Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Campus Central - Natal - Rio Grande do Norte
Diretoria de Educação e Tecnologia da Informação

Curso Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas
Curso Tecnólogo em Redes de Computadores

Curso de Cálculo Diferencial e Integral

Prof.: Fco. **Assis** de Oliveira

LISTA DE EXERCÍCIO - DERIVADAS

A - Retas Tangentes

I - Encontre a equação da reta tangente para as funções nos pontos indicados e
traçe os gráficos das funções e das retas tangentes, em um mesmo sistema de eixos, nos itens abaixo:

a) $f(x) = 3x - x^2$, $x = 2$
b) $g(x) = x^3 - \sqrt{x}$, $x = 1$
c) $h(x) = 1 + 3\cos(x)$, $x = \pi/6$
d) $k(x) = \dfrac{3+x}{1-x^2}$, $x = 0$

B - Definição de Derivadas

I - Fazendo uso da definição de derivadas, encontre a derivada para as funções seguintes:

01 - $f(x) = 1 - x^2$

02 - $f(x) = 2x^3 - x$

03 - $f(x) = \dfrac{1-x}{2x}$

04 - $f(x) = \dfrac{x-1}{2-x}$

II - Use a definição de derivadas para encontrar f '(x), e encontre a equação da reta tangente ao gráfico da função no ponto $x = c$ especificado.

01 - $f(x) = x^3$, no ponto $c = 0$.

02 - $f(x) = \dfrac{1}{x}$, nos pontos $c = 3$ e $c = \dfrac{1}{3}$.

03 - $f(x) = \sqrt{x+1}$, no ponto $c = 8$.

III - Usando a definição alternativa para derivadas $f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$ encontre a derivada das funções seguintes:

01 - $f(x) = \frac{1}{x+2}$

02 - $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$

03 - $f(x) = \frac{x}{x-1}$

04 - $f(x) = 1 + \sqrt{x}$

IV - Encontre as equações das retas tangente e normal à curva da função $f(x) = x^2 - 2x + 1$, no ponto $x = -2$. Esboce os gráficos das curvas.

V - Encontre a equação da reta tangente à curva da função $f(x) = x^3 - 1$, que seja perpendicular à reta $y = -x$. Esboce os gráficos das curvas.

C - Regras de Derivação

I - Usando as regras de derivação, calcule as derivadas para cada item, usando: a) multiplicação dos polinômios e aplicando as regras; b) aplicando a regra do produto. Observe que os itens a) e b) devem apresentar o mesmo resultado.

01 - $f(x) = (x+1)(2x-1)$

02 - $f(x) = (x+1)(x^2 - x + 1)$

03 - $f(x) = (2x+1)(3x^2 + 6)$

II - Encontre a derivada , no ponto $x = 1$, para as curvas:

01 - $y = \frac{1}{5x-3}$

02 - $y = \frac{2x-1}{x+3}$

03 - $y = \frac{2 - x^2}{x-2}$

III - Considere a função $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Usando regras de derivação, encontre a função derivada.

Com apoio computacional do **Maple**, trace os gráficos das funções $f(x)$ e sua derivada. Estime o valor da derivada nos pontos $x = 0$, $x = 1$ e $x = -1$. Determine as equações das retas tangentes nestes pontos. Refaça o gráfico da função $f(x)$ e as retas tangentes, em um mesmo sistema de coordenadas.

IV - Encontre as equações das retas tangentes à curva $y = \frac{x-1}{x+1}$ que sejam paralelas à reta $y = x$.

V - Encontre as derivadas das funções seguintes:

01 - $y = \frac{1}{x} + 2\,\mathrm{sen}(x)$

02 - $y = \frac{\cos(x)}{1+\mathrm{sen}(x)}$

03 - $y = \frac{\mathrm{sen}(x)}{1+\cos(x)}$

04 - $y = 2 - x^2\,\mathrm{sen}(x)$

05 - $y = \frac{x}{\ln(x)}$

06 - $y = \frac{\ln(x)}{x}$

VI - Para a função $f(x) = \mathrm{sen}(x)\cos(x)$, encontre as derivadas até a quarta ordem. Comprove os resultados com os comandos **Maple** apropriados.

