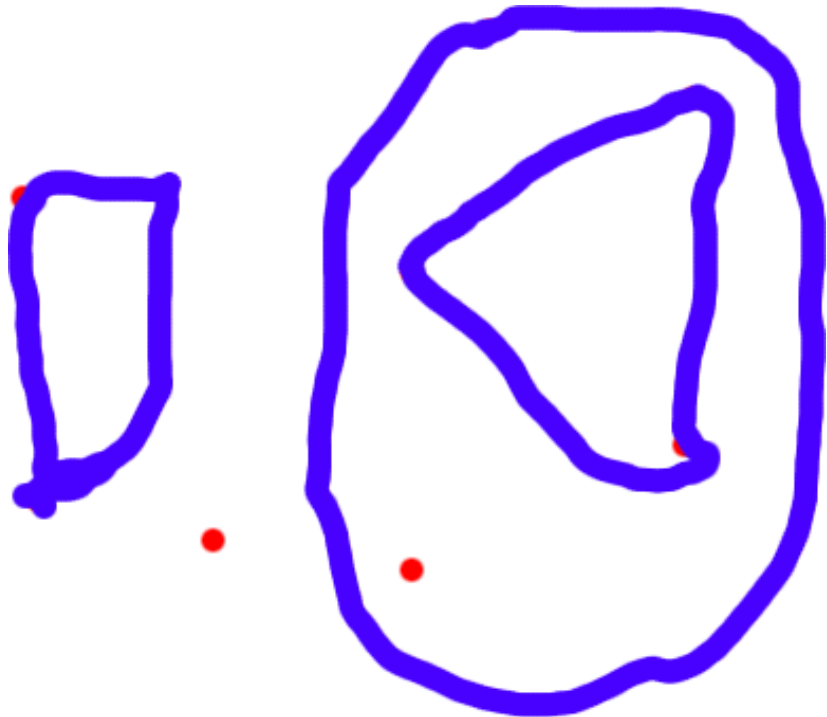


☺ Kombinatorische Spieltheorie ☺ mit surrealen Zahlen und Haskell

Ingo Blechschmidt
<iblech@speicherleck.de>

Augsburger Curry-Club
25. Februar 2016

- In der kombinatorischen Spieltheorie untersucht man Zwei-Personen-Spiele ohne Zufallselemente und ohne verborgene Information. Verlierer ist, wer keinen Zug mehr tätigen kann.
- Jeder Spielsituation eines solchen Spiels ordnet man einen Wert zu.
- Ist dieser positiv, besitzt der linke Spieler eine Gewinnstrategie. Ist er negativ, besitzt der rechte eine. Ist er Null, so besitzt der als zweites ziehende Spieler eine Gewinnstrategie. Und ist er „fuzzy zu Null“, so besitzt der als erstes ziehende Spieler eine Gewinnstrategie.
- Die Werte sind nicht gewöhnliche reelle Zahlen, sondern *surreale Zahlen* oder etwas allgemeiner *Games*.
- Es gilt ein wichtiges Kompositionalitätsprinzip: Zerfällt eine Spielsituation in zwei unabhängige Teile, so ist der Gesamtwert die Summe der Einzelwerte.
- Mögliche Werte sind vertraute Zahlen wie 0, 1, -1 und $\frac{3}{4}$; aber auch Zahlen wie $1/\omega$ und $\omega - 1$. Dabei ist ω eine vornehme Schreibweise für die „einfache unendlich große Zahl“, die es im Bereich der surrealen Zahlen gibt.



$$x + x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} > 0: 2: 8 \\ < 0: 2: 9 \end{array} *$$

$$\begin{array}{ll} = 0: 2: 9 \\ 1: 0: 1: 9 \end{array}$$

$$1 + (-1) = 0$$

$$11$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$> 0: 2$$

$$11$$

$\frac{1}{4}$



$\frac{1}{8}$



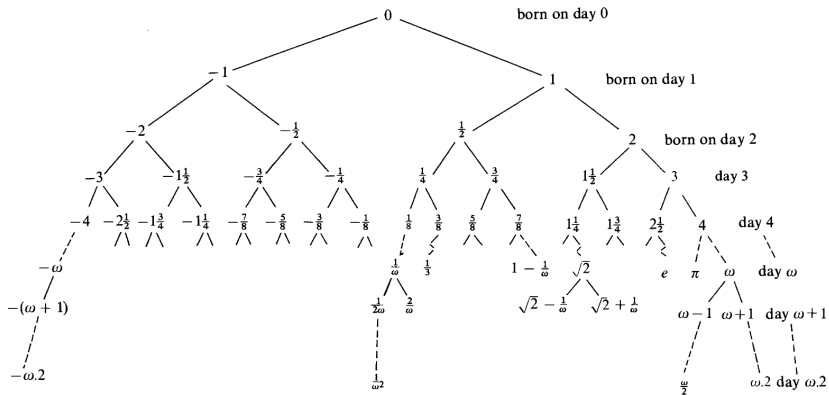
3



10



$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\omega} > 0 \\
 & \omega = \infty \quad \sin(\omega) \\
 & \sqrt{\omega} \cdot \sqrt{\omega} = \omega \quad [\omega] \\
 & \omega - 1 > 1000^{10} \\
 & \omega + 1 > \omega \\
 & \omega + \frac{1}{2} \quad \omega - 1, \frac{\omega}{\omega}, \frac{1}{\omega}
 \end{aligned}$$



Tolle verständliche Quellen für surreale Zahlen und Games sind:

- Wikipedia. Surreal numbers.
- Claus Tøndering. Surreal numbers – an introduction.
- Good Math, Bad Math. Introducing the surreal numbers.
- Die drei aufgeführten Bücher.

Diese Literatur setzt keine Vorkenntnisse aus einem Mathe-Studium voraus! Sie ist also auch für euch, liebe Schülerinnen und Schüler, geeignet. Außerdem gibt es eine Mischung aus Erklärung und Aufgabensammlung:

- Matheschülerzirkel Augsburg. Surreale Zahlen.

