

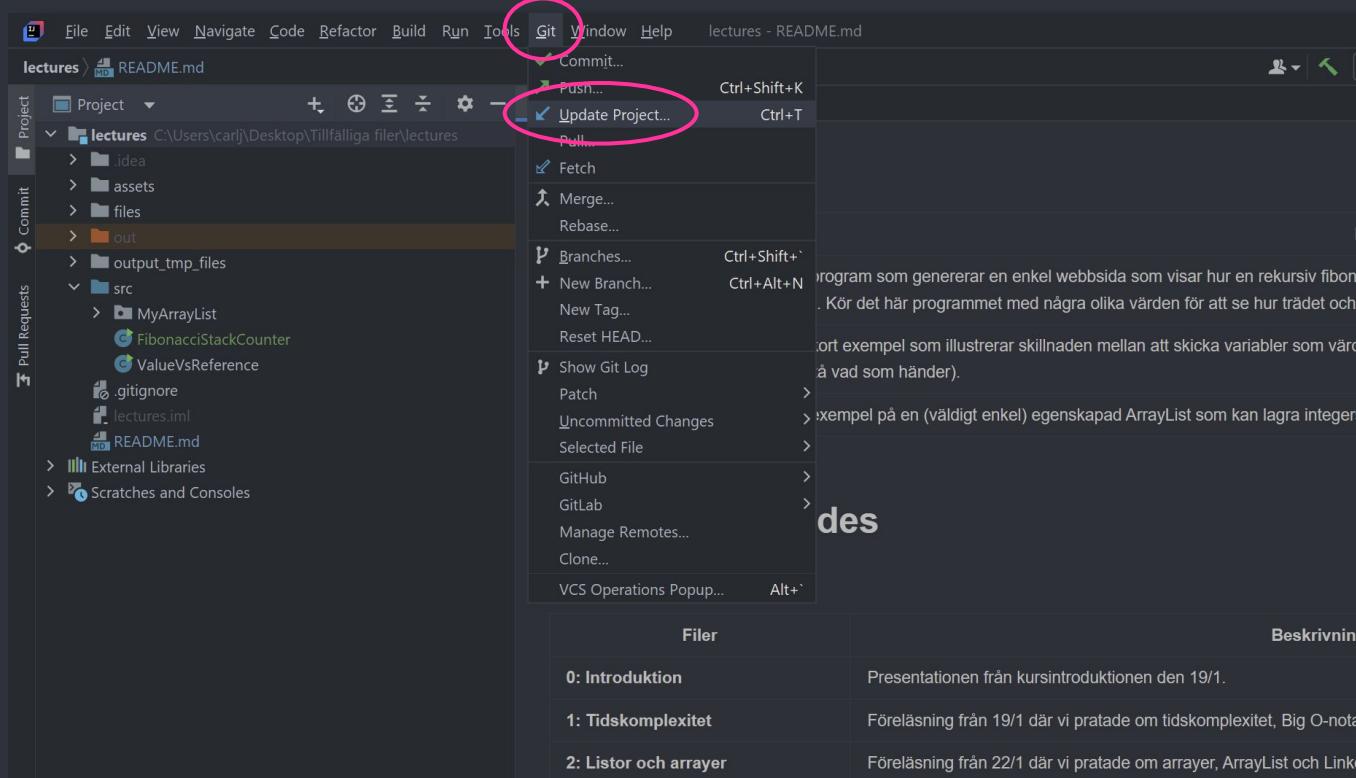
Algoritmer och Datastrukturer

Föreläsning 5



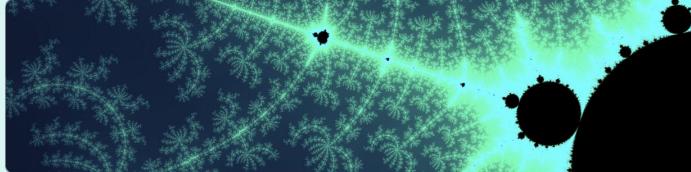
HashMap, TreeMap
och sortering

<https://github.com/carljohanj/algo>



Innan vi börjar ...

- Kurser på Uppsala Universitet är skyldiga att göra en deltidsavstämning för att se hur kursen och undervisningen fungerat hittills
- Nu har inte halva kursen gått ännu, men det är bättre att göra dessa lite tidigare så att vi hinner göra förändringar om det skulle behövas
- Bra tillfälle att få feedback om det som fungerar, men även om det finns saker som behöver förbättras
- Ägna 5-10 minuter åt att fylla i den här är ni snälla
- Länk skickas ut som kursanslag



Halvtidsvärdering för Algoritmer & Datastrukturer

* Indicates required question

Vad tycker du om undervisningen så här långt? *

1	2	3	4	5	
Dålig	<input type="radio"/> Utmärkt				

Kommentarer om undervisningen

Lite snabb repetition på rekursion ...

