# Dagens föreläsning: Binära träd, grafer och garbage collection

{

#### Vi ska:

- Studera binära sökträd
- Fortsätta prata om rekursivitet
- Kolla på grafer och hur de fungerar
- Förstå skillnaden mellan djupet först och bredden först
- Lära oss skillnaden mellan In-, Pre- och Postorder

}

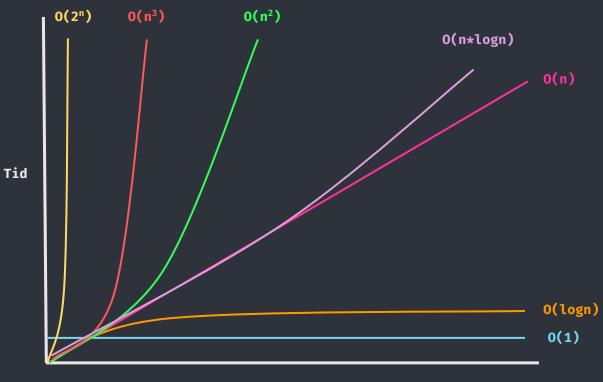
Mail: carl-johan.johansson@im.uu.se

# Lite repetition: hur vi bestämmer tidskomplexitet

- Vi letar efter den snabbast växande faktorn: de andra spelar ingen roll
- Multiplikation, subtraktion, jämförelseoperatorer och liknande behandlas som konstanter - 0(1)
- En loop som körs **n** gånger får komplexiteten **O(n)**
- Nästlade loopar som körs n gånger får O(n²)
- Tre nästlade loopar som körs n gånger får komplexiteten  $O(n^3)$
- Komplexiteter vi bryr oss om: O(logn), O(n),
  O(n\*logn), O(n²), O(n³), samt ibland O(k¹)

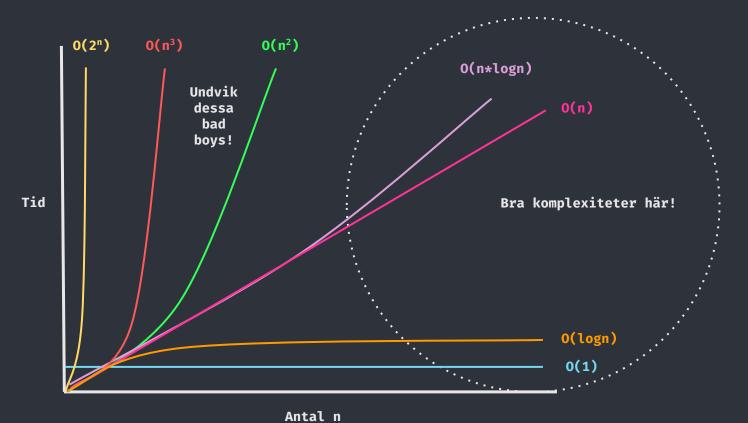


# Hur man ser skillnad på kurvorna



Antal n

# Hur man ser skillnad på kurvorna



### Namn på olika tidskomplexiteter

- Konstant, O(1), innebär att antalet operationer aldrig ökar när storleken på indatan ökar
- Logaritmisk tid, O(logn), växer oerhört långsamt
  En logaritm är en inverterad exponent: log<sub>2</sub>8 = 3 eftersom 2<sup>3</sup> = 8

Det här innebär att O(logn) **är den exakta motsatsen till exponentiell tidskomplexitet,** såsom rekursiv fibonacci (O(2<sup>n</sup>))!

Vi menar log<sub>2</sub>n när vi pratar om logn i algoritmdesign: Siffran är basen, dvs talsystemet, och datorer räknar binärt som är bas-2

- Linjär tid, O(n), innebär att tiden ~dubblas när indatan dubblas
- Vi kallar alla algoritmer som växer med en faktor  $n^k$  för polynomisk tid. Exempel:  $O(n^2)$ ,  $O(n^3)$ ,  $O(n^4)$ , osv.
- Vi kallar alla algoritmer som växer med en faktor k<sup>n</sup> för exponentiell tid. Exempel: O(2<sup>n</sup>), O(3<sup>n</sup>), osv.

### Lite mer om O(logn)

- Eftersom logaritmisk tillväxt är så oerhört liten är det i praktiken omöjligt att se skillnad på den och konstant tid när vi mäter exekveringstid
- Även när n ökar en miljard gånger går en divide-and-conqueralgoritm (t.ex. binär sökning) bara från 3 till 30 operationer:

Datamängd	Array	Träd	Länkad Lista
n	0(1)	O(logn)	0(n)
10	1	3	10
100	1	6	100
1000	1	10	1000
1000.000	1	20	1000.000
1000.000.000	1	30	1000.000.000

 Vi ska prata mer om datastrukturer som har O(logn) för sökning, såsom träd, under dagen

# O(n\*logn) är på samma vis väldigt nära O(n)

- Folk ritar ofta kurvan för O(n\*logn) som halvvägs mellan O(n) och  $O(n^2)$ , men det ger en felaktig bild av komplexiteten
- Ta en algoritm med en miljard n som indata som exempel: om tidskomplexiteten är O(n\*logn) kommer den att utföra ~30 miljarder operationer, eller 30\*n (eftersom log<sub>2</sub>(10<sup>9</sup>) = 30)
- En algoritm med tidskomplexiteten O(n²) kommer däremot att utföra en miljard miljard operationer
- Om vi uppskattar att en dator kan utföra ungefär en miljard operationer per sekund i genomsnitt kommer O(n\*logn)-algoritmen att kunna köra färdigt på under en minut
- O(n²)-algoritmen kommer däremot att ta flera år (en miljard sekunder)!

