Un estudio de la dinámica no lineal en el circuito caótico de Chua

Grupo N° 10 Proyecto ABET de la Escuela Profesional de Matemática

Carlos A. Aznarán Laos André G. Santos Félix Alejandro Vásquez Gavancho

Facultad de Ciencias

Universidad Nacional de Ingeniería

23 de julio del 2022

Índice analítico

- El circuito de Chua es un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias autónomo no lineal.
- Para la realización de este circuito se añadió la restricción de que el circuito tenga una resistencia no lineal N_R de dos terminales de naturaleza lineal a trozos.
- En el presente trabajo estudiaremos el comportamiento caótico del circuito y el método de convergencia de órbitas que nos ayudará a estabilizar el mismo.

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}V_{C_1}}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{RC_1}(V_{C_2} - V_{C_1} - g(V_{C_1})) \\
\frac{\mathrm{d}V_{C_2}}{\mathrm{d}t} &= \frac{1}{RC_2}(V_{C_1} - V_{C_2} + Ri_L) \\
\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} &= -\frac{1}{L}V_{C_2}
\end{aligned}$$

donde V_{C_1}, V_{C_2} son los voltajes en los capacitores C_1, C_2, R es la resistencia lineal, L es la inductancia lineal, i_L es la intensidad de corriente.

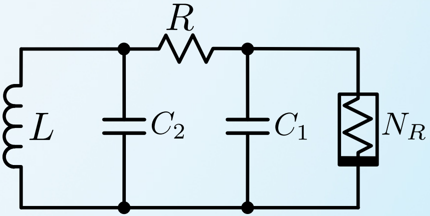


Figura: Un circuito de Chua.

Ecuación de Chua adimensional

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \alpha\left(y - x - g\left(x\right)\right)$$
$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = x - y + z$$
$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = -\beta y$$

donde

$$g\left(x\right) = \begin{cases} m_0 x + m_0 + m_1 & \text{si } x \leq -1, \\ m_1 x & \text{si } -1 < x < 1, \\ m_0 x + m_1 - m_0 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

y cuyos puntos de equilibrio son

$$P^{+} = (1, 0, -1)$$
$$O = (0, 0, 0)$$
$$P^{-} = (-1, 0, 1)$$

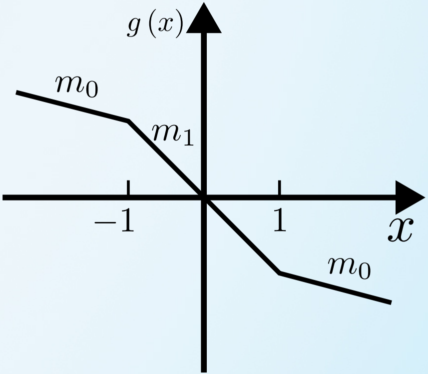


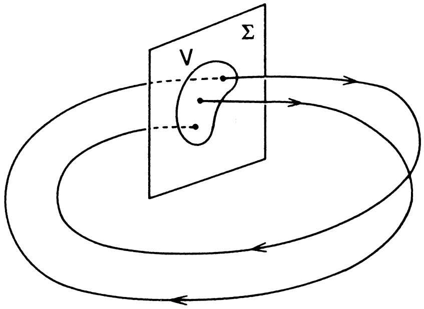
Figura: Curva caracterísitica de la resistencia no lineal $g\left(x\right)$.

Definición 1: Mapa de Poincaré

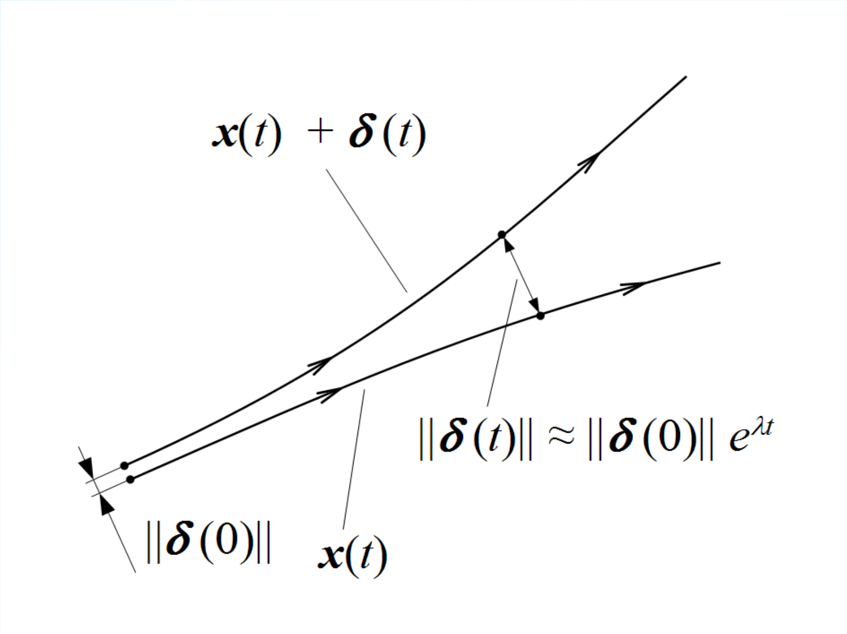
Es la aplicación que asocia los puntos en $V \subset \Sigma$ abierto tal que las trayectorias que inician en V retornan a Σ

