Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática Ciclo 2015-II

[Cod: CM131 Curso: Cálculo Diferencial]
[Tema: Lógica]
[Prof: R. Acuña, G. Marca, K. Venegas, J. Sotelo]

Práctica Dirigida N^o 1

---

1. Considere $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Hallar por extensión los siguientes conjuntos

   a) $A_1 = \{x \in A : \exists y \in A \,\text{tal que}\, x^2 + y \geq 8\}$.

   b) $A_2 = \{x \in A : \forall y \in A \,\text{tal que}\, x^2 + y \geq 8\}$

   c) $A_3 = \{x \in A : \exists ! y \in A \,\text{tal que},\, x^2 + y \geq 8\}$.

2. Negar la proposición siguiente: existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $x \geq 3 \to x < 7$.

3. Utilizando tablas de verdad verificar si es contingencia, tautología o contradicción?

   a) $(p \wedge q) \to r$

   b) $\sim (p \wedge q) \vee r$

   c) $q \leftrightarrow (\sim p \wedge q)$

   d) $p \to \sim (q \wedge r)$

   e) $((p \to q) \to r) \leftrightarrow ((p \wedge q) \to r)$

4. Sean p y q dos proposiciones. Se define el conectivo siguiente $p * q = \sim p \vee \sim q$. Expresar sólo en términos del conectivo $*$, cada una de las siguientes proposiciones

   a) $\sim p$.

   b) $p \wedge q$.

   c) $p \vee q$.

   d) $p \to q$.

5. Simplifique la expresión siguiente:

$$\sim [\sim (p \wedge q) \to \sim q] \vee p$$

6. Negar las proposiciones siguientes

   a) $\forall x, \forall y, \exists z, (x + y) = z$

   b) $\forall x, \forall y / (xy \leq 2)$

   c) $\forall x, \forall y, \forall z, x + z < y$

   d) $\exists x, \exists y / \, xy < 2$

7. Construir la tabla de verdad para la siguiente proposición

$$[p \wedge (p \vee q)] \leftrightarrow p$$

8. Si definimos $p \triangle q = \sim (p \leftrightarrow q)$. Pruebe que

$$p \triangle (q \triangle r) \equiv (p \triangle q) \triangle r.$$

9. Usando las reglas de inferencia

   a) Demostrar mediante el método directo que se cumple con $s \to \sim h$, utilizando las siguientes premisas:

$$\begin{array}{ccc} \sim p & \vee & q \\ h & \to & \sim t \\ (q \vee r) & \to & (p \to t) \\ s & \to & p \end{array}$$

b) Demostrar mediante el método indirecto que se cumple con $\sim N$, utilizando las premisas siguientes:

$$\begin{array}{ccc} s & \rightarrow & \sim r \\ r & & \\ \sim s & \rightarrow & q \\ q & \rightarrow & \sim N \end{array}$$

c) Demostrar

$$\begin{array}{ccc} \sim A & \rightarrow & B \\ C & \rightarrow & B \\ C & \vee & \sim A \\ \sim B & \vee & D \\ \hline \therefore D & & \end{array}$$

10. Demostrar

$$\begin{array}{ccc} p & \wedge & q \\ p & \rightarrow & r \\ \hline \therefore r & \wedge & q \end{array}$$

11. Demostrar

$$\begin{array}{ccc} p & \vee & q \\ p & \rightarrow & r \\ \hline \therefore r & \vee & q \end{array}$$

12. Demostrar: $(A - C) \cap [A - (B \cap C)] = A - C$.

13. Sean A y B dos conjuntos. Demostrar que si $A \subset B$, entonces $B^c \subset A^c$.

14. Demostrar: Sea n un natural tal que si $5n+3$ es par, entonces n es impar.

15. Demuestre que para cada conjunto A se cumple con $\emptyset \subset A$.

16. ¿Es cierto o falso que $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow [p \vee \sim q]$ es equivalente a $\sim p \vee \sim q$?.