Rekursivitet

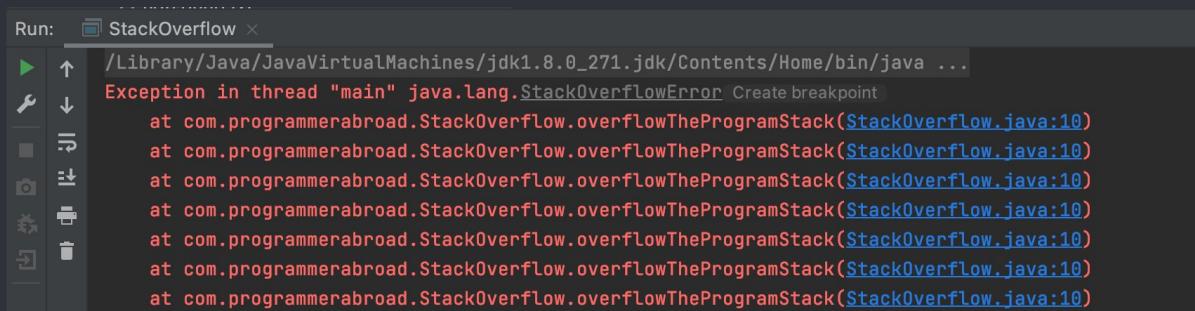
- **Rekursion** är när någonting definieras i termer av sig självt. I programmering menar vi:
 - * **En metod** som anropar sig själv (**rekursiv algoritm**)
 - * **En klass** som innehåller instanser av sig självt (**rekursiv datastruktur**)
- Rekursion finns överallt, inte bara i programmering. Naturen och matematiken är uppbyggda av självrefererande system
- Exempel på rekursiva algoritmer: MergeSort, binär sökning, fibonacci – divide-and-conquer-problem är unikt lämpade för rekursion
- Exempel på datastrukturer som är rekursiva: Länkade listor, binära träd, grafer

recursion (n.)

"return, backward movement," 1610s, from Latin *recursionem* (nominative *recursio*) "a running backward, return," noun of action from past-participle stem of *recurrere* "run back" (see **recur**).

Rekursivitet

- **Rekursion använder sig av callstacken:** varje nytt anrop lägger en ny stackframe på callstacken och när en metod **nått basfallet** börjar stacken att lindas upp
 - Det är därför rekursiva algoritmer och strukturer **har ett backtrackingbeteende**
 - **Kan skapa ett Stack Overflow** om de saknar ett basfall eftersom de då fortsätter att lägga på stacken i all oändlighet



Rekursiva exempel

Rekursiv klass:

```
public class Node
{
    int value;
    Node nextNode;

    public Node(int value)
    {
        this.value = value;
    }
}
```

- Innehåller en instans av sig själv
- Går att bygga både köer och länkade listor med

Rekursiv algoritm:

```
public long fibonacci(int n)
{
    if (n <= 1) { return n; }
    return fibonacci(n-1) + fibonacci(n-2);
}
```

- Gör två nya anrop till sig själv om den inte når basfallet
- Just rekursiv fibonacci är en väldigt ineffektiv algoritm eftersom den växer exponentiellt ($O(2^n)$)
- Går dock att optimisera med dynamisk programmering

ADT: abstrakt datatyp

- En ADT är en Abstrakt DataTyp, dvs en datatyp som **inte definieras av en specifik implementation** (vi menar kod när vi säger implementation) **utan av ett beteende**
- Den kan vara **skriven på flera olika sätt** och använda olika datastrukturer ”under huven” så länge den **uppfyller specifika krav** på hur den beter sig
- En **Lista ska till exempelvis vara dynamisk**, till skillnad från en simpel array: vi ska alltid kunna stoppa in fler värden i den utan att få slut på utrymme
- **Exempel:** Både **ArrayList** och **LinkedList** är olika sätt att implementera en Lista (de har sina egna implementationer av de metoder som Javas List-interface säger att de måste innehålla)

Några repetitionsuppgifter!

Repetition: Abstrakt datatyp

Fråga: Du har en okänd datastruktur och du vill ta reda på vilken datastruktur det är. För att undersöka saken lagrar du i tur och ordning följande data i din datastruktur:

2, 4, 6, 7, 10, 12, 10, 8, 6, 4, 2

När du hämtar ut data från din datastruktur får du, i tur och ordning:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 10, 7, 6, 4, 2.

Vilken datastruktur är det?

Svar: En stack (värdena kommer ut i omvänt ordning)

Repetition: Tidskomplexitet

- Vad blir tidskomplexiteten?

Repetition: Tidskomplexitet

- Räkna samman faktorerna. Vi får:

$$O(n) + O(n) * O(1) + O(1) + O(n) * O(1) + O(1)$$

- Vilket stryker de minsta koefficienterna:

$$\cancel{O(n)} + \cancel{O(n) * O(1)} + \cancel{O(1)} + \cancel{O(n) * O(1)} + \cancel{O(1)}$$

- Vilket blir:

$$O(n) + O(n) + O(n) = 3 O(n)$$

- Vilket är samma som:

$$\cancel{3} O(n)$$

Svar: $O(n)$

Repetition: Rekursion

- Vad returnerar metoden om den anropas med `sum(5)`?

```
public static int sum(int n)
{
    if (n == 1) //Basfall
    {
        return 1;
    }

    return n + sum(n - 1);
}
```

//Metoden anropas så här:

```
public static void main(String[] args)
{
    int result = sum(5);
}
```

