$$J_j = \begin{pmatrix} \lambda_j & 1 & & & 0 \\ & \lambda_j & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & \lambda_j & 1 \\ 0 & & & & \lambda_j \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{s_j \times s_j}.$$

Álgebra Linear II

XLIX Escola de Verão en Matemática da UnB

Aulas do professor Alex Carrazedo Dantas*

Última modificação: 9 de Janeiro de 2021 às $03:33:23$.

https://carlosal1015.github.io/Algebra-linear-II/main.pdf

*alex@mat.unb.br

Sumário

Introdução ao curso

El profesor Alex Carrazedo Dantas se especializa en la rama de las matemáticas llamada *Teoria dos grupos*.

En un curso presencial se puede discutir mais, en cambio en un curso remote cada aula un pdf Moodle MAT y sesión grabado.

Por dúvidas no moodle, ask to Carol Lafetá[1]

Ementa

1. Sistemas lineares e matrizes.
2. Espaços vetoriais e transformações lineares.
3. Polinômios e determinantes
4. Decomposicões primárias e formas racionais e de Jordan.
5. Produto interno e teorema espectral.
6. Formas multilineares.

Critério de avaliação

Menção em disciplina

Menção	**Equivalência numérica**
Superior (SS)	9 – 10
Média Superior (MS)	7 – 8.9
Média (MM)	5 – 6.9
Média Inferior (MI)	3 – 4.9
Inferior (II)	0.1 – 2.9

Serão aplicadas 2 provas, de acordo com o cronograma abaixo, as quais serão atribuídas as notas x e y.

[1] lafeta.carol@gmail.com

$$\mathrm{MF} = \frac{x + 3y}{4}.$$

O aluno deverá obter média final igual ou superior a 5 pontos e 75% de frequência para ser aprovado.

Tutores

- Sara Raissa Silva Rodrigues.
- Geraldo Herbert Beltrão de Souza.
- Mattheus Pereira da Silva Aguiar.

Referências bibliográficas

[1] Flávio Ulhoa Coelho e Mary Lilian Lourenço. *Curso de Álgebra Linear, Um - Edusp*. EDUSP, 2005. URL: https://www.edusp.com.br/livros/curso-de-algebra-linear.

[2] P. R. Halmos. *Finite-Dimensional Vector Spaces*. Undergraduate Texts in Mathematics. New York: Springer-Verlag, 1958. ISBN: 978-0-387-90093-3. DOI: 10.1007/978-1-4612-6387-6. URL: https://www.springer.com/gp/book/9780387900933.

[3] Kenneth Hoffman e Ray Kunze. *Linear algebra*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc.

[4] Serge Lang. *Linear Algebra*. 3ª ed. Undergraduate Texts in Mathematics. New York: Springer-Verlag, 1987. ISBN: 978-0-387-96412-6. DOI: 10.1007/978-1-4757-1949-9. URL: https://www.springer.com/gp/book/9780387964126.

[5] Ph D. Seymour Lipschutz e Ph D. Marc Lars Lipson. *Schaum's Outline of Linear Algebra, Sixth Edition*. McGraw-Hill Education, 2018. ISBN: 978-1-260-01144-9. URL: https://www.accessengineeringlibrary.com/content/book/9781260011449.

Parte I.

Teoria

1. Corpos e Sistemas Lineares (06/01/2021)

Definição 1.1 (Corpo)**.** Um *corpo* é um conjunto não vazio $\mathbb{F}$ munido de duas operações: adição mais e multiplicação.

$$\begin{aligned} +\colon \mathbb{F}\times\mathbb{F} &\longrightarrow \mathbb{F} \\ (x,y) &\longmapsto x+y \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \cdot\colon \mathbb{F}\times\mathbb{F} &\longrightarrow \mathbb{F} \\ (x,y) &\longmapsto x\cdot y \end{aligned}$$

e tais que en $(\mathbb{F},+)$

A1. (Asociatividade na adição) $(x+y)+z = x+(y+z)$, $\forall x,y,z \in \mathbb{F}$;

A2. (Existênza de neutro aditivo) $\exists 0 \in \mathbb{F}$ tal que $x+0 = 0+x = x$, $\forall x \in \mathbb{F}$;

A3. (Existênza de elemento oposto o inverso aditivo) Dado $x \in \mathbb{F}$, existe $-x \in \mathbb{F}$ tal que $x+(-x) = (-x)+x = 0$.