17. Sean A y B dos conjuntos. Demostrar que si $A^c \cap B = A \cap B$, entonces $B = \emptyset$.

18. Pruebe que $\sim (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$ es una contradicción.

19. Demostrar en forma indirecta y por contradicción la siguiente afirmación: Si n^2 es par, entonces n es par.

20. Se definen las proposiciones

$$p \heartsuit q \equiv \sim p \wedge q$$

$$p \clubsuit q \equiv p \vee \sim q$$

Además la proposición $\sim [(q \heartsuit p) \rightarrow (q \clubsuit r)]$ es una tautología. Determine los valores de verdad para p, q y r.

21. Considere $A \subset B$. Demostrar: Si $B = \emptyset$, entonces $A = \emptyset$.

22. Demostrar que si c es impar, entonces $x^2 + x = c$ no tiene solución entera en x.

23. Demostrar en forma indirecta, si $3n + 2$ es impar, entonces n es impar.

24. Si $A = \{1, 2, 3, \ldots, 10\}, B = \{x \in A : x < 3 \leftrightarrow x \geq 6\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   a) $\forall x \in A, \exists y \in B$ tal que $x + y \leq 7$.

   b) $\forall x \in A, \exists y \in B$ de modo que $x + y \in B$.

   c) $\exists x \in A, \forall y \in B$ tal que $x + y \in A$.

25. Sean A y B dos conjuntos. Demostrar $A \subset B$ si y solo si $P(A) \subset P(B)$, donde $P(A)$ es el conjunto potencia del conjunto A.

26. Sean A, B dos conjuntos. Demostrar que

$$P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$$

27. Sean A, B dos conjuntos.
¿Es cierto que $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$?

28. ¿Es cierto que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$,$n^2 - n + 41$ es un entero primo?

29. Sean p y q dos proposiciones lógicas. Sabiendo que

   a) $\sim p \wedge q$ es contradicción.

   b) $p \wedge q \equiv p$.

Pruebe que $p \equiv q$.

30. Para una proposición cualquiera p se define: $V(p) = \begin{cases} 1, & \text{si p es verdadera.} \\ 0, & \text{si p es falsa.} \end{cases}$

    a) Pruebe que
        - $V(\sim p) = 1 - V(p)$.
        - $V(p \vee q) = V(p) + V(q) - V(p)V(q)$.

    b) Encuentre la formula de $V(p \to q)$.

31. Dados $A, B \subset E$. Pruebe que

$$A \subset B \Leftrightarrow A \cap B^c = \emptyset$$

32. Sean A, B subconjuntos de U. Demostrar que

    a) $A \subset B \Leftrightarrow A \cup B = B$.

    b) $A \subset B \Leftrightarrow A \cap B = A$.

    c) $A \cap B = A$ y $A \cup B = A \Leftrightarrow A = B$.

33. Probar que $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$.

34. Sea $A = \{1, 2, \ldots, 20\}, B = \{x \in A : x < 5 \leftrightarrow x \geq 7\}$. Indagar el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

    a) $\forall X \subset A \to B \cap X = \emptyset$.

    b) $\exists\, X \subset A \wedge Y \subset B$ tal que $X \cap Y = \emptyset$.

    c) $\exists\, D \subset A$ tal que $B \cup D = A$.

    d) $\exists X \in A, \forall y \in B, x < y$.

    e) $\forall x \in A, \exists y \in A$ tal que $x - y \in B$.

35. Demuestra poniendo un contraejemplo que las siguientes afirmaciones no son verdaderas:

    a) Todo entero mayor que 17 es el cuadrado de un número entero.

    b) Todo entero mayor que 6 es múltiplo de 2 y de 3.

    c) $100n + 1 > n^2$ para todo entero n.

36. Demuestra por reducción al absurdo las siguientes afirmaciones:

    a) $\sqrt{2}$ no es racional.

    b) Si un x es un número racional, entonces $\pi + x$ no es racional.

37. Sabiendo que $n \in \mathbb{Z}$. Demostrar que si n^2 es múltiplo de 5, entonces n es múltiplo de 5.

38. Analice el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

    a) $\exists\, x \in \mathbb{R}$ tal que $\forall y \in \mathbb{R}$, $x^2 + y^2 = (x + y)^2$.

    b) $\exists\, x \in \mathbb{R}$ de modo que $2x - 4 = 4x - 2$.