# Lite repetition: Abstrakta datatyper och rekursion

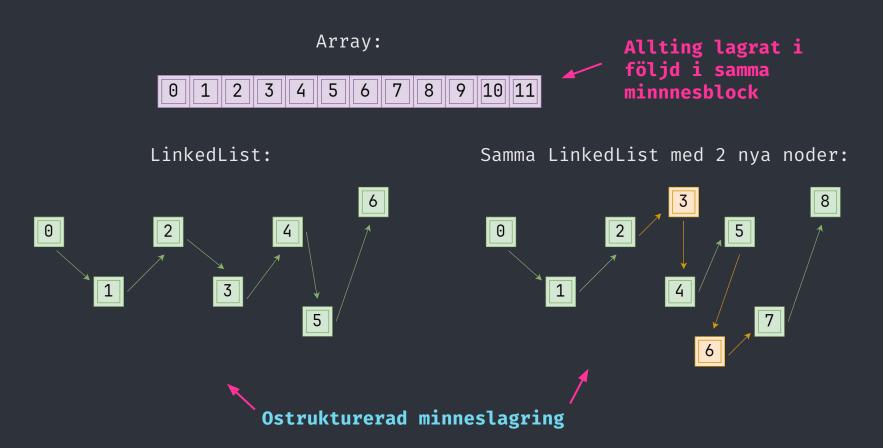
- Abstrakta datatyper (ADT) är datatyper som definieras av vad de gör och inte hur de ser ut: dvs de beskrivs av sitt beteende och inte sin implementation

**Exempel:** En lista kan vara både en ArrayList och en LinkedList, en stack går att bygga med både en array och en lista, osv

- Rekursiva metoder anropar sig själva (ex: binär sökning, rekursiv fibonacci) tills ett basfall har nåtts
- Rekursiva datastrukturer däremot är datastrukturer som innehåller en instans av sig själva

**Exempel:** Vi gjorde en **Node**-klass som i sig innehåller en **Node**: en sån här struktur kan vi bygga en länkad lista med

### Länkade Listor



#### Rekursiva datastrukturer

- Vi gjorde även en DoubleNode, som innehöll två noder: en som pekar mot föregående nod och en som pekar mot nästa nod
- En sån här datatyp är utmärkt om man vill bygga en Dubbellänkad Lista, där ju varje länk i listan har koll på både vad som finns bakom den och framför den i kedjan:

#### Node1 $\longleftrightarrow$ Node2 $\longleftrightarrow$ Node3 $\longleftrightarrow$ Node4

- Men den är perfekt för att skapa andra sorters abstrakta datastrukturer också, där man kan behöva lagra värden i vänstereller högerled kring en huvudnod:

```
(Huvudvärde)
(leftNode)
// (rightNode)
```

- Ett exempel på en sådan datastruktur är ett binärt sökträd

### Binärt sökträd

- Ännu ett exempel på en abstrakt datatyp (ADT)
- En datastruktur som är rekursiv till naturen eftersom vi bygger den av självrefererande noder (TreeNode)
- Sökning i ett sånt här träd är ett exempel på divide-and-Conquer, precis som binär sökning, eftersom man kan utesluta halva trädet varje gång: tidskomplexiteten är därför O(logn)
- Till skillnad från en binär sökning behöver vi dock inte ha datan sorterad: trädet sorterar den automatiskt åt oss när vi lägger in den