6. **sum(1)** når basfallet och returnerar 1
5. **sum(2)** väntar på värdet från `sum(1)` så att den kan returnera $2 + \text{sum}(2-1)$
4. **sum(3)** väntar på värdet från `sum(2)` så att den kan returnera $3 + \text{sum}(3-1)$
3. **sum(4)** väntar på värdet från `sum(3)` så att den kan returnera $4 + \text{sum}(4-1)$
2. **sum(5)** väntar på värdet från `sum(4)` så att den kan returnera $5 + \text{sum}(5-1)$
1. **main()** läggs på stacken och anropar `sum(5)`

Callstack

1. `main()` läggs på stacken och anropar `sum(5)`
2. `sum(5)` väntar på värdet från `sum(4)` så att den kan returnera $5 + \text{sum}(5-1)$
3. `sum(4)` väntar på värdet från `sum(3)` så att den kan returnera $4 + \text{sum}(4-1)$
4. `sum(3)` väntar på värdet från `sum(2)` så att den kan returnera $3 + \text{sum}(3-1)$
5. `sum(2)` väntar på värdet från `sum(1)` så att den kan returnera $2 + \text{sum}(2-1)$
6. `sum(1)` når basfallet

Callstack: vad som läggs på stacken

7. `sum(1)` returnerar 1
8. `sum(2)` kan nu returnera $2 + 1$, dvs 3
9. `sum(3)` kan nu returnera $3 + 3$, dvs 6
10. `sum(4)` kan nu returnera $4 + 6$, dvs 10
11. `sum(5)` kan nu returnera $5 + 10$, dvs 15
12. `main()` tar emot 15 och sparar det i variabeln result

Callstack: hur anropen returnerar

Repetition: Rekursion

- Stacken lindas upp (så kallad stack unwinding) i takt med att metodanropen returnerar
- En efter en kommer alla frames som vi lagt på stacken att poppas och returnera värden till föregående metod som nu kan köras färdigt
- `sum(5)` kommer att returnera 15
- Det finns sedan inte mer kod i `main()`: metoden kommer att köras färdigt och poppas från callstacken, och programmet avslutas

Svar: `sum(5)` returnerar 15

Maps: nyckel-värde-datatyper

- När vi pratar om maps på engelska menar vi inte kartor på svenska, utan **datastrukturer som mappar en nyckel till ett värde**
- Kommer från matematiken, där vi stoppar in ett värde i en funktion och får ut ett annat:

$$f(x) = y \quad \text{"F av } x \text{ är lika med } y\text{"}$$

- När vi skapat en sådan funktion säger vi att vi har mappat x till y. Precis likadant fungerar en Map: när vi vill leta upp något stoppar vi in en nyckel och får ut ett värde som är associerat med den. Den är i praktiken en tabell.
- Vi kan använda sökord (nycklar) för att hitta information (värden) i den här tabellen.

Exempel: namn associerade med telefonnummer.

Key	Value
Andreas	073123456
Lovisa	070123456
Carl-Johan	079123456

Map-interfacet i Java

```
package java.util;  
  
import java.util.function.BiConsumer;  
import java.util.function.BiFunction;  
import java.util.function.Function;  
import java.io.Serializable;
```

An object that maps keys to values. A map cannot contain duplicate keys; each key can map to at most one value.

- Det finns många klasser som implementerar det här interfacet i Java
- På den här kursen intresserar vi oss för två:
HashMap och **TreeMap**

Map: vanliga operationer

```
Map<Integer, String> map = new ...;      //Skapar en map med en int som nyckel och string som värde  
map.put(1, "Andreas");      //Lägger till en nyckel och ett värde  
map.put(2, "Lovisa");  
map.putIfAbsent(2, "Carl");    //Lägger bara till om nyckeln inte redan finns  
  
boolean isTrue = map.containsKey(1);      //Verifierar att nyckeln 1 finns (sant)  
boolean isFalse = map.containsValue("Carl"); //Kommer inte att hitta värdet "Carl"  
  
Set<Integer> keys = map.keySet();    //Plockar ut ett set med alla nycklar  
Collection<String> values = map.values();    //Plockar ut en lista med alla värden
```

En nyckel kopplad till flera värden

- Vi kan använda objekt inklusive samlingar som nycklar och värden.
Men hur gör vi när en nyckel kan vara kopplad till flera värden?
- Föreställ er att vi äger Spotify och vill skapa en map för artister där namnet på artisten/bandet är nyckel och värdet är alla album de släppt. Vid varje input vet vi inte om det redan finns album förknippade med artisten eller ej:

```
Map<String, List<String>> artistAlbums = new...;      //TreeMap eller HashMap; välj en  
  
while (hasMoreData())  
{  
    String artist = getNextArtist();  
    String album = getNextAlbum();  
  
    //Skapar bara en tom lista om artisten inte redan finns:  
    artistAlbums.putIfAbsent(artist, new ArrayList<>());  
  
    //Lägg till albumet i listan som är förknippad med nyckeln (dvs artisten)  
    artistAlbums.get(artist).add(album);  
}
```

Att loopa genom en Map

- För att iterera genom en Map behöver vi använda en enhanced for-loop
- En map sparar ett Entry-set internt (tänk på Entry som ett objekt som lagrar nyckel och värde) och det är detta set vi itererar genom:

```
for (Map.Entry<Integer, String> e : map.entrySet())
{
    System.out.println(e.getKey() + " " + e.getValue());
}
```