A4. (Conmutatividade na adição) $x+y = y+x$, $\forall x,y \in \mathbb{F}$;

A5. (Associatividade na multiplicação) $(x\cdot y)z = x\cdot(y\cdot z)$, $\forall x,y,z \in \mathbb{F}$;

e $(\mathbb{F}\setminus\{0\},\cdot)$

M1. (Existênza do elemento neutro na multiplicação) $\exists 1 \in \mathbb{F}$ tal que $x\cdot 1 = 1\cdot x = x$, $\forall x \in \mathbb{F}$;

M2. (Existênza inverso multiplicativo) Dado $x \in \mathbb{F}\setminus\{0\}$, existe $x^{-1} \in \mathbb{F}$ tal que $x\cdot x^{-1} = x^{-1}\cdot x = 1$;

M3. (Conmutatividade na multiplicação) $x\cdot y = y\cdot x$, $\forall x,y \in \mathbb{F}$.

M4. (Distributiva) $x\cdot(y+z) = xy+xz$, $\forall x,y,z \in \mathbb{F}$.

Proposição 1.1. $x\cdot 0 = 0$, $\forall x \in \mathbb{F}$.

Demonstração. $x = 0$ ∎

Exemplo 1.1.

1. $(\mathbb{Z},+,\cdot)$ não é um corpo.
   O seja el conjunto.
2. $(\mathbb{Q},+,\cdot)$ é um corpo, onde $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \mid a,b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

3. $(\mathbb{C},+,\cdot)$ é um corpo, onde $\mathbb{C}=\left\{a+b\imath \mid a,b\in\mathbb{R},\ \text{e}\ \imath^2=1\right\}$, $+:\ (a+b\imath)+(c+d\imath)=(a+c)+(b+d)\,\imath\ \cdot:\ (a+b\imath)\cdot(c+d\imath)=(ac-bd)+(ad+bc)\,\imath$.

$$\begin{aligned}(a+bi)\,(c+di)&=ac+adi+bci+bdi^2=\\&=ac+(-1)\,bd+(ad+bc)\,i=\\&=(ac-bd)+(ad+bc)\,i\end{aligned}$$

$\mathbb{C}$ é chamado del conjunto nos números complexos. Tome $a+bi\in\mathbb{C}\setminus\{0\}$ $(0=0+0i)$. Assim

$$\begin{aligned}(a+bi)\,(a-bi)&=a^2+b^2+(ab-ba)\,i=\\&=a^2+b^2\neq 0\end{aligned}$$

$$(a+bi)\,(a-bi)\left(a^2+b^2\right)^{-1}=1$$

Logo

$$(a+bi)^{-1}=\frac{a}{a^2+b^2}-\frac{b}{a^2+b^2}i$$

4. $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z},+,\cdot)$ é um corpo, onde $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}=\{\overline{a}\mid\overline{a}\in\mathbb{Z}\}$.

$$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}=\{\overline{a}/a\in\mathbb{Z}\}\,\overline{a}=\{a+pu/u\in\mathbb{Z}\}\neq 0\leq a\leq p-1$$

Defina:

$$F=\left\{\overline{a}+\overline{b}\imath\mid\overline{a},\overline{b}\in\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}\text{ e }\imath^2=\overline{2}\right\}.+:\ \left(\overline{a}+\overline{b}\imath\right)+\left(\overline{c}+\overline{d}\imath\right)=(\overline{a}+\overline{c})+\left(\overline{b}+\overline{d}\right)i.\cdot:\ \left(\overline{a}+\overline{b}i\right)\left(\overline{c}+\overline{d}i\right)=\left(\overline{a}\cdot\overline{c}+\overline{2}\overline{b}\overline{d}\right)+\left(\overline{a}\overline{d}+\overline{b}\overline{c}\right)i$$