# Binär Sökning

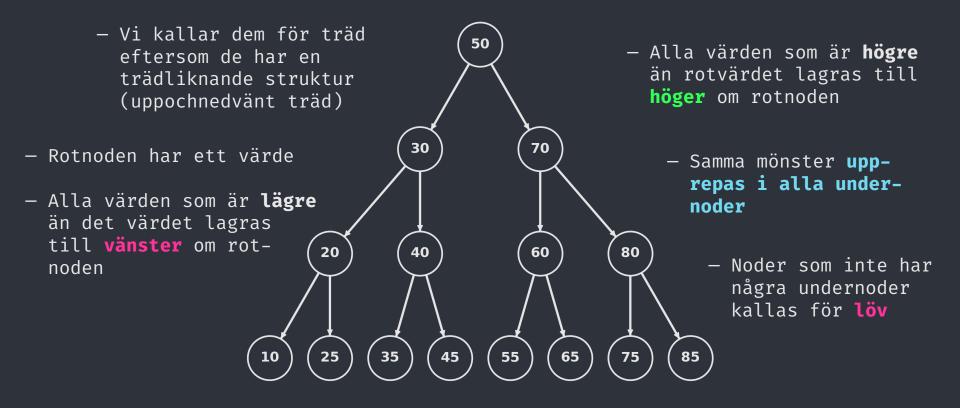


# TreeNode: väldigt simpel rekursiv klass

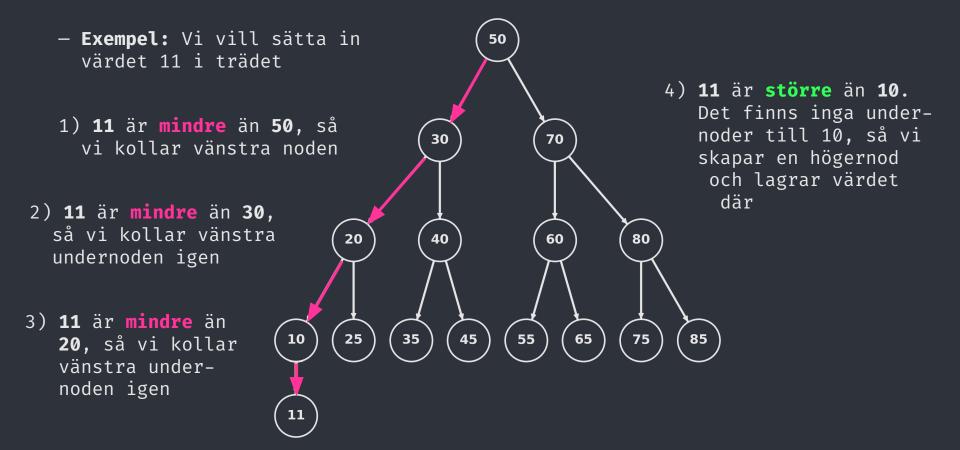
```
public class TreeNode
{
  int value;
  TreeNode leftNode;
  TreeNode rightNode;

  public TreeNode(int value)
  {
    this.value = value;
  }
}
```

### Trädstrukturen för ett binärt träd



## Insättning i trädet



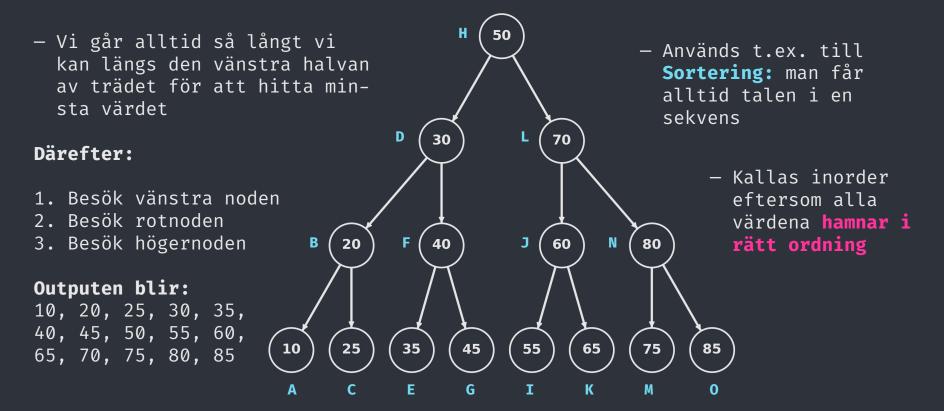
# [Kodexempel]

Koden finns i klassen BinaryTree.java

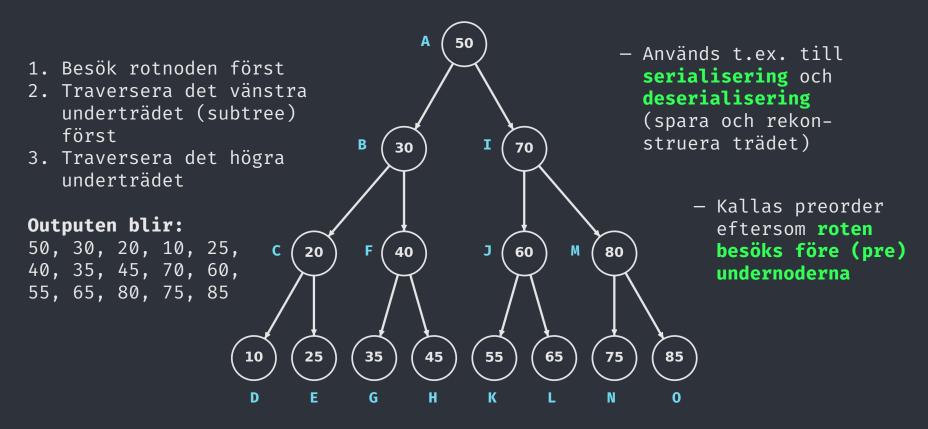
## Olika sätt att traversera ett binärt träd

