Tarea 5 Mecánica Analítica

Cerritos Lira Carlos

18 de Marzo del 2020

Problemas

1.-

3.4)

Un niño monta un "caballito" que sube y baja sinusoidalemtne $h = h_0 sin(wt)$ con relación a un tiovivo que gira alrededor de la vertical con una velocidad(tangencial) constante Ω. si el niño está a una distancia c del eje de rotación, hallése una expresión de su aceleración relativa al suelo en funcion de Ω, c, h_0, w y t.

Sea $\boldsymbol{x}$ la función que regresa la posición para un tiempo t, se tiene:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{x} &= c\boldsymbol{e_r} + h_0 sin(wt)\boldsymbol{k} \\
\boldsymbol{v} &= -c\Omega\boldsymbol{e_\theta} + h_0 w cos(wt)\boldsymbol{k} \\
\boldsymbol{a} &= -c\Omega^2\boldsymbol{e_r} - h_0 w^2 sin(wt)\boldsymbol{k}
\end{aligned}$$

2.-

4.2)

Encontrar la posición en un tiempo t de una partícula de masa m, cuando la fuerza aplicada es $F = 2mcos(wt)$ y $x = 8$ a $t = 0$ y $x = -b$ a $t = \frac{\pi}{2w}$.

Tenemos la siguiente información:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{a} &= 2cos(wt)\boldsymbol{i} \\
\boldsymbol{v} &= \left(\frac{2}{w} sin(wt) + v_0\right)\boldsymbol{i} \\
\boldsymbol{x} &= \left(-\frac{2}{w^2} cos(wt) + v_0 t + \frac{2}{w^2} + x_0\right)\boldsymbol{i}
\end{aligned}$$

donde

$$x_0 = 8$$

podemos encontrar el valor de v_0 mediante la relación $\boldsymbol{x}(\frac{\pi}{2w}) = -b\boldsymbol{i}$, de donde obtenemos:

$$v_0 = \frac{\frac{2}{w^2} cos\frac{\pi}{2} - \frac{2}{w^2} - x_0 - b}{\frac{\pi}{2w}}$$

3.-

4.4)

a) Si la velocidad límite de caída de un hombre de $80kg$, con paracaídas, es la misma que tendría al caer libremente $0.75m$; hallar el valor de esta velocidad límite y la constante de amortiguamiento k (supóngase $F_{amort} = -mkv$)

b) Supongamos ahora que el hombre cae libremente (partiendo del reposo) durante 5 segundos y que después abre su paracaídas. Luego de otros 5 segundos, ¿cual será su velocidad?

4.-

4.7)

Una partícula de masa m tiene aplicada una fuerza $F = -kx^2$. Si $\dot{x} = v_0$ cuando $x = 0$, hállese:

a) la ecuación de la energía

b) el punto de retorno

c) la velocidad en cualquier posición

a)

Encontramos una energía potencial que satisface $U_0 = 0$ usando la relación:

$$\begin{aligned} U(x) &= -\int_0^x F(x')dx' \\ &= \frac{k}{3}x^3 \end{aligned}$$

por el teorema del trabajo y la energía se tiene la relación:

$$\begin{aligned} U + K &= U_0 + K_0 \\ \frac{k}{3}x^3 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 &= \frac{1}{2}mv_0^2 = E \end{aligned}$$

b)

En el punto de retorno se satisface $U = E \implies \dot{x} = 0$, despejando obtenemos:

$$x = \left(\frac{3m}{2k}v_0^2\right)^{\frac{1}{3}}$$

c)

Despejando $\dot{x}$ obtenemos:

$$\dot{x} = \sqrt{v_0^2 - \frac{2k}{3m}x^3}$$

5.-

3.3)

Un semicilindro se balance sinusoidalmente sin deslizamiento, como se muestra en la figura $3 - 11$, de tal forma que $\theta = sin2t$.

a) Cuando pasa por la posición neutra $\theta = 0$, ¿cuál es la aceleración del punto de contacto con la superfice fija?.

b) Cuando el semicilindro está al ángulo máximo de 1 radían ¿cuál es la aceleración del punto de contacto con la superficie fija?