UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
Escuela Profesional de Matemáticas 2013-I

Primera Práctica Dirigida de Cálculo Diferencial

1. Completar con "suficiente" o "necesario", según corresponda:

   (a) Para que el polinomio $x^2 - 1$ sea igual a cero es .suficiente. que x sea 1.

   (b) Para que el polinomio $x^2 - 1$ sea igual a cero es ~~necesario~~ suficiente que x sea 1 ó -1.

   (c) Para que el valor absoluto de x sea 5 es .suficiente.. que x sea -5.

2. Para X subconjunto de $\mathbb{R}$ dado, expresar formalmente las siguientes proposiciones usando correctamente los cuantificadores:

   (a) Cualquiera que sea b en X tenemos que para los x en $\mathbb{R}$ cuya distancia a b es menor que algún $\varepsilon_b > 0$ tenemos que x está en X. $\forall b \in X, \exists \varepsilon_b > 0 / \forall x \in X, |x-b| < \varepsilon_b \Rightarrow x \in X$

   (b) Para algún b en X y para cualquier $\varepsilon > 0$ tenemos que existe x en $\mathbb{R}$ con distancia a b menor que ε y que no está en X. $\exists b \in X, \forall \varepsilon > 0, \quad |x-b| < \varepsilon \rightarrow x \notin X$

   (c) ¿Qué relacion hay entre a y b?.

3. Sea $A = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \ / \ x < 0, \ y > 0 \}$ y la función lógica en A definida por

$$p(x, y) : y \leq -\frac{1}{x}$$

   Hallar el valor de verdad de:

   (a) Para todo $x < 0$, existe $y > 0$ tal que $p(x, y)$. V

   (b) Existe un $x < 0$ tal que, para todo $y > 0$, $p(x, y)$.

   (c) Para todo $x < 0$, para todo $y > 0$, $p(x, y)$.

   (d) Existe $x < 0$ y existe $y > 0$ tal que $p(x, y)$.

4. Verificar que para probar la equivalencia de las proposiciones p, q, r y s es suficiente demostrar las siguientes implicaciones lógicas:

   $p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$

$$p \Rightarrow q, \quad q \Rightarrow r, \quad r \Rightarrow s, \quad s \Rightarrow p$$

5. Justificar los siguientes razonamientos lógicos:

$p \vee \sim q$	$p \wedge (p \vee q)$
$\sim q \rightarrow r$	$(p \vee q) \rightarrow r$
$\underline{p \vee \sim r}$	$\underline{r \rightarrow s}$
$\therefore p.$	$\therefore s.$

6. Concluir que $x = 1$, si se tienen las siguientes premisas:

   1) $\sim (z < 3 \vee x > y) \wedge y = 2$
   2) $x \not< y \vee x = 1$
   3) $x > z \rightarrow x > y$
   4 $x \not> z \rightarrow x < y$.

7. Dadas las proposiciones P, Q y R, pruebe que

   1) $R \rightarrow \sim Q$
   2) $Q \vee P$
   3) $R \wedge \sim P$.

   no pueden ser axiomas de ninguna teoría.
   (Sugerencia: Usando las reglas de inferencia, debe llegar a una contradicción.)

Scribd

En los ejercicios: del 8. al 18. demuestre la validez de sus razonamientos formales:

8. Demostrar que $2x = 12 \rightarrow y = 4$, si:

1) $2x + 3y = 24$

2) $(x = 6 \rightarrow y = 4) \vee 2x = 12$

3) $(2x = 12 \rightarrow x = 6) \vee 2x + 3y \neq 24$

4) $x \neq 6$.

9. Demostrar que $x < 4 \wedge y < 6$, si:

(1) $x + 2 < 6 \longrightarrow x < 4$

(2) $y < 6 \vee x + y \nless 10$

(3) $x + y < 10 \wedge x + 2 < 6$.

10. Demostrar que $y > z$, si:

1) $x = y \longrightarrow x = z$

2) $x \neq y \longrightarrow x < z$

3) $x \nless z \vee y > z$

4) $y \neq z \wedge x \neq z$.

11. Demostrar que $x > 6$, si:

1) $x > 5 \longrightarrow (x = 6 \vee x > 6)$

2) $(x \neq 5 \wedge x \nless 5) \longrightarrow x > 5$

3) $x < 5 \longrightarrow x \neq 3 + 4$

4) $x = 3 + 4 \wedge x \neq 6$

5) $x = 3 + 4 \longrightarrow x \neq 5$

12. Demostrar que $x = 4$, si:

1) $3x + 2y = 18 \wedge x + 4y = 16$

2) $x = 2 \rightarrow 3x + 2y \neq 18$

3) $x = 2 \vee y = 3$

4) $x \neq 4 \rightarrow y \neq 3$

13. Demostrar que $y \nless 4 \vee x > 2$, si:

1) $x > 3 \vee y \nless 4$

2) $x > 3 \rightarrow x > y$

3) $x \ngtr y$.

14. Demostrar que $x \neq 3 \vee x > 2$, si:

1) $x + 2 \neq 5 \vee 2x = 6$

2) $x + 2 \neq 5 \rightarrow x \neq 3$

3) $2x - 2 = 8 \rightarrow 2x \neq 6$

4) $x + 3 = 8 \wedge 2x - 2 = 8$

15. Demostrar que $x = 2$, si:

1) $Dx^5 = 5x^4 \wedge Dx^3 = 3x^2$

2) $Dx^5 = 5x^4 \rightarrow Dx^2 = 2x$

3) $(Dx^2 = 2x \vee D8 = 0) \longrightarrow x = 2$

16. Demostrar que $(x = 4 \vee y \neq 8) \wedge x < 3$, si:

1) $x = y \vee x < y$

2) $y = x + 4$

3) $(x < 3 \vee x > 5) \wedge (y = x + 4) \rightarrow y \neq 8$

4) $x \neq y$

5) $(y = 6 \vee x < y) \rightarrow x < 3$

17. Utilizando el método de demostración por el absurdo, comprobar la validez de los argumentos en los ejercicios: del 8. al 18.

18. Demuestre por el absurdo las siguientes proposiciones:

(a) Dado $n \in \mathbb{N}$. Si n^2 es impar entonces n es impar.

(b) Dado $n \in \mathbb{N}$. Si n^2 es múltiplo de 3 entonces n también es múltiplo de 3.

(c) No existe $q \in \mathbb{Q}$ tal que $q^2 = 3$.

(d) Si a es un número racional y b es un número irracional, entonces $a + b$ es un número irracional.

Uni. 04 de Abril del 2013.

P.Escudero / J.Cotrina / M.Toribio / F.Villanueva.