- Utöver att kunna söka efter specifika värden behöver vi kunna traversera trädet för att besöka alla noder ibland
- Det finns olika sätt att besöka ("traversera") noderna i ett binärt träd
- De tre vanligaste sätten kallas för Inorder, Preorder och Postorder
- Det går att koda andra fall om man vill men det är inte särskilt vanligt

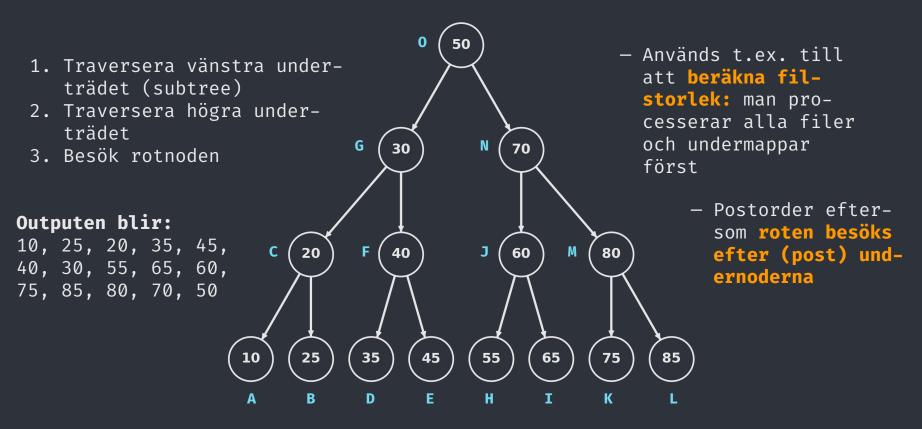
# Olika sätt att traversera trädet: Inorder (Vänster, rot, höger)



# Olika sätt att traversera trädet: Preorder (Rot, vänster, höger)



# Olika sätt att traversera trädet: Postorder (Vänster, höger, rot)



## Bra minnesregel: Djupet först

- Notera att vi alltid går på djupet först (dvs går så djupt vi kan åt vänster) när vi scannar av trädet
- Anledningen är att rekursion alltid fungerar enligt principen djupet först (kom ihåg rekursiv fibonacci och hur den alltid returnerar den vänstra anropskedjan först)
- Med andra ord: trädtraverseringen, den fysiska vägen genom trädet, är alltid densamma
- Den enda skillnaden är ordningen som vi besöker noderna (dvs skriver ut värdena som är lagrade i dem)
- När vi säger "olika sätt att traversera trädet" menar vi ordningen som vi skriver ut värdena i, men det är egt. lite missvisande eftersom själva traverseringen av trädet aldrig förändras

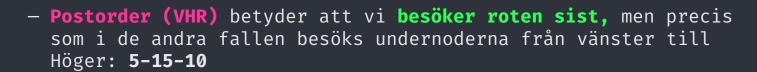
### Bra minnesregel: förstå namnen

- Förstår man innebörden av namnen (Inorder, Preorder, Postorder) kan man lätt klura ur hur man ska skriva ut värdena om det t.ex. skulle komma en sådan uppgift på en tenta

10

- Inorder (VRH) innebär att vi alltid får en sortering: vi besöker lägsta värdet först, sedan mittenvärdet, och sist det högsta: 5-10-15

- Preorder (RVH) innebär att vi besöker roten före undernoderna, men i övrigt besöker vi undernoderna från vänster till höger som vanligt: 10-5-15



– Inget av fallen börjar med att besöka högernoden!

### Obalanserade träd: ett problem

- Ett obalanserat träd har i värsta fallet O(n) för uthämtning av data eftersom det kan kollapsa till en länkad lista om man bara går ner längs den ena förgreningen:



 Ett självbalanserande träd, också kallat ett Red and Black Tree, har alltid tidskomplexiteten O(logn) för uthämtning eftersom det ser till att den här kollapsen aldrig sker

### Rödsvarta träd (Red-black tree)

- Rödsvarta träd är självbalanserande: du behöver inte göra någonting! \o/
- Namnet är någonting man valde för att beskriva metaforiskt hur trädet har två typer av noder
- Exempel på datastrukturer i Java med balanserade rödsvarta träd:

```
TreeMap<K, V> Lagrar key-value-par
TreeSet<E> Lagrar element (dvs objekt men INTE primitiva
datatyper)
```

 En utmärkt datastruktur för stora datasamlingar som behöver traverseras ofta

# Tidkomplexiteten för binära träd

	Balanserat träd	Obalanserat träd
Sökning:	O(logn)	0(n)
Insättning:	O(logn)	0(n)
Radering:	O(logn)	0(n)

#### Divide-and-conquer:

Vi halverar trädet varje gång vi gör ett val att följa en förgrening, precis som en binär sökning halverar samlingen varje gång vi kollar om mittvärdet är större eller mindre än måvärdet.