- En vanlig for-loop kan inte göra detta

kaffepaus(15);



TreeMap: en trädliknande struktur

- En TreeMap är en av de mest kraftfulla datastrukturerna i Java eftersom den erbjuder oss **både en map med nyckel-värde-par och automatisk sorteringsort vid insättning**
- Den implementerar `Map<K, V>`-interfacet i Java
- Den kallas för TreeMap eftersom den implementerar ett binärt sökträd som underliggande datastruktur (vi ska prata om vad det här är för något nästa vecka och bygga några enkla exempel!)
- Mer exakt implementerar den något som kallas för ett Red-and-Black Tree, vilket inte har något med fysisk färg att göra, utan bara är ett sätt att säga att trädet är självbalanserande: det ser till internt att det inte blir ojämnt
- Tillåter inte att nycklar är null (men värden är ok)
- Har **$O(\log n)$ för insättning och uthämtning**

Vanliga operationer för en TreeMap

```
TreeMap<Integer, String> map = new TreeMap<>();
map.put(1, "Carl");
...
map.put(100, "Buster");

int firstKey = map.firstKey();    //O(1) i uthämtning
int lastKey = map.lastKey();     //O(1) i uthämtning

Set<Integer> reversedKeys = map.descendingKeySet();    //O(1) i uthämtning

Map<Integer, String> reversed = map.descendingMap();   //O(1) i uthämtning

Map<Integer, String> from1to50 = map.headMap(50, true); //Hämtar första 50 elementen
Map<Integer, String> from50to100 = map.tailMap(50, true); //Hämtar sista 50 elementen
Map<Integer, String> from20to50 = map.subMap(20, true, 50, true); //Hämtar ett godtyckligt span

Set<Map.Entry<Integer, String>> entrySet = reversed.entrySet(); //Hämtar ett Entry-set

for (Map.Entry<Integer, String> e : entrySet)      //Loopar genom Entry-setet på O(n) tid
{
    System.out.println(e.getKey() + " " + e.getValue());
}
```

SubMap: att hämta ut en vy

- Submap är en av de mest användbara funktionerna i en TreeMap, och det är också en funktionalitet som t.ex. HashMap saknar
- En **subMap är egentligen bara en vy** som gör tre saker:
 - * Den ger oss en referens till trädet i vår TreeMap
 - * Den ger oss en referens till noden där vi ska börja iterera
 - * Den ger oss en referens till noden där vi ska sluta
- Det här innebär att **det går på konstant tid - O(1) - att hämta ut en submap** eftersom inget arbete görs av själva metoden!
- När vi väl mottagit en submap måste vi göra något med den, t.ex. iterera genom den för att hämta ut värdena, och **det här arbetet kommer få tidskomplexiteten O(k)**

Nu hittar du på tidskomplexiteter igen! $O(k)??$ Du har sagt att det heter n!

- När man pratar om datamängder kallar man **den totala datamängden för n** (det här är bara en konvention som kommer från matematiken): vi brukar tänka på det som ”nummer” eller ”number of elements”
- När vi pratar om en **delmängd av den totala datamängden brukar vi referera till den som k**: det här är återigen bara en konvention och har ingen särskild mening
- Man använde redan i och j till indexplatser i loopar och fortsatte på samma mönster bara
- När vi säger att något tar $O(k)$ tid att iterera menar vi att vi **bara itererar över en viss delmängd k av den totala datan** (som är n)

[Kodexempel]

Koden finns i SubMapExample.java

HashMap: en hashad struktur

- En **HashMap är ytterligare en variant av Map** (det vill säga: den implementerar Map-interfacet) i Java. Det är en datatyp som vi använder för att **lagra nyckel-värde-par** i en underliggande array

```
Map<k, V> hashMap = new HashMap<>();
```

- När vi försöker lägga in någonting hashar den först nyckeln: det här innebär att den **översätter nyckeln till en integer**
- Efter att den räknat ut en hashkod **behöver den dock komprimera det här numret**, för det är oftast större än högsta indexplatsen i arrayen
- Den **komprimerar hashkoden** antingen genom att använda en modulo eller att göra en binär bitwise AND-jämförelse med storleken på arrayen (om båda bitarna är 1 blir resultatet 1, annars 0)
- Den **komprimerade hashkoden** blir indexplatsen där den sedan stoppar in nyckel-värde-paret

Hashning

Exempel för en HashMap med int som nyckel och sträng som värde:

```
Map<Integer, String> hashMap = new HashMap<>();  
hashmap.put(26, "Alice");
```

Internt översätter HashMapen nyckeln till ett binärt 32-bitarsnummer:

$$26_{10} = 00000000\ 00000000\ 00000000\ 00011010_2$$

HashMapen beräknar sedan en indexplats i den underliggande arrayen som **utför en bitwise AND mot storleken på själva arrayen**. En HashMap skapas med storleken 16 som default (den kan förstora sig själv precis som en lista).

Formeln: indexplats = hash & (capacity - 1)

$$\begin{array}{rclclclcl} \text{hash} & & = & 26 & = & 11010 \\ \text{capacity-1} & & = & 15 & = & 01111 \\ \hline \text{index} & = & & & & 01010 \end{array}$$

10 i bas-10!

Alltså ska "Alice" stoppas in på plats 10 i arrayen inuti HashMapen!

