

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA FACULTAD DE CIENCIAS ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA

SÍLABO

INFORMACIÓN GENERAL

ASIGNATURA : CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL AVANZADO

CÓDIGO : CM 211 CRÉDITOS : 07 (SIETE)

PRE-REQUISITO : CM 132 CÁLCULO INTEGRAL

CM 142 CÁLCULO VECTORIAL II

CONDICIÓN : OBLIGATORIO

HORAS POR SEMANA : 09 (TEORÍA: 06, PRÁCTICA: 03)

SISTEMA DE EVALUACIÓN : G

OBJETIVO

Presentar el Cálculo Diferencial e integral para funciones de varias variables. Desarrollar técnicas numéricas y analíticas, para abordar algunos problemas que surgen en las aplicaciones de las matemáticas.

PROGRAMA ANALÍTICO

1. Funciones Vectoriales de una Variable Real

Definición de una función vectorial de variable real f: \mathbb{R}^n , \mathbb{R}^n , \mathbb{R}^n , gráfica del rango de f y gráfica de f. Operaciones con funciones. Límites. Definición. Propiedades. Continuidad Propiedades Definición de curva \mathbb{C} : r:I \mathbb{R}^n . Derivada. Vector tangente. Teoremas sobre la derivada. La diferenciabilidad. Integración. Propiedades. Longitud de arco. Curva Rectificable. Fórmula integral de la longitud de arco. Curvas parametrizadas. Curvas regulares. Reparametrización. La longitud de arco como parametrización. Cambio admisible de parámetro. Vector tangente, normal, binormal (y sus unitarios). Plano osculador. Plano normal. Triedo Móvil. Curvatura. Radio de curvatura. Centro de curvatura. Torsión. Fórmulas de Frenet.

2. Funciones Reales de Varias Variables

Definición de función real de varias variables f: \mathbb{R} , \mathbb{R}^n . Gráficas y rangos. Curvas de nivel, superficies de nivel. Operaciones sobre funciones. Superficies cuadráticas, superficies

cilíndricas y superficies regladas. Limites: Propiedades. Continuidad: Propiedades. Teorema del valor intermedio. Teorema de Weierstrass f: \mathbb{R} , \mathbb{R}^n compacto. Máximo y mínimo. Derivadas direccionales: Significado geométrico. Teorema de valor medio. Derivada parcial. Propiedades. Diferenciabilidad. Propiedades. Teorema de valor medio. Vector gradiente. Condición suficiente de diferenciabilidad. Regla de la cadena. Plano tangente y recta normal. Razón de cambio máximo. Funciones implícitas. Teorema de la función implícita. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Taylor. Máximos y mínimos relativos y absolutos. Criterio de las derivadas parciales (primera derivada y segunda derivada).

3. Funciones Vectoriales de Variables Vectoriales

Transformaciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R}^m . Transformaciones afines de \mathbb{R}^n . Limite. Definición: Propiedades. Continuidad: Propiedades. La derivada y la diferencial. Propiedades. Funciones de clase C^k . Regla de la cadena. Transformaciones en coordenadas polares (r,θ,z) y transformaciones esféricas $(\mathcal{P}^{\theta},\mathcal{P}^{\theta})$. Matriz Jacobiana. Transformaciones con Jacobianos no nulos. Teorema de la función inversa. Interpretación geométrica. Teorema de la función implícita.

4. Integrales Múltiples

Integrales dobles de una función acotada sobre un rectángulo en \mathbb{R}^2 . Funciones integrales. Propiedades básicas de $\iint_{[a,b]} f$ Integral doble de una función acotada sobre un rectángulo en \mathbb{R}^2 . Propiedades. Evaluación de una integral doble por integrales iteradas: sobre un rectángulo y sobre una región acotada de \mathbb{R}^2 . Cambio de variables para integrales dobles. Integrales dobles en coordenadas polares. Cálculo de áreas y volúmenes bajo una superfícies y volúmenes de revolución. Integral triple. Integral triple sobre un rectángulo y sobre un conjunto acotado en \mathbb{R}^3 . Propiedades. Evaluación de una integral por integrales iteradas. Cambio de variables para integrales triples. Volumen. Integrales triples en coordenadas cilíndricas. Integrales triples en coordenadas esféricas.

5. Integrales de Líneas

Integral de línea primer tipo (Integral de línea con respecto a la longitud de arco). Aplicaciones. Centro de gravedad. Integral de línea de segundo tipo. Propiedades. Comportamiento de una integral de línea frente a un cambio de parámetro. El trabajo como integral de línea. Región simplemente conexo. Región múltiplemente conexo. Teorema de Green. Aplicaciones. Independencia del camino. Teoremas fundamentales del cálculo para integrales de línea. Condiciones necesarias y suficientes para que un campo vectorial sea un campo gradiente. Condiciones necesarias para que un campo vectorial sea un campo gradiente. Construcción de funciones potenciales.

6. Integrales de Superficies

Superficies paramétricas. Plano tangente. Plano normal. Producto vectorial fundamental. Área de una superficie paramétrica. Integral de superficie de primer tipo (Integral de Campos escalares sobre superficies). Significado físico. Superficies orientables. Integral de superficies de segundo tipo (Integrales de campos vectoriales sobre superficies). Teorema de Stokes. El rotacional y la divergencia de un campo vectorial. Propiedades. Teorema de Gauss (Teorema de la Divergencia). Aplicaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- 1. Apostol, T., Calculus. Vol. I, Vol. II, De. Reverté.
- 2. Haaser, La Salle Sullivan, Análisis Matemático, Vol. 2, Edit. Trillas.
- 3. Protter y Murria, Análisis Matemático.
- 4. Armando Venero, Matemáticas III.