

Práctica 3

EJERCICIOS BÁSICOS

1. Una máquina autoservicio puede devolver monedas de 1 y 2 euros, así como billetes de 5 euros, y quiere devolver 37 euros.

(a) Plantea la ecuación diofántica asociada y resuélvela.

(b) Estudia qué posibilidades tiene para devolver 37 euros.

PISTA: Tendrás una inecuación con un parámetro t y dos inecuaciones con parámetros t y s , así que para cada valor de t puedes encontrar un rango de valores para s ... que a su vez te ayudará a saber qué valores de t son válidos.

2. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones diofánticas y tres variables:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 3z = 23 \\ 4x + 6y + 9z = 34 \end{cases}$$

3. Considera la relación entre puntos del plano dada por $(a, b)R(x, y) \Leftrightarrow a \leq x$ y $b \leq y$ (haz un dibujo para asegurarte de que la entiendes bien). Estudia si esta relación es de equivalencia, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.

4. Resuelve las siguientes ecuaciones en congruencias:

$$(a) 19x \equiv 30 \pmod{40}, \quad (b) 10x \equiv 15 \pmod{25},$$

SAGE 1. Estudia el uso de `Mod` para trabajar módulo n : Elige un valor de n y haz varias sumas y productos a mano y con ordenador. Después comprueba tus soluciones del ejercicio 4.

SAGE 2. Estudia el uso del comando `solve_mod` para resolver ecuaciones en congruencias. Comprueba de nuevo tus soluciones del ejercicio 4.

- Los ejercicios básicos son obligatorios y determinarán la calificación de las actividades semanales.
- Los ejercicios de refuerzo se proponen para adquirir mayor destreza.
- Los ejercicios de profundización se proponen para quienes tengan curiosidad.

EJERCICIOS DE REFUERZO

1. Resuelve la ecuación diofántica con tres variables $36x + 126y + 189z = 234$.
2. Resuelve la ecuación diofántica $2x + 3y + 6z = 29$. Comprueba si hay soluciones en las que tanto x como y son positivas.
3. Resuelve la ecuación diofántica $2x + 3y + 6z = 37$. Especifica todas las soluciones en las que tanto x como z son positivas. ¿Cuál de ellas tiene el menor valor para la suma $x + z$?
4. En tu juego favorito dispones de 3850 monedas para gastar. Te interesa comprar tres tipos de objetos; *capa de agilidad*, *brisa de éter* y *espada larga*. El coste respectivo de cada una de ellas es 730, 950 y 360. ¿Qué combinaciones tienes para gastar tus monedas?
5. En un juego tu personaje tiene 200 puntos para gastar en animales. Puedes elegir entre gallinas por 5 puntos, cerdos por 10 puntos o vacas por 20 puntos. Si quieres comprar 24 animales y gastarte todos los puntos, ¿cuáles son todas las combinaciones de animales que puedes comprar?
6. Tu misión en un juego de vikingos consiste en ir a comprar 178 litros de hidromiel y trasladarlos de vuelta a la aldea, sorteando los peligros del camino. Cuando llegas al mercado, el vendedor te deja un *ánfora* de 26 litros y un *modio* de 9 litros.
 - (a) ¿Cuáles serían todas las maneras de usar el ánfora y el modio para poner 178 litros en tu recipiente?
 - (b) De todas esas posibilidades, ¿en cuáles no tendrías que volver a sacar hidromiel de tu recipiente?
7. Una máquina autoservicio puede devolver monedas de 1 y 2 euros, así como billetes de 5 euros. ¿Qué posibilidades tiene para devolver 37 euros?
8. Resuelve el siguiente sistema de dos ecuaciones diofánticas y tres variables:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y + 5z = 100 \\ 30x + 6y + 21z = 120 \end{array} \right\}$$

9. En una bolsa hay monedas de 5, 10 y 20 céntimos. Se sabe que hay en total 21 monedas y que su valor es 2.50 euros. ¿Qué combinaciones de monedas son posibles?

SAGE 1. Implementa una función que resuelva sistemas de 2 ecuaciones diofánticas con 3 variables.

EJERCICIOS DE PROFUNDIZACIÓN

- SAGE 1. Implementa una función que resuelva ecuaciones diofánticas lineales con cualquier número de variables.
- SAGE 2. Implementa una función que resuelva sistemas de n ecuaciones diofánticas con $n + 1$ variables.