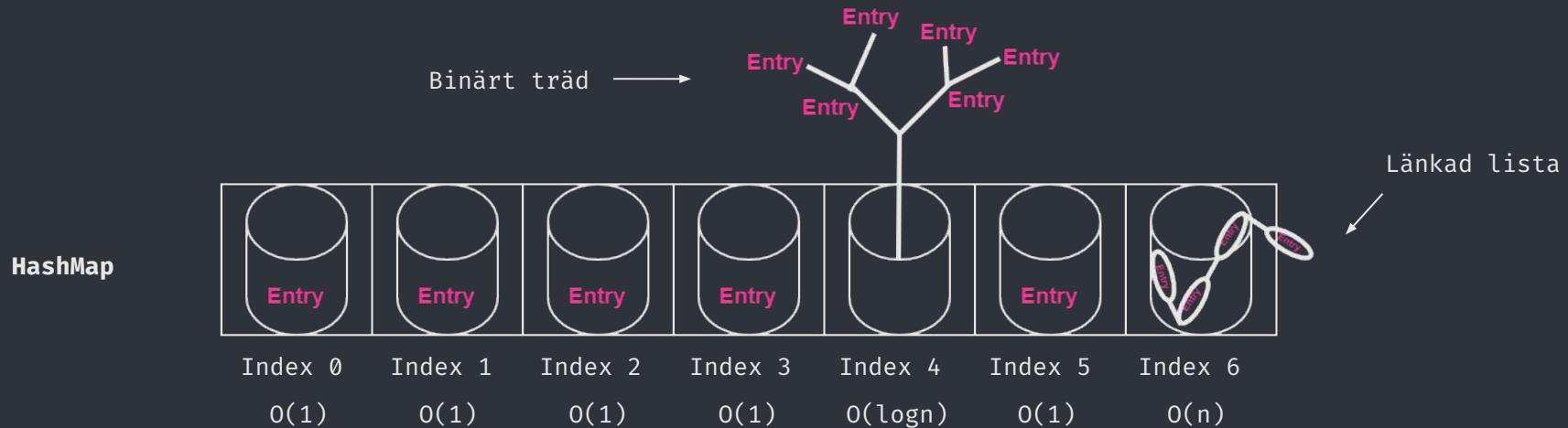
Vad händer om två insättningar har samma hashkod?

- **Hashkoder är inte unika:** två olika koder kan ha (och producerar ofta) samma index dels eftersom de komprimeras, dels eftersom arrayen bara har ett visst antal indexplatser
- En indexplats i en HashMap kallas för en **“bucket”**: namnet är menat att indikera att den kan innehålla **mer än ett** nyckel-värde-par
- Om en bucket bara innehåller ett nyckel-värde-par lagras de **i ett Entry-objekt**
- **Om två eller flera** nyckel-värde-par skulle få samma arrayplats skapar HashMapen **antingen en länkad lista** eller **ett binärt träd** och sorterar in Entry-objekten där i stället
- Sökning/uthämtning **blir då $O(n)$** (för lista) **eller $O(\log n)$** (för träd)
- Därför säger vi att en HashMap **har $O(1)$ i genomsnitt**



Array kontra HashMap

Array	45	108	2455	36	902	96	1045
	Index 0	Index 1	Index 2	Index 3	Index 4	Index 5	Index 6
	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)	0(1)



Load Factor

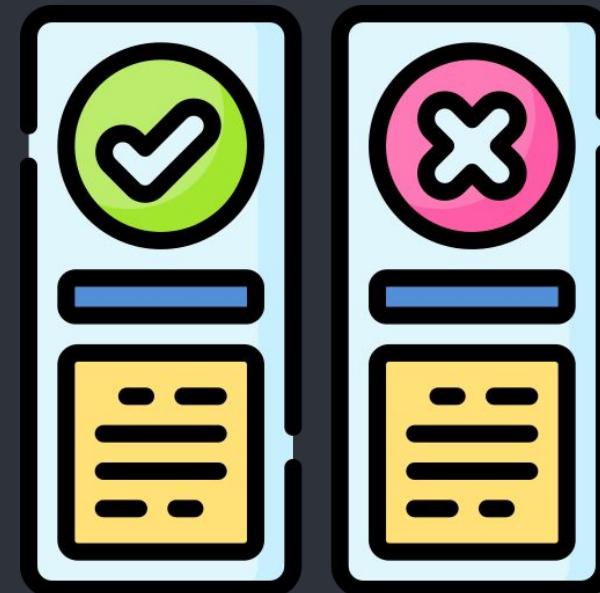
- **Load Factor** kallas det mått som bestämmer om Hashmapen behöver förstora den underliggande arrayen: om det här sker kommer den dels att skapa en dubbelt så stor array, dels att hasha om alla element och stoppa in i den nya arrayen: båda operationerna har $O(n)$ i tid

$$\text{Load Factor} = \frac{\text{Antal lagrade element}}{\text{Storlek på den interna arrayen}}$$

- Om Load Factor är **större än 0.75** kommer HashMapen att förstora sig
- Att förstora och omhasha är dyra operationer, och de har dessutom dålig platskomplexitet (de är minnesineffektiva)

