# Tarea 2 Termodinámica

Cerritos Lira Carlos, Calderon Alba Sebastian

3 de abril del 2020

## 1.-

Considerando que la energía interna de un sistema hidrostático es una función de $T$ y $p$, deducir las ecuaciones:

a)
$$dQ = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right] dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T\right] dp$$

b)
$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = C_p - pV\beta$$

c)
$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = pVk_T - (C_p - C_V)\frac{k_T}{\beta}$$

**a)**

Partimos de la relación:

$$\begin{aligned} dQ &= dU - dW \\ &= dU + pdV \end{aligned}$$

suponiendo que contamos con $U(T,p)$ y $V(T,p)$ se tiene entonces:

$$\begin{aligned} dQ &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T dp + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT + p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp \\ &= \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right] dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T + p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T\right] dp \end{aligned}$$

**b)**

Partimos de la relación:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p + p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \\ \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p &= \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \\ &= C_p - pV\beta \end{aligned}$$

**c)**

Partimos de la relación:

$$
\begin{aligned}
Q(T,V) &= Q(T,p(T,V)) \\
\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V &= \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_p + \left(\frac{\partial Q}{\partial p}\right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \\
C_v &= C_p + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T - pVk_T\right]\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V
\end{aligned}
$$

encontramos una expresión para $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$ mediante la relación:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_p \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T &= -1 \\
\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V &= \frac{1}{-\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \\
&= \frac{V\beta}{Vk_T} = \frac{\beta}{k_T}
\end{aligned}
$$

sustituyendo obtenemos

$$
\begin{aligned}
C_V &= C_p + \left[-pVk_T + \left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T\right]\frac{\beta}{k_T} \\
\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T &= pVk_T - (C_p - C_V)\frac{k_T}{B}
\end{aligned}
$$

## 2.-

Un líquido se agita irregularmente en un recipiente bien aislado y por ello experimenta una elevación de temperatura. Considerando el líquid como sistema:

a) ¿Ha habido una transferencia de calor?

b) ¿Se ha realizado trabajo?

c) ¿Cuál es el signo de $\Delta U$?

**a)**

No, el calor

**b)**

Si,

**c)**

Positivo

## 3.-

Un mol de gas ideal monoatómico está confinado en un cilíndro con un pistón, y se mantiene a temperatura constante $T_0$ dentro de un baño térmico. El gas lentamente se expande de $V_1$ a $V_2$ mientras se sigue manteniendo a temperatura $T_0$. ¿Por qué la energía interna del gas no cambia?. Calcular el trabajo hecho por el gas y el calor que fluye hacia el gas.

## 4.-

En la expansión adiabática de un gas ideal se cumple $PV^\gamma = cte$. Mostrar que también se vale:

$$TV^{\gamma-1} = cte$$
$$T = ctep^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

Desarrollamos la expresión:

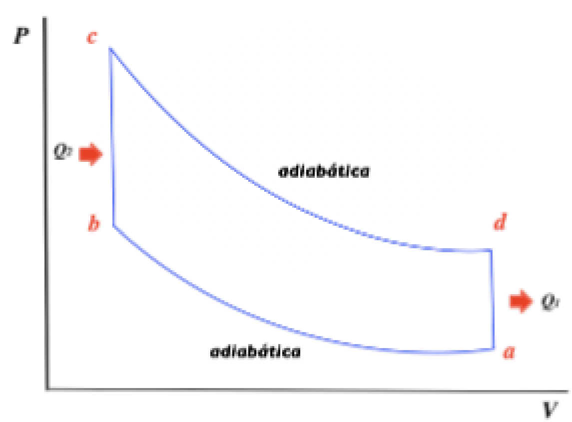
$$\begin{aligned} TV^{\gamma-1} &= \frac{T}{V}V^\gamma \\ &= kPV^\gamma \\ &= cte \end{aligned}$$

Desarrollamos la expresión:

$$\begin{aligned} T &= kPV \\ &= kPcteP^{-\frac{1}{\gamma}} \\ &= cteP^{1-\frac{1}{\gamma}} \end{aligned}$$

## 5.-

Explicar las contribuciones energéticas para cada proceso en el ciclo de Otto, que se recorre en el sentido $a \to b \to d \to a$. Calcular la eficiencia del ciclo.




$a \to b$

Comenzamos con la relación:

$$PV^\gamma = c$$

el trabajo esta dado por:

$$
\begin{aligned}
W &= \int_{V_a}^{V_b} -p dV \\
&= \int_{V_a}^{V_b} cV^{-\gamma} dV \\
&= \frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}
\end{aligned}
$$