Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte
Campus Natal Central
Diretoria Acadêmica de Gestão e Tecnologia da Informação
Curso de Tecnologia em Redes de Computadores

Cálculo Diferencial e Integral

Prof.: Fco. **Assis** de Oliveira

2º Bimestre 2015.1

Exercícios Propostos - Integrais / Integração

As Somas de Riemann:
I - Encontre a área da região limitada pelas curvas dadas, utilizando as *Somas de Riemann*:

01 - $y = 1 - x^2$ e $y = \frac{1}{3}$

02 - $y = 3 - x^2$ e $y = 3 - x$

03 - $y = \mathbf{e}^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$

04 - $y = \mathbf{e}^{(-x)}$, $y = x + 1$, $x = -1$

05 - $y = \ln(x)$, $y = 0$, $x = 4$

06 - $y = \ln(x)$, $y = 4$, $x = 1$

07 - $y = \text{sen}(x)$, $eixo - x$, $x = [0, 2\pi]$

08 - $y = \text{sen}(x)$, $y = -\text{sen}(x)$, $x = [0, 2\pi]$

09 - $y = \cos(x)$, $eixo - x$, $x = [0, 2\pi]$

10 - $y = \cos(x)$, $y = -\cos(x)$, $x = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

11 - $y = 4 - x^2$ e $y = x^2 - 4$

12 - $y = |x - 2|$ e $y = 2 - (x - 2)^2$

A Integral Indefinida:

I I - Encontre as integrais indefinidas e, em seguida, derive as respostas para verificar os resultados.

01 - $\int x^3 \, dx$

02 - $\int \frac{1\,x^2}{2} \, dx$

03 - $\int 3\,x^2 - 2 \, dx$

04 - $\int 3\,x^{\left(\frac{1}{2}\right)} \, dx$

05 - $\int \cos(x) + \mathrm{sen}(x) \, dx$

06 - $\int 2\,\mathbf{e}^x - \frac{1}{x} \, dx$

07 - $\int 2^x \, dx$

08 - $\int \mathbf{e}^x - \mathbf{e}^{(-x)} \, dx$

09 - $\int \frac{x^2}{1 + x^2} \, dx$

10 - $\int \frac{1 + x^2}{x^2} \, dx$

A Integral Definida:

I I I - Esboce a curva e a região cuja área com sinal é representada pela integral definida e calcule esta integral. Comprove o resultado usando uma fórmula apropriada da Geometria, quando possível.

01 - $f(x) = x$

a) $\int_{0}^{3} f(x)\,dx$ b) $\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx$ c) $\int_{-5}^{5} f(x)\,dx$

02 - $f(x) = x^2 - 1$

a) $\int_{1}^{2} f(x)\,dx$ b) $\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx$ c) $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$ d) $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$ e) $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$

03 - $f(x) = \cos(x)$

a) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx$ b) $\int_{0}^{\pi} f(x)\,dx$ c) $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx$

04 - $f(x) = |x - 1|$

a) $\int_{1}^{3} f(x)\,dx$ b) $\int_{-3}^{1} f(x)\,dx$ c) $\int_{-3}^{3} f(x)\,dx$

05 - $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

a) $\int_{0}^{2} f(x)\,dx$ b) $\int_{-2}^{0} f(x)\,dx$ c) $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$

6 - Considere a função $f(x) = x + \sqrt{1 - x^2}$. Determine:

a) a área da região positiva da curva

b) a área da região negativa da curva

c) a área geométrica total da curva

d) avalie a área dada pela integral definida da função

7 - Considere as inequações $x^2 + y^2 \leq 1$ e $1 \leq |x + y|$. Determine a área compreendida entre as curvas que resulta da simultaneidade das inequações, em um mesmo sistema de plano cartesiano. Desenvolva a solução:

a) usando procedimentos da Geometria

b) usando integral definida

Sugestão: Desenvolva, graficamente, o sistema de inequações.

Teoremas Fundamental do Cálculo:

I V - Calcule as integrais definidas nos itens abaixo:

01 - $\int_{-2}^{2} 2\,x + 5\; dx$

02 - $\int_{0}^{1} x^2 + \sqrt{x}\; dx$

03 - $\int_{0}^{\pi} \operatorname{sen}(x)\; dx$

04 - $\int_{0}^{\pi} \cos(x)\; dx$

05 - $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\; dx$

06 - $\int_{-2}^{2} |x|\; dx$

07 - $\int_{-1}^{1} \frac{1}{x} - \mathbf{e}^{(-x)}\; dx$

08 - $\int_{0}^{1} \frac{4}{1+x^2}\; dx$

09 - $\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\; dx$

10 - $\int_{-1}^{0} \pi^{(x-1)}\; dx$

<u>Métodos de Integração:</u>

Integração por Substituição:

V - Calcular as integrais usando o método da substituição:

01 - $\int 2\,x\,(x^2+1)\,dx$

02 - $\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$

03 - $\int \sec(2\,x-1)^2\,dx$

04 - $\int \frac{1}{x\ln(x)}\,dx$

05 - $\int \frac{\operatorname{sen}(3\,x)}{1+\cos(3\,x)}\,dx$

06 - $\int \frac{1}{(1-4\,x^2)^{\left(\frac{1}{2}\right)}}\,dx$

07 - $\int x^2\,\mathbf{e}^{(-2\,x^3)}\,dx$

08 - $\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{1+\cos(x)^2}\,dx$

Integração por Partes:

V I - Calcular as integrais usando integração por partes

01 - $\int x\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\,dx$

02 - $\int x^2\cos(x)\,dx$

03 - $\int x^3\, \mathbf{e}^x\, dx$

04 - $\int (x^2 - 3\,x)\, \mathbf{e}^x\, dx$

05 - $\int \operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right) dx$

06 - $\int \mathbf{e}^x\, \operatorname{sen}(x)\, dx$

07 - $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2\, \operatorname{sen}(2\,x)\, dx$

08 - $\int_1^{\mathbf{e}} x^3\, \ln(x)\, dx$

Calcular as integrais usando uma integração por substituição e depois por partes.

09 - $\int \operatorname{sen}(\ln(x))\, dx$

10 - $\int_0^1 \mathrm{x}(\sqrt{1 - x})\, dx$

11 - Determinar a área da região delimitada pela curva $y = x\, \operatorname{sen}(x)$ e pelo eixo-*x*, nos intervalos indicados nos itens a seguir:

a) [0 ; π]
b) [π ; $2\,\pi$]
c) [$2\,\pi$; $3\,\pi$]
d) Encontrar a área geométrica total
e) Encontrar a área líquida total, considerando os sinais

Sugestão: Traçar o gráfico da função no intervalo [0 ; $3\,\pi$] .

Integração por Frações Parciais:

V I I - Calcular as integrais usando o método de frações parciais

01 - $\displaystyle\int \frac{1}{x^2-1}\,dx$

02 - $\displaystyle\int \frac{1}{1-x^2}\,dx$

03 - $\displaystyle\int \frac{1}{(x^2-1)^2}\,dx$

04 - $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+2x}\,dx$

05 - $\displaystyle\int \frac{x+3}{2x^3-8x}\,dx$

06 - $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{(x+1)(x^2+1)}\,dx$

07 - $\displaystyle\int \frac{2x+2}{(x^2+1)(x-1)^3}\,dx$

08 - $\displaystyle\int \frac{2x^3-2x^2+1}{x^2-x}\,dx$

09 - $\displaystyle\int \frac{x^4}{x^2-1}\,dx$

10 - $\displaystyle\int \frac{x^4+x^2-1}{x^3+x}\,dx$