För- och nackdelar med HashMap: summering

- Hashning är **varför en HashMap är snabb** på uthämtning: i stället för att loopa genom alla element räknar Java ut ett nummer och **går direkt till det index** i arrayen **som motsvarar det numret**
- Samma antal operationer utförs alltid för att beräkna numret och därför blir operationen konstant, $O(1)$
- En HashMap fungerar på samma vis **som en ArrayList när den blir full**: den skapar då en ny underliggande array, rehashar och kopierar över all sin data i den nya arrayen, och tar sedan bort den gamla
- Det här är kostsamt både tidskomplexitetsmässigt (**$O(n)$ för att kopiera över all data**) och platskomplexitetsmässigt (vi får en dubbelt så stor array)
- Den **sorterar inte data automatiskt och bibehåller heller inte insättningsordningen**: hashfunktionen bestämmer var i arrayen som datan hamnar



HashMap eller TreeMap?

- Båda är **utmärkta datatyper** för att lagra nyckel-värde-par
- **HashMap har $O(1)$ i genomsnitt** för uthämtning och insättning
- **TreeMap har alltid $O(\log n)$**
- **HashMap** blir dock mindre effektiv, både tids- och platsmässigt, när den **blir full**, när den **behöver förstora sig själv** och när den **behöver sorteras**
- **TreeMap sorterar allting** man lägger in i den **direkt** medan **HashMap** kräver sortering efter att den populerats om man vill ha värdena i ordning
- **HashMap** kan inte heller bevara insättningsordning (men en **LinkedHashMap** kan!)
- Ofta är det **sorteringsbehovet** man väljer efter: behöver man värden i en viss ordning vill man helst att datatypen **fixar det snabbt vid insättning**

Tidskomplexitetsjämförelse

- Tidskomplexitet för bästa / sämsta fallet för ett antal vanliga operationer:

Operation	HashMap	TreeMap
Lägga till	$O(1)$ / $O(\log n)$	$O(\log n)$
Hämta ut	$O(1)$ / $O(\log n)$	$O(\log n)$
Hämta intervall av element	$O(k)$ / $O(k * \log n)$	$O(1)$
Hämta samtliga nycklar	$O(1)$	$O(1)$
Hämta samtliga värden	$O(1)$	$O(1)$
Iterera genom	$O(n)$	$O(n)$

Lunch.sleep(60);

Vi samlas igen i D24 kl 13.15

Sortering

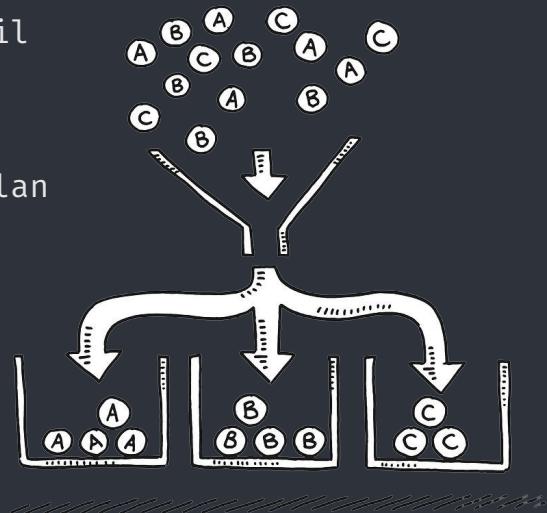
- Sorteringar har **två egenskaper**: de kan vara stabila och in-place
- Med en **stabil sorteringsalgoritm** menar vi något som bibehåller den relativa ordningen mellan objekten

Exempel: [(Alice, 25), (Bob, 30), (Charlie, 25)]

Om vi sorterar den här samlingen efter ålder med en stabil sorteringsalgoritm kommer Charlie att hamna före Bob **men inte Alice** eftersom Alice låg före i originalsamlingen

Instabil sortering garanterar ingen inbördes ordning mellan objekten utöver att de längsta åldrarna hamnar först

- **In-place innebär** att en samling sorteras utan att sorteringsalgoritmen skapar en ny samling för att lägga datan i: ofta önskvärt beteende när datan är stor



Enklare jämförelsebaserad sorteringsalgoritmer

	Best Case	Worst Case	Average Case
Insertion Sort	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Bubble Sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$
Selection Sort	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$

– Vi brukar dela upp sorteringsalgoritmer i två kategorier:

- * Jämförelsebaserad sorteringsalgoritm
 - * Enklare sorteringsalgoritmer
 - * Divide-and-conquer
- * Sortering utan jämförelser

Platskomplexitet

- **Tidskomplexitet** är ett mått på **hur tiden utvecklas** när indata i en algoritm ökar
- **Platskomplexitet** är ett mått på **hur minneseffektiv en algoritm är:** hur mycket plats i RAM-minnet upptar den?
- Algoritmer med **dålig platskomplexitet** är ofta **öönskvärda** även om de kan ha bra tidskomplexitet eftersom **minne är en dyr resurs** i programmering
- **Undvik att kopiera** över saker i mellanliggande listor och liknande om möjligt, särskilt när datamängden är stor

Enklare jämförelsebaserad sorteringsalgoritmer

	Stable	In-place
Insertion Sort	Ja	Ja
Bubble Sort	Ja	Ja
Selection Sort	Nej	Ja

Stable: Element med samma värde behåller sin inbördes ordning.

