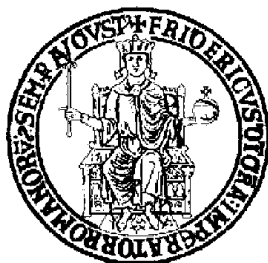


Università degli Studi di Napoli Federico II



Dipartimento di Ingegneria Elettrica e delle Tecnologie dell'Informazione

*Classe di Laurea in Ingegneria dell'Informazione, Classe n.
L.8*

Tesina di sensori e trasduttori di misura

Ponte di Wheatstone

De Angelis Carlo

Matr.M61000774

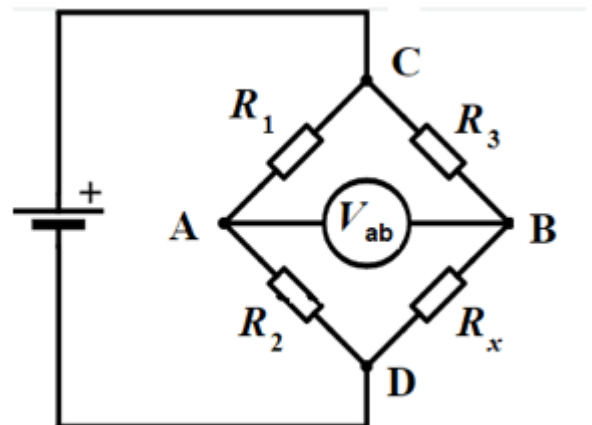
Anno Accademico
2022/2023

Introduzione

Il **Ponte di Wheatstone** è un dispositivo elettrico inventato da Samuel Hunter Christie nel 1833 per misurare il valore di una resistenza elettrica di valor medio.

Si compone di un generatore di tensione che alimenta due rami resistivi posti in parallelo: il primo è composto da un resistore campione in serie a una cassetta di resistori (resistenza variabile tramite opportune manopole) di elevata precisione; il secondo ramo è invece composto da un resistore campione in serie alla resistenza incognita. Si pone quindi un rilevatore eventualmente protetto da uno shunt in parallelo, tra i due resistori del primo ramo e i due del secondo ramo.

In questo caso verrà utilizzato come resistore incognita R_x un Sensore Termico Resistivo. Tramite un sistema di trasduzione si vuole costruire una curva di tipo lineare che lega la tensione in uscita misurata tramite un montaggio a Ponte di Wheatstone alla temperatura in un range di temperature $25 \div 100\text{ }^{\circ}\text{C}$



Durante il corso dell'esperienza viene utilizzata la seguente **strumentazione di misura**

- Bagno Termostato HAAKE C10
- Sensore termico resistivo in platino Pt100 RS236-4277
- Multimetro Keithley 2000 n° 1012354
- Alimentatore Agilent E3631A n° 40038406
- Termistore NTC a semiconduttore
- Resistori variabili
- Board STM32F303VC

Misura del valore di β

Il sensore termico resistivo in platino Pt100 è un termistore la cui resistenza varia in funzione della temperatura attraverso la seguente legge non lineare

$$R_T = R_{T_0} \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

Con:

- T_0 la temperatura di riferimento (in Kelvin) che in questo caso è scelta coincidente alla temperatura ambiente
- T è la temperatura (in Kelvin) in corrispondenza della quale la resistenza del termistore è R_T ,
- R_{T_0} è la resistenza alla temperatura di riferimento.

Visto che è ora di interesse trovare il valore di β , basta invertire e ricavare la formula inversa

$$\beta = \frac{\ln \left(\frac{R_T}{R_{T_0}} \right)}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}}$$

Per poter misurare β bisogna effettuare i seguenti step:

1. Misurare il valore di resistenza del Pt100 a temperatura ambiente θ_0
2. Inverto la relazione caratteristica del sensore Pt100 e ricavo T_0 . Si ricorda che la sua relazione è data da: $R_{Pt} = R_{Pt0} [1 + \alpha(T - T_{Pt0})]$, dove $\alpha = 0,00385 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, $T_{Pt0} = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $R_{Pt0} = 100 \text{ } \Omega$
3. Misurare il valore di resistenza R_{T_0} del termistore a temperatura ambiente;
4. si ripetono i precedenti passi, dopo aver però introdotto il sensore Pt100 e il termistore all'interno del bagno termostato, fissato alla temperatura **nominale** di $\theta_1 = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$;

Così facendo misuro i valori di resistenza in corrispondenza di 2 temperature differenti, le quali temperature vengono a loro volta misurate con il Pt100 per un controllo sulla temperatura effettiva.

