

Laboratório de Matemática Computacional I

Aula 1

Melissa Weber Mendonça
Universidade Federal de Santa Catarina
2011

Por que estudar programação?

Objetivo

Entender um problema e formular sua solução usando ferramentas computacionais

Ferramentas

Linguagem de programação MATLAB

Que tipo de problemas queremos resolver?

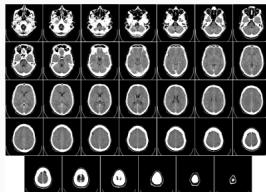
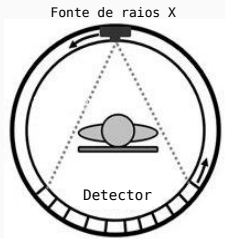
Exemplos de problemas a serem resolvidos I

Tomografia computadorizada:

tomo = fatia. Analisar fatias 2D de objetos 3D.

$f(x)$ é o coeficiente de absorção dos raios X emitidos pela máquina no ponto x do objeto; então $g(L)$ mede os raios X (L) no lado oposto do objeto. Assim, o problema é encontrar $f(x)$ onde

$$g(L) = \int_L f(x) dx.$$



Exemplos de problemas a serem resolvidos II

Modelagem computacional de previsão do tempo (Assimilação de Dados)

Ciclos de análise: em cada ciclo, as observações sobre o estado atual (e anterior) do sistema são combinados com os resultados de um modelo numérico de previsão do tempo, gerando uma estimativa ao estado atual do sistema (chamada de *análise*. Uma vez que novas observações são feitas, o modelo é atualizado e uma nova previsão (análise futura) pode ser feita a partir do estado atual.

Geração da análise:

$$\min_x \{ (x - x_b)^T B^{-1} (x - x_b) + (y - H(x))^T R^{-1} (y - H(x)) \}$$

Como funciona o computador?

O computador é uma máquina programável que recebe uma entrada (*input*), armazena e manipula automaticamente dados, e gera uma saída (*output*).

Um computador executa funções com entrada e saída:

entrada → ação → saída

Primeiros computadores

Em 1613, a palavra "computador" aparece pela primeira vez, designando uma *pessoa* que realizasse cálculos.

Os computadores antigos não eram máquinas programáveis, mas serviam a uma função específica.

Exemplos: ábaco, régua de cálculo, astrolábio, calculadora.



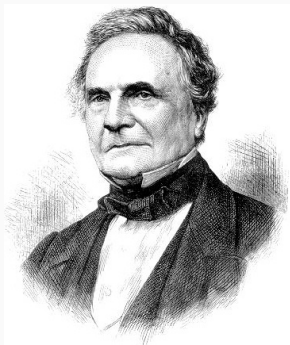
Computadores programáveis de uso limitado

Em 1801, Joseph Marie Jacquard introduziu o uso de cartões perfurados para programar um tear e produzir padrões intrincados de tecido automaticamente.



Computadores programáveis de uso geral

Em 1837, Charles Babbage imaginou o conceito de um computador mecânico totalmente programável (a *máquina analítica*) - mas não chegou a construí-la.

