Mecânica e Ondas
Sebenta de Apoio ao Estudo

Carlos Menezes

4 de maio de 2021

Conteúdo

Parte I
Forças

1 Conteúdo Importante

1.1 Primeira Lei de Newton

Com as Leis de Newton, começamos o estudo de como o movimento ocorre no mundo real. O estudo das causas do movimento é chamado de dinâmica ou mecânica. A relação entre força e a aceleração foi dada por Isaac Newton em suas três leis do movimento, que formam o base da física elementar. Embora a formulação da física de Newton tivesse que ser substituída mais tarde, para lidar com o movimento em velocidades comparáveis à velocidade da luz e para o movimento no escala de átomos, é aplicável a situações cotidianas e ainda é a melhor introdução para as leis fundamentais da natureza. O estudo das leis de Newton e suas implicações é muitas vezes chamada de mecânica newtoniana ou clássica.

As partículas aceleram porque sofrem ação de forças. Na ausência de forças, uma partícula não acelera, movendo-se com uma velocidade constante.

Definição 1.1 (Primeira Lei de Newton.) *Considerando um corpo no qual não hã ação de forças. Então, se esse mesmo corpo estiver em repouso, permanecerá em repouso, e se estiver se movendo com velocidade constante, continua a mover-se nessa velocidade.*

1.2 Segunda Lei de Newton

Experiencias demonstram que os objetos têm uma propriedade chamada **massa** que mede como o seu movimento é influenciado por forças. A Segunda Lei de Newton é uma relação entre a **força resultante** (F) agindo sobre uma massa m e sua aceleração a.

Definição 1.2 (Segunda Lei de Newton) $\sum F = ma$

A relação acima é uma relação *vetorial*, pelo que em duas dimensões, esta equação implica:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \tag{1}$$

A unidade de força no SI é $kg\ ms^{-2}$, abreviada em newton (N). Deste modo,

$$1\ newton = 1N = 1\ kg\ ms^{-2}$$

1.3 Exemplos de Forças

A Terra exerce uma força gravitacional com sentido para baixo em todas as massas perto da sua superfície. Esta força é conhecida como o **peso**, F_g, e a sua magnitude é dada por

$$F_g = mg \tag{2}$$

Uma corda sob tensão exerce uma força nos objetos que estão apensos em cada uma das pontas. As forças estão direcionadas para dentro ao longo do comprimento da corda. A tensão é simbolizada pela letra T.

Uma superfície sólida exerce uma força em qualquer massa com a qual esteja em contacto. De modo geral, a força da superfície terá uma componente perpendicular/normal, denominada **força normal** da superfície. A superfície pode também exercer uma força paralela: a força de fricção.

1.4 Terceira Lei de Newton

Esta lei é popularmente enunciada como "lei da ação-reação", mas na verdade lida com as forças entre dois objetos.

Definição 1.3 (Terceira Lei de Newton.) *Considerando dois objetos A e B. A força que o objeto A exerce no objeto B é igual e oposta à força que o objeto B exerce no objeto A:* $F_{AB} = -F_{BA}$

1.5 Aplicação das Lei de Newton

Uma dica útil apra problemas que envolvem mais do que uma força é desenhar um diagrama que evidencia as massas individuais no problema, juntamente com os vetores que mostram as direções e magnitudes das forças individuais. A estes diagramas é dado o nome de **diagramas de corpo-livre**.

1.6 Atrito

Forças que são conhecidas coletivamente como "forças de atrito" estão ao nosso redor na vida diária. Na física elementar, discutimos a força de atrito conforme ela ocorre entre dois objetos cujas superfícies estão em contato e deslizam uma contra a outra. Se, em tal situação, um corpo não se mover enquanto uma força F age sobre ele, então as forças de **atrito estático** opõem-se à força F, pelo que a força resultante será zero. Empiricamente, descobre-se que esta força pode ter um valor máximo dado por:

$$f_s^{max} = \mu_s N$$

onde μ_s é o **coeficiente de atrito estático** para as duas superfícies e N é a força normal entre as duas. Se um objeto está em movimento em relação a outro, então existe uma força de **atrito cinético** entre os dois objetos. A direção desta força é tal que se opõe ao movimento e a sua magnitude é dada por

$$f_k = \mu_k N$$

onde N é a força normal entre os objetos e μ_k o **coeficiente de atrito cinético** para as duas superfícies.

