Lógica Computacional

1. Sistema Lógico ou Sistema Formal

Um *sistema lógico* representa **fatos** e raciciona sobre os mesmos de forma rigorosa e não ambígua.

Uma **Linguagem Formal** é constituída por:

- **alfabeto**: conjunto de símbolos;
- **gramática**: regras sintáticas que definem um conjunto de sequências de símbolos do alfabeto;
- **semântica**: significado de fórmulas;
- **sistema dedutivos**: conjunto de regras de dedução que indicam como se podem deduzir novas fórmulas a partire de outras fórmulas de maneira puramente sintática.

---

2. Lógica Proposicional

2.1. Argumentos

Um argumento é uma estrutura da forma

$$\begin{array}{c} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \\ \hline \psi \end{array}$$

onde $n \geq 1$ e $\phi_1, \ldots, \phi_n$ e ψ são proposições. Um argumento da forma apresenta acima diz-se **válido** se e só se a conclusão ψ for verdadeira sempre que as premissas $\phi_1, \ldots, \phi_n$ foram simultaneamente verdadeiras. Caso contrário, é um argumento **inválido**.

Um argumento da forma

$$\frac{\begin{matrix}\phi_1\\ \vdots \\ \phi_n\end{matrix}}{\psi}$$

lê-se: ψ_1 e ψ_2, logo ϕ.

2.3. Linguagems do Cálculo Proposicional

Para explicitar a forma lógica de uma proposição, utiliza-se uma *linguagem proposicional*.

Alfabeto de uma Linguagem Proposicional:

- Símbolos de pontuação: $($ e $)$;
- Conjunto numerável de símbolos proposicionais: $p, p_1, p_2, \ldots, q, q_1, q_2, \ldots, r, r_1, \ldots$;
- Símbolos conetivos unários: $\neg$ (*"não"*);
- Símbolos conetivos binários: $\wedge, \vee, \implies, \iff$.

As fórmulas de uma linguagem proposicional L são expressões formadas de acordo com as seguintes regras sintáticas:

1. Um símbolo proposicional é uma fórmula atómica;
2. Se ψ é uma fórmula, então $(\neg\psi)$ também o é;
3. Se ψ e ϕ são fórmulas e "$\circ$" é um conetivo binário da linguagem considerada, então $(\phi \circ \psi)$ também é uma fórmula.

Exemplo: Considerando a linguagem proposicional $L_{\neg,\wedge,\vee,\implies,\iff}$.

Fórmulas de L: $p, (\neg r), (\neg(\neg(\neg q))), (p \wedge q)$

Não Fórmulas de L: $p\neg, p \wedge q, \implies (r \vee q), \neg(q\wedge, \neg(q \wedge r$

Convenções de escrita: de maneira a simplificar as escrita de fórmulas, é possível omitir alguns parêntesis onde a leitura da fórmula não seja ambígua tendo em conta as seguintes precedências:

1. $\neg$
2. $\wedge$
3. $\vee$

4. $\implies$ e $\iff$

Desta maneira:

- $p \wedge r$ é uma abreviatura de $(p \wedge r)$;
- $(p_1 \implies \neg p_2)$ é uma abrevitura de $(p_1 \implies (\neg p_2))$;
- $p_1 \implies p_2 \iff p_3$ não é fórmula.

Literal: fórmula que consiste apenas de um símbolo proposicional, e.g. $p_1; \neg p_6$.

Dada uma lunguagem proposicional L, arbitrária, os símbolos que fazem parte do alfabeto de L são **símbolos primitivos** da linguagem, enquanto que os **símbolos definidos** são extensões de símbolos primitivos (e.g. $\oplus$ à custa de $\wedge$ e $\vee$, através da Forma Disjuntiva Normal).

> Fim da aula de 07-10-2021 .