UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA

FACULTAD DE CIENCIAS

CURSO Física I COD. CURSO CF 121

PRACTICA Calificada N°2 SECCIÓN [redacted]

[redacted]	[redacted]	[redacted]
APELLIDOS Y NOMBRES (Alumno)	CODIGO	FIRMA

CALIFICACIÓN

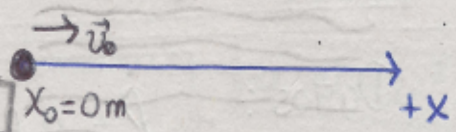
Preg N°	Puntos
1	5.0
2	4.0
3	5.0
4	5.0
5	—
6	
Total	19.0

Lima, 22 de Septiembre del 2017 N° Lista

NOTA 19 En números Diecinueve En letras A. O Nombre del Profesor Firma del Profesor

---

3. Datos: $\boxed{\vec{v}_0 = v_0\,\hat{i}\ m/s}$ (I) $\boxed{\vec{a} = -k\vec{v}\ m/s^2}$ (II)



(a) Puesto que la ecuación $\vec{a} = -k\vec{v}\ m/s^2$ es dimensionalmente homogénea:

$$[\vec{a}] = [-k\vec{v}]$$, Sea X la dimensión de k.

$$MT^{-2} = X . MT^{-1}$$

$$\boxed{T^{-1} = X}$$

Las unidades de k es de Hertz (s^{-1})

(b) De (II), tomando módulos: $\frac{d}{dt}v = -kv$, Por separación de variables , $\frac{dv}{v} = -k\,dt$, luego

$$\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \int_0^t -k\,dt \Rightarrow \ln(v) - \ln(v_0) = -k.t + k.0$$

$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -kt$$, tomando antilogaritmos

$$e^{\ln\left(\frac{v}{v_0}\right)} = e^{-kt}$$

$$\frac{v}{v_0} = e^{-kt}$$

$$v = (v_0 . e^{-kt})\ m/s$$

La velocidad de la partícula es

$$\therefore \boxed{\vec{v}(t) = v_0\,e^{-kt}\,\hat{i}\ m/s}$$

(c) De las ecuaciones de cinemática, $\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}$, por lo que $\boxed{dx = v\,dt}$ III

Reemplazando (b) en (III):

$$dx = (v_0 e^{-kt})\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v_0 \cdot e^{-kt}\,dt$$

$$x - x_0 = v_0 \int_0^t e^{-kt}\,dt$$

$$x = x_0 + v_0 \left[\frac{e^{-kt}}{-k}\right]_{t=0}^{t}$$

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{e^{-kt}}{-k} - \frac{e^{0}}{-k}\right)$$

$\therefore$ $\boxed{\vec{x}(t) = \left(x_0 + \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)\right)\hat{i}\ m}$ La posición de la partícula en función del tiempo.

---

4. Datos:

$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt} = (4t)\ m/s$	$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = 6\ rad/s$

I) Sea $\vec{r} = (\rho\,\hat{u}_\rho)\,m$, entonces la velocidad es $\vec{v} = \left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)\ m/s$

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}[\rho\,\hat{u}_\rho] = \frac{d}{dt}[\rho]\,\hat{u}_\rho + \rho \cdot \frac{d}{dt}[\hat{u}_\rho] = \dot{\rho}\,\hat{u}_\rho + \rho\,\dot{\hat{u}}_\rho,$$

pero $\dot{\hat{u}}_\rho = \dot{\theta}\,\hat{u}_\theta$

$\dot{\hat{u}}_\rho = 6\,\hat{u}_\theta$

$\rho = \int_0^t \dot{\rho}\,dt = \int_0^t 4t = 2t^2\ m$

$$\vec{v} = (4t\,\hat{u}_\rho + 2t^2 \cdot 6\,\hat{u}_\theta)\ m/s$$

Para $t = 1s$: $\vec{v}_{(t=1s)} = (4\,\hat{u}_\rho + 12\,\hat{u}_\theta)\ m/s$. La componente radial de la velocidad es $4 m/s$ y la componente transversal es $12 m/s$.

