Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2013–III

PRÁCTICA CALIFICADA DE CÁLCULO DIFERENCIAL Nro 1

Problema 1 (5 puntos).

a) Se define el operador $*$ de la forma siguiente:

p	q	$p * q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Simplificar la siguiente expresión usando leyes de la lógica:

$$[(p \to q) * (p * \sim q)] \vee (\sim p * \sim q) \quad \equiv p$$

b) Si el esquema $\sim (p \wedge q) \to r$ es falso, señale el valor de verdad de las siguientes expresiones:

a) $p \wedge \sim (\sim q \vee r)$. F

b) $(\sim p \to q) \wedge (\sim q \to r) \wedge p$. F

c) $\sim (\sim p \to q) \wedge \sim (q \to r) \wedge (p \vee q)$. F

Problema 2 (5 puntos). *Demostrar:*

a) *Ley conmutativa:* $n + m = m + n$.

b) *Ley asociativa:* $m + (n + p) = (m + n) + p$ *para todo* $m, n, p \in \mathbb{N}$.

c) *Ley distributiva:* $(n + p)m = nm + pm$.

d) *Dados* $m, n \in \mathbb{N}$, *si* $m < n$, *entonces* $m + 1 \leq n$.

Problema 3 (5 puntos). *Si $k \in \mathbb{N}$ y $0 \leq k \leq n$, se define:*

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

donde se considera:

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1.$$

Sabiendo que:

$$\binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}.$$

Demostrar el Teorema del binomio, es decir, dados a y b números cualesquiera, entonces:

$$(a+b)^n = \sum_{j=0}^{n} \binom{n}{j} a^{n-j} b^j.$$

Problema 4 (5 puntos). *Sea la ecuación:* $[(4,5)] + [(x,y)] = [(10,6)]$. *Luego:*

a) *Resolver la ecuación.*

b) *Expresar si es posible de la forma:*

$\sim[(r^*,1)]$ o $[(1,1)]$

$$[(r^*,1)] \quad o \quad [(1,r^*)] \quad o \quad [(1,1)]$$

donde $r^* = S(r)$.

$[(4+x) + (5+y)] = [(10,6)]$

Los profesores[*]
Lima, 10 de Enero del 2013.

[*]Hecho en LaTeX

$x + r + 6 = 5 + y + 10$

$x = 5 + y$ ← una solucion

$[(r^*,1)] \iff r$

$V - r - 1 \Rightarrow r \in \mathbb{Z}$

$-r \in \mathbb{Z}$