D - Regra da Cadeia

I - Calcule as derivadas das funções.

01 - $f(x) = \frac{(2\,x^4 + 3\,x^{(-3)})^3}{2}$

02 - $f(x) = \frac{(a\,x^2 + b\,x)^3}{a}$

03 - $f(x) = \frac{2\,x}{\sqrt{2\,x-1}}$

04 - $f(x) = \frac{e^{(2-x)}}{5}$

05 - $f(x) = 2\, e^{\sqrt{x}}$

06 - $f(x) = 3^{(2x^3 - 3x)}$

07 - $f(x) = 3 \log_2(2x + 3)$

08 - $f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$

09 - $f(x) = (1 + 2x)^{(x^2)}$

10 - $f(x) = \text{sen}(3x - 1)$

11 - $f(x) = 2\, \text{sen}(x^2) \cos(2x)$

12 - $f(x) = e^{(2x)} \text{sen}(2x)$

13 - $f(x) = \{ \begin{matrix} 1 - x & x \leq 0 \\ e^{(-x)} & 0 < x \end{matrix}$

14 - $f(x) = e^{|2x - 1|}$

15 - $f(x) = \ln(|2x - 1|)$

E - Aplicações de Derivadas

I - Para cada função seguinte, defina a função no **Maple** e trace o seu gráfico. Utilizando-se de aplicações das derivadas, determine, se existirem:
a) os máximos relativos;
b) os mínimos relativos;
c) os pontos de inflexão;
d) regiões de crescimento e decrescimento;
e) regiões de concavidade para cima e para baixo.

01) $f(x) = (x^2 - 4)^2$

02) $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4}$

03) $f(x) = x\,\mathbf{e}^{x}$

04) $f(x) = x^2\,\mathbf{e}^{x}$

05) $f(x) = 2\,x\,\mathbf{e}^{(-3\,x)}$

II - Problemas de Máximos e Mínimos:

01 - Encontre as dimensões do retângulo com área máxima que pode ser inscrito em um círculo com raio de 10 cm.

02 - Uma linha com 100 cm deve ser dividida em dois pedaços. Com um dos pedaços devemos construir uma circunferência e com o outro pedaço deve ser formado um quadrado. Qual deve ser o tamanho da linha destinada ao quadrado de tal forma que as áreas formadas pelo quadrado e pelo círculo sejam iguais? E qual o tamanho para que a soma das áreas do quadrado e do círculo sejam máxima?

03 - Encontre o ponto P situado sobre o gráfico da hipérbole $x\,y = 1$, que está mais próximo da origem do sistema de coordenadas.

04 - Achar dois números positivos cuja soma seja 70 e cujo produto seja o maior possível.

05 - Uma horta retangular apresenta uma área de 216 m^2 . Quais as dimensões da horta a fim de que esta apresente a menor quantidade de cerca? Quantos metros lineares de cerca serão necessários?

F - Regra de L´Hôpital

I - Calcule os limites sem usar a Regra de L'Hospital, e depois use-a para verificar os resultados:

a) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{x^3 + 2\,x - 8}$

b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x^3 - 1}$

c) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{sen}(x)}{\text{tg}(x)}$

II - Usando a Regra de L'Hospital determine os limites:

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\mathbf{e}^{x} - 1}{\text{sen}(x)}$

b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\text{tg}(x)}{x}$

c) $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(x)}{x}$

d) $\lim_{x \to \infty} \frac{\mathbf{e}^{(2\,x)}}{x^2}$

e) $\lim_{x \to \infty} x\,\mathbf{e}^{(-x)}$

f) $\lim_{x \to 0+} \frac{1 - \ln(x)}{\mathbf{e}^{\left(\frac{1}{x}\right)}}$

g) $\lim_{x \to \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x$

III - Usando o **Maple**, defina a função e trace o seu gráfico. Estime os limites das funções abaixo. Verifique a sua solução usando a Regra de L'Hospital.

a) $\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(\ln(x))}{\sqrt{x}}$

b) $\lim_{x \to 0+} x^x$

c) $\lim_{x \to 0+} \operatorname{sen}(x)^{\left(\frac{3}{\ln(x)}\right)}$