

PROGRAMMIERUNG

ÜBUNG 13: H_0 – EIN EINFACHER KERN VON HASKELL

Eric Kunze

`eric.kunze@mailbox.tu-dresden.de`

1. Funktionale Programmierung
 - 1.1 Einführung in Haskell: Listen
 - 1.2 Algebraische Datentypen
 - 1.3 Funktionen höherer Ordnung
 - 1.4 Typpolymorphie & Unifikation
 - 1.5 Beweis von Programmeigenschaften
 - 1.6 λ -Kalkül
2. Logikprogrammierung
3. Implementierung einer imperativen Programmiersprache
 - 3.1 Implementierung von C_0
 - 3.2 Implementierung von C_1
4. Verifikation von Programmeigenschaften
5. **H_0 – ein einfacher Kern von Haskell**

H_0 – ein einfacher Kern von Haskell

- ▶ **Ziel:** verstehe den Zusammenhang $H_0 \leftrightarrow AM_0 \leftrightarrow C_0$
- ▶ H_0 : *tail recursive* Funktionen — rechte Seite enthält
 - ▶ keinen Funktionsaufruf
 - ▶ einen Funktionsaufruf an der äußersten Stelle (nicht verschachtelt)
 - ▶ eine Fallunterscheidung, deren Zweige wie oben aufgebaut sind

H_0 ist klein genug, dass es auf der AM_0 laufen kann:

- ▶ Befehle bleiben die gleichen
- ▶ baumstrukturierte Adressen beginnen mit Funktionsbezeichner (z.B. $f.1.3$)
- ▶ Übersetzung von rechten Seiten $\dots = exp$:
 - ▶ Übersetze exp
 - ▶ STORE 1 (ja – immer die 1)
 - ▶ WRITE 1
 - ▶ JMP 0
- ▶ Übersetzung von Funktionsaufrufen $\dots = f\ x1\ x2\ x3$:
 - ▶ LOAD $x1$; LOAD $x2$; LOAD $x3$
 - ▶ STORE $x3$; STORE $x2$; STORE $x1$ (umgekehrte Reihenfolge!)
 - ▶ JMP f

H_0 (funktional) und C_0 (imperativ) sind gleich stark – wir können Programme jeweils ineinander äquivalent übersetzen!

Standardisierung:

- ▶ keine Konstanten
- ▶ Es gibt m Variablen x_1, \dots, x_m ($m \geq 1$)
- ▶ Wir lesen k Variablen x_1, \dots, x_k ein ($0 \leq k \leq m$)
- ▶ Es gibt genau eine Schreibanweisung direkt vor `return`

- ▶ jedes Statement (in C_0) erhält einen *Ablaufpunkt*
- ▶ jeder Ablaufpunkt i wird durch eine Funktion f_i (in H_0) repräsentiert, die *alle* Programmvariablen als Argumente hat
- ▶ Funktionswerte beschreiben Veränderungen im Programmablauf

(einfaches) **Beispiel:**

- ▶ zwei Variablen x_1 und x_2
- ▶ betrachte Zuweisung $x_2 = x_1 * x_1$ in C_0
- ▶ Übersetzung zu $f \ x_1 \ x_2 = x_1 \ (x_1 * x_1)$

Ein H_0 -Programm kann in C_0 mittels *einer* `while`-Schleife dargestellt werden. Dazu verwenden wir drei Hilfsvariablen:

- ▶ `flag` steuert den Ablauf der `while`-Schleife, d.h. wenn das H_0 -Programm terminiert, wird `flag` falsch
- ▶ `function` steuert in einer geschachtelten `if-then-else`-Anweisung, welche Funktion ausgeführt wird
- ▶ `result` speichert den Rückgabewert der Funktion

Übungsblatt 13

Aufgabe 1

AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i j$$

AUFGABE 1 – TEIL (A)

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad f(n) = \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^i j$$

```
1 module Main where
2
3 --      i      sum      j      prod
4 f :: Int -> Int -> Int -> Int -> Int
5 f x1 x2 x3 x4
6   = if x3 > 1
7     then f x1 x2 (x3 - 1) (x3 * x4)
8     else if x1 > 0
9           then f (x1 - 1) (x2 + x4) (x1 - 1) 1
10          else x2
11
12 main = do x1 <- readLn
13           print (f x1 0 x1 1)
```

Gegeben:

```
1 f :: Int -> Int
2 f x1 = if x1 < 42
3       then x1
4       else if x1 > 42
5             then f (x1 `div` 2)
6             else 42
```

Gesucht: äquivalentes AM_0 -Programm

Gegeben:

```

1 f :: Int -> Int
2 f x1 = if x1 < 42
3       then x1
4       else if x1 > 42
5             then f (x1 `div` 2)
6             else 42
    
```

Gesucht: äquivalentes AM_0 -Programm

```

f:      LOAD 1; LIT 42; LT; JMC f.3;
        LOAD 1; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
f.3:    LOAD 1; LIT 42; GT; JMC f.2.3;
        LOAD 1; LIT 2; DIV; STORE 1; JMP f;
f.2.3:  LIT 42; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
    
```

Gegeben:

```

1 f1  x1 = if ((x1 'mod' 2) == 0) then f11 x1
2           else f12 x1
3 f11 x1 = f2 (x1 'div' 2)
4 f12 x1 = f2 (x1 - 1)
5 f2  x1 = f3 (2 * x1)
    
```

Gesucht: äquivalentes C_0 -Programm

Gegeben:

```

1 f1  x1 = if ((x1 'mod' 2) == 0) then f11 x1
2           else f12 x1
3 f11 x1 = f2 (x1 'div' 2)
4 f12 x1 = f2 (x1 - 1)
5 f2  x1 = f3 (2 * x1)

```

Gesucht: äquivalentes C_0 -Programm

```

1 if ((x1 % 2) == 0)
2   x1 = x1 / 2;
3 else
4   x1 = x1 - 1;
5 x1 = 2 * x1;

```

Übungsblatt 13

Aufgabe 2

Gegeben:

```
1 h :: Int -> Int -> Int -> Int
2 h x1 x2 x3 = if x3 > x1
3               then (x2 - 1)
4               else h x2 (x1 - x3) x2
```

Gesucht: äquivalentes AM_0 -Programm

Gegeben:

```

1 h :: Int -> Int -> Int -> Int
2 h x1 x2 x3 = if x3 > x1
3               then (x2 - 1)
4               else h x2 (x1 - x3) x2

```

Gesucht: äquivalentes AM_0 -Programm

```

1 h:    LOAD 3; LOAD 1; GT; JMC h.3;
2        LOAD 2; LIT 1; SUB; STORE 1; WRITE 1; JMP 0;
3 h.3:  LOAD 2; LOAD 1; LOAD 3; SUB; LOAD 2;
4        STORE 3; STORE 2; STORE 1; JMP h;

```

Lösung:

```
A:  scanf("%d", &x1);
    x1 = 3 + x1;
    x2 = 5;
    flag = 1;
```

```
B:  x2 == x1
```

```
C:  result = 30;
    flag = 0;
```

```
D:  result = x2;
    flag = 0;
```

```
E:  function == 2
```

```
F:  if (10 <= x2) {
        x1 = x1 - x2;
        x2 = x2 - 1;
    } else {
        x1 = x1 + x2;
        x2 = 10;
        function = 1;
    }
```