# Är traversering av alla noder O(n) eller O(n\*logn)?

- Intuitionen säger att det borde vara O(n\*logn): om det tar O(logn) att hitta ett värde i ett träd bör det ta O(logn) gånger O(n) att hitta alla värden, eller hur?
- Fel! Tidskomplexiteten för att traversera ett träd är O(n)
- Anledningen är att vi inte gör en sökning för varje värde när vi traverserar trädet
- Jämför med en länkad lista: att iterera genom hela listan tar O(n) eftersom vi bara följer noderna, oavsett faktumet att en sökning efter ett enskilt värde också är O(n)
- Trädtraversering funkar likadant: vi gör inte en sökning efter varje nod - vi följer bara referenser från en trädnod till en annan

kaffepaus(15);

# TreeMap kan returnera ett subset på konstant tid

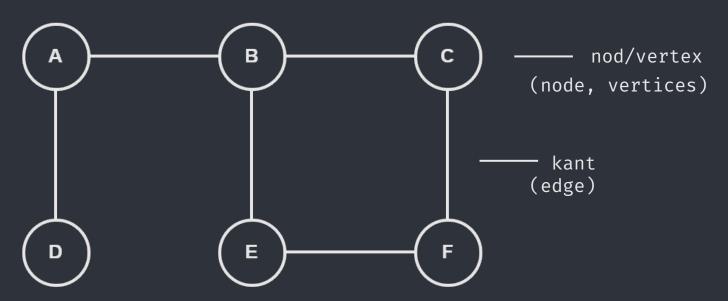
- TreeMap har en funktion kallad för subMap(K fromKey, K toKey)
- En submap returnerar en vy av trädet inom det specificerade spannet i stället för ett nytt träd: den här "vyn" är bara en wrapper som innehåller två referenser: en början och ett slut
- Det här innebär att subMap() har O(1) i tidskomplexitet oavsett hur stort spann vi anger med fromKey och toKey
- Att sedan iterera genom dessa värden har däremot tidskomplexiteten
   O(n) precis som vanligt, men det här görs då på anroparens sida
   (callsiten) och inte av själva algoritmen
- Vi brukar säga att vi får **tidskomplexiteten O(k) totalt sett,** där <u>k är vårt **subset av n**</u>

# [Kodexempel]

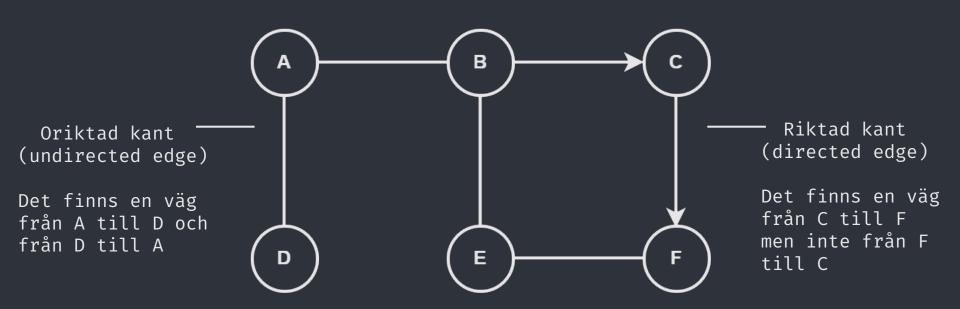
Koden finns i klassen SubmapExample.java

#### Grafer

- En graf är en abstrakt datatyp (ADT): den har ingen egen datastruktur utan använder andra såsom arrayer, listor eller maps för att simulera ett beteende
- En graf representeras av noder (cirklar) som ansluts till varandra med kanter (linjer):



#### Grafer



### Användningsområden

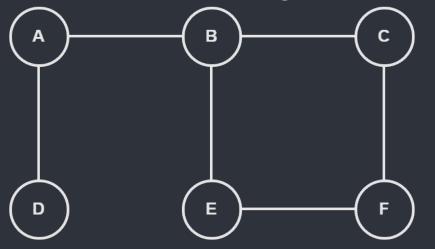
- Grafer används överallt där förhållanden, anslutningar och vägar existerar mellan någonting. **Exempel:** 

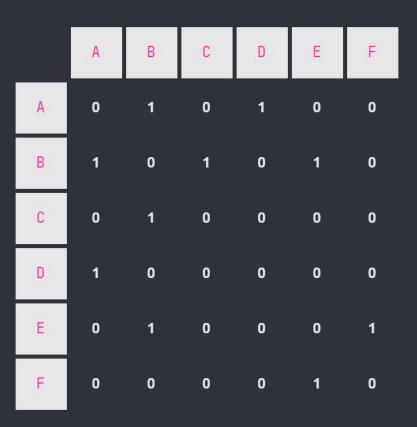
Sociala nätverk: Förhållanden mellan människor GPS-system; Kortaste vägen mellan två orter Datornätverk: Routing och överföring av data

- Grafdatabaser används ofta i sammanhang där förhållandet mellan data är lika viktigt som datan i sig själv (t.ex. Neo4J)
- Spotify, Facebook, Twitter, osv använder alla olika former av grafer för att modellera förhållanden mellan användare och förutspå vem du kanske vill följa baserat på de du redan följer, vad du vill lyssna på, osv

