



Departamento de Engenharia Informática e de Sistemas

Licenciatura em Engenharia Informática
Licenciatura em Engenharia Informática – Pós-laboral

Investigação Operacional
2º ano – 1º semestre

Trabalho Prático

2014/2015

Coimbra, novembro de 2014

Enunciado

Nas aulas práticas desta unidade curricular foi implementado, em Matlab, o método Simplex na sua forma mais simples. Isto é, destinado a resolver problemas de programação linear que estejam na forma *standard*, ou seja, com a função objectivo na forma de maximização, com todas as restrições de “ \leq ” e com todas as variáveis não-negativas.

Como trabalho prático, pretende-se que modifique a aplicação desenvolvida nas aulas de forma a contemplar o caso particular de num dado problema existirem **variáveis de decisão a poderem tomar valores negativos**. Deste modo, o programa deve transformar o modelo de forma a que todas as variáveis passem a ter restrição de não-negatividade e depois deve aplicar o algoritmo Simplex para obter a solução ótima do modelo transformado. No final, deve fazer as mudanças de variável necessárias e apresentar a solução ótima do problema original ao utilizador.

Resumindo, a aplicação a desenvolver deverá:

- Pedir ao utilizador os dados do problema, nomeadamente, o nº de variáveis, o nº de restrições, os coeficientes das variáveis na função objectivo, os coeficientes das variáveis nas restrições, os termos independentes, bem como quais as variáveis que podem assumir valores negativos e, nesse caso, qual o limite inferior L_j ($L_j < 0$) da gama de valores ($x_j \geq L_j$). Para tal, deverá modificar a função *Le_dados*;
- Fazer as transformações adequadas ao modelo (que passam por uma mudança de variáveis) de forma a que todas as variáveis passem a ter restrição de não negatividade ($x_j' = x_j - L_j \geq 0 \iff x_j = x_j' + L_j \leftarrow$ substituição a efetuar no modelo);
- Aplicar o algoritmo Simplex (programado nas aulas) a este novo modelo. Para a apresentação dos sucessivos quadros ao utilizador torna-se necessário alterar a função *Apresenta_quadro_Simplex*, de forma que apareçam as variáveis x_j' em vez de x_j e o valor constante no cimo da coluna **b**;
- Apresentar a solução ótima do modelo transformado bem como o valor de z^* . Depois, fazer nova mudança de variáveis e apresentar os valores ótimos das variáveis originais. Para tal, deverá modificar a função *Apresenta_resultados_finais*.

Teste da aplicação

Para validar a aplicação desenvolvida poderá, **entre outros**, utilizar os dois exemplos seguintes.

Exemplo 1

Suponha que o problema a resolver é:

```
Max   z = 3 x1 + 5 x2
sujeito a
      x1           ≤ 4
      4 x1 +    x2 ≤ 12
      3 x1 + 2 x2 ≤ 18
      x1 ≥ -10, x2 ≥ 0
```

Neste caso, a mudança de variável a efetuar é:

$$x_1' = x_1 + 10 \geq 0 \quad \text{ou seja} \quad x_1 = x_1' - 10$$

Depois da substituição no modelo acima, este transforma-se em:

```
Max   Z = 3 (x1' - 10) + 5 x2 = 3 x1' + 5 x2 - 30
sujeito a
      (x1' - 10)           ≤ 4   ⇔   x1'           ≤ 14
      4 (x1' - 10) +    x2 ≤ 12  ⇔  4 x1' +    x2 ≤ 52
      3 (x1' - 10) + 2 x2 ≤ 18  ⇔  3 x1' + 2 x2 ≤ 48
      x1' ≥ 0, x2 ≥ 0
```

Aplicando o algoritmo Simplex ao modelo anterior, obtém-se:

1ª Iteração:

		3.0	5.0	0.0	0.0	0.0	30.0
		x ₁ '	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	b
<hr/>							
x ₃	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	14.0
x ₄	0.0	4.0	1.0	0.0	1.0	0.0	52.0
x ₅	0.0	3.0	2.0	0.0	0.0	1.0	48.0
<hr/>							
Z _j -c _j		-3.0	-5.0	0.0	0.0	0.0	-30.0

Variável que vai tornar-se VB -> x₂

Variável que vai tornar-se VNB -> x₅

2ª Iteração:

