



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

Examen Parcial de Cálculo Diferencial

1. Dado el siguiente argumento: La tierra es redonda y los hombres no lo saben, o la tierra es redonda y los extraterrestres lo saben hace tiempo. Si los hombres no lo saben, entonces la tierra no es redonda. En conclusión, los extraterrestres lo saben hace tiempo.
[4 pts]

(a) Utilizando conectivos lógicos, simbolice la expresión

(b) Pruebe la validez del argumento

2. Sean los intervalos $I_n = [a_n, b_n]$. Si para cada $n \in \mathbb{N}$, se cumple $I_{n+1} \subset I_n$.

a) Probar que el conjunto $A = \{a_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ posee supremo.

b) Probar que el conjunto $B = \{b_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ posee ínfimo.

c) Concluya que $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n \neq \emptyset$.

3. Siendo a, b, c y d números racionales. Pruebe las siguientes afirmaciones:

(a) $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

(b) $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$ si y solo si $a = c$ y $b = d$

4. El carbono-14 (isótopo radiactivo del carbono) tiene una vida media de 5730 años (es decir deben transcurrir 5730 años para que una cantidad Q de carbono-14 se reduzca a su mitad). Unos arqueólogos encontraron un fósil de mamut y determinaron que la cantidad de carbono-14 en dicho fósil es 100 microgramos. Si definimos la sucesión Q_n como la cantidad de carbono-14 presente en el fósil transcurridos n periodos (1 periodo equivale a 5730 años).
[4 pts]

(a) Halle los cuatro primeros términos de la sucesión

(b) Halle término n -ésimo de la sucesión

(c) Determine $\lim_{n \rightarrow \infty} Q_n$

(d) Demuestre que la sucesión es convergente

5. El índice de contaminación atmosférica (en ppm) en la ciudad de Lima, varía durante el día según la función:

$$I(t) = \begin{cases} 2 + 4t & ; 0 \leq t < 2 \\ 6 + 2t & ; 2 \leq t < 4 \\ 14 & ; 4 \leq t < 12 \\ 50 - 3t & ; 12 \leq t < 16 \end{cases}$$

donde t es el tiempo en horas y $t = 0$ corresponde a las 6 am

(a) ¿Cual es el índice de contaminación entre las 8 y 11 de la mañana?

(b) ¿Entre qué horas el índice de contaminación ambiental está entre 4 y 12 ppm?

(c) Determine el mayor intervalo en el que la función posee inversa y halle la regla de correspondencia de dicha inversa.