Primera ley

Se tiene la relación:

$$\begin{aligned} dU &= dQ + dW \\ &= dQ - PdV \\ \therefore dQ &= dU + PdV \end{aligned}$$

Si suponemos que tenemos $U(T, V)$ se tiene:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial T} dT + \frac{\partial U}{\partial V} dV$$

de donde obtenemos:

$$\begin{aligned} dQ &= dU + PdV \\ &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV \end{aligned}$$

se tiene entonces las relaciones:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

ahora bien, podemos obtener $\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P$ mediante la relación:

$$\begin{aligned} &Q(T, P) = Q(T, V(P, T)) \\ &\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \end{aligned}$$

de donde obtenemos:

$$\begin{aligned} C_P &= C_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] V\beta \\ \therefore \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T &= \frac{C_P - C_V}{V\beta} - P \end{aligned}$$