



[Cod: CM 131 Curso: Cálculo Diferencial.]

## PRÁCTICA CALIFICADA Nro 2

**Problema 1.** Utilizando los axiomas de Peano, demostrar:

- Para todo  $n \in \mathbb{N}$  se cumple que  $n \geq 1$ .
- Para todo  $m, n \in \mathbb{N}$ , si  $mp = np$  entonces  $m = n$ .

**Problema 2.** Sean  $a, b \in \mathbb{Z}^+$ ,  $a \neq b$ , demostrar:

- $\sqrt{2}$  es un número irracional.
- Demostrar que  $\sqrt{2}$  está entre  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{a+2b}{a+b}$ .

**Problema 3.** Se llama  $i$ -ésimo número armónico a la sucesión  $H_i = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{i}$ . Demostrar utilizando inducción que para todo  $n \in \mathbb{N}$  se cumple que:

$$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$$

**Problema 4.** Sea  $K$  un cuerpo ordenado y  $a \in K$ .

- Supóngase que para todo  $\epsilon > 0$  se satisface  $a < \epsilon$ . Demostrar que  $a \leq 0$ .
- Dados  $x, y, z \in K$  tal que si  $x < y$  y  $z < 0$ , entonces, demostrar que  $xz > yz$ .

Los profesores.\*  
Lima, 22 de Setiembre del 2014.