Estadística Inferencial

Clifford Torres

Facultad de Ciencias (UNI)

October 3, 2019

Intervalos de confianza (muestra grande)

1. Para una muestra grande (n grande)

$$P(\hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}} \leq \theta \leq \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}}) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = \hat{\theta} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}} \text{ y } \hat{\theta}_U = \hat{\theta} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}}$$

Intervalos de confianza (muestra grande)

Ejemplo

Un intervalo de confianza es una región de valores plausibles (con cierta probabilidad) dada una muestra, sé calcula a partir de un estadístico calculado de una muestra. La confianza hace alusión a la probabilidad que tiene el intervalo calculado a partir de ella de contener, o no, al parámetro. Una confianza del 95% implicará que se espera que de cada 100 muestras 95 contendrán el verdadero valor del parámetro (La estimación punual corresponderá al punto medio del intervalo.)
A continuación generaremos 100 intervalos de confianza para la distribución normal de la altura de los colombianos y es

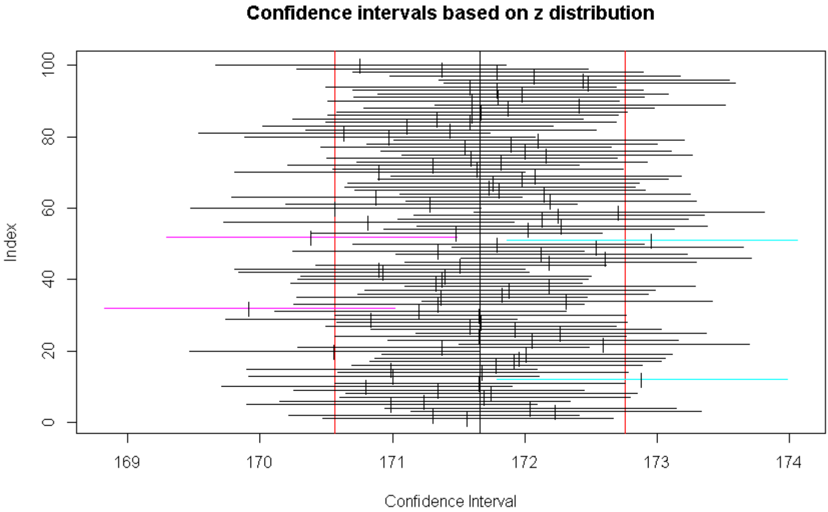
Intervalos de confianza (muestra grande)

```
set.seed(12)
# install.packages("TeachingDemos")
library(TeachingDemos)

POPULATION.MEAN <- 171.66
POPULATION.SD <- 5.60

## Repeat at different sample size
junk <- lapply(c(5,10,50,100), function(N){
    cat(paste0(" sample size ",N))
    ci.examp(mean.sim    = POPULATION.MEAN,
             sd          = POPULATION.SD,
             n           = N,
             reps        = 100,
             conf.level = 0.95,
             method      = "z")
})
```

Intervalos de confianza (muestra grande)



Intervalos de confianza

2.

$$P(\hat{\theta}_L \leq p_1 - p_2 \leq \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

$$\hat{\theta}_U = (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

Intervalos de confianza (muestra grande)

3.

$$P(\hat{\theta}_L \leq p \leq \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = \hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \text{ y } \hat{\theta}_U = \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

Intervalos de confianza (muestra pequeña)

4.

$$P(\hat{\theta}_L \leq \theta \leq \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = \hat{\theta} - t_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \text{ y } \hat{\theta}_U = \hat{\theta} + t_{\frac{\alpha}{2}}\left(\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

Intervalos de confianza (muestra pequeña)

5.

$$P(\hat{\theta}_L \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) - t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

$$\hat{\theta}_U = (\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2) + t_{\frac{\alpha}{2}} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Intervalos de confianza para σ^2

6.

$$P(\hat{\theta}_L \leq \sigma^2 \leq \hat{\theta}_U) = 1 - \alpha$$

donde

$$\hat{\theta}_L = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}} \text{ y } \hat{\theta}_U = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-1\alpha/2}}$$

Ejemplos

- Supongamos que queremos calcular un intervalo de confianza para una media poblacional sabiendo que la media muestral es de 32 y la desviacin tpica poblacional de 6. La muestra es de 50 individuos.

```
qnorm(0.05,0,1)
## [1] -1.644854
#Calculo de los limites del intervalo
n <- 50     # El tamao vlido de la muestra
media <- 32 # la media
desv <- 6  # La desviacion estandar. Datos historicos
nivelconfianza = 0.90
```

Ejemplo

```
#utilizo la formula, Calculamos el error estandar
error.est <- desv/sqrt(n)
# nivel de confianza de 90%
margen.error <- 1.644854 * error.est
# Lmite inferior del intervalo
lim.inf <- media - margen.error
lim.inf
## [1] 30.6043
# Lmite superior del intervalo
lim.sup <- media + margen.error
lim.sup
## [1] 33.3957
#Con una confianza del 90% podemos decir que
#la media poblacional estar entre los valores 30.6 y 33.4
```

Ejemplo

- Se ha obtenido una muestra de 15 vendedores de una Editorial para estimar el valor medio de las ventas por trabajador en la Empresa. La media y varianza de la muestra (en miles de euros) son 5 y 2, respectivamente. Determine el intervalo de confianza para la venta media por trabajador en la Editorial al 99 %.

```
# El tamao vlido de la muestra
n <- 15
# la media
media <- 5
nivelconfianza = 0.99
# utilizo la raiz cuadrada porque me dan como dato la
#varianza y la formula del error estandar utiliza la
# desvio tipico.
desv <- sqrt(2)
```

Ejemplo

```
#Luego calculo t\alpha/2
# donde 9 son los grados de libertad. GL = n  1  = 10 - 1 =
qt(0.005,14)
## [1] -2.976843
#Luego calculo t\alpha/2=2.97
# Calculamos el error estadar
error.est <- desv/sqrt(n)
# nivel de confianza de 99%
margen.error <- 2.97 * error.est
# Limite inferior del intervalo
lim.inf <- media - margen.error
```

Ejemplo

```
lim.inf
## [1] 3.915509
# Limite superior del intervalo
lim.sup <- media + margen.error
lim.sup
## [1] 6.084491
# La media poblacional va a estar entre los valores
#3,91 y 6,08 con un 99% de confianza
```