UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACÚLTAD DE CIENCIAS

CALIFICACIÓN

Preg N°	Puntos
1	3.5
2	0
3	3
4	2,0
5	
6	
Total	8,5

CURSO Cálculo integral COD. CURSO CM 132

PRACTICA Calificada N° 4 SECCIÓN D

[redacted]

APELLIDOS Y NOMBRES (Alumno) CODIGO FIRMA

Lima, 6. de noviembre del 2017 N° Lista [redacted]

NOTA 09

En números En letras Nombre del Profesor Firma del Profesor

4. a) La ecuación $r = \dfrac{4}{2\cos\theta - \sin\theta}$, en ecuaciones cartesianas es:

$$r(2\cos\theta - \sin\theta) = 4$$
$$2r\cos\theta - r\sin\theta = 4$$
$$2x - y = 4 \quad \text{(Ecuación de la recta)}$$

Corresponde a la gráfica IV.

b) La ecuación $r^2 = \sin 2\theta$, en ecuaciones cartesianas

$$r^2 = 2\sin\theta\cos\theta$$
$$r^2.(r^2) = 2(r\cos\theta).(r\sin\theta)$$
$$(r^2)^2 = 2xy \quad , \text{ pero } r^2 = x^2 + y^2$$
$$(x^2+y^2)^2 = 2xy$$

(Ecuación de la lemniscata)

Además, de las gráficas restantes, es la única que es simétrica respecto al polo, pero no respecto al eje $\theta = 0$ ni $\theta = \frac{\pi}{2}$.

En efecto, sea $S_0 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la aplicación que nos prueba la
$(r,\theta) \mapsto (-r,\theta)$ ó $(r,\theta) \mapsto (r, \theta+\pi)$

simetría respecto al polo

$S_0[\, r^2 = \text{sen}\, 2\theta \,] \Rightarrow (-r)^2 = \text{Sen}\, 2(\theta)$

$$r^2 = \text{Sen}\, 2\theta \quad (\text{Cumple})$$

Pero, no es simétrica respecto a $\theta = \frac{\pi}{2}$, ya que si $(r,\theta) \mapsto (r, \pi - \theta)$

$$(r)^2 = \text{sen}(2(\pi - \theta))$$
$$r^2 = \text{sen}(2\pi - 2\theta)$$
$$r^2 = \text{sen}(-2\theta)$$
$$r^2 = -\text{sen}(2\theta)$$
, no es la ecuación original.

Tampoco es simétrica respecto a $\theta = 0$, ya que si $(r,\theta) \mapsto (r, -\theta)$.

$$(r)^2 = \text{sen}(2(-\theta))$$
$$r^2 = \text{sen}(-2\theta)$$
$$r^2 = -\text{sen}(2\theta)$$
, no es la ecuación original.

c) La ecuación $r = 1 + 2\,\text{sen}\,\theta$ (Cardioide degenerada), es la única de las gráficas restantes que es simétrica respecto a $\theta = \frac{\pi}{2}$, pero no al origen ni a $\theta = 0$.

En efecto, usando la aplicación S_0 (respecto al polo):

$S_0[\, r = 1 + 2\,\text{sen}\theta \,] \Rightarrow$

$$(-r) = 1 + 2\,\text{sen}(\theta)$$
$$-r = 1 + 2\,\text{sen}\,\theta$$
, no es la ecuación original.

Respecto a $\theta = \frac{\pi}{2}$, $(r,\theta) \mapsto (r, \pi - \theta)$:

$$(r) = 1 + 2\,\text{sen}(\pi - \theta)$$
$$r = 1 + 2\,\text{sen}\,\theta$$
, es la ecuación original.

Respecto a $\theta = 0$ $(r,\theta) \mapsto (r, -\theta)$:

$$(r) = 1 + 2\,\text{sen}(-\theta)$$
$$r = 1 - 2\,\text{sen}\,\theta$$
, no es la ecuación original.

d) La ecuación $r = 5\,\text{sen}\,4\theta$, es la única de las ecuaciones restantes que es simétrica respecto a $\theta = 0$ y $\theta = \frac{\pi}{2}$.

