

ALGORITHMEN UND DATENSTRUKTUREN

ÜBUNG 4: EXTENDED BACKUS-NAUR-FORM

Eric Kunze

`eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de`

TU Dresden, 14.11.2019

ÜBERSETZUNG SYNTAXDIAGRAMME \leftrightarrow EBNF

Die Funktion $\text{trans}: T(\Sigma, V) \rightarrow \text{SynDia}(\Sigma, V)$ ist induktiv über den Aufbau von EBNF-Termen definiert:

1. Sei $v \in V$; $\text{trans}(v) = \text{---} \boxed{v} \text{---}$

2. Sei $w \in \Sigma$; $\text{trans}(w) = \text{---} \bigcirc w \text{---}$

3. Sei $\alpha \in T(\Sigma, V)$;

• $\text{trans}(\{\hat{\alpha}\}) = \text{---} \overbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha) \text{---}$

• $\text{trans}([\hat{\alpha}]) = \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha) \text{---}$

• $\text{trans}(\hat{(\alpha)}) = \text{trans}(\alpha)$

4. Sei $\alpha_1, \alpha_2 \in T(\Sigma, V)$;

• $\text{trans}(\alpha_1 \alpha_2) = \text{---} \text{trans}(\alpha_1) \text{---} \text{trans}(\alpha_2) \text{---}$

• $\text{trans}(\hat{(\alpha_1 \hat{\alpha_2})}) = \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha_1) \text{---} \underbrace{\hspace{1.5cm}} \text{trans}(\alpha_2) \text{---}$

SEMANTIK VON EBNF-TERMEN

- ▶ Sei $\mathcal{E} = (V, \Sigma, S, R)$ eine EBNF-Definition.
- ▶ $v \in V \rightsquigarrow W(\mathcal{E}, v) = \rho(v)$ (syntaktische Kategorie)
- ▶ Semantik $\llbracket \cdot \rrbracket : \underbrace{T(\Sigma, V)}_{\alpha} \rightarrow ((\underbrace{V \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*)}_{\rho}) \rightarrow \mathcal{P}(\Sigma^*))$

Definiere $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho)$ wie folgt:

- Wenn $\alpha = v \in V$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \rho(v)$.
- Wenn $\alpha \in \Sigma$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \{\alpha\}$.
- Wenn $\alpha = \alpha_1 \alpha_2$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cdot \llbracket \alpha_2 \rrbracket(\rho)$.
- Wenn $\alpha = (\hat{\alpha}_1 | \hat{\alpha}_2)$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cup \llbracket \alpha_2 \rrbracket(\rho)$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1^*$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = (\llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho))^*$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho) \cup \{\varepsilon\}$.
- Wenn $\alpha = \hat{\alpha}_1$, dann gilt $\llbracket \alpha \rrbracket(\rho) = \llbracket \alpha_1 \rrbracket(\rho)$.

Übungsblatt 3

AUFGABE 4 — TEIL (A)

$$W(\mathcal{E}, S) = \{a^{n+m}wb^\ell a^n \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^*\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (A)

$$W(\mathcal{E}, S) = \{a^{n+m}wb^\ell a^n \mid n, m \geq 0, 0 \leq \ell \leq m, w \in \Sigma^*\}$$

$$V = \{S, A, B\} \quad \text{und} \quad R = \left\{ \begin{aligned} S &::= \hat{a} S a \hat{A} \hat{A}, \\ A &::= \hat{a} A \hat{b} \hat{B} \hat{B}, \\ B &::= \{ \hat{a} \hat{b} \} \end{aligned} \right\}$$

AUFGABE 4 — TEIL (B)

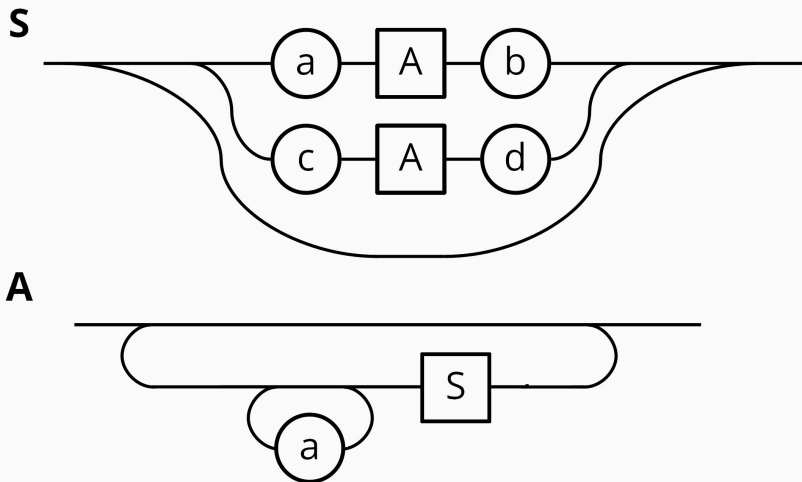
$$f(\rho) = \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{a}Ab \rrbracket(\rho) \\ \llbracket \hat{S}c \hat{c}S \rrbracket(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{c\} \cup \{c\} \cdot \rho(S) \end{pmatrix}$$

AUFGABE 4 — TEIL (B)

$$f(\rho) = \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(A) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{a}Ab \rrbracket(\rho) \\ \llbracket \hat{S}c \hat{c}S \rrbracket(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{c\} \cup \{c\} \cdot \rho(S) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} &\xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \emptyset \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{\varepsilon\} \\ \{c\} \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c\} \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{\varepsilon, acb, aacbc, acacbb\} \\ \{c, acbc, cacb\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

AUFGABE 4 — TEIL (C)



Übungsblatt 4

AUFGABE 1 — TEIL (A)