## Grannmatris (Adjacency Matrix)

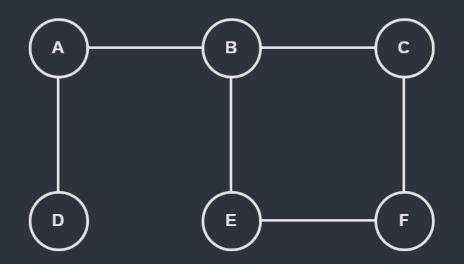
- Ett sätt att beskriva relationerna i en graf
- Använder sig av en 2D-array för att lagra relationerna
- 1 betyder att det finns en kant
  mellan noderna; 0 = ingen kant

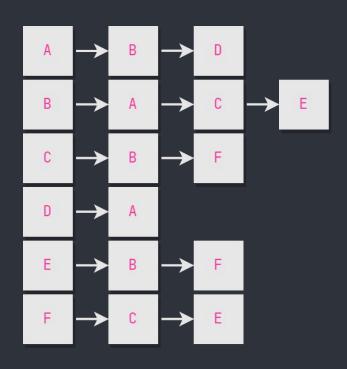




### Grannlista (Adjacency List)

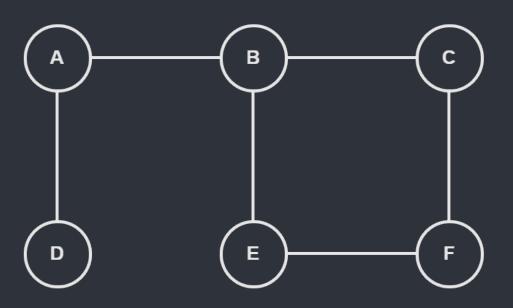
- Ytterligare ett sätt att lagra relationerna i en graf
- Använder en HashMap eller en Lista för att lagra varje nods grannar





### Djupet Först (Depth First Search)

- Implementeras med hjälp av en **Stack**
- Sökningen går alltid så djupt den kan innan den börjar backtracka
- Implementeras ofta även rekursivt



DFS med start från A, om alla noder lagrar vägen till andra noder i bokstavsordning:

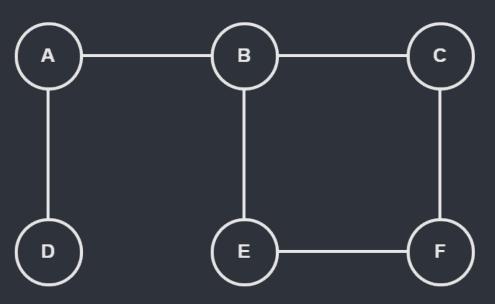
ABCFED

### DFS implementerad med en stack

- 1. Lägg A på stacken. Stacken innehåller: A
- Besök A. A har en kant till B. Lägg B på stacken.
   Stacken innehåller: A. B
- 3. Besök B. B har en kant till C. Lägg C på stacken. **Stacken innehåller: A, B, C**
- 4. Besök C. C har en kant till F. Lägg F på stacken.
  - Stacken innehåller: A, B, C, F
- 5. Besök F. F har en kant till E. Lägg E på stacken. **Stacken innehåller: A, B, C, F, E**
- 6. Besök E. E har inga kanter till nya noder så vi poppar den från stacken. **Stacken innehåller: A, B, C, F**
- 7. Besök F igen. F har inga fler kanter till obesökta noder. Poppa F. **Stacken innehåller: A. B. C**
- 8. Besök C igen. C har inga fler kanter till obesökta noder. Poppa C. Stacken innehåller: A, B
- 9. Besök B igen. B har inga fler kanter till några obesökta noder. Vi poppar B, och besöker sedan A.
- 10. A har en kant till D. Vi lägger D på stacken.
- 11. D har inga kanter till obesökta noder, så vi poppar den från stacken, och återvänder till och poppar sedan A.

## Bredden Först (Breadth First Search)

- Implementeras med hjälp av en Kö
- Besöker först alla noder som A har en kant till, och sedan alla noder som de noderna har en kant till, och-så-vidare
- Backtrackar inte, så den är (normalt) iterativt implementerad



BFS med start från A, om alla noder lagrar vägen till andra noder i bokstavsordning:

ABDCEF

## BFS implementerad med en kö

- 1. Lägg till A i kön. **Kön innehåller: A**
- 2. Besök A. A har en kant till B och D. Lägg till B och D i kön. Ta bort A från kön.

#### Kön innehåller: B, D

3. Besök B. B har en kant till C och E. Lägg till C och E i kön. Ta bort B från kön.

#### Kön innehåller: D, C, E

4. Besök D. D har inga kanter till andra noder. Ta bort D ur kön.

### Kön innehåller: C, E

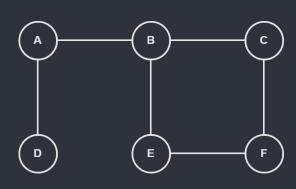
5. Besök C. C har en kant till F. Lägg till F i kön. Ta bort C ur kön.