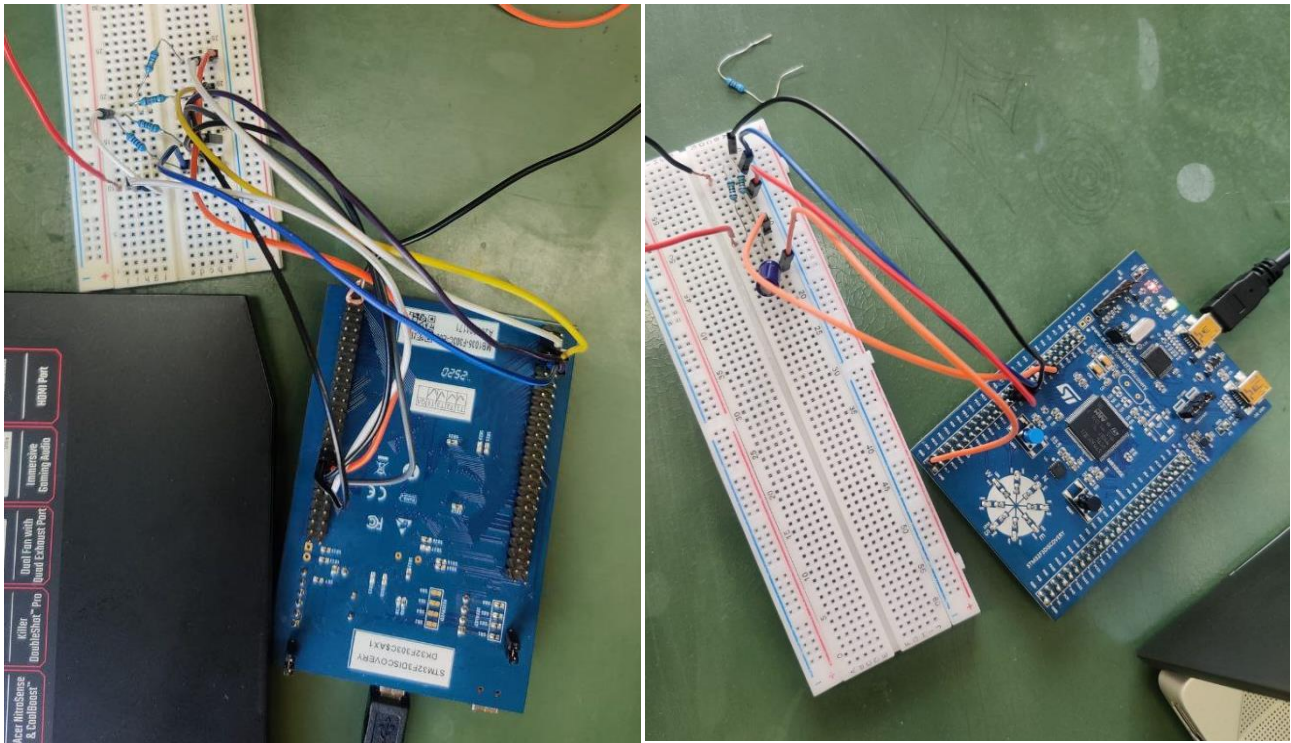
Per quanto riguarda le misure di resistenza, sono state effettuate 3 misure ognuna delle due temperature con un metodo di misura diversa; in particolar modo è stato usato il metodo del RC timing, quello della caduta di potenziale ed infine è stato usato un multimetro. È stata poi effettuata una media tra i 3 valori di resistenza ottenuti I valori ottenuti sono:

	θ_0	θ_1
R_{Pt}	109,47 Ω	138,06 Ω
θ_{eff}	24,60 $^{\circ}\text{C}$	98,86 $^{\circ}\text{C}$
R_T (RC Timing)	10700 Ω	660 Ω
R_T (caduta di potenziale)	10930 Ω	653 Ω
R_T (multimetro)	10500 Ω	650 Ω
R_t medio	10710 Ω	654,3 Ω

Applicando le formule precedentemente ottenute si ottiene che $\beta = 4169,6 \text{ K}$



