Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática — Ciclo 2019−I

PRÁCTICA CALIFICADA 1 - CM2H2A

Indicaciones

La siguiente práctica calificada consta de 3 partes, lea detalladamente que indica cada parte. La nota de la practica se calculará en base a la expresión: Nota $= \dfrac{\text{Puntaje obtenido}}{40} \times 20$.

Parte 1. Estimación puntual (20 puntos)

Resuelva los siguientes ejercicios en el aula, tiempo de evaluación 2 horas.

1. Suponga que Y_1, Y_2, Y_3 denotan una muestra aleatoria de una distribución exponencial con función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\theta} e^{-y/\theta} & , \quad y > 0 \\ 0 & , \quad \text{en cualquier otro punto.} \end{cases}$$

Considere los siguientes cinco estimadores de θ:

$$\hat{\theta}_1 = Y_1, \quad \hat{\theta}_2 = \frac{Y_1 + Y_2}{2}, \quad \hat{\theta}_3 = \frac{Y_1 + 2Y_2}{3}, \quad \hat{\theta}_4 = \min(Y_1, Y_2, Y_3), \quad \hat{\theta}_5 = \bar{Y}.$$

   a. ¿Cuáles de estos estimadores son insesgados? (3 puntos)

   b. Entre los estimadores insesgados. ¿Cuál tiene la varianza más pequeña? (2 puntos)

2. Suponga que $\hat{\theta}$ es un estimador para un parámetro θ y $E(\hat{\theta}) = a\theta + b$ para algunas constantes diferentes de cero a y b.

   a. En términos de a, b, y θ, ¿cuál es $B(\hat{\theta})$? (1 punto)

   b. Encuentre una función de $\hat{\theta}$, es decir $\hat{\theta}^*_{(\hat{\theta})}$, que sea un estimador insesgado para θ. (1 puntos)

3. Considere el estimador insesgado $\hat{\theta}^*$ que usted propuso en el Ejercicio 2.

   a. Exprese $MSE(\hat{\theta}^*)$ como función de $V(\hat{\theta})$. (2 puntos)

   b. Dé un ejemplo de un valor para a para el cual $MSE(\hat{\theta}^*) < MSE(\hat{\theta})$. (1 punto)

   c. Dé un ejemplo de valores para a y b para los cuales $MSE(\hat{\theta}^*) > MSE(\hat{\theta})$. (1 punto)

4. Si Y tiene una distribución binomial con parámetros n y p, entonces $\hat{p}_1 = \frac{Y}{n}$ es un estimador insesgado de p. Otro estimador de p es $\hat{p}_2 = \frac{Y+1}{n+2}$.

   a. Deduzca el sesgo de $\hat{p}_2$. (2 puntos)

   b. Deduzca $MSE(\hat{p}_1)$ y $MSE(\hat{p}_2)$. (2 puntos)

   c. ¿Para qué valores de p es $MSE(\hat{p}_1) < MSE(\hat{p}_2)$? (2 puntos)

5. Hemos visto, en clase, que si Y tiene una distribución binomial con parámetros n y p, entonces $\frac{Y}{n}$ es un estimador insesgado de p. Para calcular la varianza de Y, por lo general usamos $n\left(\frac{Y}{n}\right)\left(1 - \frac{Y}{n}\right)$.

   a. Demuestre que el estimador sugerido es un estimador sesgado de $V(Y)$. (2 puntos)

   b. Modifique ligeramente $n\left(\frac{Y}{n}\right)\left(1 - \frac{Y}{n}\right)$ para formar un estimador insesgado de $V(Y)$. (1 punto)

Parte 2. Estadística computacional. (10 puntos)

1. Ingrese al classroom del curso.
2. Ingrese a la sección "Trabajo de clase".
3. En el tema "Práctica calificada 1", realice doble click sobre la tarea "Parte 2 - PC1".
4. Siga las instrucciones indicadas.
5. Hora y fecha límite de presentación: 22 horas del 13 de abril de 2019.

Parte 3. Manejo de herramientas de R. (10 puntos)

1. Evaluación de la primera tarea en R (presentada 29 de marzo). (2 punto.)
2. Evaluación de la segunda tarea en R (presentada 30 de marzo). (4 puntos.)
3. Evaluación de la tercera tarea en R (presentada 1 de abril). (4 puntos.)

Clifford Torres.[1]
April 11, 2019

[1] Hecho en LaTeX