

Primer parcial teoría
2 de Noviembre de 2023

1. **(2.5 puntos)** Sea $\{x_n\}$ la sucesión definida por $x_1 = \frac{5}{2}$ y $x_{n+1} := \sqrt{5x_n - 6}$ para $n \geq 1$.

a) **(1 punto)** Demostrar que $2 \leq x_n \leq 3$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$.

b) **(1 punto)** Demostrar que $\{x_n\}$ es creciente.

c) **(0.5 puntos)** Demostrar que $\{x_n\} \rightarrow 3$.

2. **(2.5 puntos)** Estudia de manera justificada la posible convergencia de la sucesión

$$\left\{ \left(\frac{n^3 + 4}{3n^2} \right)^{\frac{1}{n^2}} \right\}.$$

3. **(2.5 puntos)** Estudia de manera justificada la posible convergencia de la serie

$$\sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{n^2 + 1}{3n^4 + 5n}.$$

4. **(2.5 puntos)** Estudia de forma justificada la posible convergencia de la serie

$$\sum_{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{n^4 + 5n + 2}{n^4 + 9n^3 + 3n} \right)^{n^2}.$$