4/13/20

Pendulo esférico

Definimos la Lagrangiana:

$$L = T - U$$

si solo hay fuerzas conservativas, se satisface:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

5-5)

El punto de sporte de un péndulo simple se mueve en una circunferencia vertical de radio R con una velocidad constante v. Hallar la ecuación de movimiento de Lagrangiana para el péndulo si:

$$U = mgRsin\phi - mlgcos\theta$$

. Se tienen lo siguiente:

$$\begin{aligned} x &= Rcos\phi - lsin\theta \\ y &= Rsin\phi - lcos\theta \\ T &= \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ &= \frac{m}{2}(R^2\dot{\phi}^2 + l^2\dot{\theta}^2 + 2rl\dot{\theta}\dot{\phi}sin\theta) \end{aligned}$$

5-7)

Se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} L &= T - U \\ &= \frac{m}{2}(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) - mg\rho cos\varphi \end{aligned}$$

Calculamos:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$$

$$\lambda = \frac{3mgacos\varphi - 2E}{a}$$

se separa cuando $\lambda = 0$, donde $h = acos\varphi = \frac{2}{3}a$

Fuerza conservativa

Trabajo realizado solo depende de los puntos de inicio y final. Consideremos la siguiente fuerza:

$$F(x, y, z) = xy\hat{i} + 2z\hat{j} - (2x^2 - y^2)\hat{k}$$

trayectoria $x = y = z$, $x = y^2 = z$.
Observamos que el trabajo realizado es diferente, dada una fuerza queremos saber si es conservativa.