Laboratório de Matemática Computacional II

Aula 3

Melissa Weber Mendonça
Universidade Federal de Santa Catarina

2011

Na aula passada...

```
tril(A)

triu(A)
```

Exercício

Decompor uma matriz em uma soma, na forma

$$A = U + D + L,$$

em que U é sua parte triangular superior, D é sua diagonal, e L é sua parte triangular inferior.

split.m

Reshape

```
reshape(A,tamanho)
```

Exercício

Criar um vetor aleatório com 24 elementos. Reescrever estes mesmos elementos de 4 maneiras diferentes (sem contar as transpostas!)

```
v = rand(24,1)
```

- `reshape(v,1,24)`
- `reshape(v,2,12)`
- `reshape(v,3,8)`
- `reshape(v,4,6)`

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 4x_1 + 2x_2 = 26 \end{cases}$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{rcrcl} x_1 & + & x_2 & = & 8 \times (-2) \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{array}$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros } , x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 4x_1 + 2x_2 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{rcrcr} -2x_1 & - & 2x_2 & = & -16 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{array}$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{rcrcr} -2x_1 & - & 2x_2 & = & -16 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \\ \hline 2x_1 & & & = & 10 \end{array}$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\begin{cases} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{ccccc} -2x_1 & - & 2x_2 & = & -16 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \\ \hline 2x_1 & & & = & 10 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 5$$

No estacionamento de um shopping há 8 veículos, entre carros e motos. Sabe-se também que o número de rodas é igual 26. Determine o número de carros e motos.

$$x_1 = \text{ número de carros }, x_2 = \text{ número de motos}$$

$$\left\{\begin{array}{rcrcr} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{array}{rcrcr} -2x_1 & - & 2x_2 & = & -16 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \\ \hline 2x_1 & & & = & 10 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = 5, x_2 = 3$$

Forma matricial

$$\begin{cases} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \end{bmatrix}$$

Chamando

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \end{bmatrix},$$

podemos escrever o sistema acima como

$$Ax = b$$

Assim, a solução será

$$\begin{aligned} x = A^{-1}b = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 2 & -1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -8 + 26/2 \\ 2(8) - 26/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Sistemas Lineares: Solução

Se temos um sistema linear dado por

$$Ax = b$$

em que $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $x, b \in \mathbb{R}^n$ e queremos encontrar x, então uma maneira de resolver este problema é fazendo

$$x = A^{-1}b,$$

se a inversa de A existir.

No MATLAB, a inversa de A pode ser encontrada se fizermos

```
inv(A)
```

Exercício

Resolver os sistemas lineares seguintes, usando este método:

```
>> x = inv(A)*b
```

1. $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} -0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercício

Resolver os sistemas lineares seguintes, usando este método:

```
>> x = inv(A)*b
```

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad x = ??$

Exercício

Resolver os sistemas lineares seguintes, usando este método:

```
>> x = inv(A)*b
```

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 10 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Exercício

Resolver os sistemas lineares seguintes, usando este método:

```
>> x = inv(A)*b
```

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 2 & 5 & 8 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} \infty \\ \infty \\ \infty \end{pmatrix}$??

Exercício

Resolver os sistemas lineares seguintes, usando este método:

```
>> x = inv(A)*b
```

5. $A = \begin{pmatrix} 3 & 17 & 10 \\ 2 & 4 & -2 \\ 6 & 18 & -12 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad x = \begin{pmatrix} 1.85417 \\ -0.35417 \\ 0.14583 \end{pmatrix}$

Sistemas Lineares: Regra de Cramer

A Regra de Cramer para a resolução de sistemas lineares diz que a solução x de um sistema linear na forma $Ax = b$ pode ser encontrada se fizermos

$$x_i = \frac{\det(A_i)}{\det(A)},$$

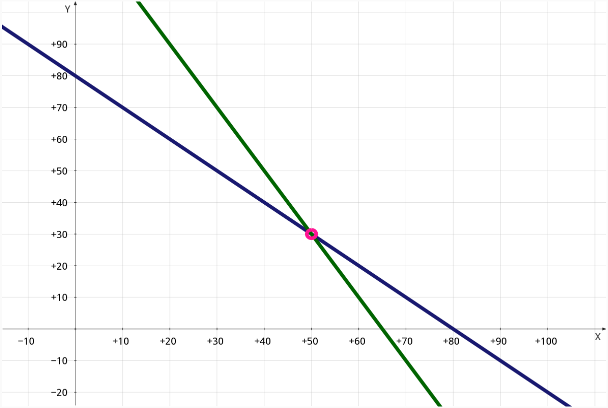
onde $x = (x_1, \ldots, x_n)$ e A_i é a matriz obtida se substituirmos a coluna i da matriz A pelo lado direito b.

Escreva um programa que resolva um sistema linear usando a Regra de Cramer (e dê um aviso, caso $\det(A) = 0$).

