



Universidad Nacional de Ingeniería  
Facultad de Ciencias  
Escuela Profesional de Matemática

Ciclo 2016-II

[Curso: Cálculo Diferencial]

[Tema: Sucesiones, Límite de funciones, Límites laterales]

[Profesores: G. Marca, A. Morante, M. Quiñones, J. Sotelo, F. Zamudio]

Cuarta Práctica Calificada

1. Considere la sucesión  $(x_n)$  definida inductivamente por

$$\begin{cases} x_1 = 1, \\ x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n + 6}, \quad n \geq 1 \end{cases}$$

- Pruebe que  $(x_n)$  es monótona.
- Demuestre que  $(x_n)$  es acotada.
- Demuestre que  $(x_n)$  es convergente.
- Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n)$ .

2. Definimos la siguiente sucesión  $x_1 = 1$ ,  $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \frac{2}{x_n} \right)$

Demuestre que la sucesión es decreciente y calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ .

3. Responda cada una de las siguientes preguntas.

a) Sea  $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{1-x}$ ,  $a = 1$  y  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ . En caso  $L$  exista, demuestre mediante definición que  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ .

b) Demuestre usando definición que  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}} = 0$ .

4. Calcular el valor de los siguientes límites en caso existan, justifique su respuesta

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 18x + 9} - 2\sqrt[3]{x^2 - 3x + 3} + 1}{x^2 - 3x + 2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left[ \frac{x-2}{2x-1} \right]$

5. Sea  $f: ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  una función que satisface las siguientes condiciones:

- $f(xy) = f(x) + f(y)$  para todo  $x, y \in ]0, +\infty[$ .
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+x)}{x} = 1$ . Pruebe que  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{1}{x}$ .