R1-215 2PM

Universidad Nacional de Ingeniería
FC – Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2018-1**
CM211 – Cálculo Diferencial e Integral Avanzado

Práctica calificada Nro. 5

---

1. Determine, justificando de ser necesario, el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones:

   F *a*) Toda función integrable es continua. [1 punto]

   √ *b*) Toda función continua es integrable. [1 punto]

   c) Si $D = [a, a+1] \times [b, b+1]$, entonces $\iint_D |cos(x+y)|dxdy \leq 1$. [1 punto]

   d) Si T es una transformación lineal en el plano, entonces para cualquier rectángulo D se cumple que área$(T(D)) = k$. área(D) para alguna constante $k > 0$. [1 punto]

2. Considere la región $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1,\ x + y \geq 1,\ y \geq x\}$:

   a) Haga un esbozo de la región R y exprese la integral en coordenadas cartesianas que represente el área de R. [1.5 puntos]

   b) Invierta el orden de integración planteado en (a) y calcule el área de R. [2.5 puntos]

3. Usando cambio de variables, calcule $\iint_D e^{x^2-y^2} dxdy$ donde D es la región en el primer cuadrante acotada por $x^2 - y^2 = 1$, $x^2 - y^2 = 4$, $y = 0$, $y = \frac{3}{5}x$. [4 puntos]

4. Se quiere aprovechar la temporada alta de lluvias para llenar un reservorio limitado por las superficies $z = x^2 + y^2$, $z = 0$ y dentro de un cilindro $x^2 + y^2 = 2y$. De forma detallada, ordenada y clara, establezca:

   $x^2+y^2-2y+1=0+1$

   a) Un esbozo del reservorio. [1 punto]

   b) Exprese el volumen del reservorio en coordenadas cartesianas y polares. [1.5 puntos]

   c) Calcule la cantidad de agua que podrá ser almacenada en dicho reservorio. [1.5 puntos]

5. Se desea construir un jardín circular de área $24\pi\ m^2$ alrededor de una plaza también circular de área $25\pi\ m^2$. Las alturas del gras y las flores ornamentales dentro del jardín en la posición (x, y) están dadas por la función $f(x, y) = (x^2 + y^2)(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}})$, considerando el centro de la plaza en el punto $(0, 0)$. Además se suma el requerimento de dejar una entrada empedrada en el jardín con dirección Este, para lo cual se trazan dos rectas centradas en el centro de la plaza formando un ángulo de $30°$, entre las que no habrá planta alguna. Calcule el volumen del jardín.

   [4 puntos]

UNI, 29 de mayo del 2018

$\tan 30° = \frac{\operatorname{Sen} 30}{\operatorname{Cos} 30} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2}$