1.7 Revisitando o Movimento Circular Uniforme

Como visto em capítulos anteriores, quand oum objeto está em movimento circular uniforme, movendo-se em forma de círculo de raio r com velocidade v, a aceleração (centrípeta) é dirigida para o centro do círculo e tem magnitude

$$a_c = \frac{v^2}{r} \tag{3}$$

Desta maneira, da Segunda Lei de Newton, a força resultante que atua neste objeto tem também de ser direcionada para o centro da trajetória e ter magnitude

$$F_c = \frac{mv^2}{r} \tag{4}$$

Tal força é chamada **força centrípeta**.

1.8 Lei da Gravitação Universal

A força gravítica é uma das forças fundamentais da natureza. Todas as massas exercem uma força gravitacional atrativa umas sobre as outras, mas para a maioria dos objetos a força é tão pequena que podemos ignorá-la.

A Lei da Gravitação Universal diz que para duas massas m_1 e m_2, separadas por uma distância r, a magnitude da força gravitacional é

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad onde \qquad G = 6.67 \times 10^{-11}\frac{N \cdot m^2}{kg^2} \tag{5}$$

2 Exercícios

2.1 Segunda Lei de Newton

1. Uma massa de 3.0kg sofre uma aceleração dada por $a = (2.0i + 5.0j)ms^{-2}$. Qual é a força resultante e a sua magnitude?
A Segunda Lei de Newton diz-se que a força resultante numa massa m é $\sum F = ma$. Portanto,

$$\begin{aligned} F_R &= ma \\ &= (3.0\ kg)(2.0i + 5.0j)ms^{-2} \\ &= (6.0i + 15j)N \end{aligned}$$

A magnitude da F_R é dada pelo cálculo da norma do vetor F_R:

$$F_R = \sqrt{(6.0N)^2 + (15.0N)^2} = 16N$$

2. Enquanto duas forças agem sobre ela, uma massa de $m = 3.2kg$ move-se com uma velocidade constante $(3ms)i - (4ms)j$. Uma dessas forças é $F_1 = (2N)i + (-6N)j$. Qual é a outra força?
A Segunda Lei de Newton diz-se que a força resultante numa massa m é $\sum F = ma$. Portanto, $\sum F = ma \equiv F_1 + F_2 = ma$. Neste caso, a velocidade é constante, pelo que $a = 0$. Portanto,

$$\begin{aligned} &F_1 + F_2 = 0 \\ \implies &F_2 = -F_1 \\ \implies &F_2 = -[(2N)i + (-6N)j] \\ \implies &F_2 = (-2N)i + (6N)j \end{aligned}$$

3. Um objeto de massa $m = 4.0\ kg$ tem uma velocidade de $3.0i\ ms^{-1}$ num dado instante. Oito segundos depois, a sua velocidade é $(8.0i + 10.0j)ms^{-1}$. Assumindo que o objeto foi sujeito a uma força resultante constante, encontre (a) as componentes da força e (b) a sua magnitude.