### Kön innehåller: E, F

6. Besök E. E har inga kanter till noder vi inte besökt. Ta bort E ur kön.

#### Kön innehåller: F

7. Besök F. F har inga kanter till noder vi inte besökt. Ta bort F ur kön. Kön är nu tom.



# Dijkstras algoritm: Kortaste vägen i en graf

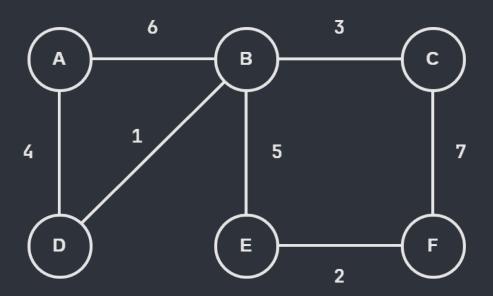
- Dijkstras algoritm hittar den kortaste vägen i en graf
- Namngiven efter **Edsger Dijkstra** som uppfann den. En av 1900-talets största datorvetare; fick en **Turing Award** (motsv. till Nobelpris)

Exempel: Netflix använder ett nätverk av servrar, CDN (Content Delivery Network), för att lagra filmer. När du ansluter till tjänsten och spelar upp en film har de en algoritm som hittar närmaste geografiska serverplatsen för att minimera latens

- Är exempel på girig (greedy) algoritm: dessa letar alltid efter minst belastning
- Idén är att lokalt kortaste vägen = globalt kortaste vägen
- Funkar dock bara så länge kantvikten inte är negativ

## Dijkstras algoritm

- Kan implementeras med en Prioritetskö
- Siffrorna representerar kantvikten (Edge Wweight)



### <u>Distanstabell för noden A</u>

Nod	Kostnad	Via
В	5	D
С	8	В
D	4	Α
E	10	В
F	12	E

# Grafer har inte konventionell tidskomplexitet

- Grafer har två variabler, noder och kanter, vilket gör dem mer komplexa än arrayer, listor och liknande datastrukturer
- Det går därför inte att prata om dem i termer som O(n), för det finns inget enskilt n-värde som definierar grafen
- Man brukar säga att komplexiteten är O(V+E), där V är antalet noder (Vertices) och E är antalet kanter (Edges)
- Det här är dock ingenting vi tar upp på kursen och inget ni förväntas kunna: vårt mål är bara att skapa en konceptuell förståelse för grafer

# Giriga (greedy) algoritmer

- Vi nämnde att Dijkstras algoritm är girig, men giriga algoritmer är inte bara ett koncept som gäller för grafer
- Det är skillnad mellan greedy och djupet först: giriga algoritmer backtrackar aldrig. När de tagit ett beslut hålle<u>r de fast vid det</u>
- Problem som är lämpade för att lösas rekursivt är för det mesta omöjliga att lösa med giriga algoritmer eftersom de aldrig ångrar sig
- Föreställ er en labyrint: Dijkstras algoritm kommer ge oss den kortaste vägen från Start till Mål så länge vi alltid kan röra oss fritt mellan olika rum
- Om labyrinten har hinder (återvändsgränder, krokodilgropar, zombier, etc) kommer den dock att misslyckas, för den kan inte återvända när den tagit ett beslut att gå till ett rum där den visar sig vara fast

## Exempel: en girig myntväxlare

- Säg att vi vill programmera en maskin som ger tillbaka växelmynt när någon har handlat
- Vi vill att den ska ge ut så få mynt som möjligt för att inte irritera kunderna
- En girig algoritm skulle kunna hjälpa oss att programmera maskinen: Om den ska ge ut 20 spänn i växel vill vi exempelvis att den delar ut två 10-kronor; inte 4 st 5-kronor
- Vi vill med andra ord att den alltid ska välja det största möjliga myntet först, och sen det näst största möjliga, osv

# [Kodexempel]

Koden finns i klassen GreedyCoinChange.java

# Vad händer om valörerna ändras så att de inte längre följer regelbundna mönster?

- Säg att vi i stället har tre sorters mynt som är värda 4, 3 och 1 kr och vi behöver ge ut växelpengar som motsvarar 6 kr
- Hur kommer myntväxlaren att bete sig?

#### Svar:

- Eftersom den är girig kommer den att välja myntet som är värt 4 kr först och sedan två stycken 1-kronor (4 + 1 + 1)
- Den **optimala lösningen** är dock att ge ut 2 st 3-kronorsmynt
- Det här är anledningen till att giriga algoritmer t.ex. inte kan lösa The Travelling Salesman-problemet: i verkligheten är inte alltid det lokalt bästa valet samma sak som det bästa valet ur ett större perspektiv

### Heapen

- Vi fokuserade på **callstacken** senast, men **heapen** är lika viktig att förstå när vi vill skapa oss en bild av hur minne fungerar i Java
- Alla objekt lagras på heapen; stacken håller enbart referenserna till dem
- Vi nämnde tidigare exempel på vad grafer är bra till, såsom vägvisningsappar och sociala nätverk, men ytterligare ett användningsområde är inbyggt i Java självt: heapen
- Heapen i sig självt är bara ett minnesblock i RAM, dvs själva utrymmet är linjärt och inte en graf
- Heapminnet kan dock visualiseras som en graf med objekt som noder, där referenser formar kanter mellan dem
- Garbage collection utnyttjar detta för att frigöra minne