39. Dados los conjuntos A y B. Sea X un conjunto con las siguientes características

    a) $A \subset X, B \subset X$.

    b) si $A \subset Y, B \subset Y$, entonces $X \subset Y$.

    Probar que $X = A \cup B$.

40. Sean $A, B \subset E$. Pruebe que $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B^c$, donde B^c es el complemento del conjunto B respecto a E.

41. Demostrar que $A \cup B = E \Leftrightarrow A^c \subset B$, siendo $A, B \subset E$.

42. Sean $A, X \subset E$ conjuntos tales que $A \cap X = \emptyset$ y $A \cup X = E$. Pruebe que $X = A^c$.

43. Sean A y B dos conjuntos. Demostrar que $A \cup B \neq \emptyset$, entonces $A \neq \emptyset$ o $B \neq \emptyset$.

44. Sabiendo que $n \in \mathbb{Z}$. Probar que si n^2 es múltiplo de 3, entonces n es múltiplo de 3.

45. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se cumple $n^3 - n$ siempre es múltiplo de tres.

Uni, 31 de Agosto de 2015

Práctica Dirigida N°1 (2015-II)

① $A=\{1,2,3,4\}$

a))) si $x=1$, $\nexists y\in A / x^2+y\geq 8$ ✗

si $x=2$, $\exists y=4\in A / 2^2+4\geq 8$ ✓

si $x=3$, $\exists y=1\in A / 3^2+1\geq 8$ ✓

si $x=4$, $\exists y=1\in A / 4^2+1\geq 8$ ✓

De lo anterior tenemos

$$A_1=\{2,3,4\}$$

obs: Es importante el cuantificador existencial $(\exists)$ sobre la función proposicional $x^2+y\geq 8$.

b))) si $x=1$, $\exists y=1\in A / x^2+y \ngeq 8$ ✗

si $x=2$, $\exists y=1\in A / x^2+y \ngeq 8$ ✗

si $x=3$, si cumple, ya que $\forall y\in A$ se tiene $x^2+y\geq 8$ ✓

si $x=4$, también:

$$4^2+1\geq 8$$
$$4^2+2\geq 8$$
$$4^2+3\geq 8$$
$$4^2+4\geq 8$$

✓

Luego $A_2=\{3,4\}$

c))) si $x=1$, $\nexists y\in A / x^2+y\geq 8$ ✗

si $x=2$, $\exists! y=4\in A / x^2+y\geq 8$ ✓

si $x=3$, $\exists y=1$, $\exists y=2$ / $x^2+y\geq 8$ ✗

si $x=4$, igual ✗

$\Rightarrow A_3=\{2\}$.

(2) antes veamos la negación de: $x \geq 3 \to x < 7$

$$\Rightarrow \sim(x \geq 3 \to x < 7) \equiv \sim(x < 3 \vee x < 7)$$
$$\equiv x \geq 3 \wedge x \geq 7$$
$$\equiv x \geq 7$$

Luego: $\forall x \in \mathbb{R}$ tal que: $x \geq 7$

Es claro que esta última proposición es falsa, luego la dada inicialmente es verdadero.

(3) a))

p	q	r	(p ∧ q)	→	r
V	V	V	V	$\boxed{V}$	V
V	V	F	V	$\boxed{F}$	F
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

Suficiente, para haber demostrado que es de contingencia.

b)) contingencia.

c)))

p	q	q	↔	(~p ∧ q)
V	V	V	$\boxed{F}$	F
V	F	F	$\boxed{V}$	F
F	V			
F	F			

Es de Contingencia.

d)) contingencia.

e)) contingencia.

obs: Se sugiere al estudiante realizar las tablas de verdad.