$$\begin{aligned} P\colon\ V &\to \Sigma \\ x &\mapsto \phi\left(\tau\left(x\right), x\right), \end{aligned}$$

donde $\tau\left(x\right)$ es el primer retorno del punto x a Σ. Además, decimos que Σ es la sección transversal al campo vectorial $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f\left(x\right)$, $x\left(t_0\right) = x_0$.



Método para determinar el caos



Experimentos numéricos $(\alpha = 10.0, \beta = 16.4, m_0 = -1.22, m_1 = 0.628)$

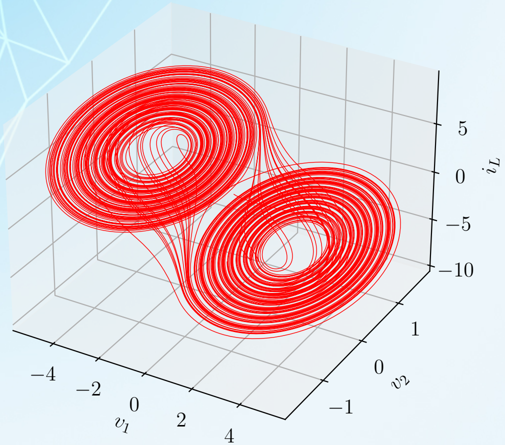


Figura: Sistema dinámico del doble atractor de Chua.

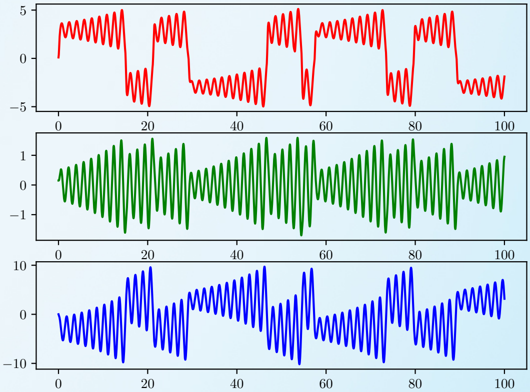


Figura: Serie de tiempo.

Experimentos numéricos $(\beta_1 = 16.4, \beta_2 = 16.401)$

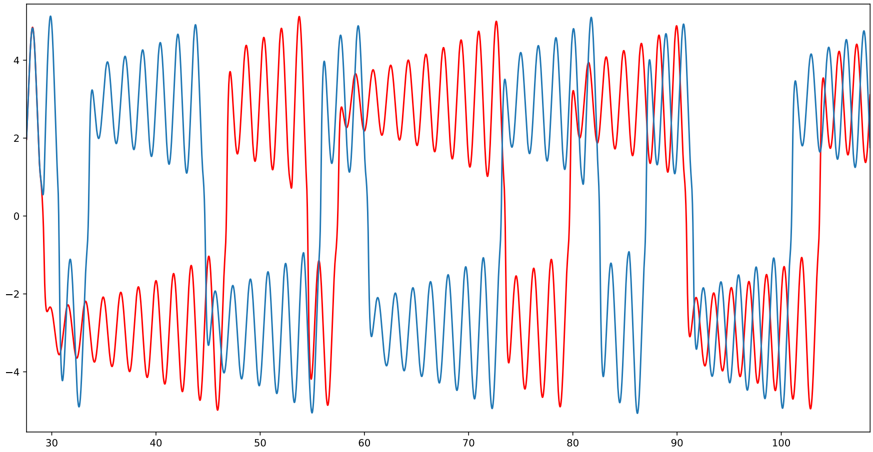


Figura: Azul: β_1, rojo: β_2.