1 bagno termostato



2 Circuito con il metodo della caduta di potenziale a sinistra, con il metodo dell'RC timing a destra

Realizzazione del ponte

Come già anticipato nell' introduzione, in uno dei rami del ponte è presente il termistore, mentre gli altri tre rami sono dei resistori variabili. Visto che si vuole rendere lineare la relazione tra la tensione V_x di sbilanciamento del ponte e la temperatura, occorre quindi dimensionare adeguatamente il ponte in modo da compensare la non-linearità del termistore attraverso la non-linearità del ponte nel range di temperature $25 \div 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Tramite l'applicazione delle leggi di Kirchhoff e risolvendo il circuito si ottiene che

$$V_x = E \left(\frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1}} - \frac{1}{1 + \frac{R_3}{R_T}} \right)$$

Il dimensionamento è stato eseguito in modo che:

- $V_{x_0} = 0 \text{ V}$, in corrispondenza di $\theta_{25} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$;
- $V_{x_{1.5}} = 1,5 \text{ V}$, in corrispondenza di $\theta_{62.5} = 62.5 \text{ }^\circ\text{C}$;
- $V_{x_3} = 3,0 \text{ V}$, in corrispondenza di $\theta_{100} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$.

In questo modo, si vede che il ponte riesce a compensare la non-linearità del termistore, fornendo una caratteristica d'uscita pressoché lineare nel range di temperature di interesse. In particolare, il dimensionamento del ponte si effettua risolvendo il sistema di tre equazioni ottenuto imponendo le condizioni sopra citate, nelle incognite E , R_3 , ed R_2/R_1 .