`cramer.m`

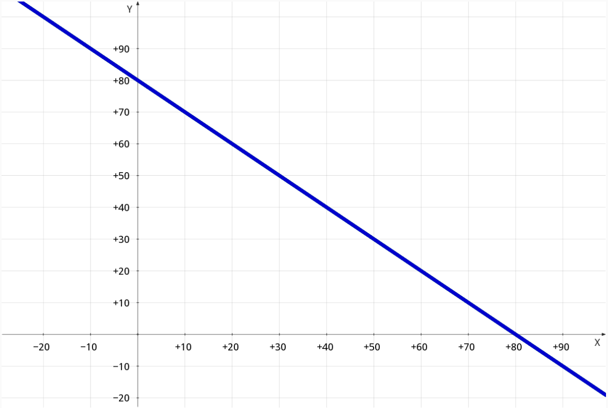
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 4x_1 + 2x_2 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 26 \end{bmatrix}$$

Geometricamente...



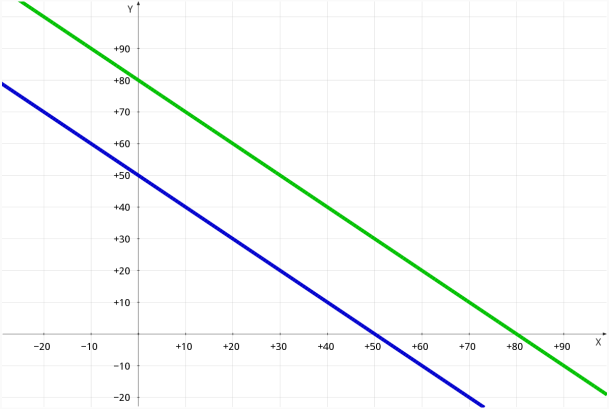
Problemas?

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + 2y = 160 \end{cases}$$



Problemas?

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 2x + 2y = 100 \end{cases}$$

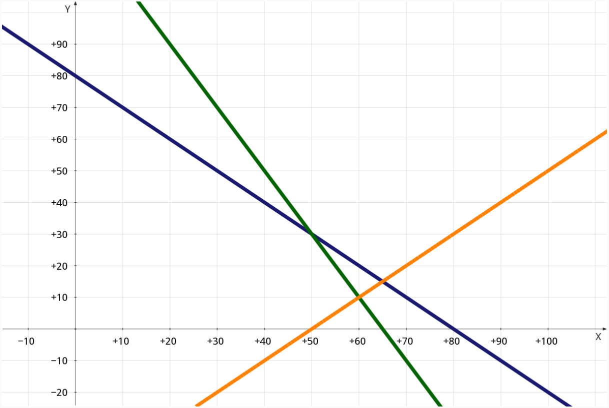


Problemas?

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 4x + 2y = 260 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

Problemas?

$$\begin{cases} x + y = 80 \\ 4x + 2y = 260 \\ x - y = 50 \end{cases}$$

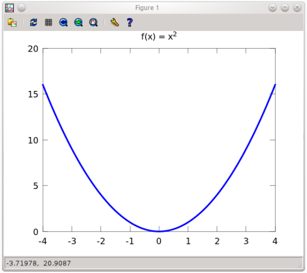


Gráficos

Cada ponto no gráfico é dado por uma coordenada (x, y), onde x é um número real e y é um número real associado a x (como $y = f(x)$). Mas, não podemos representar a reta real (*contínua*) no MATLAB. Por isso, precisamos pegar um vetor de pontos:

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

e fazer o gráfico de f apenas nestes pontos; o MATLAB ligará o resto.



Plot

O comando para fazer gráficos no MATLAB é

```
plot(x,y)
```

em que x é um *vetor* dos pontos onde a função será avaliada, e y é um *vetor* tal que $y_i = f(x_i)$.

Exemplo: $f(x) = x^2$;

$$x = (0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0)$$

$$y = (0, 0.01, 0.04, 0.09, 0.16, 0.25, 0.36, 0.49, 0.64, 0.81, 1.0)$$

Para criar estes vetores, podemos usar os seguintes comandos:

```
>> x = 0:0.1:1
>> y = x.^2
>> plot(x,y)
```

x pode ser um vetor linha ou coluna.

Exemplo

Sistema Linear:

$$\begin{cases} x_1 & + & x_2 & = & 8 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & = & 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 & = & 8 & - & x_1 \\ x_2 & = & 13 & - & 2x_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

```
>> x1 = 0:0.1:10
>> plot(x1,8-x1)
>> hold on
>> plot(x1,13-2*x1)
>> hold off
```

Opções do comando **plot**

```
>> help plot
```

Estilos de linha:

'-'	Linha contínua
'.'	Pontos
'+'	
'*'	
'o'	
'x'	
'^'	

Cor do gráfico:

'k'	preto
'r'	vermelho
'g'	verde
'b'	azul
'm'	rosa
'c'	azul claro
'w'	branco

Exemplos:

```
>> plot(x,y,'r*')
>> plot(x,y,'m^')
```