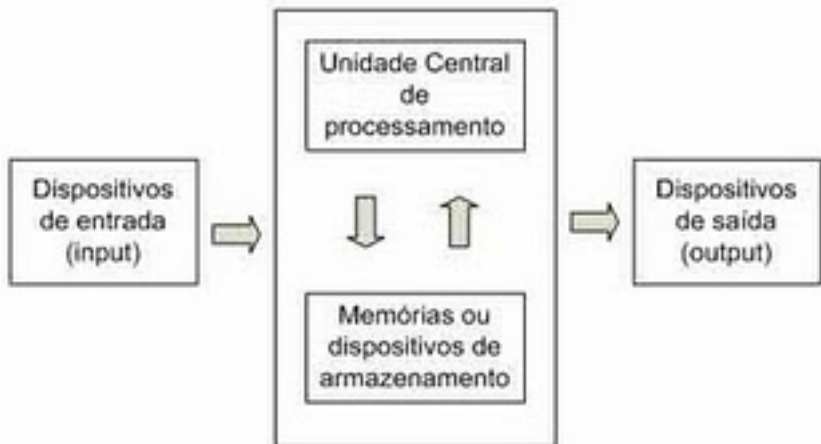


Computadores programáveis de uso geral

Ada Augusta Byron King, Condessa de Lovelace, filha do poeta britânico Lord Byron, é reconhecida como a primeira programadora de toda a história. Ela desenvolveu os *algoritmos* que permitiriam à máquina de Babbage computar valores de funções matemáticas, além de publicar uma coleção de notas sobre a máquina analítica.



Estrutura de um computador moderno



O que é um algoritmo?

Um algoritmo é uma sequência **finita** de passos que tem como objetivo realizar alguma tarefa.

Exemplo: receita de bolo.

- Entrada: ingredientes, utensílios usados.
- Ação: bater, misturar, picar, assar.
- Saída: bolo.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente,
um fogão com pelo menos uma boca

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

-

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.
- Acender uma das bocas do fogão.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar a chaleira ou panela sobre a boca acesa do fogão.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar a chaleira ou panela sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar a chaleira ou panela sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

Dada uma cozinha, com uma pia com torneira e água corrente, um fogão com pelo menos uma boca, e uma chaleira ou panela, faça o seguinte:

- Se encontrar uma chaleira, então use esta chaleira. Senão, use uma panela.
- Levar a chaleira ou panela até a pia.
- Encher a chaleira ou panela de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar a chaleira ou panela sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

A água está fervida dentro da chaleira ou panela.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

ENTRADA: cozinha, pia, torneira, água corrente, fogão com pelo menos uma boca, chaleira ou panela.

AÇÃO:

- Se encontrar uma chaleira, então pegue esta chaleira como recipiente.
Senão, pegue uma panela como recipiente.
- Levar o recipiente até a pia.
- Encher o recipiente de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar o recipiente sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

SAÍDA: recipiente com água fervida.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

ENTRADA: cozinha, pia, torneira, água corrente, fogão com pelo menos uma boca, chaleira ou panela.

AÇÃO:

- Se encontrar uma chaleira, então pegue esta chaleira como recipiente.
- Senão, pegue uma panela como recipiente.
- Levar o recipiente até a pia.
- Encher o recipiente de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar o recipiente sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

SAÍDA: recipiente com água fervida.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

ENTRADA: cozinha, pia, torneira, água corrente, fogão com pelo menos uma boca, chaleira ou panela.

AÇÃO:

- Se encontrar uma chaleira, então pegue esta chaleira como **recipiente**.
Senão, pegue uma panela como **recipiente**.
- Levar o **recipiente** até a pia.
- Encher o **recipiente** de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar o **recipiente** sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

SAÍDA: recipiente com água fervida.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

ENTRADA: cozinha, pia, torneira, água corrente, fogão com pelo menos uma boca, chaleira ou panela.

AÇÃO:

- Se existe chaleira, então recipiente ← chaleira.
Senão, recipiente ← panela.
- Levar o recipiente até a pia.
- Encher o recipiente de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar o recipiente sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

SAÍDA: recipiente com água fervida.

Exemplo: Como ferver água (no fogão)?

ENTRADA: cozinha, pia, torneira, água corrente, fogão com pelo menos uma boca, chaleira ou panela.

AÇÃO:

- Se existe chaleira, então recipiente ← chaleira.
Senão, recipiente ← panela.
- Levar o recipiente até a pia.
- Encher o recipiente de água.
- Acender uma das bocas do fogão.
- Colocar o recipiente sobre a boca acesa do fogão.
- Enquanto a água não estiver borbulhando, continue aguardando.
- Desligue a boca acesa do fogão.

SAÍDA: recipiente com água fervida.

O que é uma linguagem de programação?

Uma linguagem de programação traduz um algoritmo (sequência de instruções) da linguagem humana para a linguagem da máquina ("0 e 1").