In-place: Kan sorteringen göras utan extra datastrukturer?

Fördelar:

- * Enkla att implementera
- * Fungerar bra för små datamängder

Bubble Sort

```
public void bubbleSort(int[] a)
{
    for (int i = 0; i < a.length; i++)
    {
        for(int j = 0; j < a.length - 1 - i; j++)
        {
            if(a[j] > a[j + 1])
            {
                int temp = a[j];
                a[j] = a[j + 1];
                a[j + 1] = temp;
            }
        }
    }
}
```

Gör:

- Jämför två element och byter plats på dem om de är i fel in-Bördes ordning
- Det största elementet “bubblar upp till ytan” för varje varv

Använts när:

- Vi har väldigt små värden, och i undervisningssyfte

Best case: $O(n)$ (redan sorterad)

Worst case: $O(n^2)$

Avg. case: $O(n^2)$

Selection Sort

```
public void selectionSort(int[] a)
{
    for (int i = 0; i < a.length; i++)
    {
        int min = i;

        for (int j = i + 1; j < a.length; j++)
        {
            if (a[j] < a[min])
            {
                min = j;
            }
        }

        int temp = a[i];
        a[i] = a[min];
        a[min] = temp;
    }
}
```

Gör:

- Algoritmen hittar det minsta kvarvarande elementet om och om igen och stoppar det på sin rätta plats
- Utför antalet swaps på $O(n)$ tid: dess stora fördel
- Är ej stabil eftersom swap kan medföra att element med lika värde kan byta inbördes ordning.

Används när:

- När antalet minnesskrivningar behöver begränsas (swaps är dyra)

Best case: $O(n^2)$

Worst case: $O(n^2)$

Avg. case: $O(n^2)$

Insertion Sort

```
public void insertionSort(int[] a)
{
    for (int i = 1; i < a.length; i++)
    {
        int j = i - 1;
        int current = a[i];

        while (j >= 0 && a[j] > current)
        {
            a[j + 1] = a[j];
            j = j - 1;
        }

        a[j + 1] = current;
    }
}
```

Gör:

- Kollar ena halvan av en array åt gången och sorterar den genom att stoppa varje element på rätt plats

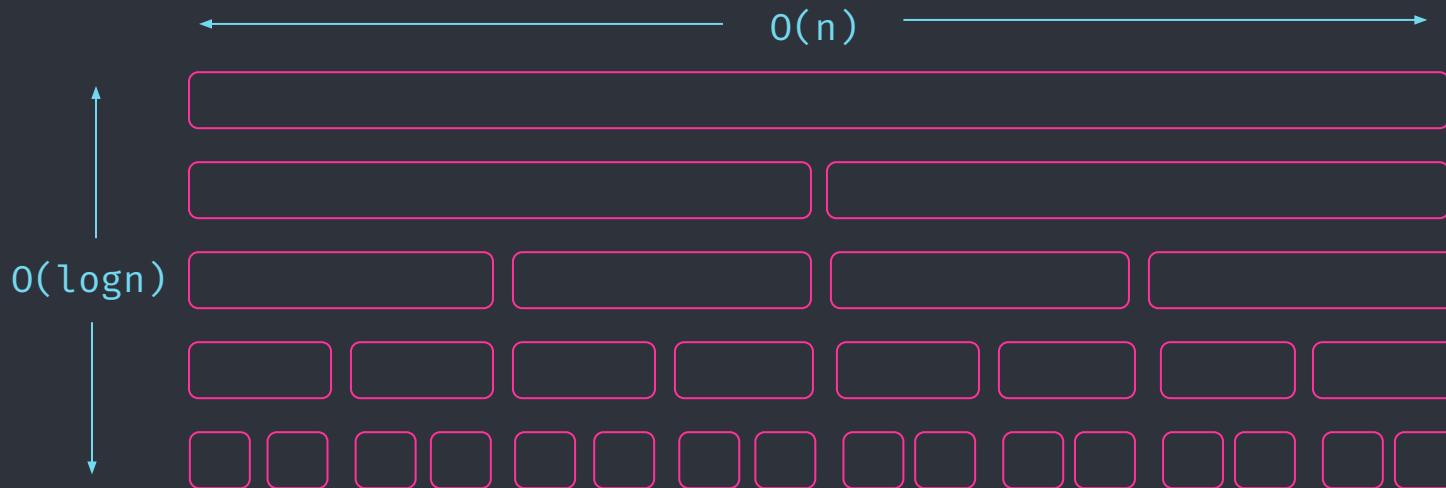
Används när:

- Ofta när man har samlingar som redan är delvis sorterade: den är väldigt effektiv om vi vet att inte all data behöver flyttas om
- Används internt av TimSort

Best case: $O(n)$ (redan sorterad)
Worst case: $O(n^2)$
Avg. case: $O(n^2)$

Divide-and-Conquer

	Best Case	Worst Case	Average Case
Merge Sort	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$
Quick Sort	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(n \log n)$

