

Otimização da Alocação de Trainees Utilizando Programação Linear Inteira

Carlos Vinicius Boehme

1. Introdução

Este relatório apresenta a análise e implementação de um modelo de programação linear inteira para otimizar a alocação de trainees em uma empresa sem fins lucrativos em Fortaleza, CE. O problema central envolve a alocação de 14 trainees (intercambistas) a 14 hosts e 10 ONGs, buscando minimizar o tempo total de deslocamento por meio de transporte coletivo, considerando diversas restrições operacionais.

O problema surgiu da necessidade de melhorar a qualidade da experiência dos intercambistas, uma vez que alguns deles enfrentavam tempos de deslocamento superiores a 2 horas entre o host e a ONG, excedendo os padrões de qualidade estabelecidos pela organização.

Anteriormente, a alocação era realizada manualmente, considerando apenas restrições básicas como projetos disponíveis e alergias dos intercambistas, sem uma análise sistemática dos tempos de percurso.

2. Formulação Matemática

2.1 Conjuntos e Parâmetros

Conjuntos principais:

- $H = \{1, \dots, 14\}$: conjunto de hosts
- $O = \{1, \dots, 10\}$: conjunto de ONGs
- $T = \{1, \dots, 14\}$: conjunto de trainees

Conjuntos específicos:

1. Trainees por projeto:
 - Driblando: $\{T1, T2, T8\}$
 - SMART: $\{T3, T4, T5, T6, T7\}$
 - Planet Heroes: $\{T9, T10, T11\}$
 - X4CHANGE: $\{T12, T13, T14\}$
2. ONGs por projeto:
 - Driblando: $\{ONG1, ONG2, ONG3\}$
 - SMART: $\{ONG4, ONG5, ONG6, ONG7\}$
 - Planet Heroes e X4CHANGE: $\{ONG8, ONG9, ONG10\}$
3. Hosts e Alergias:

- Hosts com animais: {H1, H2, H3, H4, H5}
- Hosts sem animais: {H6, H7, H8, H9, H10, H11, H12, H13, H14}
- Trainees com alergia: {T1, T2, T3, T4}

2.2 Variáveis de Decisão

A variável de decisão X_{ijk} é definida como:

$X_{ijk} = 1$, se o trainee k for alocado no host i e na ONG j

$X_{ijk} = 0$, caso contrário

onde:

- $i \in H$ (índice dos hosts)
- $j \in O$ (índice das ONGs)
- $k \in T$ (índice dos trainees)

2.3 Função Objetivo

A função objetivo visa minimizar o tempo total de deslocamento:

$$\text{Min } Z = \sum \sum \sum (T_{ij} * X_{ijk})$$

onde T_{ij} representa o tempo de deslocamento do host i até a ONG j .

2.4 Restrições

1. Cada host recebe exatamente um trainee:

$$\sum_{j \in O} \sum_{k \in T} X_{ijk} = 1, \forall i \in H$$

2. Cada trainee é alocado exatamente uma vez:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in O} X_{ijk} = 1, \forall k \in T$$

3. Capacidade máxima de 3 trainees por ONG:

$$\sum_{i \in H} \sum_{k \in T} X_{ijk} \leq 3, \forall j \in O$$

4. Trainees com alergia não podem ficar em hosts com animais:

$$\sum_{j \in O} X_{ijk} = 0, \forall k \in \{T1, T2, T3, T4\}, \forall i \in \{H1, H2, H3, H4, H5\}$$

5. Trainees do projeto Driblando só podem ser alocados nas ONGs 1, 2 ou 3:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in \{1, 2, 3\}} X_{ijk} = 1, \forall k \in \{T1, T2, T8\}$$

6. Trainees do projeto SMART só podem ser alocados nas ONGs 4, 5, 6 ou 7:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in \{4,5,6,7\}} X_{ijk} = 1, \forall k \in \{T3, T4, T5, T6, T7\}$$

7. Trainees dos projetos Planet Heroes e X4CHANGE só podem ser alocados nas ONGs 8, 9 ou 10:

$$\sum_{i \in H} \sum_{j \in \{8,9,10\}} X_{ijk} = 1, \forall k \in \{T9, T10, T11, T12, T13, T14\}$$

3. Análise dos Resultados

3.1 Performance do Modelo

O modelo implementado foi desenvolvido utilizando Python com a biblioteca Pyomo e o solver GLPK. A solução encontrada atende a todas as restrições impostas e garante a otimização global do problema.

As principais características da solução são:

- Respeito às restrições de alergia (trainees T1-T4 alocados apenas em hosts sem animais)
- Distribuição apropriada dos trainees por projeto nas ONGs correspondentes
- Alocação dentro do limite de 3 trainees por ONG

A implementação computacional:

- Utiliza variáveis binárias para representar as alocações
- Incorpora todas as restrições do problema de forma eficiente
- Encontra a solução ótima global através do solver GLPK

3.2 Comparação com o Processo Manual

Em comparação com o processo manual anteriormente utilizado, o modelo matemático proporcionou:

1. Processo sistemático e reproduzível de alocação
2. Garantia matemática de otimalidade
3. Atendimento simultâneo a todas as restrições
4. Eliminação de erros humanos no processo de alocação

4. Conclusões

O modelo de programação linear inteira desenvolvido mostrou-se eficaz na otimização da alocação de trainees, garantindo o atendimento a todas as restrições operacionais. A implementação utilizando Pyomo e GLPK permite que o processo seja facilmente replicado para futuras alocações.

É importante notar que, embora o código implementado siga todas as restrições definidas no artigo, ao analisar o resultado obtido utilizando as instâncias existentes no artigo, o mesmo apresentou um tempo total 2 minutos inferior ao reportado no trabalho original. Esta diferença ocorreu devido a variações nas associações entre trainees e hosts, o que consequentemente influenciou os tempos individuais de trajeto e o tempo total da solução. Apesar desta diferença nas alocações específicas, ambas as soluções são válidas e atendem a todas as restrições do problema, indicando a possível existência de múltiplas soluções ótimas ou quase-ótimas para este problema de otimização.