Existem milhares de linguagens de programação.

Módulo: Exemplo em Pseudo-código

Dado um número a

Se $a > 0$, então

módulo = a

Senão

módulo = $-a$

Fim Se

Exemplo em Python

modulo.py

```
1 def modulo(a):  
2     if a > 0:  
3         modulo = a  
4     else:  
5         modulo = -a
```


Exemplo em C

modulo.c

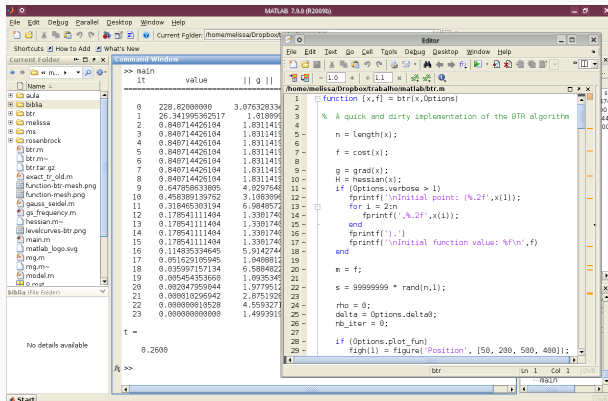
```
1 double modulo(double a)
2 {
3     if (a > 0) {
4         modulo = a;
5     }
6     else {
7         modulo = -a;
8     }
9 }
```

modulo.f

```
1  SUBROUTINE MODULO(A)
2  REAL MODULO
3  IF (A .GT. 0) THEN
4      MODULO=A
5  ELSE
6      MODULO=-A
7  ENDIF
8  END
```

O que é o MATLAB?

O MATLAB é uma linguagem computacional e também um ambiente (*framework*) de programação.



The screenshot displays the MATLAB 7.5.0 (R2009b) environment. The Command Window shows the results of a 'NaN' operation, displaying a table with columns 'it', 'value', and 'g'. The Editor window shows a function file named 'btr.m' with MATLAB code for a Broyden-Torstein-Rank (BTR) algorithm. The file explorer on the left shows the current folder structure.

```
NaN
it      value      g
0      228.62809000  3.076328334
1      26.341999362517  1.018896
2      0.840714426104  1.8311415
3      0.840714426104  1.8311415
4      0.840714426104  1.8311415
5      0.840714426104  1.8311415
6      0.840714426104  1.8311415
7      0.840714426104  1.8311415
8      0.840714426104  1.8311415
9      0.647858633605  4.0297648
10     0.458369139762  3.1083095
11     0.318465303194  6.5848657
12     0.178541111404  1.3381748
13     0.178541111404  1.3381748
14     0.178541111404  1.3381748
15     0.114935334645  5.9142744
16     0.051629105945  1.0488812
17     0.035997157134  6.5884822
18     0.085454353669  1.0935345
19     0.082947959044  1.9779512
20     0.080810296942  2.8751926
21     0.080800918528  4.5593271
22     0.080800900000  1.4993915
23     0.080800900000  1.4993915

t =
0.2600

A >>
```

```
function [x,f] = btr(x,Options)
% A quick and dirty implementation of the BTR algorithm
n = length(x);
f = cost(x);
g = grad(x);
H = hessian(x);
if (Options.verbose > 1)
    fprintf('Initial point: (%.2f',x(1));
    for i = 2:n
        fprintf(' %.2f',x(i));
    end
    fprintf(')\n')
    fprintf('Initial function value: %f\n',f)
end
n = f;
s = 99999999 * rand(n,1);
rho = 0;
delta = Options.delta0;
nb_iter = 0;
if (Options.plot_fun)
    figure('Position', [50, 200, 500, 400]);
end
```

