



1^{era} Práctica Calificada de Cálculo Diferencial
(CM131 A-B-C)

1. De las siguientes proposiciones, cuáles son equivalentes entre sí?

- a) Es necesario que Juan no estudie en la Uni para que Luis viva en el Rimac. (1 punto)
b) No es cierto que Luis viva en el Rimac y que Juan estudie en la Uni. (1 punto)
c) Luis no vive en el Rimac y Juan no estudia en la Uni. (1 punto)

2. Si se sabe que las proposiciones representadas por $(p \wedge \sim r) \leftrightarrow (s \rightarrow w)$ es verdadero y la negación de $(\sim w \rightarrow \sim s)$ es verdadero, determine el valor de verdad de:

- a) $[(p \vee q) \rightarrow (s \rightarrow w)] \vee (r \vee s)$
b) $(\sim r \wedge p) \rightarrow [\sim r \rightarrow (p \wedge q)]$ (3 puntos)

3. En el conjunto $A = \{x \in \mathbb{Z} / -2 < x \leq 2\}$ se definen las siguientes proposiciones:

- p: $\forall x \in A, (x^2 - 3 \leq 0 \wedge |x| < 5)$ ~~$x \in \mathbb{Z}$~~
q: $\exists x \in A / (x^2 > 2 \rightarrow x \in [-4; 0])$
r: $\exists x \in A / (x^2 + x + 5 < 0 \leftrightarrow \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R})$

- a) Determine los valores de verdad de p, q y r. Justifique su respuesta. (2 puntos)
b) Halle la negación de p, q y r. Simplifique adecuadamente usando equivalencias lógicas. (2 puntos)

4. Dada las proposiciones:

- a) $\forall x \in A, \exists y \in A / x^2 > xy - 52 \equiv V$
b) $\exists x \in A / \forall y \in A, \sim (x + y \neq 0) \equiv V$
c) $\forall x \in A, \forall y \in A, \frac{x^2 - y^2}{x + y} = x + y \equiv F$
d) $\forall x \in A, \exists \epsilon > 0 / \forall a \in \mathbb{R}, |x - a| < \epsilon \rightarrow a \in A \equiv V$

donde $A = \{x \in \mathbb{Z} / -50 \leq x \leq 50\}$

- a) Hallar el valor de verdad de $(p \wedge q) \leftrightarrow \sim (r \rightarrow \sim p)$ (2 puntos)
b) Negar las proposiciones p, q, r y s. (2 puntos)

5. a) Sean a, b números racionales positivos. Pruebe que $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ es racional si, y solamente si, \sqrt{a} y \sqrt{b} son ambos números racionales. (3 puntos)
b) Pruebe que $\sqrt{2}$ no es un número racional. (2 puntos)
c) Usando a), pruebe que $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ no es un número racional. (1 punto)

Nota: El orden y la claridad se tendrá en cuenta en la calificación.

Los profesores¹
Uni, 13 de abril del 2007