4) $p*q = \sim p \vee \sim q$

a))) veamos

$$\sim p = \sim p \vee \sim p \overset{def}{=} p*p.$$

b)) calculemos:

$$p \wedge q \equiv \sim(\sim p \vee \sim q)$$
$$\equiv \sim(p*q) \underset{(a)}{\equiv} (p*q)*(p*q)$$

c)) veamos

$$p \vee q \equiv \sim(\sim p) \vee \sim(\sim q)$$
$$\underset{(a)}{\equiv} \sim(p*p) \vee \sim(q*q)$$
$$\underset{def}{\equiv} (p*p)*(q*q).$$

D)) calculemos

$$p \to q \equiv \sim p \vee q = \sim p \vee \sim(\sim q)$$
$$= \sim p \vee \sim(q*q)$$
$$= p*(q*q).$$

5) simplificando:

$$\sim[\sim(p \wedge q) \to \sim q] \vee p \equiv \sim[(p \wedge q) \vee \sim q] \vee p$$
$$\equiv [\sim(p \wedge q) \wedge q] \vee p$$
$$\equiv [\underbrace{(\sim p \vee \sim q) \wedge q}] \vee p$$
$$\equiv [\sim p \wedge q] \vee p \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_{V} \wedge (q \vee p) \equiv q \vee p.$$

(6)

a) Negando: $\exists x, \exists y, \forall z, \ x+y \neq z$ la cual es un falsa, ~~basta~~

b) $\exists x, \exists y \ / \ xy > 2$ es verdadera, basta considerar $x=4, y=2$.

c) $\exists x, \exists y, \exists z, \ x+z \geq y$ verdadero, tomar $x=2, z=4, y=1$.

d) $\forall x, \forall y \ / \ xy < 2$ es una proposición falsa.

(7)

p	q	$[p \wedge (p \vee q)]$	$\leftrightarrow$	p
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

tautología.

es decir:

$$p \wedge (p \vee q) \equiv p$$

(8) $\boxed{p \Delta q = \sim (p \leftrightarrow q)}$

Recordemos que $\sim (q \leftrightarrow r) \equiv (\sim q) \leftrightarrow r$ se sugiere demostralo utilizando tabla de verdad.

$$p \Delta (q \Delta r) \equiv p \Delta (\sim (q \leftrightarrow r))$$

$$\equiv \sim (p \leftrightarrow (\sim (q \leftrightarrow r))) \equiv \sim [p \leftrightarrow ((\sim q) \leftrightarrow r)]$$

prop. $\equiv \sim [(p \leftrightarrow \sim q) \leftrightarrow r] \equiv \sim [\sim (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r]$

$\equiv$ ~~[illegible]~~ $= \sim [(p \Delta q) \leftrightarrow r]$

~~$\equiv [p \leftrightarrow \sim(\sim q)] \leftrightarrow r \equiv (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r$~~

$$= (p \Delta q) \Delta r \ \square$$

9) a)))

$\sim p \vee q$ (1)

$h \rightarrow \sim t$ (2)

$(q \vee r) \rightarrow (p \rightarrow t)$ (3)

$s \rightarrow p$ (4)

me piden: $s \rightarrow \sim h$.

considere

s (5) P.d $\sim h$.

de(4) p (6)

de(1) y (6) q (7)

de (7) $q \vee r$ (8)

de (8) y (3) $p \rightarrow t$ (9)

de (6) y (9) t (10)

de (2) y (10) $\sim h$ $\square$

b)))

$s \rightarrow \sim r$ (1)

r (2)

$\sim s \rightarrow q$ (3)

$q \rightarrow \sim N$ (4)

utilizando el método directo:

de (1) y (2) $\sim s$ (5)

de (5) y (3) q (6)

de (6) y (4) $\sim N$ $\square$

c)

$\sim A \rightarrow B$ (1)

$C \rightarrow B$ (2)

$C \vee \sim A$ (3)

$\sim B \vee D$ (4)

supongamos que $\sim D$ (5)

de (4) y (5) $\sim B$ (6)

de (2) y (6) $\sim C$ (7)

de (1) y (6) A (8)

de (7) y (8) $\sim C \wedge A$ (9)

de (9) $\sim (C \vee \sim A)$ (10)

de (10) y (3) contradicción.