$\underbrace{1+\cdots+1}_{n}=0$

$$\begin{cases}2x+3y=1\\x+4y=2.\end{cases}$$

$$+\begin{cases}2x+3y=1\\-2x-8y=-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+3y=1\\-5y=-3\Rightarrow y=\frac{3}{5}\end{cases}$$

$$2x+3\cdot\tfrac{3}{5}=1$$

$$2x+\tfrac{9}{5}=1\Rightarrow 2x=-\tfrac{4}{5}\Rightarrow x=-\tfrac{2}{5}$$

$$\begin{cases}\overline{2}x+\overline{2}y=\overline{1}\\\overline{2}x+y=\overline{0}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\overline{2}x+\overline{2}y=\overline{1}\\\qquad r_y=\overline{I}\end{cases}$$

$$
\begin{aligned}
\overline{2}x + \overline{2} \cdot I = 1 \Rightarrow 2x &= \overline{1} - \overline{2} \\
\overline{2}x &= -\overline{1} \\
\overline{2}x &= \overline{2} \\
x &= \overline{1}
\end{aligned}
$$

2. Sistemas lineares

Definição 2.1 (Sistema linear)**.** Um corpo é.

$$\begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = y_2 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = y_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = y_m \end{pmatrix}$$

$$c_1\left(a_n x_2 + \cdots + a_{1n}x_n\right) + \cdots + c_m\left(a_m x_2 + \cdots + a_{mn}x_n\right) = c_1 y_2 + \cdots + c_m y_m$$
$$\left(c_2 a_{11} + \cdots + c_m a_{m1}\right)x_1 + \cdots + \left(c_1 a_{1n} + \cdots + c_m a_{wn}\right)x_n = c_1 y_2 + \cdots + c_m y_m$$

$$\begin{cases} 2x + 3y - z + w = 5 \\ x - y + 2z - 2w = 1 \\ 2x + y + z + w = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 2z - 2w = 1 \\ 2x + 3y - z + w = 5 \\ 2x + y + z + w = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 2z - 2w = 1 \\ 5y - 5z + 5w = 3 \\ 3y - 3z + 5w = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y + 2z - 2w = 1 \\ y - z + w = 3/5 \\ y - z + 5/3w = 1/3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z - w = 8/5 \\ y - z + \omega = 3/5 \\ 2/3\omega = \dfrac{1}{3} - \dfrac{3}{5} = \dfrac{5-9}{15} = -\dfrac{4}{15} \\ \omega = -\dfrac{12}{30} = -\dfrac{4}{10} = -\dfrac{2}{5} \end{cases}$$

$$\left\{(x,y,z,\omega) \in \mathbb{Q}^4 \mid x = -z + \tfrac{6}{5}, y = z + 1, z \in \mathbb{Q}, \omega = -\tfrac{2}{5}\right\} =$$
$$= \left\{\left(-z + \tfrac{6}{5}, z + 1, z, -\tfrac{2}{5}\right) \mid z \in \mathbb{Q}\right\}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$f\colon \{1, \ldots, m\} \times \{1, \ldots, n\} \to F = f(i, j) = a_{ij}.$$

$$\begin{pmatrix} f(1,1) & f(1,2) & \cdots & f(1,n) \\ f(2,1) & f(2,2) & \cdots & f(2,n) \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ f(x,1) & f(w,2) & \cdots & f(w,n) \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} a_{n} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{m2} & \cdots & a_{wn} \end{pmatrix}$$

3. Matrizes

Podemos denotar uma matriz A sobre um corpo $\mathbb{F}$ de ordem $m \times n$ por $A = (a_{ij})_{m \times n}$.

Sejam $A = (a_{ij})_{m \times n}$ e $B = (b_{jl})_{n \times p}$ duas matrizes sobre um corpo $\mathbb{F}$. Definimos o producto de A por B como a matriz $C = (c_{il})_{m \times p}$ dada por

$$c_{il} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jl} = a_{i1} b_{il} + \cdots + a_{in} b_{nl}$$

Ilustração

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1p} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mp} \end{pmatrix}.$$

Exemplo 3.1. Temos que

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 14 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 3}.$$

Proposição 3.1. Sejam matrices $A = (a_{ij})_{m \times n}$, $B = (a_{jl})_{n \times p}$ e $C = (a_{lk})_{p \times q}$ matrizes sobre um corpo $\mathbb{F}$. Então $(AB)\,C = A\,(BC)$.