(a) É-nos dito que a força resultante que age na massa foi constante. Logo, sabemos que a sua aceleração foi igualmente constante, we podemos usar resultados de capítulos anteriores. São facultadas as velocidades inicias e final, pelo que é possível calcular as componentes da aceleração:

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{[(8.0\ ms^{-1}) - (3.0\ ms^{-1})]}{(8.0\ s)} = 0.63\ ms^{-2}$$

$$a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t} = \frac{[(1.0\ ms^{-1}) - (0.0\ ms^{-1})]}{(8.0\ s)} = 1.3\ ms^{-2}$$

Visto que a massa é facultada no enunciado, é possível calcular as componentes da força resultante:

$$F_x = ma_x = (4.0\ kg)(0.63\ ms^{-2}) = 2.5N$$
$$F_y = ma_y = (4.0\ kg)(1.3\ ms^{-2}) = 5.0N$$

(b) A magnitude da força resultante é obtida através da seguinte computação:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(2.5\ N)^2 + (5.0\ N)^2} = 5.6\ N$$

A direção θ da força F é dada por

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = 2.0 \qquad \Longrightarrow \qquad \theta = \arctan(2.0) = 63.4°$$

4. Cinco forças atuam sobre a caixa de massa 4.0 kg na Figura **??**. Encontre a aceleração da caixa (a) na notação unidade-vetor e (b) a sua magnitude e direção.

(a) Existe a necessidade de separar as forças nas suas duas componentes x e y. A Segunda Lei de Newton será utilizada para computar o valor da aceleração da caixa.

$$\begin{aligned}\sum F_x &= -11N + 3N + 14\cos(30)\\ &= 4.1N\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y &= +5N - 17N + 14\sin(30)\\ &= -5.0N\end{aligned}$$

Logo, tem-se que a força resultante é

$$\sum F = (4.1N)i + (-5.0N)j$$

Utilizando a Equação **??**, temos:

$$\sum a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{(4.1\ N)}{4.0\ kg} = 1.0\,ms^{-2} \sum a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{(-5.0\ N)}{4.0\ kg} = -1.2\,ms^{-2}$$

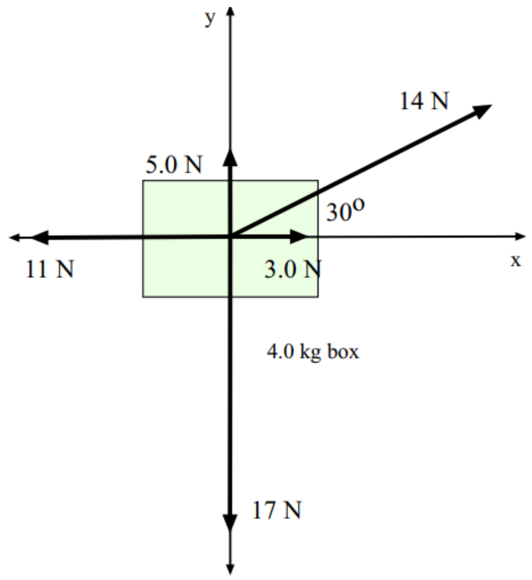

Figura 1: Cinco forças atuam num caixa de massa 4.0 kg.

O valor da aceleração em notação vetorial é, então,

$$a = (1.0i - 1.2j)ms^{-2}$$

(b) A aceleração encontrada em (a) tem magnitude

$$a = \sqrt{a_x^2 + x_y^2} = \sqrt{(4.0\ ms^{-2})^2 + (-1.2\ ms^{-2})^2} = 1.6\ ms^{-2}$$

A direção θ do vetor aceleração é dada por

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = -1.2 \qquad \Longrightarrow \qquad \theta = \arctan(-1.2) = -50°$$

Neste caso, tendo em conta que a_y é negativo e a_x é positivo, a escolha de $\theta = -50°$ está correta.

2.2 Exemplos de Forças

5. Encontre a tensão em cada uma das cordas da Figura ??.

(a) Seja m_1 a massa correspondente à bola representada na Figura ?? (a). A força gravítica atua para baixo com uma força de magnitude $m_1 g$. A corda vertical puxa "para cima"com uma força de magnitude T_3. Tendo em conta que a massa pendurada não tem aceleração, verifica-se que $T_3 = m_1 g$. Portanto, o valor de T_3 é dado por:

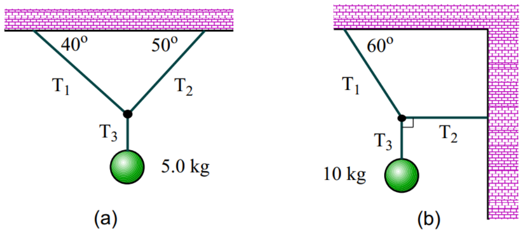

Figura 2: Massas suspensas por cordas.

$$T_3 = m_1 g = (5.0\ kg)(9.9\ ms^{-2}) = 49\ N$$

Considerando agora o ponto de união das três cordas. Esse ponto não tem qualquer aceleração, pelo que o resultado da força resultante deverá ser zero. As componentes verticais e horizontains dessas forças somam a zero, separadamente.

$$\begin{cases} -T_1 \cos(40°) + T_2 \cos(50°) = 0 \\ T_1 \sin(40°) + T_2 \sin(50°) - T_3 = 0 \end{cases}$$

A primeira equação, a soma das componentes horizontais, dá-nos $T_2 = 1.19T_1$.

A segunda equação, a soma das componentes verticais, dá-nos o valor $T_1 = 31.5\ N$.

Sabendo o valor de T_1, $T_2 = 1.19T_1 \implies T_2 = 37.5\ N$

As tensões no sistema (a) são, portanto:

$$T_1 = 31.5\ N \qquad T_2 = 37.5\ N \qquad T_3 = 49\ N$$

(b) A força resultante na massa pendurada, m_2, tem de ser 0, porque não há aceleração. Visto que a gravida "puxa para baixo"com uma força $m_2 g$ e a corda vertical "puxa para cima"com uma força T_3, sabemos que

$$T_3 - F_g = 0 \implies T_3 = F_g \implies T_3 = m_2 g T_3 = m_2 g \quad = (10\ kg) \cdot (9.8\ ms^{-2}) = 98\ N$$

Considerando agora as forças que atuam no ponto onde todas as forças se encontram. Novamente, como não há aceleração nesse ponto, tanto as componentes verticais como horizontais somam a zero.

No que toca às forças horizontais, temos:

$$-T_1 \cos(60°) + T_2 = 0 \qquad \implies \qquad T_2 = T_1 \cos(60°)$$

A soma das forças verticais é dada por:

$$T_1 \sin(60°) - T_3 = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad T_1 = \frac{T_3}{\sin(60°)} = 113\ N$$

Podemos, depois, obter T_2:

$$T_2 = T_1 \cos(60°) = (133\ N) \cos(60°) = 56.6\ N$$

As tensões no sistema (b) são, portanto:

$$T_1 = 133\ N \qquad T_2 = 56.6\ N \qquad T_3 = 98\ N$$

6. Um bloco de massa $m = 2.0\ kg$ está suspenso em equilíbrio num encosta que faz um ângulo $\theta = 60°$ pela força horizontal F, como mostrado na Figura **??**. (a) Determine o valor de F, a magnitude de F. (b) Determine a força normal exercida pelo plano inclinado no bloco (ignore o atrito).

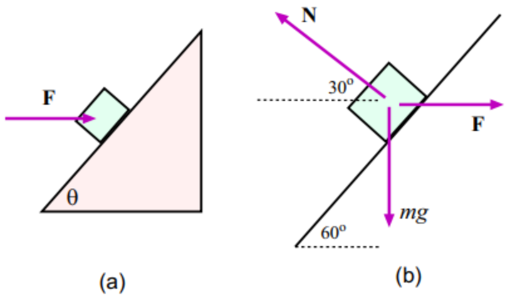

Figura 3: (a) Bloco em repouso numa rampa sem atrito por uma força horizontal. (b) Forças a atuarem no bloco.)

(a) Fazer um diagrama de das forças que atuam no corpo torna-se essencial para este problema, daí a inclusão da **??** (b). Muitas vezes, para problemas envolvendo um bloco num plano inclinado, é mais fácil usar as componentes da F_g ao longo desse mesmo plano inclinado e perpendicular a ele. Para este problema, isso não torna as coisas mais fáceis, uma vez que não há movimento no plano inclinado.