II) Sea $\vec{v} = (4t\,\hat{u}_\rho + 12t^2\,\hat{u}_\theta)\ m/s$, entonces la aceleración es $\vec{a} = \left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)\ m/s^2$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}[4t\,\hat{u}_\rho + 12t^2\,\hat{u}_\theta] = \frac{d}{dt}[4t]\,\hat{u}_\rho + 4t\frac{d}{dt}(\hat{u}_\rho) + \frac{d}{dt}[12t^2]\,\hat{u}_\theta + 12t^2\frac{d}{dt}[\hat{u}_\theta]$$

$$\vec{a} = 4\,\hat{u}_\rho + (4t)(6\,\hat{u}_\theta) + (24t)\,\hat{u}_\theta + 12t^2(-6t\,\hat{u}_\rho)$$

$$\vec{a} = \left((-72t^3 + 4)\,\hat{u}_\rho + (48t)\,\hat{u}_\theta\right)\ m/s^2$$

, pero $\dot{\hat{u}}_\theta = -\dot{\theta}\,\hat{u}_\rho$,

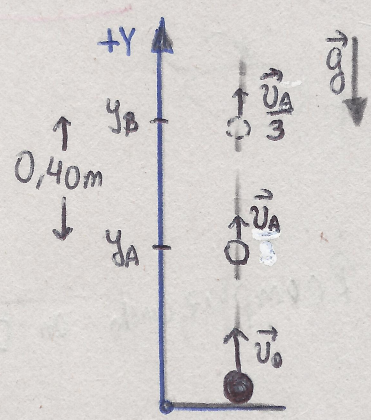
$\theta = \int_0^t \dot{\theta}\,dt = \int_0^t 6\,dt = 6t\,(rad)$, entonces

$\dot{\hat{u}}_\theta = -6t\,\hat{u}_\rho$

Para $t=1s$: $\vec{a}(t=1s) = (-68\,\hat{u}_\rho + 48\,\hat{u}_\theta)\ m/s^2$, entonces la componente radial de la aceleración es $-68\,m/s^2$ y la componente transversal es $48\,m/s^2$.

---

1. Las ecuaciones de movimiento son:



$$\vec{y}(t) = \vec{y}_0 + \vec{v}_0 t - \vec{g}\frac{t^2}{2}$$

reemplazando nuestros datos:

$$\vec{y}(t) = (\vec{v}_0 t - 4{,}9\,t^2\,\hat{j})\,m$$

También se cumple:

$$\boxed{\vec{v}\cdot\vec{v} = v^2}$$

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\vec{g}\cdot\Delta\vec{y}$$, tomando en los tiempos t_A y t_B,
$\downarrow t_0$ $\downarrow t_f$

$$\left(\tfrac{1}{3}v_A\right)^2 - (v_A)^2 = 2(-9{,}8\,\tfrac{m}{s^2})(0{,}40m)$$

$$-\frac{8}{9}v_A^2 = \frac{196}{25}\ m^2/s^2 \Rightarrow v_A = \frac{21}{5\sqrt{2}}\ m/s = 2{,}1\sqrt{2}\ m/s$$

$\therefore\ \vec{v}_A = 2{,}1\sqrt{2}\ \hat{j}\ m/s$

$$\boxed{\text{La rapidez } v_A = 2{,}1\sqrt{2}\ m/s.}$$

---

2. Movimiento parabólico. Dado que la ecuación de la trayectoria es $y = -0{,}04x^2$ y x_B es el punto de impacto, entonces $y_B = -9\,m$. Sea $\vec{r}(t=0s) = 0\hat{i} + 0\hat{j}\,m$.

$$\vec{r}(t) = (v_0\cos(53°)t)\hat{i} + (v_0\,\text{sen}(53°)t - \tfrac{1}{2}(9{,}8)t^2)\hat{j}\ m$$

$$\vec{r}(t) = \left(v_0 \cdot \tfrac{3}{5}t\right)\hat{i} + \left(v_0 \cdot \tfrac{4}{5}t - 4{,}9t^2\right)\hat{j}\ m$$

Pero $\vec{r}(t = \text{tiempo de impacto}) = 15\hat{i} - 9\hat{j}\ m$

Obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\frac{3}{5}v\,t = 15 \ldots (\mathrm{I}) \quad \wedge \quad \frac{4}{5}v\,t - 4{,}9\,t^2 = -9 \ldots (\mathrm{II})$$

De (I): $v\,t = 25$, reemplazando en (II):

$$\frac{4}{5}v\,t - 4{,}9t^2 = -9$$

$$\frac{4}{5}\cdot 25 - 4{,}9t^2 = -9$$

$$29 = 4{,}9t^2 \Rightarrow \boxed{t = \frac{\sqrt{290}}{7}\ \text{s}}$$

Reemplazando en (I):

$$\frac{3}{5}v_B\cdot t = 15 \Rightarrow \boxed{v_B = \frac{25\times 7}{\sqrt{290}} = \frac{175}{\sqrt{290}}\ \text{m/s}}$$

La pelota ~~toca el suelo~~ de la colina en $(15\hat{i} - 9\hat{j})$ m a los $\frac{\sqrt{290}}{7}$ segundos y su rapidez es $\frac{175}{\sqrt{290}}$ m/s

Cuidado!

$V_A =$

V_B?

Se le pidió V_A y V_B