UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICAS

Primera Práctica Dirigida
CALCULO DIFERENCIAL CM132
2011 I.

1. Construir las tablas de verdad para las siguientes proposiciones

   a) $[p \wedge (p \vee q)] \longleftrightarrow p$

   b) $[(p \longleftrightarrow q) \wedge (q \longleftrightarrow r)] \longleftrightarrow (p \longleftrightarrow r)$

2. Para una proposición arbitraria p, se define la función V tal que $V(p) = 1$, si p es verdadero, $V(p) = 0$, siempre que p sea falso.

   a) Pruebe que $V(\sim p) + V(p) = 1$

   b) Demuestre $V(p \vee q) = V(p) + V(q) - V(p)V(q)$

3. Dada las siguientes proposiciones

   a) $\sim (\sim p \rightarrow \sim q)$

   b) $(p \rightarrow q) \wedge \sim (\sim p \wedge q)$

   c) $\sim p \wedge q$

   indique cuales son equivalentes.

4. Sea la proposición $(p \wedge q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ falsa. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   a) $\sim (q \vee r) \vee (p \wedge q)$

   b) $(p \vee \sim q) \rightarrow (\sim r \vee q)$

5. Sean p yq proposiciones arbitrarias. Se define el conectivo $*$ de la forma siguiente

$$p * q = \sim p \vee \sim q$$

. Expresar sólo en tperminos de conectivo $*$ cada proposición siguiente

   a) $\sim p$ $\quad p * p$

   b) $p \wedge q$ $\quad (p*q) * (p*q)$

   c) $p \vee q$ $\quad (p*p) * (q*q)$

   d) $p \rightarrow q$ $\quad p * (q*q)$

6. Sean p y q dos proposiciones lógicas. Si $p \wedge q \equiv p$ y $p \vee \sim q$ es una tautología. Probar que $p \equiv q$

7. Sabiendo que la proposición siguiente

$$\sim [(\sim p \vee q) \vee (r \rightarrow q)] \wedge [(\sim p \vee q) \rightarrow (q \wedge \sim p)]$$

es verdadera determine el valor de verdad de $q \longleftrightarrow r$

8. Dada las proposiciones $A \equiv [(p\wedge \sim q) \vee (p \wedge q)] \vee (\sim p\wedge \sim q)$ y $B \equiv p\vee \sim q$ determinar si

   a) A es necesaria y suficiente para B
   b) La conjunción de A con B es necesaria para $p \to q$
   c) La disyunción de p con A es suficiente para B.

9. Exprese simbolicamente y luego niegue las siguientes proposiciones:

   a) No existe ningun numero racional x tal que $x^2 = 3$
   b) Para todo número racional r existe un número entero n tal que $n \leq r < n + 1$.
   c) Para todo número positivo $\epsilon > 0$, siempre que existe un número natural n_0 se tal para todo número natural n mayor que n_0 se cumple que $|a|$ es menor que ϵ.
   d) Es posible encontrar un número real y entre 0 y 1 de modo que todo par de números $x, z \in R$, tambien entre 0 y 1, satisfacen $z \leq y < x$.
   e) Si x es menor que dos, entoces x es igual a uno o es igual a cero.

10. ¿Porqué las siguientes proposiciones no son equivalentes? Justifique

   a) $\forall x \in R, \exists y \in R/x < y$
   b) $\exists y \in R/\forall x \in R, x < y$

11. Dado el conjunto $A = \{0, 1, 2, 3\}$ Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones

   a) $\forall x \in A, x^2 < 4 \leftrightarrow x < 3$
   b) $\forall x \in A, \exists y \in A/x^2 + y^2 < 11$
   c) $\exists y \in A/\forall x \in A, y^2 < x + 1$

12. Analice el valor de verdad de las siguientes proposiciones

   a) $\exists x \in R/\sqrt{-x} \in R$
   b) $\forall x \in R, \forall y \in R, (-x)(-y) = xy$
   c) $\forall x \in R, (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$
   d) $\exists x \in R/x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = (x + 3)(x + 1)$

13. Determine los siguientes conjuntos

   a) $N = \{x \in R/x > 0 \longleftrightarrow x = 0\}$
   b) $N = \{x \in R/x \geq 3 \longrightarrow x < 5\}$

14. ¿Cuál es la conclusión de las siguientes premisas? (Use las reglas de inferencia)

   a)

   $$\begin{array}{l} \sim A \to C \\ C \to M \\ \sim M \vee R \\ \sim R \end{array}$$

   b)

   $$\begin{array}{l} P \to Q \\ \sim Q \\ \sim P \to R \end{array}$$