Do enunciado, retira-se a informação de que o block está em equilíbrio, pelo que não tem aceleração e as forças que em si atuam somam a zero. Este facto permite-nos escrever:

$$N \sin(30°) - F_g = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad N = \frac{F_g}{\sin(30°)}$$

$$N = \frac{(2.0\ kg) \cdot (9.8\ ms^{-2})}{\sin(30^\circ)} = 39.2\ N$$

O resultado da força resultante horizontal também é nulo, logo podemos escrever:

$$F - N\cos(30^\circ) = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad F = N\cos(30^\circ) = 33.9\ N$$

(b) O resultado da força Normal foi encontrado anteriormente, $N = 39.2\ N$.

Parte II
Trabalho, Energia Cinética e Energia Potencial

3 Conteúdo Importante

3.1 Energia Cinética

Para um objeto com massa m e velocidade v, a energia cinética está definida como

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{6}$$

A energia cinética é um escalar (tem magnitude mas não direção); é sempre um número positivo; e tem unidades do SI de $kg \cdot m^2 s^{-2}$. Esta combinação é também conhecida como **joule**:

$$1\ joule = 1J = 1\ kg \cdot m^2 s^{-2} \tag{7}$$

3.2 Trabalho

Quando um objeto se move enquanto um força é exercida sobre ele, então há **trabalho** a ser feito no objeto pela força. Se um objeto efetuar um deslocamento d enquanto uma *força constante* **F** atua nele, a força faz uma quantidade de trabalho igual a

$$W = F \cdot d = Fdcos\phi$$

onde ϕ é o ângulo entre **d** e **F**. O trabalho é também uma grandeza escalar cujas unidades são $N \cdot m$.

O trabalho pode ser negativo; isto acontece quando o ângulo entre a força e o deslocamento é maior que $90°. Tambémpodeserzero; istoaconteceseϕ =$ $90°$. Para que exista trabalho, a força tem de ter uma componente ao longo (ou oposta) à direção do deslocamento. Se várias forças (constantes) atuarem na massa enquanto se move ao longo de um deslocamento **d**, podemos falar do **trabalho resultante** feito pelas forças,

$$\begin{aligned} W_R &= F_1 \cdot d + F_2 \cdot d + F_3 \cdot d ... + F_n \cdot d \\ &= (\sum F) \cdot d \\ &= F_R \cdot d \end{aligned}$$

Se a força que atua sobre o objeto não é constante enquanto o objeto se move, então devemos calcular um integral para encontrar o trabalho realizado. Supondo que o objeto se mova ao longo de uma linha reta (digamos, ao longo do eixo x, de x_i a x_f) enquanto uma força cujo componente x é $F_x(x)$ atua sobre ele. (Ou seja, conhecemos a força F_x como uma função de x.) Então, o trabalho realizado é

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x(x)dx \tag{8}$$

Finalmente, podemos dar a expressão general para o trabalho feito por uma força. Se um objeto se move de $r_i = x_i i + y_i j + z_i k$ a $r_f = x_f i + y_f j + z_f k$ enquanto a força $F(r)$ atua sobre ele, o trabalho feito é:

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x(r)dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y(r)dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z(r)dz \tag{9}$$

onde os integrais são calculados ao longo do caminho traçado pelo objeto. Esta expressão pode ser abreviada por

$$W = \int_{r_i}^{r_f} F \cdot dr$$

A gravidade funciona em objetos que se movem verticalmente. Pode-se mostrar que se a altura de um objeto mudou numa quantidade Δy, então a gravidade fez uma quantidade de trabalho igual a

$$W_g = -mg\Delta y$$

sem qualquer influência do deslocamento horizontal. Observe-se o sinal de menos aqui; se o objeto aumenta em altura, moveu-se de forma oposta à força da gravidade.

3.3 Molas