Experimentos numéricos $(\alpha = 10, \beta = 16.4, R = -1.22, C_2 = 0.728)$

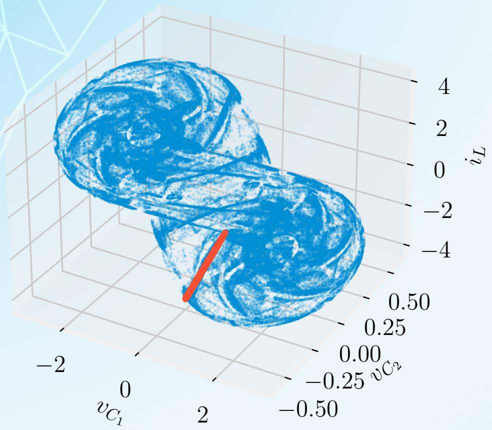


Figura: La sección transversal es el plano $x = 1$ en el doble atractor de Chua.

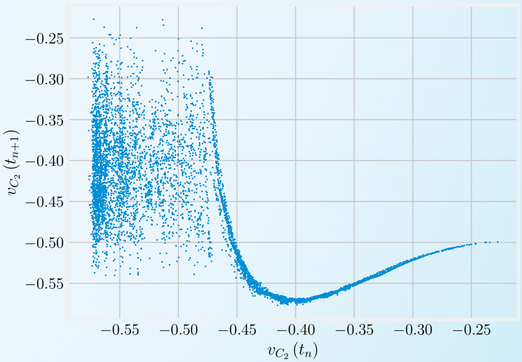


Figura: Mapa de Poincaré: $v_{C_2}(t_n)$ versus $v_{C_2}(t_{n+1})$.

Programas

scipy.integrate.solve_ivp

```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

from matplotlib import pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint

plt.rcParams['text.usetex'] = True
plt.rcParams['font.serif'] = ['Computer Modern']

m0: float = -1.22
m1: float = 0.628
tmax: float = 300


def chua(x, t, a=10.0, b=16.4):
    f_x = m1*x[0] + 0.5*(m0-m1) * (np.abs(x[0] + 1) - np.abs(x[0] - 1))
    return [a * (x[1] - (f_x)),
            x[0] - x[1] + x[2],
            -b*x[1]]


time = np.linspace(0, tmax, 50000)
x0 = [0.1, 0.15, 0.01]

xs = odeint(chua, x0, time)

fig = plt.figure()
ax = Axes3D(fig)

ax.plot(xs[:, 0], xs[:, 1], xs[:, 2], 'r-', lw=0.5)

ax.set_xlabel(r'$v_{C_{1}}$', fontsize=15)
ax.set_ylabel(r'$v_{C_{2}}$', fontsize=15)
ax.set_zlabel(r'$i_{L}$', fontsize=15)
plt.tick_params(labelsize=15)
ax.set_title(r'Atractor de doble espiral', fontsize=15)
# plt.show()
plt.savefig('chua_double.pdf', transparent=True, bbox_inches='tight')
```

```
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-
```

Conclusiones

- De la figura podemos ver que el sistema de Chua bajo ciertos parámetros $\alpha = 10$ y $\beta_1 = 16.4$, $\beta_2 = 16.401$ es un sistemas caótico ya que para parámetros muy cercanos obtenemos soluciones muy diferentes.
- Para ciertos parámetros el sistema de Chua se comporta de manera caótica.
- De la figura logramos implementar un programa para poder obtener la sección de Poincaré y hacer las gráficas para hallar el mapa de primer retorno con el objetivo de ver si las órbitas sean estables.

- Libros

Morris W. Hirsch, Stephen Smale y Robert L. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems, and an I ntroduction to Chaos*. Third Edition. Boston: Academic Press, 2013. ISBN: 978-0-12-382010-5. DOI: 10.1016/b978-0-12-382010-5.00027-0.

Stephen Lynch. *Dynamical Systems with Applications using Python*. Springer International Publishing, 2018, págs. 1-31. ISBN: 978-3-319-78145-7. DOI: 10.1007/978-3-319-78145-7. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-78145-7_1.

- Artículo matemático

T. Matsumoto. "A chaotic attractor from Chua's circuit". En: *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 31.12 (1984), págs. 1055-1058. DOI: 10.1109/TCS.1984.1085459.

- Sitio web

G-Q. Zhong y F. Ayrom. *Experimental Confirmation of Chaos from Chua's Circuit*. Jul. de 1984. URL: http://www2.eecs.berkeley.edu/Pubs/TechRpts/1984/338.html (visitado 10-06-2020).

¡Muchas gracias!

Colaboradores:

- Tipografía en LaTeX: Todo el grupo.
- Esquema de la exposición: Todo el grupo, Prof. asesor Benito L. Ostos Cordero.

Presentación disponible en:

`https://carlosal1015.github.io/circuit-expo/beamer.pdf`

Dudas, sugerencias o preguntas a:

caznaranl@uni.pe
asantosf@uni.pe
avasquezg@uni.pe