

Aufgabe 1

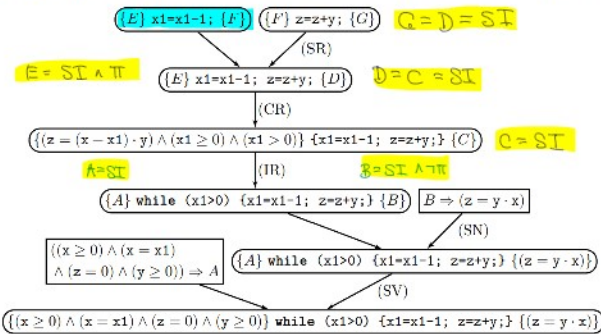
Freitag, 3. Juli 2020

Aufgabe 1 (AGS 16.2)

Mit Hilfe des Hoare-Kalküls wurde für die Verifikationsformel

$$\{(x \geq 0) \wedge (x = x1) \wedge (z = 0) \wedge (y \geq 0)\} \text{ while } (x1 > 0) \{x1 = x1 - 1; z = z + y;\} \{(z = y \cdot x)\}$$

der folgende korrekte Beweisbaum aufgestellt. Hierbei wurden jedoch nur die Ergebnisse der jeweils angewandten Regeln aufgeschrieben. Es gelten: SV = stärkere Vorbedingung, SN = schwächere Nachbedingung, IR = Iterationsregel, CR = Compoundregel, SR = Sequenzregel.



mit $F = (z + y = (x - x1) \cdot y) \wedge (x1 \geq 0)$

(a) Geben Sie die Schleifeninvariante an.

(b) Geben Sie die Ausdrücke für A, B, C, D, E und G an.

(c) Zeigen Sie die Gültigkeit der Verifikationsformel $\{E\} x1 = x1 - 1; \{F\}$.

a) $SI = A \wedge B$

| # | x1 | z |
|---|-----|----|
| 0 | x | 0 |
| 1 | x-1 | y |
| 2 | x-2 | 2y |
| 3 | x-3 | 3y |
| N | x-N | Ny |

$$x1 = x - N \Rightarrow N = x - x1$$

$$z = Ny \Rightarrow z = (x - x1) \cdot y$$

$$A = \{z = (x - x1) \cdot y\}$$

Schleifenbed. $\pi = \{x1 > 0\}$

letztl. Variablenbelegung: $x1 = 1$

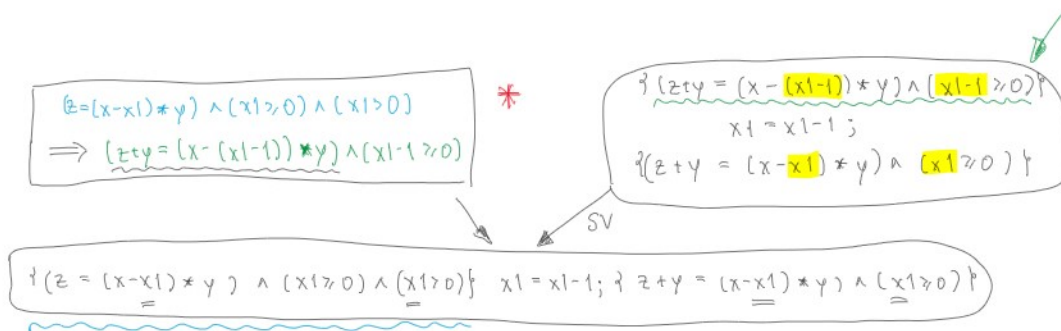
Ausführung Schleifenrumpf: $x1 = x1 - 1 = 1 - 1 = 0$

$$\pi' = \{x1 = 0\}$$

$$\Rightarrow B = \pi \cup \pi' = \{x1 \geq 0\}$$

$$\Rightarrow SI = \{z = (x - x1) \cdot y\} \wedge \{x1 \geq 0\}$$

c)



Zuweisungsaxiom: $\{P\} x = \tau \{P\}$

$$\{x \geq 0\} \quad x = x1 \quad \{x1 \geq 0\}$$

zeige (*): $\{z = (x - x1) \cdot y\} \wedge \{x1 \geq 0\} \wedge \{x1 > 0\}$

$$\Rightarrow \{z = (x - x1) \cdot y\} \wedge \{x1 > 0\}$$

$$\Rightarrow \{z + y = (x - x1) \cdot y + y\} \wedge \{x1 > 0\}$$

$$\Rightarrow \{z + y = (x - x1 + 1) \cdot y\} \wedge \{x1 > 0\}$$

$$\Rightarrow \{z + y = (x - (x1 - 1)) \cdot y\} \wedge \{x1 > 0\}$$

$$\Rightarrow \{z + y = (x - (x1 - 1)) \cdot y\} \wedge \{x1 - 1 \geq 0\}$$