## 2.3 Resolución de sistemas de ecuaciones.

En la mayor parte de problemas de ingeniería o ciencias aparecen sistemas de ecuaciones. Llegado este momento tenemos todas las herramientas necesarias para poder proceder a su resolución, siendo éste el objetivo de este tema.

Sea el sistema de ecuaciones que se expresa matricialmente de la forma $A\vec{x}=\vec{b}$, siendo $A$ la matriz de coeficientes, y $\vec{b}$ el vector de términos independientes. Este sistema puede resolverse en MATLAB y Octave utilizando simplemente el operador *backslash* o *división izquierda* (\) de la forma:

```
x=A\b
```

siendo b un vector columna. El operador \ examina los coeficientes de $A$ antes de intentar resolver el sistema y actúa de la siguiente forma:

- Si $A$ es triangular (superior o inferior), entonces se utiliza sustitución hacia atrás o hacia delante.
- Si $A$ es simétrica y los elementos diagonales de $A$ son positivos, entonces se intenta la factorización de Cholesky. No siempre es posible realizarla porque aunque la matriz A cumpla las condiciones dichas podría no ser definida positiva.
- Si las condiciones anteriores no se cumplen, se realiza una factorización LU.
- Si $A$ no es cuadrada, tiene tamaño $M\times N$ y se cumple que $M>N$, el sistema se dice que es sobredeterminado. El sistema lineal resultante puede no tener solución. La solución que se adopta consiste en encontrar valores que minimicen el error dado por la siguiente expresión, lo que se denomina Método de los Mínimos Cuadrados:

$$e=\sum_{i=1}^{M}(b_i-\sum_{j=1}^{N}a_{ij}x_j)^2$$

Por ejemplo dado el sistema

$$\begin{aligned} 2x+3y&=1,\\ 4x-y&=2,\\ x-y&=3,\\ x+y&=0, \end{aligned}$$

el conjunto de instrucciones (programa) que finalizan con la resolución de éste mediante el método de mínimos cuadrados es

```
A=[2 3;4 -1;1 -1;1 1];

b=[1 2 3 0];

x=A\b'
```

```
x=

    0.6154

   -0.2692
```

- Si $A$ no es cuadrada, tiene tamaño $M \times N$ y se cumple que $N > M$, el sistema se denomina infradeterminado. Estos sistemas tienen infinitas soluciones y el operador \ se limita a seleccionar una sin enviar ningún mensaje de advertencia. Por ejemplo, si consideramos el sistema infradeterminado,

$$x + y + z = -2,$$
$$2x - 3y = -4,$$

el siguiente programa obtiene la solución indicada.

```
A=[1 1 1; 2 -3 0];

b=[-2,-4];

x=A\b'
```

```
x=

   -2.0000

    0.0000

    0.0000
```

Sin embargo, existen otras muchas soluciones, por ejemplo: *x*=1 ,*y*=2, *z*=-5.