En efecto, respecto a $\theta = \frac{\pi}{2}$: $(r,\theta) \to (-r, -\theta)$

$$(-r) = 5\,\text{Sen}(4(-\theta))$$
$$-r = 5\,\text{sen}(-4\theta)$$
$$-r = -5\,\text{sen}\,4\theta$$
$$r = 5\,\text{sen}\,4\theta$$
, es la ecuación original

, respecto a $\theta = 0$ $(r,\theta) \mapsto (-r, \theta + \frac{\pi}{2})$

$$(-r) = 5\,\text{sen}(4(\theta + \tfrac{\pi}{2}))$$
$$-r = 5\,\text{sen}$$

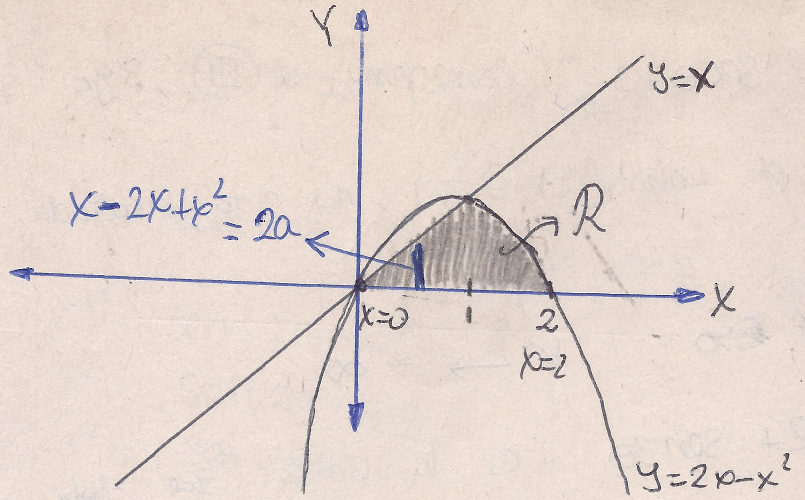
e) La ecuación $r = 2\sec\theta + 3$, corresponde a III., ya que es la única que para el valor $(r, \theta = \frac{\pi}{2})$, no está acotada,

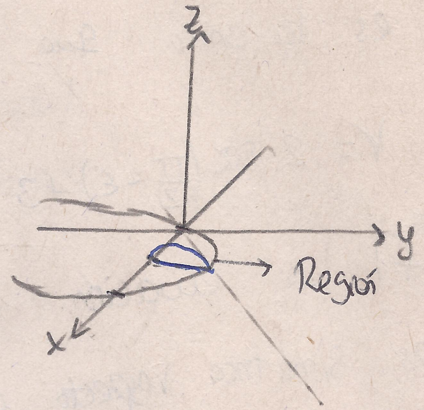
$r = 2\sec\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) + 3 \quad \forall\, \varepsilon > 0 : \quad r \rightarrow +\infty$

f) La ecuación $r = 2 + \operatorname{sen} 3\theta$, es la única que solo es simétrica respecto a $\theta = \frac{\pi}{2}$ con respecto a las restantes ($\neg$ VI) ?

¿Y con quién se relaciona?

1.

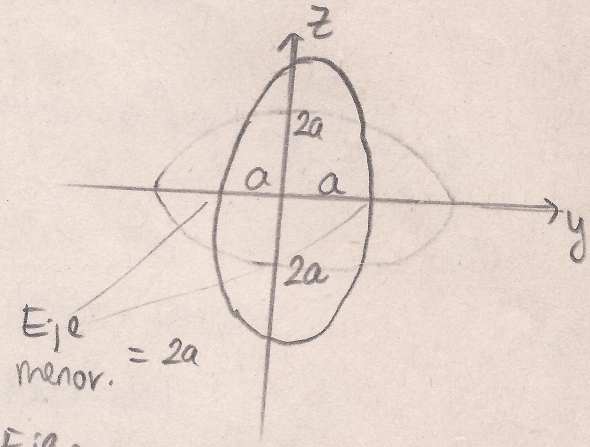




$$V=\int_0^2 A(x)\,dx$$, volumen a calcular,

pero el área es:

$$A(x)=\int \pi \left(-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2}\right)^2$$



$\therefore$ $$V=\int_0^2 \pi\left(-\frac{x}{2}+\frac{x^2}{2}\right)^2 dx$$

Área de la región semi elíptica $=\frac{\pi(a)(2a)}{2}$

$=\pi a^2$

$$V=\pi\int_0^2\left(\frac{x^4}{4}+2\left(\frac{x^2}{2}\right)\left(-\frac{x}{2}\right)+\left(-\frac{x}{2}\right)^2\right)dx$$

$$V=\pi\int_0^2\left[\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{2}+\frac{x^2}{4}\right]dx$$