Demonstração. Veja que $(AB)\,C = (\alpha_{ik})_{m \times q}$, $AB = (d_{il})_{m \times p}$ onde

$$d_{il} = \sum_{l=1}^{n} a_{ij} b_{jl}$$

e

$$\begin{aligned} \alpha_{ik} &= \sum_{l=1}^{p} d_{il} c_{lk} = \sum_{l=1}^{p} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jl} \right) c_{lk} = \\ &= \sum_{l=1}^{p} \left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij} b_{jl} c_{lk} \right) = \\ &= \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \left(\sum_{l=1}^{p} b_{jl} c_{lk} \right) = \beta_{ik} \end{aligned}$$

com $A\,(BC) = (\beta_{ik})_{m \times q}$. ■

Chamaremos a matriz quadrada $I_m = \left(\delta_{ij}\right)_{m\times m}$ definida por

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & ,\text{se } i = j, \\ 0 & ,\text{se } i \neq j, \end{cases}$$

de matriz identidade de ordem $m \times m$.

Note que se $A = \left(a_{jl}\right)_{m\times n}$, então $I_m A = A$, e se $B = \left(b_{li}\right)_{n\times m}$, então $BI_m = B$.

$I_m A = \left(c_{il}\right)_{m\times m}$ é tal que $c_{il} = \sum_{j=1}^{m} \delta_{ij} a_{jl} = a_{il}$ con $1 \leq i \leq m$, e $I_m A = A$.

Exemplo 3.2. Se $m = 3$, então

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Dizemos que uma matriz quadrada $A = \left(a_{ij}\right)_{m\times m}$ tem inversa se existe uma matriz $B = \left(b_{ij}\right)_{m\times m}$ tal que $AB = BA = I_m$.

Denotaremos a matriz B por A^{-1}.

Definição 3.1. Seja $c \in \mathbb{F} \setminus \{0\}$. Uma matriz quadrada de ordem $m \times m$ E é dita elementar se E é de uma das formas

1. $E_1 = \left(e_{ij}\right)_{m\times m}$, onde

$$e_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij}, & \text{se } i \neq k \\ \delta_{ij}, & \text{se } i = k \end{cases} \quad \boxed{m = 3, k = 2 E_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

   con k um inteiro fixo entre 1 e m;

2. $E_2 = \left(e_{ij}\right)_{m\times m}$, onde

$$e_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij}, \text{se } i \neq l \text{ e } i \neq k \\ \delta_{lj}, \text{se } i = k \\ \delta_{kj}, \text{se } i = l \end{cases} \quad \boxed{m = 3, k = 2, l = 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}}$$

   con $k < l$ inteiros fixos entre 1 e m;

3. $E_3 = \left(e_{ij}\right)_{m\times m}$, onde

$$e_{ij} = \begin{cases} \delta_{ij}, & i \neq k \\ \delta_{kj} + c \cdot \delta_{lj}, & i = k \end{cases} \boxed{m = 3, k = 2, l = 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

Exemplo 3.3. Calcule

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -14 & 4 & -1 & 51 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Dada uma matriz $A = \left(a_{ij}\right)_{m\times m}$ o efeito de multiplicar uma matriz elementar E por A pode ser colocado como:

1. E_1A: multiplica uma linha k de A por um escalar c;
2. E_2A: troca duas linhas l e k de posições $(k < l)$;
3. E_3A: soma uma linha k com outra linha l multiplicada por um escalar $c \in \mathbb{F}$.

$$E_1 = \left(e_{ij}\right)_{m\times m} \equiv A = \left(a_{j\ell}\right)_{m\times n}$$
$$E_1A = \left(c_{i\ell}\right)_{m\times n} \text{ com}$$

Parte II.

Prática

4. Exercícios de Fixação

1. Seja $\mathbb{F}$ um corpo. Dizemos que um subconjunto $\mathbb{K}$ de $\mathbb{F}$ é um subcorpo de $\mathbb{F}$ se $\mathbb{K}$ munido das operações de adição e multiplicação de $\mathbb{F}$ é um corpo. Mostre que os seguintes subconjuntos são subcorpos de $\mathbb{C}$.

   (a) $\mathbb{Q}\left(\sqrt{3}\right) = \left\{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Q}\right\}$;

   (b) $\mathbb{Q}(i) = \{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Q} \text{ e } i^2 = -1\}$;

   (c) $\mathbb{Q}\left(i\sqrt{2}\right) = \left\{a + bi\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q} \text{ e } i^2 = -1\right\}$.

> **Solution:**
> (a) .
> (b) .
> (c) .