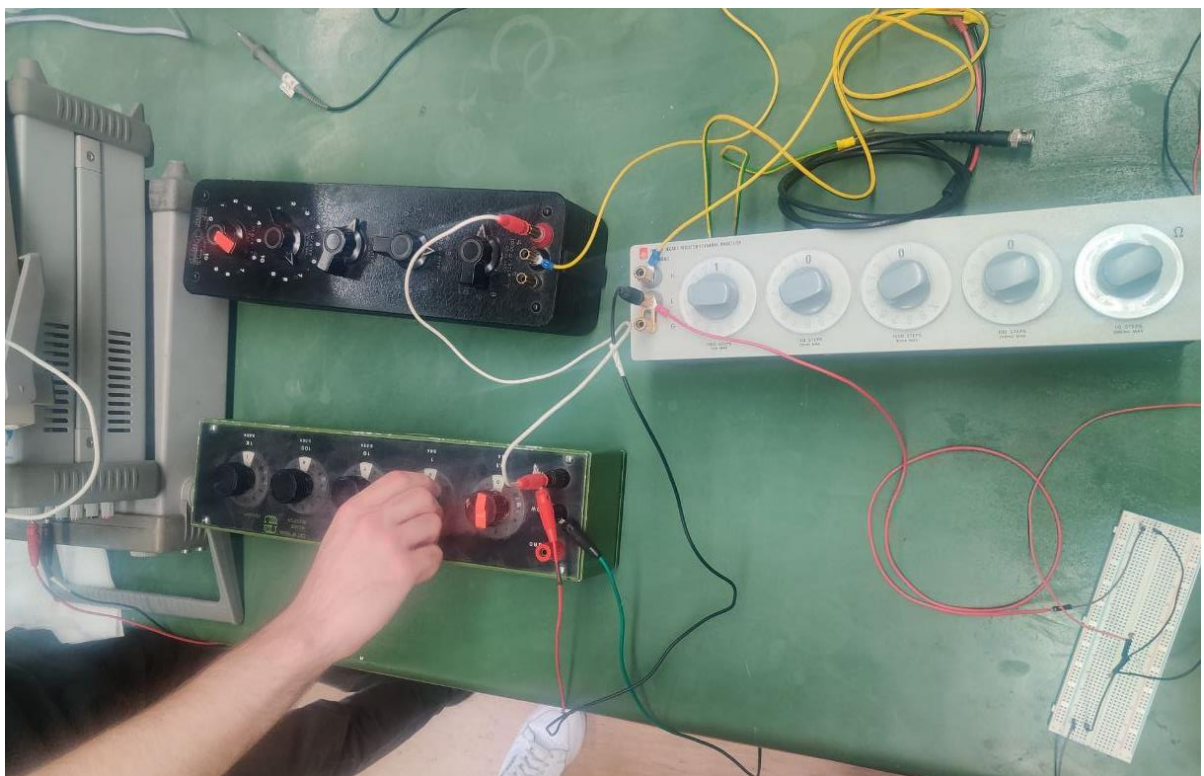
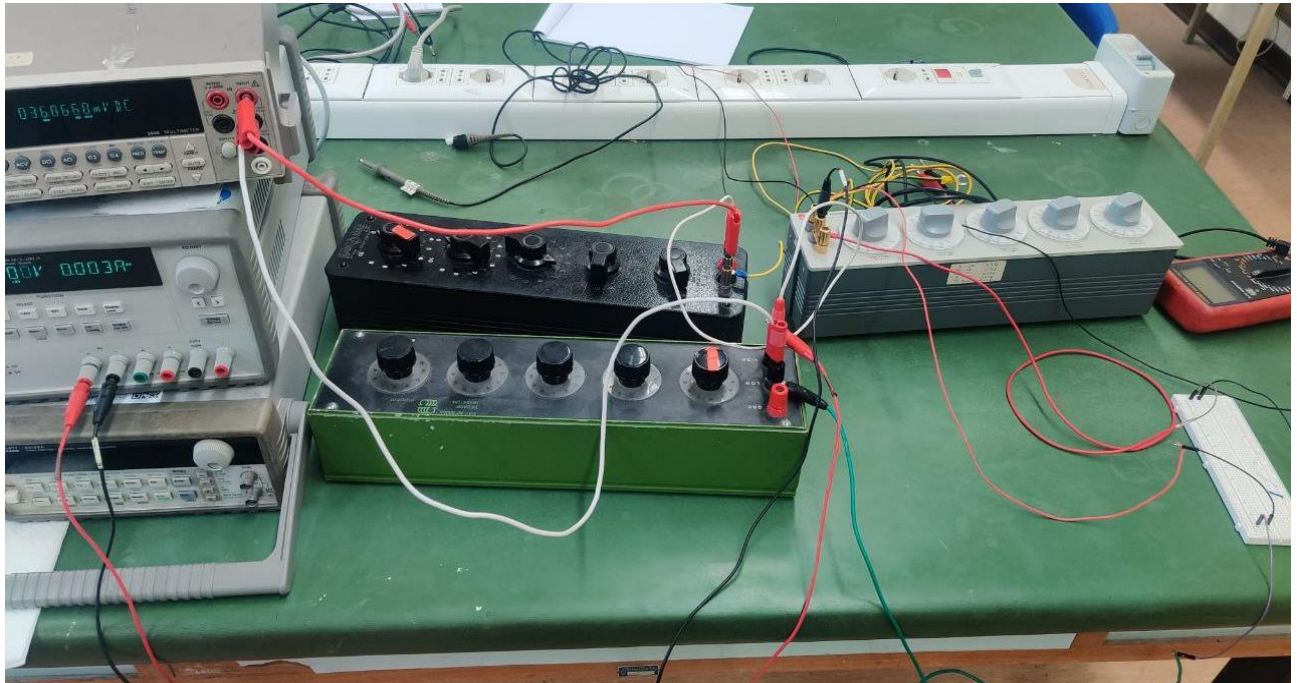
I calcoli sono stati effettuati mediante un semplice codice Matlab che implementa la trattazione matematica citata pocanzi. I risultati ottenuti sono:

$$E = 5 \text{ V} \qquad R_1 = 1000 \text{ } \Omega \qquad R_2 = 160 \text{ } \Omega \qquad R_3 = 1670 \text{ } \Omega$$

NOTE:

- È stato verificato che la massima potenza dissipata dal termistore data da $P_{dissmax} = \frac{E^2}{4R_3} = 3,74 \text{ mW}$ risulta essere inferiore della potenza massima dissipabile dal componente, pari ad 500mW in accordo con il datasheet

- Da misure preliminari si è visto che, alimentando il ponte mediante la scheda STM32F303VC, l'assorbimento di corrente da parte del ponte determina una tensione effettiva di alimentazione inferiore a 5 V (massimo erogabile dalla scheda), non permettendo di soddisfare le condizioni di dimensionamento ottenute.