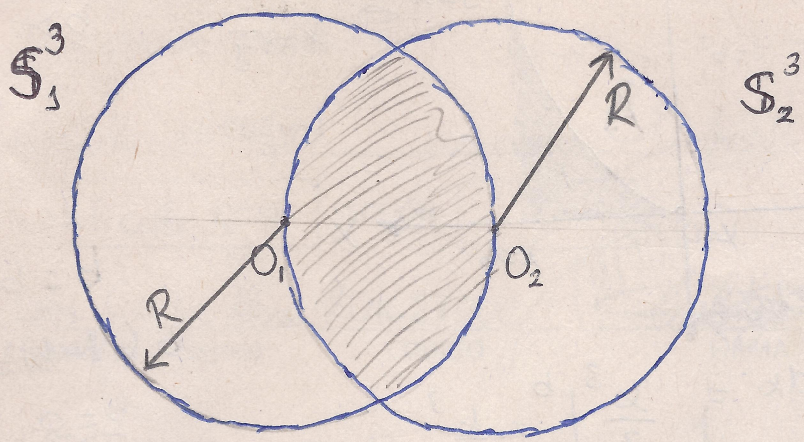
$$V=\pi\left[\frac{x^5}{20}-\frac{x^4}{8}+\frac{x^3}{12}\right]_{x=0}^{x=2}$$

$$V=\pi\left[\left(\frac{2^5}{20}-\frac{2^4}{8}+\frac{2^3}{12}\right)-\left(\frac{0^5}{20}-\frac{0^4}{8}+\frac{0^3}{12}\right)\right]$$

$$V=\pi\left(\frac{4}{15}-0\right)=\frac{4\pi}{15}\ u^3$$

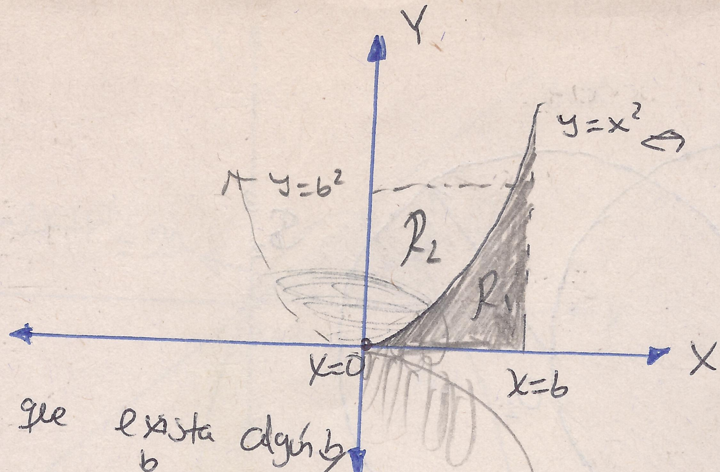
3.5

2.



El volumen pedido es el volumen común.

3.



If $0<b<1 \Rightarrow 0^2<b^2<1$
$b>1 \Rightarrow b^2>1$

$b=b^2$
$b(1-b)=0$
$\underbrace{b=0}_{No.} \vee b=1$

$\int x f(x) dx$
$\int y f(y) dy$

Supongamos que exista algún b

a) Sea $R_1 = \int_0^b x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^b = \frac{b^3}{3}$ ... (I)

Sea $R_2 = \int_0^{b^2} y^{1/2} dy = \frac{2}{3} \cdot y^{3/2}\Big|_0^{b^2} = \frac{2}{3} \cdot b^3$ ... (II)

De (I) y (II):

$$\frac{b^3}{3} = \frac{2}{3} b^3$$

$$\frac{b^3}{3} = 0 \rightarrow b=0$$

∴ No existe algún valor de b. $(\rightarrow\leftarrow)$ $b>0$

b) $V_2 = \pi \int_0^{b^2} (\sqrt{y})^2 dy = \pi \int_0^{b^2} y\, dy = \pi \left[\frac{y^2}{2}\Big|_0^{b^2} = \pi \frac{b^4}{2} \right.$ ... (α) eje Y.

$V_1 = \pi \int_0^b (x^2)^2 dx = \pi \int_0^b x^4 dx = \pi \cdot \frac{x^5}{5}\Big|_0^b = \frac{\pi}{5} \cdot b^5$ ... (β) eje X

De (α) y (β):

$$\frac{\pi b^4}{2} = \frac{\pi}{5} b^5 \Leftrightarrow \frac{b^4}{2} - \frac{b^5}{5} = 0 \Leftrightarrow b^4\left(\frac{1}{2} - \frac{b}{5}\right) = 0$$

∴ Existe $b=2{,}5$ tal que cumple la condición. $\Leftrightarrow b=0 \vee b=2{,}5$

c) $V = \frac{\pi}{5} b^5$ (R_1 gira)

$V = \int_0 [$