

COMPENDIO DE FÓRMULAS

ESENCIALES DE CIRCUITOS

ELÉCTRICOS

Resumen de Análisis en Corriente Alterna

8 de octubre de 2025

1. Números Complejos (C)

Un **número complejo**  $\mathbf{Z}$  es una entidad  $\mathbf{Z} = \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b}$  compuesta por una parte real ( $a$ ) y una parte imaginaria ( $b$ ). Son esenciales para representar fasores en Circuitos de Corriente Alterna (CA).

1.1. Formas de Expresión

Forma	Expresión	Uso Principal
Cartesiana (Rectangular)	$\mathbf{Z} = \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b}$	Suma y Resta.
Polar (Módulo-Argumental)	$\mathbf{Z} =  \mathbf{Z}  \angle \theta$	Multiplicación y División.
Exponencial	$\mathbf{Z} =  \mathbf{Z}  e^{j\theta}$	Cálculo y Análisis de Sistemas (Fórmula de Euler : $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$ ).

1.2. Módulo y Argumento (Conversión  $\mathbf{Z} = \mathbf{a} + \mathbf{j} \mathbf{b}$  a  $\mathbf{Z} = |\mathbf{Z}| \angle \theta$ )

Característica	Fórmula	Descripción
Módulo ( $ \mathbf{Z} $ )	$ \mathbf{Z}  = \sqrt{\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2}$	Longitud del vector en el plano complejo.
Argumento ( $\theta$ )	$\theta = \arctan\left(\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{a}}\right)$	Ángulo con respecto al eje real positivo (Ajustar según el cuadrante de $a$ y $b$ ).

1.3. Operaciones Fundamentales

Sean  $\mathbf{Z}_1 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{j} \mathbf{b}_1 = |\mathbf{Z}_1| \angle \theta_1$  y  $\mathbf{Z}_2 = \mathbf{a}_2 + \mathbf{j} \mathbf{b}_2 = |\mathbf{Z}_2| \angle \theta_2$ :

▪ **Suma / Resta:** (Forma Cartesiana)

$$\mathbf{Z}_1 \pm \mathbf{Z}_2 = (\mathbf{a}_1 \pm \mathbf{a}_2) + \mathbf{j}(\mathbf{b}_1 \pm \mathbf{b}_2)$$

▪ **Multiplicación:** (Forma Polar)

$$\mathbf{Z}_1 \mathbf{Z}_2 = (|\mathbf{Z}_1| |\mathbf{Z}_2|) \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

- **División:** (Forma Polar)

$$\frac{\mathbf{Z}_1}{\mathbf{Z}_2} = \left( \frac{|\mathbf{Z}_1|}{|\mathbf{Z}_2|} \right) \angle (\theta_1 - \theta_2)$$

## 2. Diagramas de Bode

El **Diagrama de Bode** es una representación gráfica de la **Función de Transferencia**  $\mathbf{T}(\omega)$  de un sistema, que muestra la variación de la amplitud y la fase con la frecuencia angular ( $\omega$ ).

### 2.1. Fórmulas de Conversión y Reglas Logarítmicas

- **Módulo en Decibelios (dB):**

$$|\mathbf{T}(\omega)|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |\mathbf{T}(\omega)|$$

- **Regla de Suma de Módulos (Productos):**

$$|\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2|_{\text{dB}} = |\mathbf{T}_1|_{\text{dB}} + |\mathbf{T}_2|_{\text{dB}}$$

- **Regla de Suma de Argumentos (Productos):**

$$\arg(\mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2) = \arg(\mathbf{T}_1) + \arg(\mathbf{T}_2)$$

- **Frecuencia de Corte/Esquina ( $\omega_0$ ):** Es la frecuencia donde la pendiente del módulo cambia, típicamente  $|\mathbf{T}(\omega_0)| = 1/\sqrt{2}$  (o  $-3$  dB).

### 2.2. Comportamiento Asintótico (Factores Elementales)

La función de transferencia  $\mathbf{T}(\omega)$  se descompone en factores elementales para dibujar las asintotas de Bode.

Cuadro 1: Comportamiento de los Factores Elementales en Diagramas de Bode

Factor	Forma General	Módulo (Pendiente)
Ganancia Constante	$K$	0 dB/década
Polos/Ceros en el Origen	$(j\omega)^{\pm N}$	$\pm 20N$ dB/década
Polo/Cero Real (Primer Orden)	$\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{\pm 1}$	$\pm 20$ dB/década (a partir de $\omega_0$ )
Polo/Cero Complejo (Segundo Orden)	$\left(1 + 2\zeta j\frac{\omega}{\omega_n} - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^{\pm 1}$	$\pm 40$ dB/década (a partir de $\omega_n$ )

### 2.3. Interpretación

- **Polo:** Introduce una pendiente de  $-20$  dB/década.
- **Cero:** Introduce una pendiente de  $+20$  dB/década.
- **Diagrama Total:** Se obtiene sumando algebraicamente las pendientes y las fases de todos los factores.