		3.0	5.0	0.0	0.0	0.0	30.0
		x1'	x2	x3	x4	x5	b

x3	0.0	1.0	0.0	1.0	0.0	0.0	14.0
x4	0.0	2.5	0.0	0.0	1.0	-0.5	28.0
x2	5.0	1.5	1.0	0.0	0.0	0.5	24.0

Zj-cj		4.5	0.0	0.0	0.0	2.5	90.0

=> Quadro optimo pois nao existem valores negativos na linha Zj-cj

Solucao optima:

x1'* = 0.00
x2* = 24.00
x3* = 14.00
x4* = 28.00
x5* = 0.00

Valores repostos das variaveis originais:

x1* = -10.00

Valor optimo de Z:

Z*=90.00

Exemplo 2

Suponha que o problema a resolver é:

```
Max   z = 2 x1 - 2 x2
sujeito a
      - x1 + 2x2 ≤ 3
        x1 +   x2 ≤ 2
          x1      ≤ 1
      x1 ≥ 0, x2 ≥ -2
```

Neste caso, a mudança de variável a efetuar é:

$$x_2' = x_2 + 2 \geq 0 \quad \text{ou seja} \quad x_2 = x_2' - 2$$

Depois da substituição no modelo acima, este transforma-se em:

```
Max   Z = 2 x1 - 2 (x2' - 2) = 2 x1 - 2 x2' + 4
sujeito a
      - x1 + 2 (x2' - 2) ≤ 3 ⇔ - x1 + 2 x2' ≤ 7
        x1 +   (x2' - 2) ≤ 2 ⇔   x1 +   x2' ≤ 4
          x1      ≤ 1
      x1 ≥ 0, x2' ≥ 0
```

Aplicando o algoritmo Simplex ao modelo anterior, obtém-se:

1ª Iteração:

		2.0	-2.0	0.0	0.0	0.0	-4.0
		x ₁	x ₂ '	x ₃	x ₄	x ₅	b
<hr/>							
x ₃	0.0	-1.0	2.0	1.0	0.0	0.0	7.0
x ₄	0.0	1.0	1.0	0.0	1.0	0.0	4.0
x ₅	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
<hr/>							
Zj-cj		-2.0	2.0	0.0	0.0	0.0	4.0

Variavel que vai tornar-se VB -> x₁

Variavel que vai tornar-se VNB -> x₅

2ª Iteração:

		2.0	-2.0	0.0	0.0	0.0	-4.0
		x1	x2'	x3	x4	x5	b
<hr/>							
x3	0.0	0.0	2.0	1.0	0.0	1.0	8.0
x4	0.0	0.0	1.0	0.0	1.0	-1.0	3.0
x1	2.0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
<hr/>							
Zj-cj		0.0	2.0	0.0	0.0	2.0	6.0

=> Quadro optimo pois nao existem valores negativos na linha Zj-cj

Solucao optima:

x1* = 1.00
x2'* = 0.00
x3* = 8.00
x4* = 3.00
x5* = 0.00

Valores repostos das variaveis originais:

x2* = -2.00

Valor optimo de Z:

Z*=6.00

Regulamento

- O trabalho proposto deve ser preferencialmente realizado em grupos de **dois alunos**.
- Este trabalho é cotado para **3 valores** (na escala de 0 a 20).
- **Não existe um valor mínimo** exigido para a nota deste trabalho.
- A **data limite** de entrega é **sábado, dia 20 de dezembro de 2014, às 23:55**.
- Elementos de avaliação a submeter no Moodle:

Uma pasta contendo:

- Os ficheiros com o código da aplicação desenvolvida.
- Um ficheiro .pdf onde constem os resultados da execução do programa usando os exemplos de teste.

Observações:

- O nome da pasta deverá seguir a seguinte codificação: *nºs dos alunos pertencentes ao grupo, separados por '_'*.
Ex: 20116214_20001738 (Grupo formado pelos alunos nºs 20116214 e 20001738)
- No início do ficheiro principal, bem como na 1ª página do ficheiro .pdf, deverão constar os **nomes e números dos elementos do grupo**, bem como a **identificação da(s) turma(s) prática(s)**.

- Caso sejam detectadas cópias de trabalhos, todos os grupos envolvidos terão nota de zero valores.
- O trabalho poderá ser sujeito a uma defesa em data a marcar oportunamente. Caso os alunos não compareçam à referida defesa, terão igualmente zero valores na nota do trabalho.