

# Relaciones de recurrencias

Ecuaciones en diferencias y análisis en escalas de tiempo

C. Aznarán Laos

F. Cruz Ordoñez

G. Quiroz Gómez

J. Micha Velasque

D. García Fernández

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional de Ingeniería

21 de junio del 2019

# Índice

## 1 Introducción

- Relación de recurrencia
  - Con coeficientes constantes
  - Homogénea
- Ecuaciones en diferencias
  - Torre de Hanoi
  - Número de Ackermann

## 2 Realización numérica

- Discretización
  - Método de Euler
  - Método de Runge-Kutta

## 3 Aplicaciones

- Escalas de tiempo
  - Derivada fraccionaria
- Módulo `timescale`

# Common title, appearing on all slides in one frame

The second frame subtitle

- some text on slide 1
- some text on slide 2

Una escala de tiempo es un conjunto cerrado  $\mathbb{T}$  bajo la topología estándar sobre  $\mathbb{R}$ .

Se define el operador salto posterior  $\sigma: \rightarrow \mathbb{T}$  por

$$\sigma(t) := \inf \{z \in \mathbb{T} : z > t\}$$

la granicidad  $\mu: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}$  por

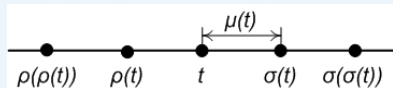
$$\mu(t) = \sigma(t) - t$$

y función granicidad minimal  $\mu_*: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{R}$  por

$$\mu_*(s) = \inf_{\tau \in [s, \infty) \cap \mathbb{T}} \mu(t).$$

Una función  $f: \mathbb{T} \rightarrow \mathbb{C}$  es llamada  $\Delta$ -diferenciable si para cualquier  $\varepsilon > 0$  existe  $\delta > 0$  tal que para todo  $s \in (t - \delta, t + \delta) \cap \mathbb{T}$  y existe un número  $f^\Delta(t)$  tal que

$$| [f(\sigma(s)) - f(s)] f^\Delta(s) [\sigma(t) - s] | \leq \varepsilon |\sigma(t) - s|.$$




La integración se define de modo que  $\int_t^s f^\Delta(\tau) \Delta\tau = f(t) - f(s)$ .  
 Si  $\mathbb{T}$  consiste únicamente de puntos aislados, entonces

$$f^\Delta(t) = \frac{f(\sigma(t)) - f(t)}{\mu(t)}$$

y

$$\int_a^b f(t) \Delta t = \begin{cases} \sum_{t \in [a,b) \cap \mathbb{T}} \mu(t) f(t), & \text{si } a < b. \\ 0, & \text{si } a = b. \\ - \sum_{t \in [b,a) \cap \mathbb{T}} \mu(t) f(t), & \text{si } a > b. \end{cases}$$



Content...



text



text





text



text



text