

CÁLCULO. GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA
EXAMEN FINAL

1. a) Demuestra que $\arctan(x) < x$ se cumple para todo $x \in \mathbb{R}^+$. (1 punto)
b) Demuestra que la sucesión definida por (1 punto)

$$x_1 = 1, \quad x_{n+1} := \arctan(x_n), \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

es decreciente y converge hacia 0.

2. Calcula razonadamente el siguiente límite: (2 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^{(x+1)e^x} \log(t) \arctan(t) dt}{x^2 e^x}.$$

3. a) Estudia la posible convergencia de la siguiente serie: (1 punto)

$$\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n!}{(2n)^n}.$$

- b) Calcula razonadamente la suma de la siguiente serie: (1 punto)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} + 3^n}{5^{n+3}}.$$

4. Calcula razonadamente la siguiente integral (2 puntos)

$$\int \frac{1}{1 + 4 \sin^2(x)} dx.$$

5. Se considera $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) := \int_1^{x^2} (e^{\sqrt{t}} - 1) dt.$$

Se pide:

- a) Calcula razonadamente el polinomio de Taylor de f de orden 2 centrado en 1. (1 punto)
b) Demuestra que el error cometido al aproximar $f(5/4)$ por la evaluación del polinomio de Taylor anterior en $5/4$ es menor que $3/16$. (1 punto)