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{B} \hat{b} \rrbracket (\rho) \\ \llbracket Sb \rrbracket (\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\rho(B) \cup \{\varepsilon\}) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{b\} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \rho(B) \cdot \{b\} \cup \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{b\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

AUFGABE 1 — TEIL (A)

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket \hat{B} \hat{b} \rrbracket (\rho) \\ \llbracket Sb \rrbracket (\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\rho(B) \cup \{\varepsilon\}) \cdot \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{b\} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \rho(B) \cdot \{b\} \cup \{b\} \\ \rho(S) \cdot \{b\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Fünf Iterationen:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} &\xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b\} \\ \emptyset \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b\} \\ \{b^2\} \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b, b^3\} \\ \{b^2\} \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b, b^3\} \\ \{b^2, b^4\} \end{pmatrix} \\ &\xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b, b^3, b^5\} \\ \{b^2, b^4\} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\dots \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b, b^3, b^5\} \\ \{b^2, b^4\} \end{pmatrix}$$

$$\dots \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b, b^3, b^5\} \\ \{b^2, b^4\} \end{pmatrix}$$

$$\implies W(\mathcal{E}, S) = \{b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$$

$$W(\mathcal{E}, B) = \{b^{2n+2} \mid n \geq 0\} = \{b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

AUFGABE 1 — TEIL (C)

Vermutung:

$$W(\mathcal{E}, S) = \left\{ b^{2n+1} \mid n \geq 0 \right\} \quad \text{und} \quad W(\mathcal{E}, B) = \left\{ b^{2n} \mid n \geq 1 \right\}$$

AUFGABE 1 — TEIL (C)

Vermutung:

$$W(\mathcal{E}, S) = \{b^{2n+1} \mid n \geq 0\} \quad \text{und} \quad W(\mathcal{E}, B) = \{b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

$$\llbracket S \rrbracket(\rho) = \llbracket [\hat{B}] b \rrbracket(\rho)$$

$$= (\llbracket B \rrbracket(\rho) \cup \{\varepsilon\}) \cdot \llbracket b \rrbracket(\rho)$$

$$= (\rho(B) \cup \{\varepsilon\}) \cdot \{b\}$$

$$= \rho(B) \cdot \{b\} \cup \{b\}$$

$$= \{b^{2n} \mid n \geq 1\} \cdot \{b\} \cup \{b\}$$

$$= \{b^{2n+1} \mid n \geq 1\} \cup \{b^{2 \cdot 0 + 1}\}$$

$$= \{b^{2n+1} \mid n \geq 0\}$$

$$= W(\mathcal{E}, S)$$

$$\llbracket B \rrbracket(\rho) = \llbracket S b \rrbracket(\rho)$$

$$= \llbracket S \rrbracket(\rho) \cdot \llbracket b \rrbracket(\rho)$$

$$= \rho(S) \cdot \{b\}$$

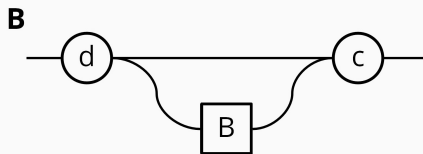
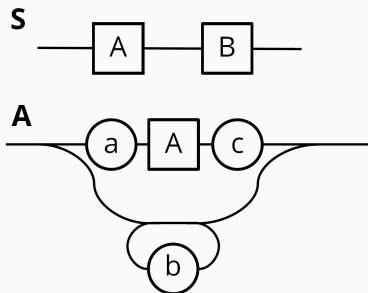
$$= \{b^{2n+1} \mid n \geq 0\} \cdot \{b\}$$

$$= \{b^{2n+2} \mid n \geq 0\}$$

$$= \{b^{2n} \mid n \geq 1\}$$

$$= W(\mathcal{E}, B)$$

AUFGABE 2 — TEIL (A)



AUFGABE 2 — TEIL (B)

$$\begin{aligned}
 f(\rho) &= \begin{pmatrix} f(\rho)(S) \\ f(\rho)(A) \\ f(\rho)(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \llbracket AB \rrbracket(\rho) \\ \llbracket \hat{a} A c \hat{b} \rrbracket(\rho) \\ \llbracket d \hat{B} c \rrbracket(\rho) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \rho(A) \cdot \rho(B) \\ \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{c\} \cup \{b\}^* \\ \{d\} \cdot (\rho(B) \cup \{\varepsilon\}) \cdot \{c\} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \rho(A) \cdot \rho(B) \\ \{a\} \cdot \rho(A) \cdot \{c\} \cup \{b\}^* \\ \{d\} \cdot \rho(B) \cdot \{c\} \cup \{dc\} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \emptyset \\ \emptyset \\ \emptyset \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \emptyset \\ \{b\}^* \\ \{dc\} \end{pmatrix} \xrightarrow{f} \begin{pmatrix} \{b^m dc \mid m \in \mathbb{N}\} \\ \{a^\ell b^m c^\ell \mid \ell \in \{0, 1\}, m \in \mathbb{N}\} \\ \{d^n c^n \mid n \in \{1, 2\}\} \end{pmatrix}$$

AUFGABE 2 — TEIL (C)

Wir wollen eine EBNF-Definition $\mathcal{E}' = (V, \Sigma, S, R)$ finden, sodass

$$W(\mathcal{E}') = \{a^{n+\ell}cb^n(cd)^\ell \mid n, \ell \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$$

gilt. Wir zerlegen wie üblich die Sprache in unabhängige Teile:

$$L = \{a^\ell a^n c b^n (cd)^\ell \mid n, \ell \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$$

Dann ergibt sich also nach dem Grundschemata

$$V = \{S, A\}$$

$$R = \{S ::= \hat{(} aScd \hat{)} A \hat{)}, A ::= \hat{(} aAb \hat{)} acb \hat{)}\}$$