10

$p \wedge q$ (1)

$p \to r$ (2)

de (1) p (3)

de (2) y (3)

r (4)

de (1) q (5)

de (4) y (5)

$r \wedge q$.

11

$p \vee q$ (1)

$p \to r$ (2)

supongamos $\sim r$ (3)

P.d q

de (3) y (2)

$\sim p$ (4)

de (1) y (4)

q.

12 P.d $(A-C) \cap (A-(B\cap C)) = A-C$

$(\subset)$

Sea $x \in (A-C) \cap (A-(B\cap C))$

$\Rightarrow x \in A-C \wedge x \in [A-(B\cap C)]$

$\Rightarrow x \in A-C$ (1)

$(\supset)$ Sea $x \in A-C$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin C$

$\Rightarrow x \in A \wedge x \notin B\cap C$ (2)

$\Rightarrow x \in [A-(B\cap C)]$

de (1) y (2)

$x \in (A-C) \cap [A-(B\cap C)]$.

(13) P.d $B^C \subset A^C$

Recordar:

(i) $A \subset B \Leftrightarrow [x \in A \Rightarrow x \in B]$

(ii) $A^C = \{x \in U : x \notin A\}$

dem.

Sea $x \in B^C$

$\Rightarrow x \notin B$ (0)

supongamos que $x \in A$ (1)

luego como $A \subset B$

$\Rightarrow x \in B$ Imposible de (0)

$\Rightarrow$ negando (1)

$x \notin A$

$\Rightarrow x \in A^C$.

(14) P.d Si $5n+3$ es par, entonces n es impar.

dem.

Supongamos lo contrario, es decir n es par, luego $\exists k \in \mathbb{N} / n = 2k$

$\Rightarrow 5n+3 = 5(2k)+3 = 10k+2+1 = 2(5k+1)+1$

$\Rightarrow 5n+3$ es impar Imposible.

(15) Pruebe que $\phi \subset A$

Recordar:

$M \subset B \Leftrightarrow [x \in M \Rightarrow x \in B]$ (definición de inclusión)

$\Rightarrow \phi \subset A \Leftrightarrow [\underbrace{x \in \phi}_{\text{Falso}} \underset{\text{verdadero}}{\Rightarrow} x \in A]$

$\Rightarrow$ es cierto que $\phi \subset A$

16

utilizaremos tabla de verdad:

p	q	$\sim(p\wedge q)$	$\leftrightarrow$	$[p\vee\sim q]$	$\sim p$	$\vee$	$\sim q$
V	V	F	F	V	F	F	
V	F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F						

Luego no son equivalentes.

17

P.d $B=\emptyset$

Supongamos lo contrario, $B\neq\emptyset$

$\Rightarrow \exists b\in B$

caso1: si $b\in A$

$\Rightarrow b\in A\cap B$

$\Rightarrow b\in A^c\cap B$

$\Rightarrow b\in A^c \wedge b\in B$

$\Rightarrow b\in A^c$ X

caso2: si $b\notin A$

$\Rightarrow b\in A^c$

$\Rightarrow b\in A^c\cap B$

$\Rightarrow b\in A\cap B$

$\Rightarrow b\in A \wedge b\in B$

$\Rightarrow b\in A$ X.

(18)
Recordar que $\sim(p \longleftrightarrow q) \equiv (\sim p) \longleftrightarrow q \equiv p \longleftrightarrow (\sim q)$

Luego

$\sim(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \leftrightarrow \sim q)$

$\equiv \sim(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$ (F) contradicción.

(19)
Indirecta: si n es impar $\Rightarrow n^2$ es impar.

dem:

como n es impar

$\Rightarrow n = 2k+1$

$\Rightarrow n^2 = 2(2k^2+2k)+1$

$\Rightarrow n^2$ es impar.

contradicción:

Supongamos que n es impar

$\Rightarrow n^2$ es impar. X

por lo anterior

(20) calculemos

$\sim[(q \heartsuit p) \to (q \clubsuit r)] \equiv \sim[(\sim q \wedge p) \longrightarrow (q \vee \sim r)]$

$\equiv \sim[\sim(\sim q \wedge p) \vee (q \vee \sim r)]$

$\equiv \sim[q \vee \sim p \vee q \vee \sim r]$

$\equiv \sim[\sim p \vee q \vee \sim r] \equiv p \wedge \sim q \wedge r$

$\Rightarrow p \equiv V$; $q \equiv F$; $r \equiv V$ $\square$

21) Supongamos que se cumple $A \neq \phi$, luego $\exists a \in A$
pero como $A \subset B$, entonces $a \in B \Rightarrow a \in \phi$
esto es imposible ó contradictorio.
Luego negando lo supuesto, tenemos $A = \phi$.

