Apuntes de Teoría de Errores

10 de octubre de 2025

1. Conceptos Fundamentales

1.1. Valor Promedio o Media Aritmética

El mejor estimador del valor verdadero de una magnitud X a partir de N mediciones $(x_1, x_2, \ldots, x_N)$ es el valor promedio $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

1.2. Dispersión Total (D)

La dispersión total de un conjunto de mediciones es la diferencia entre el valor máximo ($x_{\text{máx}}$) y el valor mínimo ($x_{\text{mín}}$) obtenidos:

$$D = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$$

1.3. Tanto por Ciento de Dispersión ($\%D$)

El Tanto por Ciento de Dispersión, a menudo representado como T, es una medida de la calidad o la precisión de una serie de mediciones. Se calcula como la dispersión total dividida por el valor promedio, expresado en porcentaje:

$$\%D = \frac{D}{\bar{x}} \times 100$$

Donde:

- D: Dispersión Total.
- $\bar{x}$: Valor Promedio de las mediciones.

Este valor se utiliza comúnmente en laboratorios de física para decidir si el número de mediciones realizadas es suficiente (por ejemplo, si $\%D < 2\,\%$, suele considerarse suficiente un número pequeño de medidas).

2. Aplicación de la Fórmula del Tanto por Ciento de Dispersión

La fórmula del Tanto por Ciento de Dispersión ($\%D$) se aplica siempre de la misma manera, independientemente del número de mediciones (N), pues solo requiere el valor promedio ($\bar{x}$) y la dispersión total (D). A continuación, se presentan ejemplos de cómo se aplicaría la fórmula en distintos escenarios.

2.1. Caso 1: $N = 2$ Variables (Mediciones)

Se realiza una medición dos veces (x_1, x_2).

- **Mediciones:** x_1, x_2.
- **Valor Promedio:** $\bar{x} = \frac{x_1+x_2}{2}$
- **Dispersión Total:** $D = |x_1 - x_2|$
- **Tanto por Ciento de Dispersión:**

$$\%D = \frac{|x_1 - x_2|}{\frac{x_1+x_2}{2}} \times 100$$

2.2. Caso 2: $N = 5$ Variables (Mediciones)

Se realizan cinco mediciones $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

- **Mediciones:** x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.
- **Valor Promedio:** $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5}$
- **Dispersión Total:** $D = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$ (el mayor valor menos el menor entre las 5 mediciones).
- **Tanto por Ciento de Dispersión:**

$$\%D = \frac{x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}}{\bar{x}} \times 100$$

2.3. Caso 3: $N = 15$ Variables (Mediciones)

Se realizan quince mediciones $(x_1, x_2, \ldots, x_{15})$.

- **Mediciones:** $x_1, x_2, \ldots, x_{15}$.
- **Valor Promedio:** $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15}$
- **Dispersión Total:** $D = x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}$ (el mayor valor menos el menor entre las 15 mediciones).

- **Tanto por Ciento de Dispersión:**

$$\%D = \frac{x_{\text{máx}} - x_{\text{mín}}}{\bar{x}} \times 100$$

Conclusión: La fórmula del $\%D$ es **general** y su estructura se mantiene, solo cambian los valores de $\bar{x}$ y D que se calculan a partir del conjunto de datos.

3. Ejercicios Prácticos

3.1. Ejercicio 1: Cálculo del $\%D$ con $N = 4$ Medidas

Un estudiante mide el tiempo de caída libre de un objeto y obtiene los siguientes valores (en segundos): $t_1 = 1{,}21\,\text{s}$, $t_2 = 1{,}25\,\text{s}$, $t_3 = 1{,}20\,\text{s}$, $t_4 = 1{,}24\,\text{s}$. Calcule el Tanto por Ciento de Dispersión.

Solución:

1. **Cálculo del Valor Promedio ($\bar{t}$):**

$$\bar{t} = \frac{1{,}21 + 1{,}25 + 1{,}20 + 1{,}24}{4} = \frac{4{,}90}{4} = 1{,}225\,\text{s}$$

2. **Cálculo de la Dispersión Total (D):**

$$D = t_{\text{máx}} - t_{\text{mín}} = 1{,}25\,\text{s} - 1{,}20\,\text{s} = 0{,}05\,\text{s}$$

3. **Cálculo del Tanto por Ciento de Dispersión ($\%D$):**

$$\%D = \frac{D}{\bar{t}} \times 100 = \frac{0{,}05}{1{,}225} \times 100 \approx 4{,}08\,\%$$

Resultado: El Tanto por Ciento de Dispersión es **4,08** %.

3.2. Ejercicio 2: Interpretación del $\%D$

Se mide la longitud de una mesa obteniendo $\bar{L} = 150{,}5\,\text{cm}$ y un Tanto por Ciento de Dispersión de 0,5 %. Determine la Dispersión Total (D) y el intervalo en el que se encuentran las mediciones.

Solución:

1. **Cálculo de la Dispersión Total (D):** De la fórmula $\%D = \frac{D}{\bar{L}} \times 100$, despejamos D:

$$D = \frac{\%D \times \bar{L}}{100}$$

$$D = \frac{0{,}5 \times 150{,}5}{100} = \frac{75{,}25}{100} = 0{,}7525\,\text{cm}$$

2. **Cálculo del Intervalo de Medición:** Sabemos que $D = L_{\text{máx}} - L_{\text{mín}}$ y que el valor promedio se encuentra cerca del centro del intervalo. Por aproximación, si el error principal es la dispersión, el error absoluto $\Delta L \approx D/2$:

$$\Delta L \approx \frac{D}{2} = \frac{0{,}7525}{2} = 0{,}37625\,\text{cm}$$

El intervalo es $[\bar{L} - \Delta L, \bar{L} + \Delta L]$, por lo que la medida se expresa como:

$$L = (\bar{L} \pm \Delta L) = (150{,}5 \pm 0{,}4)\,\text{cm}$$

(Redondeando el error a una cifra significativa, $\Delta L = 0{,}4\,\text{cm}$). El intervalo aproximado de las mediciones es $[\mathbf{150{,}1}\,\text{cm}, \mathbf{150{,}9}\,\text{cm}]$.

Resultado: La Dispersión Total es $\mathbf{0{,}7525}\,\text{cm}$.