Estadística Inferencial

José UGARTE - Clifford TORRES

Facultad de Ciencias - UNI (Clase 4)

September 9, 2019

Intervalos de confianza

- Un estimador de intervalo es una regla que especifica el método para usar las mediciones muestrales en el cálculo de dos números que forman los puntos extremos del intervalo.
- En el caso ideal, el intervalo resultante tiene dos propiedades:
  1. Contiene el parámetro objetivo θ;
  2. Su amplitud será relativamente pequeña.
- Uno o ambos puntos extremos del intervalo, siendo funciones de las mediciones muéstrales, variarán aleatoriamente de una muestra a otra.
- Entonces, la longitud y ubicación del intervalo son cantidades aleatorias; no podemos estar seguros de que el parámetro objetivo θ (fijo) caiga entre los puntos extremos de cualquier intervalo individual calculado a partir de una sola muestra.
- Nuestro objetivo es hallar un estimador de intervalo capaz de generar intervalos estrechos que tengan una alta probabilidad de incluir a θ.

Intervalos de confianza

- Los estimadores de intervalo suelen recibir el nombre de intervalos de confianza.
- Los puntos extremos superior e inferior de un intervalo de confianza se denominan límites de confianza superior e inferior, respectivamente.
- La probabilidad de que un intervalo de confianza (aleatorio) incluya a θ (una cantidad fija) se llama coeficiente de confi anza.
- Desde un punto de vista práctico, el coeficiente de confianza identifica la fracción de veces, en muestreo repetido, que los intervalos construidos contienen al parámetro objetivo θ.

Método del pivote

- Un método muy útil para encontrar intervalos de confianza se llama método del pivote.
- éste consiste en determinar una cantidad que actúe como pivote y que posea las dos características siguientes:
  1. Que sea una función de las medidas muestrales y el parámetro desconocido θ, donde θ sea la única cantidad desconocida.
  2. Que su distribución de probabilidad no dependa del parámetro θ.

Aplicaciones del Método del pivote

Ejemplo

Suponga que obtenemos una sola observación Y de una distribución exponencial con media θ. Use Y para construir un intervalo de confianza para θ con un coeficiente de confianza de $0,90$.

Ejemplo

Suponga que tomamos una muestra de tamaño $n = 1$ de una distribución uniforme definida en el intervalo $[0, \theta]$, donde θ es desconocida. Encuentre un límite de confianza inferior de 95% para θ.

Intervalos de confianza en una muestra grande

- Esto es, dadas las condiciones (estimadores insesgados) si el parámetro objetivo θ es alguno de los indicados en la Tabla 1, entonces para muestras grandes,

$$Z = \frac{\hat{\theta} - \theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}$$

  posee aproximadamente una distribución normal estándar.
- En consecuencia, Z forma (al menos aproximadamente) una cantidad pivote y el método del pivote se puede emplear para desarrollar intervalos de confianza para el parámetro objetivo θ.

Intervalos de confianza en una muestra grande

Ejemplo

Sea $\hat{\theta}$ *un estadístico que está normalmente distribuido con media* θ *y error estándar* $\sigma_{\hat{\theta}}$. *Encuentre un intervalo de confianza para* θ *que posea un coeficiente de confianza igual a* $(1-\alpha)$.

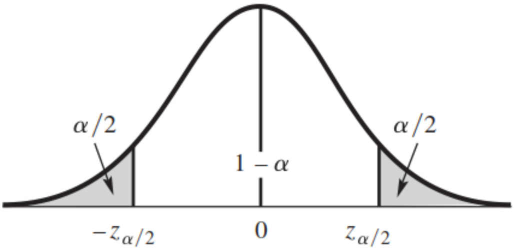

FIGURA 2 Ubicación de $z_{\alpha/2}$ y $-z_{\alpha/2}$

Intervalos de confianza en una muestra grande

- Por medio de argumentos análogos podemos determinar que límites de confianza unilaterales de $100(1-\alpha)\%$, a menudo llamados límites superior e inferior, respectivamente, están dados por

$$\text{límite inferior al } 100(1-\alpha)\% \quad \text{para} \quad \theta = \hat{\theta} - z_\alpha \sigma_{\hat{\theta}}$$
$$\text{límite inferior al } 100(1-\alpha)\% \quad \text{para} \quad \theta = \hat{\theta} + z_\alpha \sigma_{\hat{\theta}}$$

- Suponga que calculamos un límite inferior al $100(1-\alpha)\%$ y un límite superior al $100(1-\alpha)\%$ para θ. Entonces decidimos usarlos para formar un intervalo de confianza para θ. ¿Cuál será el coeficiente de confianza de este intervalo?

Intervalos de confianza en una muestra grande

Ejemplo

Se registraron los tiempos de compra de $n = 64$ *clientes seleccionados al azar en un supermercado local. El promedio y varianza de los* 64 *tiempos de compra fueron* 33 *minutos y* 256 *minutos, respectivamente. Estime* μ*, el verdadero promedio de tiempo de compra por cliente, con un coeficiente de confianza de* $1 - \alpha = 0,90$.

Intervalos de confianza en una muestra grande

Ejemplo

Dos marcas de refrigeradores, denotadas por A y B, están garantizadas por 1 año. En una muestra aleatoria de 50 refrigeradores de la marca A, se observó que 12 de ellos fallaron antes de terminar el periodo de garantía. Una muestra aleatoria independiente de 60 refrigeradores de la marca B también reveló 12 fallas durante el período de garantía. Calcule la diferencia real $(p_1 - p_2)$ *entre las proporciones de fallas durante el período de garantía, con un coeficiente de confianza de aproximadamente* $0,98$.

Intervalos de confianza en una muestra grande

Ejemplo

Una investigación práctica de la aplicación del procedimiento de estimación de intervalos de una muestra grande para una sola proporción poblacional p*, con base en* Y*, el número de éxitos observado durante* n *intentos en un experimento binomial.*