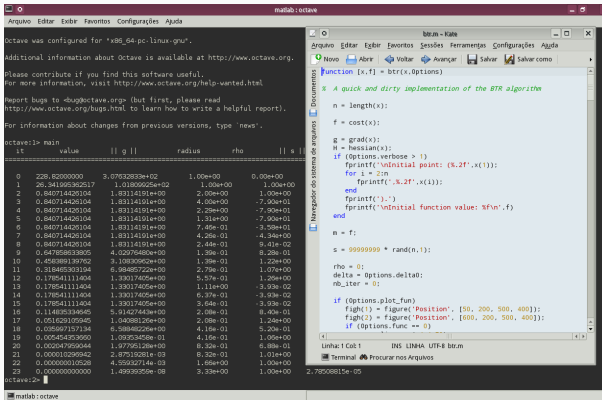
Exemplo de código em MATLAB

modulo.m

```
1 function[abs] = modulo(a)
2     if a > 0
3         modulo = a
4     else
5         modulo = -a
6     end
```

Octave

Também um ambiente de programação, livre, gratuito, que suporta a linguagem MATLAB.



The screenshot displays the Octave environment with two main windows. The left window is a terminal titled 'matlab: octave' showing the command prompt 'octave:1> main' and a table of data. The right window is a script editor titled 'btr.m - Kate' containing a MATLAB script for the BTR algorithm.

Terminal Output:

```
octave:1> main
it      value      || g ||      radius      rho      || s ||
-----
0  228.62000000  3.07632833e+02  1.00e+00  0.00e+00
1  26.34109532517  1.01806625e+02  1.00e+00  1.00e+00
2  0.840714426104  1.83114191e+00  2.00e+00  1.00e+00
3  0.840714426104  1.83114191e+00  4.00e+00  -7.90e+01
4  0.840714426104  1.83114191e+00  2.29e+00  -7.90e+01
5  0.840714426104  1.83114191e+00  1.31e+00  -7.90e+01
6  0.840714426104  1.83114191e+00  7.40e-01  -3.50e+01
7  0.840714426104  1.83114191e+00  4.26e-01  -4.34e+00
8  0.840714426104  1.83114191e+00  2.44e-01  9.41e-02
9  0.64768633805  4.02076480e+00  1.50e-01  8.29e-01
10  0.463889139162  3.10839820e+00  1.39e-01  1.22e+00
11  0.318485303194  6.98485722e+00  2.70e-01  1.07e+00
12  0.17854111404  1.33017405e+00  5.57e-01  1.26e+00
13  0.17854111404  1.33017405e+00  1.11e+00  -3.93e-02
14  0.17854111404  1.33017405e+00  6.37e-01  -3.93e-02
15  0.17854111404  1.33017405e+00  3.64e-01  -3.93e-02
16  0.11480533945  5.91427443e+00  2.08e-01  8.43e-01
17  0.051629105945  1.04088129e+00  2.08e-01  1.24e+00
18  0.005969157134  6.58848225e+00  4.16e-01  5.40e-01
19  0.005454353660  1.09533458e-01  4.16e-01  1.05e+00
20  0.002047959044  1.97795128e+00  8.32e-01  6.89e-01
21  0.00001036942  2.87019281e-03  8.32e-01  1.01e+00
22  0.000000010528  4.55942714e-03  1.66e+00  1.00e+00
23  0.000000000000  1.49939359e-08  3.33e+00  1.00e+00
octave:2>
```

Script Editor Content (btr.m):

```
function [x,f] = btr(x,Options)

% A quick and dirty implementation of the BTR algorithm

n = length(x);
f = cost(x);

g = grad(x);
H = hessian(x);
if (Options.verbose > 1)
    fprintf("\nInitial point: (%.2f",x(1));
    for i = 2:n
        fprintf(",%.2f",x(i));
    end
    fprintf("\n")
    fprintf("\nInitial function value: %f\n",f)
end

n = f;

s = 99999999 * rand(n,1);
rho = 0;
delta = Options.delta0;
nb_iter = 0;

if (Options.plot_fun)
    figure('Position', [50, 200, 500, 400]);
    figure('Position', [600, 200, 500, 400]);
    if (Options.func == 0)

```