favorire una diffusione più rapida dell'infezione rispetto a reti meno connesse (come i reticoli).

In queste analisi si è osservato in particolar modo il come il grafico "lattice 2d" ha caratterizzato alcuni risultati; il grafo lattice 2D è una rete regolare dove i nodi sono connessi a quelli vicini in uno schema a griglia. Questo tipo di rete ha delle proprietà particolari:

Connettività limitata, Distribuzione omogenea

La presenza di una linea orizzontale nelle simulazioni può essere denotata da una Bassa probabilità di infezione e tasso di recupero medio. Nel modello SI, un nodo infetto può trasmettere l'infezione solo ai suoi vicini, e l'infezione continua a diffondersi finché ci sono nodi suscettibili vicini. Tuttavia, in un grafo lattice 2D, la diffusione dell'infezione è limitata alla vicinanza diretta, e la topologia regolare e localizzata impedisce la diffusione rapida attraverso tutta la rete. Se il valore di probabilità di infezione p non è sufficientemente alto per superare le limitazioni topologiche della rete, l'infezione potrebbe non propagarsi in modo significativo oltre una regione limitata della rete

Nei modelli SIR e SIS, una bassa probabilità di infezione (ad esempio, $p=0.05$) e un tasso di

recupero specifico ($r=0.15$) possono portare a una situazione in cui l'infezione non riesce a diffondersi significativamente attraverso la rete.

Per il modello SIS, indica un equilibrio tra i tassi di infezione e recupero. Se p è molto basso, gli infetti potrebbero essere recuperati più velocemente di quanto non si infettino nuovi nodi, stabilizzando la frazione di infetti su un valore basso.

5. Open Question

Per la domanda finale del nostro progetto di ricerca, abbiamo deciso di concentrarci sull'identificazione di specifici insiemi di archi e nodi la cui rimozione causerebbe la separazione della componente connessa principale della rete in due parti distinte. Questa indagine è apparsa particolarmente rilevante per gli studi sulla resilienza delle reti e sulla diffusione delle epidemie, poiché entrambi i contesti spesso si basano sulla comprensione e sulla gestione delle vulnerabilità, o "anelli deboli", nel sistema.

Dal punto di vista della resilienza delle reti, questi punti deboli possono rappresentare vulnerabilità critiche, in cui interruzioni dovute a disastri naturali, attacchi mirati o guasti del sistema potrebbero compromettere la stabilità dell'intera rete. D'altra parte, nel contesto del controllo delle epidemie, il targeting strategico di questi collegamenti potrebbe aiutare a contenere la diffusione di malattie altamente contagiose. Questo concetto è diventato particolarmente rilevante alla luce della pandemia di COVID-19, durante la quale la chiusura di parti chiave delle reti di trasporto ha giocato un ruolo cruciale nel rallentare la diffusione del virus. Pertanto, proteggere queste aree vulnerabili da rischi come guerre, terrorismo o attacchi informatici è importante tanto quanto considerarne la chiusura temporanea durante crisi sanitarie per prevenire i contagi.

La nostra analisi ha preso in considerazione due tipi di interventi:

- la chiusura completa degli aeroporti (rimozione dei nodi) e
- la sospensione temporanea di specifiche tratte aeree (rimozione degli archi).

Nei nostri primi esperimenti, abbiamo cercato l'insieme minimo di nodi che, se rimossi, dividerebbe la componente connessa in due. Questo è concettualmente simile alla ricerca delle equivalenze dei ponti nei grafi per quanto riguarda i nodi. Per quanto riguarda gli archi,

abbiamo fatto affidamento sui risultati di una fase precedente del progetto, in cui erano già stati identificati tutti i ponti del grafo. Abbiamo quindi ampliato l'analisi valutando i pesi degli archi, cercando il sottoinsieme di archi con il peso totale più basso che, se rimosso, avrebbe diviso la rete in due parti disconnesse.

```
find_minimum_weight_edge_cut(comp_1)
(10, (('GKA', 'HGU'), ('GKA', 'LAE'), ('GKA', 'MAG'), ('GKA', 'POM')))
```