# Garbage Collection: graftraversering för att frigöra minne

- I ett språk som C++ har man inte bara en konstruktor man har även en destuktor där man kan specificera vad som ska raderas ur minnet när ett objekt förstörs
- Tar man inte bort allokerat minne efter sig kommer det att ligga kvar på heapen efter att själva objektreferensen är borta från stacken: man får då en minnesläcka och blir arg, och går och skapar Java och programmerar i det i stället



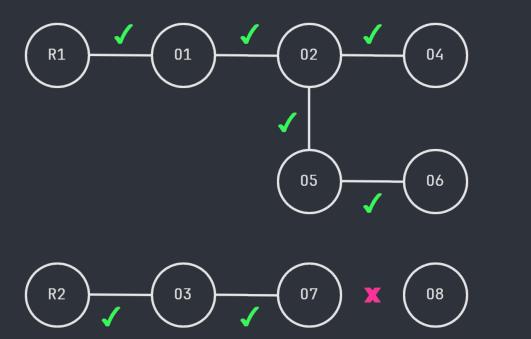
- I Java sköts minnesrensningen automatiskt av en bakgrundsprocess som kallas för garbage collection, som funkar ungefär som en sopgubbe: när vi samlat ihop skräp kommer den och hämtar det så att tunnan (dvs heapen) blir tom igen

## Hur garbage collectorn fungerar

- Den ser varje objekt i minnet som en nod i en graf, medan referenser mellan objekten ses som kanter som förbinder dem
- Rötterna (GC Roots) är en samling av speciella objekt som håller koll på referenser som existerar när programmet startar: stackvariabler, statiska variabler, trådar och liknande
- Så länge en nod (dvs ett objekt) är ansluten till en rot anses den vara vid liv och behålls i minnet
- När vi poppar en stackframe tar vi bort en kant mellan två noder, och när garbage collectorn försöker traversera grafen på nytt kan den inte längre nå den yttersta noden
- Den märker då den här noden som "död", varpå den sedan kommer att tas bort i nästa cykel

# Hur objekt elimineras från heapen

 Garbage collectorn vet att objekt 8 finns, men den kan inte längre nå det genom traversering från Rot 2 efter att kanten har försvunnit



R: Rötter (GC Roots)

): Objekt

 08 märks för borttagning och kommer att raderas i nästa cykel

## Varför just en graf?

- Varför använder garbage collectorn en graf i stället för att t.ex. stoppa alla referenser i en lista när någonting poppas från stacken och sen radera allt som finns i den listan?
- Anledningen är att minneshantering inte bara handlar om att hålla reda på variabler, utan även komplexa förhållande mellan dem
- Det kan till exempel finnas flera referenser till ett objekt i flera olika stackframes: om vi tar bort objektet bara för att en frame poppas kommer vi att radera en bit levande minne som fortfarande används!
- Just såna här grejer är grafer bra på att modellera: förhållanden och relationer, där vi behöver veta hur saker hänger ihop i flera olika led

# Vad för sorts algoritm använder garbage collectorn?

- Varken rekursiv eller girig: även om den "imiterar" ett rekursivt mönster, precis som stacken gör, så är den **inte självrefererande**
- Den är inte heller girig eftersom den kan backtracka: den tar inte bort objekt så fort den hittar ett som inte går att nå, utan märker det för radering och fortsätter sedan
- I stället lagrar den objekt som den ska besöka i en kö eller en stack, och processerar dem sedan iterativt
- Algoritmen den använder kallas för Mark-and-Sweep och är en variant på djupet-först-sökning (DFS) i grafer som vi gick genom tidigare

## Andra ställen där Mark-and-sweep används

 Mark-and-sweep-algoritmer är värdefulla i system som producerar "skräp", dvs resurser som behöver städas upp för att undvika belast-Ning för systemet. Exempel:

Datornätverk: Brutna anslutningar, oanvända resurser och

liknande som **belastar servrar och bandbredd** 

**Unreal Engine:** Objekt som sprites, assets och partiklar behöver

> städas upp periodiskt när de inte används: när du **skjuter en space invader** i ett spel vill vi

inte ha kvar spriten för den i minnet längre

Operativsystem: Processer som inte längre används avslutas för

att frigöra RAM-minne

- Graftraversering är vanlig i många sammanhang som man inte reflekterar över normalt, och därför är det bra att ha lite koll på

# I morgon: Felhantering, säkerhet och best practices

- $\left\{ \right.$
- Vi ska titta lite på undantag (exceptions) och vad de egentligen är för någonting
- Vi ska gå genom lite best practices och säkerhetsaspekter i programmering som kommer vara bra att ha med er när ni börjar arbeta med algoprojektet
- Vi kommer förmodligen också ha tid över: mitt förslag är att vi repeterar saker ni känner er osäkra på och/eller går genom lite uppgifter tillsammans