Práctica 5

Lógicas Modales

1er cuatrimestre, 2017

Los ejercicios marcados con (E) son para entregar por todos. Los ejercicios marcados con (EP) son para entregar por los que estén tomando el curso como alumnos de posgrado.

Ejercicio 1. La Lógica de Primer Orden con dos variables e igualdad (FO2) tiene complejidad EXPTIME. Usando resultados vistos en la materia, determinar (en caso de ser posible) cotas de complejidad para las siguientes lógicas:

- K_A (LMB + operador universal),
- K_T (LMB + operador de pasado),
- K_D (LMB + operador de diferencia),
- Lógica híbrida básica (sólo con @ y nominales).

Ejercicio 2. (E) Sea $\mathcal{L}_1$ una lógica modal y $\mathcal{L}_2$ una extensión de $\mathcal{L}_1$ con el operador modal O, ambas interpretadas sobre la clase de todos los modelos. Sea $\mathcal{C}$ una clase de complejidad. Decir si las siguientes afirmaciones son V o F, justificando la respuesta:

- Si $\mathcal{L}_1$-SAT es $\mathcal{C}$-completo, entonces $\mathcal{L}_2$-SAT es $\mathcal{C}$-completo.
- Si $\mathcal{L}_1$-SAT es $\mathcal{C}$-hard, entonces $\mathcal{L}_2$ es $\mathcal{C}$-hard.
- Si $\mathcal{L}_1$-SAT está en la clase $\mathcal{C}$, entonces $\mathcal{L}_2$-SAT está en $\mathcal{C}$.
- Si $\mathcal{L}_2$-SAT es $\mathcal{C}$-completo, entonces $\mathcal{L}_1$-SAT es $\mathcal{C}$-completo.
- Si $\mathcal{L}_2$-SAT es $\mathcal{C}$-hard, entonces $\mathcal{L}_1$ es $\mathcal{C}$-hard.
- Si $\mathcal{L}_2$-SAT está en la clase $\mathcal{C}$, entonces $\mathcal{L}_1$-SAT está en $\mathcal{C}$.

Ejercicio 3. Demostrar que la noción de consecuencia local implica consecuencia global, es decir si $\Gamma \models^l_S \varphi$ entonces $\Gamma \models^g_S \varphi$.

Ejercicio 4. (E) Mostrar que si Δ es una lógica consistente y Γ es un conjunto maximal consistente para Δ (Δ-MCS), entonces se cumplen las siguientes propiedades:

I. Γ está cerrado bajo modus ponens

II. $\Delta \subseteq \Gamma$

III. para toda fórmula φ: $\varphi \in \Gamma$ ó $\neg\varphi \in \Gamma$

IV. para toda fórmula φ, ψ: $\varphi \vee \psi \in \Gamma$ sii $\varphi \in \Gamma$ ó $\psi \in \Gamma$.

Mostrar además que si Σ y Γ son Δ-MCSs distintos, entonces hay al menos una fórmula φ tal que $\varphi \in \Sigma$ y $\neg\varphi \in \Gamma$.

Ejercicio 5. Sea Δ una lógica modal normal y w un conjunto maximal Δ-consistente tal que $\Diamond\varphi \in w$. Sea $v = \{\varphi\} \cup \{\psi \mid \Box\psi \in w\}$. Demostrar que v es Δ-consistente.

Ejercicio 6. Sea Δ una lógica modal normal y sean w, v dos conjuntos maximales Δ-consistentes y tal que para toda formula ψ, $\Box\psi \in w$ implica $\psi \in v$. Demostrar que $wR^{\Delta}v$.

Ejercicio 7. (E) Sea 1.1 el axioma $\Diamond p \to \Box p$. Mostrar que **K1.1.** es correcta y fuertemente completa respecto de la clase de todos los modelos $\langle W, R, V\rangle$ tal que R es función parcial.

Ejercicio 8. (EP) Sea Δ la lógica normal temporal que contiene los axiomas $p \to GPp$ y $p \to HFp$. Mostrar que $R^{\Delta}_{P}xy$ sii $R^{\Delta}_{F}yx$.