Figura 16: minimum weight edge set

Sebbene questi risultati fossero certamente interessanti, si concentravano principalmente su aeroporti relativamente piccoli e periferici. Tali risultati potrebbero essere utili per identificare possibili “rifugi sicuri” durante una pandemia, ma non hanno fornito molte indicazioni su come migliorare la sicurezza o la funzionalità delle reti di trasporto per la popolazione globale nel suo complesso. Questa realizzazione ci ha portato a cambiare approccio. Invece di concentrarci sull'isolamento di parti della rete, abbiamo deciso di ridurre al minimo la ridondanza nei collegamenti aerei. L'idea alla base di questo cambiamento era che semplificare la rete riducendo i voli solo alle tratte essenziali potesse rendere i flussi di traffico più facili da gestire e regolare. Ad esempio, nel caso di una pandemia, limitare il numero di voli in arrivo in un aeroporto potrebbe aiutare il personale a identificare rapidamente e isolare gli individui infetti, migliorando potenzialmente gli sforzi di contenimento.

Per esplorare questa possibilità, abbiamo lavorato per individuare l'albero ricoprente minimo (MST, Minimum Spanning Tree) della componente connessa, sia tenendo conto dei pesi degli archi sia ignorandoli. L'MST rappresenta una versione semplificata della rete con il minor numero possibile di connessioni che mantiene comunque la connettività generale. Di seguito, forniamo una visualizzazione dell'albero ricoprente minimo sovrapposto alla componente connessa originale per illustrare come questa struttura ridotta si confronta con la rete completa. Questo approccio ci ha offerto una nuova prospettiva su come gestire e controllare i flussi di traffico mantenendo comunque le connessioni essenziali.

Minimum Spanning Tree (in rosso) sovrapposto al grafo originale

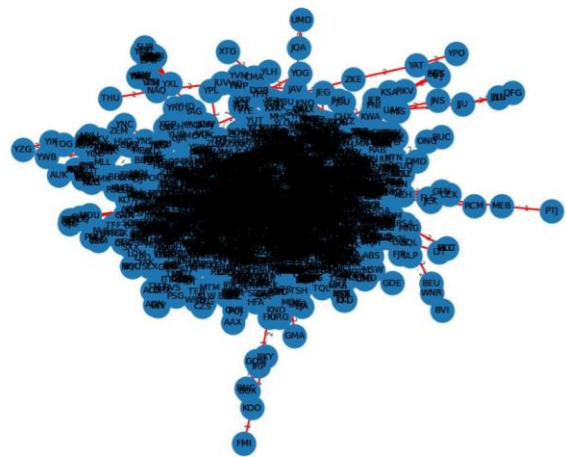


Figura 17: minimum spanning tree

Conclusioni Generali:

Il nostro studio evidenzia l'importanza di comprendere le proprietà strutturali delle reti, specialmente in contesti in cui mantenere o interrompere la connettività ha implicazioni significative. Identificando anelli deboli e nodi critici, possiamo migliorare sia la resilienza dei sistemi di trasporto sia la nostra capacità di rispondere alle emergenze sanitarie.

I risultati degli esperimenti sulla rimozione di nodi e archi sottolineano come piccoli elementi periferici spesso giochino un ruolo sproporzionato nel mantenere la connettività globale. Sebbene tali intuizioni siano preziose per interventi mirati, potrebbero non affrontare completamente le esigenze della popolazione più ampia. Questo ci ha portato all'idea di semplificare la struttura della rete fino alle sue connessioni essenziali utilizzando gli alberi ricoprenti minimi. Questo approccio non solo offre un potenziale quadro per la risposta alle pandemie, ma solleva anche interessanti domande sull'ottimizzazione dell'efficienza delle reti in altri contesti.

In conclusione, il nostro progetto dimostra come i metodi analitici possano fornire approfondimenti pratici sulla dinamica delle reti complesse, offrendo strategie attuabili per migliorare la resilienza e gestire rischi critici. La ricerca futura potrebbe ampliare questi risultati esplorando modelli di rete più dinamici, considerando fattori temporali o ponderati, o integrando vincoli reali per affinare ulteriormente questi approcci.