2. Mostre que:

   (a) Todo subcorpo de $\mathbb{C}$ tem $\mathbb{Q}$ como subcorpo;

   (b) Todo corpo de característica 0 tem uma cópia de $\mathbb{Q}$;

   (c) Se $\mathbb{K}$ contém propriamente $\mathbb{R}$ e é um subcorpo de $\mathbb{C}$, então $\mathbb{K} = \mathbb{C}$.

> **Solution:**
> (a) .
> (b) .
> (c) .

3. Considere o corpo finito com 5 elementos $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}\}$.

   (a) Mostre que

$$\mathbb{F} = \left\{a + bi \mid a, b \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \text{ e } i^2 = \overline{3}\right\}$$

   munido das operações

$$\begin{aligned} \overline{+}\colon \mathbb{F}\times\mathbb{F} &\longrightarrow \mathbb{F} \\ ((a+bi),(c+di)) &\longmapsto (a+c)+(b+d)\,i \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \overline{\cdot}\colon \mathbb{F}\times\mathbb{F} &\longrightarrow \mathbb{F} \\ ((a+bi),(c+di)) &\longmapsto \left(ac+\overline{3}bd\right)+(ad+bc)\,i \end{aligned}$$

é um corpo com 25 elementos;

(b) Mostre que $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ é um subcorpo de $\mathbb{F}$. Qual é a característica de F?

Solution:

(a) .

(b) .

4. Determine o conjunto solução de cada sistema linear dado.

(a) $\begin{cases} x-2y+z+w=1 \\ 2x+y-z=3 \\ 2x+y-5z+w=4 \end{cases}$ em $\mathbb{R}$,

(b) $\begin{cases} x-\sqrt{3}y+z+w=1+\sqrt{3} \\ \left(2+\sqrt{3}\right)x+y-z=3 \\ 2x+y-\left(1-\sqrt{3}\right)z+w=4 \end{cases}$ em $\mathbb{Q}\left(\sqrt{3}\right)$,

(c) $\begin{cases} x-2iy+2z-w=0 \\ (2+i)\,x+z+w=0 \\ 2ix+y-5z+(1+i)\,w=0 \end{cases}$ em $\mathbb{C}$,

(d) $\begin{cases} x-\overline{2}y+\overline{2}z-w=\overline{0} \\ \overline{2}x+z+w=\overline{0} \\ \overline{2}x+y-\overline{3}z+w=\overline{0} \end{cases}$ em $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$,

(e) $\begin{cases} x-\overline{2}iy+\overline{2}z-w=\overline{0} \\ \left(\overline{2}+i\right)x+z+w=\overline{0} \\ \overline{2}ix+y-\overline{3}z+\left(\overline{1}+i\right)w=\overline{0} \end{cases}$ em $\mathbb{F}$ de (a) da Questão 3.

Solution:

(a) .

(b) .

(c) .

(d) .

(e) .

5. Mostre que se dois sistemas lineares 2×2 possuem o mesmo conjunto solução, então eles são equivalentes. Determine, se existir, dois sistemas lineares 2×3 com mesmo conjunto solução mas não equivalentes.

Solution:

6. Considere o sistema linear sobre $\mathbb{Q}$ $\begin{cases} x - 2y + z + 2w = 1 \\ x + y - z + w = 2 \\ x + 7y - 5z - w = 3 \end{cases}$

Mostre que esse sistema não tem solução.

Solution:

7. Determine todos $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ tais que o sistema linear

$$\begin{bmatrix} 3 & -6 & 2 & 1 \\ -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}$$

tem solução.

Solution:

8. Encontre duas matrizes A e B de ordens iguais a 3×3 tais que AB é uma matriz nula mas BA não é.

Solution:

9. Mostre que toda matriz elementar é inversível e calcule a inversa de cada tipo.

Solution:

10. Determine a matriz inversa da matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Solution:

11. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} \overline{1} & \overline{2} & \overline{3} & \overline{4} \\ \overline{0} & \overline{2} & \overline{3} & \overline{4} \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{3} & \overline{4} \\ \overline{0} & \overline{0} & \overline{0} & \overline{4} \end{bmatrix}$$

com entradas no corpo com cinco elementos $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3}, \overline{4}\}$.
Calcule sua inversa.

Solution:

12. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 5 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Encontre uma matriz na forma e uma matriz invertível P tal que $R = PA$.

Solution:

Índice