3 Ponte di Wheatstone

Misurazione

Una volta dimensionato il ponte si può proseguire con l'atto della misurazione. Gli step effettuati sono:

- Individuare diversi valori di temperatura di riferimento nel range di temperatura di interesse, in questo caso sono stati scelti 4 valori di temperatura per la misurazione, ovvero $T_1=25^\circ$, $T_2=45^\circ$, $T_3=65^\circ$ ed $T_4=85^\circ$ in modo tale da ricoprire in maniera quasi uniforme il range di temperature di interesse
- Ogni valore di temperatura è forzato con bagno termostato sul termistore, inoltre con il sensore Pt100 viene monitorata la temperatura
- Per ognuno dei 4 valori di temperatura si eseguono cinque misurazioni della tensione di sbilanciamento del ponte attraverso l'utilizzo della scheda configurata in modalità di acquisizione dati in modalità differenziale (programmata opportunamente per misurare una tensione differenziale) e una misura di resistenza del sensore Pt100 attraverso il multimetro, grazie con il quale si ottiene una misura di riferimento per il valore di temperatura (diverso rispetto a quello del bagno termostato)

I risultati ottenuti dalle misurazioni sono stati:

	$T_1 = 25^\circ\text{C}$	$T_2 = 45^\circ\text{C}$	$T_3 = 65^\circ\text{C}$	$T_4 = 85^\circ\text{C}$
R_{Pt}	110,00 Ω	117,54 Ω	127,75 Ω	137,20 Ω
T_{eff}	26,00 $^\circ\text{C}$	45,56 $^\circ\text{C}$	72,08 $^\circ\text{C}$	96,00 $^\circ\text{C}$
1) V_x	0,036 V	0,720 V	1,939 V	2,911 V
2) V_x	0,034 V	0,708 V	1,939 V	2,922 V
3) V_x	0,027 V	0,714 V	1,922 V	2,900 V
4) V_x	0,039 V	0,735 V	1,954 V	2,900 V
5) V_x	0,052 V	0,730 V	1,949 V	2,914 V

Mediando i valori di tensione ottenuti nelle cinque misurazioni, ricaviamo i valori attesi di V_x in corrispondenza di ognuna delle temperature di riferimento, ricavando:

$$V_{x_1} = 0,037 \text{ V} \quad V_{x_2} = 0,721 \text{ V} \quad V_{x_3} = 1,941 \text{ V} \quad V_{x_4} = 2,909 \text{ V}$$

Analisi di regressione lineare

Una volta effettuate le misurazioni mediante l'utilizzo del ponte di Wheatstone sono stati elaborati i dati ottenuti mediante una analisi di regressione lineare ai minimi quadrati, con lo scopo di ottenere l'equazione di una retta interpolatrice ($\hat{V} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}T$) dei valori ottenuti. Il primo passo consta di valutare lo scarto quadratico medio tra i punti misurati V_i e i punti della retta interpolatrice \hat{V}_i :

$$F = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 (V_i - \hat{V}_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 (V_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}T_i)^2$$

Visto che lo scopo è quello di minimizzare lo scarto, si deriva F rispetto ad $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, e si pone la derivata uguale a 0, in modo da ottenere i valori di $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ che rendono minimo F

Partendo con la derivata rispetto $\hat{\alpha}$ e ponendo la derivata uguale a zero, si trova che

$$\hat{\alpha} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 V_i \right) - \hat{\beta} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 T_i \right) = \mu_V - \hat{\beta} \mu_T$$

Analogamente per $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 (T_i - \mu_T)(V_i - \mu_V)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^4 (T_i - \mu_T)^2} = \frac{\sigma_{TV}}{\sigma_T^2}$$

Con:

$$\mu_T = 59,91 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\mu_V = 1,40 \text{ V}$$

$$\sigma_T^2 = 701,60 \text{ } (^{\circ}\text{C})^2$$

$$\sigma_{TV} = 29,25 \text{ V} \cdot ^\circ\text{C}$$

Da cui si ottiene che

$$\hat{\alpha} = -1,114 \text{ V}$$

$$\hat{\beta} = 0,042 \text{ V}/^{\circ}\text{C}$$

La cui retta interpolatrice è:

$$\hat{V} = -1,114 V + 0,042 \cdot T$$

Al fine di verificare la corretta analisi di regressione lineare viene plottato tramite il Matlab l'andamento dei punti sperimentali con la retta ideale e la retta interpolatrice ed è evidente come la retta interpolatrice presenta una minore distanza dai punti sperimentali rispetto a quella della retta ideale.