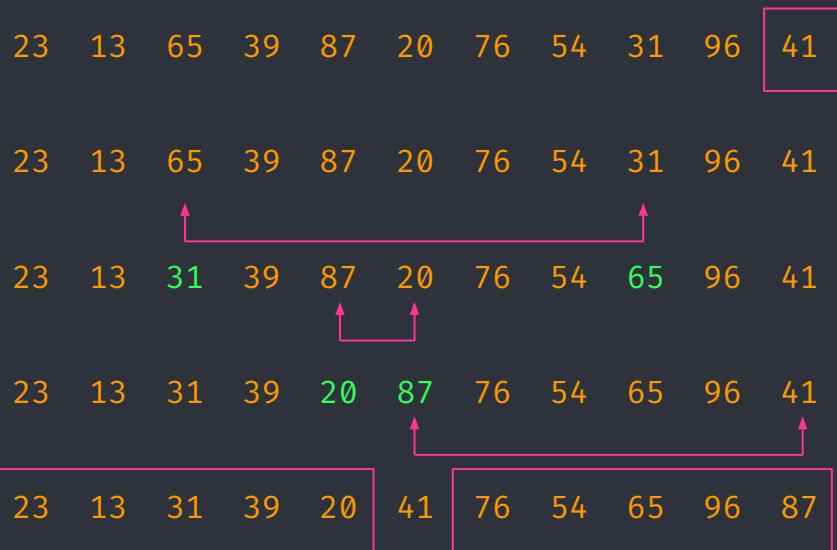


$O(n), O(\log n)$ antal gånger = $O(n \log n)$

kaffepaus(15);



QuickSort: pivotsortering



- Välj pivot (längst till höger). Pivot betyder ungefär “referenspunkt som allting annat jämförs med”
- Element från vänster som är större än pivot swappas med element från höger som är mindre än pivot
- När pilarna mötes, swappa pivot
- Tidigare pivot (41) är nu på rätt plats. Stegen ovan upprepas för de nya partitionerna

QuickSort

Best Case

$O(n \log n)$

Worst Case

$O(n^2)$

Average Case

$O(n \log n)$

- **Värsta fallet** för Quick Sort (ej optimerad) **inträffar när elementen redan är sorterade**: pivot-värdet kommer då hela tiden vara högsta värdet
- Detta innebär att **samtliga element hamnar i samma partition i varje steg**. Vi behöver då utföra n antal operationer n antal gånger i stället för $\log n$ antalet gånger och får då tidskomplexiteten $O(n^2)$

MergeSort

```
public void mergeSort(int[] arr)
{
    if (arr.length <= 1) { return; } //redan sorterad

    int mid = arr.length / 2;
    int[] left = new int[mid];
    int[] right = new int[arr.length - mid];

    System.arraycopy(arr, 0, left, 0, mid);
    System.arraycopy(arr, mid, right, 0, arr.length - mid);

    mergeSort(left);
    mergeSort(right);
    merge(arr, left, right);
}
```

Gör:

- Rekursiv algoritm som delar upp en array i halvor, sorterar varje halva och sedan slår samman dem ("merge") igen

Används när:

- Dataseten är väldigt stora och in-place inte är ett krav

Best case: $O(n \log n)$

Worst case: $O(n \log n)$

Avg. case: $O(n \log n)$

Jämförelse, olika sorteringsalgoritmer

Algoritm	Tidskomplexitet (Bäst/Sämst)	In-Place	Stabil	Används
QuickSort	$O(n \log n)$ / $O(n^2)$	Ja	Nej	Stora dataset som behöver in-place-sortering
MergeSort	$O(n \log n)$	Nej	Ja	När stabilitet är viktigt
InsertionSort	$O(n)$ / $O(n^2)$	Ja	Ja	Små eller mestadels sorterade samlingar
BubbleSort	$O(n^2)$	Ja	Ja	Helst inte, men ok för små dataset
SelectionSort	$O(n^2)$	Ja	Nej	Används sällan men föredras över BubbleSort pga färre swaps

■ Giltiga algoritmer

■ Används främst i lärosyfte

Vad använder Javas automatiska sorteringsfunktioner?

- **Arrays.sort()** använder **MergeSort** för att sortera objekt, men implementationen är egentligen en optimerad algoritm som heter TimSort
- **TimSort** är en **hybrid av MergeSort och InsertionSort**. Om en samling är liten eller delvis sorterad kommer den köra InsertionSort; om den är stor och/eller mestadels osorterad kommer MergeSort köras
- TimSort har $O(n)$ i bästa fall, $O(n \cdot \log n)$ i genomsnitt, och även $O(n \cdot \log n)$ i värsta fallet
- **Collections.sort()** använder **TimSort** för att sortera listor
- **QuickSort** används av **Arrays.sort()** för att **sortera primitiva datatyper** (int, double, osv). Java har en optimerad algoritm kallad för Double-Pivot QuickSort som används

Array eller lista?

- **Arrays.sort()** är till för arrayer. Den kan sortera arrayer som innehåller:
 - * Primitiva typer: QuickSort används
 - * Objekt: TimSort används
- **Collections.sort()** är till för listor. Den är alltid stabil men aldrig in-place. Exempel på listor som den kan sortera:
 - * ArrayList
 - * LinkedList
- Collections.sort() **funkar bara för listor.** Vill man sortera t.ex. en **HashMap** efter nycklar eller värden brukar man:
 1. **Konvertera** den till en `List<Map.Entry<K, V>>` och sortera listan, eller
 2. Konvertera den **till en TreeMap**, som då sorterar automatiskt efter nycklar