22) supongamos lo contrario, es decir, si tiene una solución entera en x, $\exists x_0 \in \mathbb{Z} \,/\, x_0^2 + x_0 = C$
$\Rightarrow x_0(x_0+1) = C$ (1)

propiedad:
Si $n \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2 \mid n(n+1)$ es decir $n(n+1)$ es par.
prueba: sug. tomar dos casos, n es par ó n es impar.

luego de (1), C es par Imposible.

23) P.d n es par $\Rightarrow$ $3n+2$ es par. detallar.

24) • $A = \{1,2,3,\ldots,10\}$
• Hallando el conjunto B.
$$\underbrace{(x<3 \wedge x \geq 6)}_{\substack{\text{Falso} \\ CS=\phi}} \vee (x \geq 3 \wedge x < 6)$$
$\Rightarrow$ $3 \leq x < 6 \Rightarrow B = \{3,4,5\}$

a)) $\forall x \in A, \exists y \in B \;/\; x+y \leq 7$

es Falsa, basta $x = 10$ y $\nexists y \in B / \; x+y \leq 7$.

Rta: Falsa.

b)) $\forall x \in A, \exists y \in B \;/\; x+y \in B$

es falsa, basta $x = 10$, $\nexists y \in B / \; x+y \in B$.

c)) $\exists x \in A, \forall y \in B \;/\; x+y \in A$

verdadero, basta tomar $x = 1$

$1+3 \in A$ ✓

$1+4 \in A$ ✓

$1+5 \in A$ ✓ .

25) P.d $A \subset B \iff P(A) \subset P(B)$

$(\Rightarrow)$

Sea $M \in P(A) \Rightarrow M \subset A$ pero $A \subset B$

$\Rightarrow M \subset B \Rightarrow M \in P(B)$.

$(\Leftarrow)$

Sea $a \in A$ arbitrario

$\Rightarrow \{a\} \in P(A)$ pero $P(A) \subset P(B)$

$\Rightarrow \{a\} \in P(B)$

$\Rightarrow \{a\} \subset B \Rightarrow a \in B$.

26. P.d $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

demost.

Sea $M \in P(A) \cup P(B)$

$\Rightarrow M \in P(A) \vee M \in P(B)$

$\Rightarrow M \subset A \vee M \subset B$

$\Rightarrow M \subset A \cup B$

$\Rightarrow M \in P(A \cup B)$.

ojo: no siempre se tiene $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$

ya que

$A = \{1\}$, $B = \{2\}$

calculamos

$P(A) \cup P(B) = \{\{1\}, \phi\} \cup \{\{2\}, \phi\} = \{\{1\}, \{2\}, \phi\}$

calculamos

$P(A \cup B) = P(\{1, 2\}) = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \phi\}$.

27. $P(A) \cap P(B) \subset P(A \cap B)$ (1)

veamos

Sea $M \in P(A) \cap P(B) \Rightarrow M \in P(A) \wedge M \in P(B)$

$\Rightarrow M \subset A \wedge M \subset B$

$\Rightarrow M \subset A \cap B \Rightarrow M \in P(A \cap B)$.

$P(A \cap B) \subset P(A) \cap P(B)$ (2)

veamos

Sea $M \in P(A \cap B) \Rightarrow M \subset A \cap B \Rightarrow M \subset A \wedge M \subset B$

$\Rightarrow M \in P(A) \wedge M \in P(B)$

$\Rightarrow M \in P(A) \cap P(B)$.

Luego se tiene por cierto la igualdad de (1) y (2).