Tarea 1 Termodinámica

Cerritos Lira Carlos

3 de abril del 2020

1.-

Las isotermas de un sistema pueden cortarse? Explique detalladamente.

Caso general

Dado un sistema y su funcion de estado

$$f(P, V, T) = 0$$

es verdad que dado (P_0, V_0, T_0), podemos obtener localmente una función $T(P, V)$ tal que:

$$f(P, V, T(V, P)) = 0 \quad \forall (P, V) \in B_\delta(P_0, V_0)$$

las isotermas no se pueden cruzar si esta función local se puede hacer global, sin embargo este no es siempre el caso.

Gas ideal

En este modelo:

$$PV = nRT$$
$$T(V, P) = \frac{PV_m}{R}$$

claramente pudimos obtener T de forma global entonces las isotermas no se intersectan.

Redlich–Kwong

En este modelo:

$$P = \frac{RT}{V_m - b} - \frac{a}{\sqrt{T} V_m (V_m + b)}$$

se puede demostrar que no hay una función que cumpla:

$$f(P, V, T(P, V)) = 0 \quad \forall (V, P)$$

se puede entonces tener dos temperaturas para el mismo volumen y presión.

2.-

Sean A, B, C tres gases con variables $(p, V), (p', V'), (p'', V'')$, respectivamente. Cuando A está en equilibrio térmico con C se satisface la ecuación:

$$pV - nbp - p''V'' = 0$$

cuando B está en equilibrio térmico con C se cumple:

$$p'V' - p''V'' + \frac{nB'p''V''}{V'} = 0$$

a) Encuentre las funciones $q(p, V), r(p', V')$ y $s(p'', V'')$ que son iguales entre si en el equilibrio térmico e iguales a la temperatura común T.

b) Encuentre la ecuación que corresponde a A en equilibrio térmico con B

3.-

Un gas ideal se caracteriza mediante dos suposiciones: los átomos o moléculas de un gas ideal no interactúan entre sí, y los átomos o moléculas se pueden tratar como masas puntuales. Esto tiene un rango de validez limitada.

Se muestra la energía potencial de interacción de dos moléculas de gas en función de la distancia entre ellas. El potencial intermolecular se peude dividir en regiones en las que la energía potencial es esencialmente nula ($r > r_{trans}$), negativa (interacción atractiva) ($r_{trans} > r > r_{V=0}$), y positiva (interacción repulsiva). La distancia r_{trans} no está defininida unívocamente y depende de la energía de la molécula.

a) Calcule la presión ejercida por N_2 a $300K$ para vólumenes molares de 250 y $0.100L$ usando las ecuaciones de estado del gas ideal y de van der Waals. Los valores de los parámetros a y b para N_2 son $1.360 bar dm^3 mol^{-2}$ y $0.0387 dm^3 mol^{-1}$ respectivamente.

b) Compare y explique los reusltados de los cálculos a las dos presiones y explique qué predomina, las intersacciones atractivas o las repulsivas.

c) A temperatura suficientemente elevada, la ecuación de van der Waals tiene la forma $P = \frac{RT}{V-b}$. Nótese que la parte atractiva del potencial no tiene influencia en esta expresión. Justifique este comportamiento uisando el diagrama anterior.

a)

De acuerdo al gas ideal:

$$P_I = \frac{RT}{V_m}$$
$$P_{I_{250}} = RT \cdot 0.004 = 0.09977 bar$$
$$P_{I_{0.1}} = RT \cdot 10 = 249.43 bar$$

De acuerdo a Van der Waals:

$$P_W = \frac{RT}{(V_m - b)} - \frac{a}{V_m^2}$$
$$P_{W_{250}} = RT \cdot 0.004 - 2.17 \times 10^{-5} = 0.09976 bar$$
$$P_{W_{0.01}} = RT \cdot 16 - 135.99 = 270.905$$

b)

Podemos ver que se cumplen las relaciones:

$$P_{I_{250}} \approx P_{W_{250}}$$
$$P_{I_{0.1}} < P_{W_{0.1}}$$

De acuerdo a la gráfica las interacciones para $V = 250L$ nos encontramos en la región $r > r_{trans}$ y para $V = 0.1L$ en la región $r < r_V$

c)

De acuerdo a la gráfica de la energía potencial nos encontramos en la región $r > r_{trans}$, esto tiene sentido pues a medida que aumenta el volumen la distancia entre las molélculas del gas es más grande, lo que se ve reflejado en la ecuaciones dado que podemos omitir el término $\frac{1}{V_m^2}$

4.-

Sabemos que la ecuación de van der Waals permite hacer una descripción cualitativa de la transición líquido- vapor, por lo cual, como se mencionó en clase, el valor del parámetro a tiene una relación con el calor de vaporzación del líquido y el párametro b con el tamaño de las moléculas. Del artículo de van der Waals haga una descripción, en no menos de una cuartilla, de lo que son las fuerzas de van der Waals, como se analiza en el punto crítico, el factor de compresibildiad y al ensión superficial.

5.-

Sea un gas en un recipiente cilíndrico de un metro de altura, cuya tapa superior es un pistón inicialmente fijo. El gas está en equilibrio a temperatura y presión ambiente y bajo estas condiciones sabemos que la velocidad de propragación del sonido es $c = 340\frac{m}{seg}$. Supongamso que liberamos al pistón para que pueda moverse libremente. Ahora le damos un martillazo al pistón, generando así una situación de desequilibrio en el gas. También inmediatamente aislamos térmicamente al sistema.

a) Culcule el tiempo que tarda en saber la parte inferior del gas que ha sido golpeado

b) Discuta cualitativamente qué ocurrió con la energía proporcionada por el martillazo.

c) ¿Se restaura el equilibrio o queda oscilando?

El problema se ilustra en el siguiente diagrama:

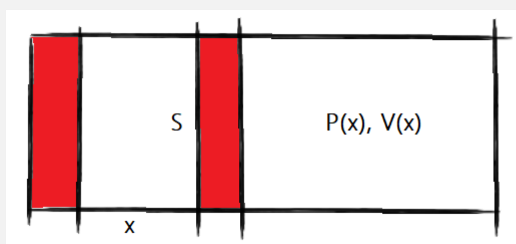

Figure 1: Diagrama recipiente cilíndrico

Nuestro objetivo es encontrar la fuerza que actua en el pistón, donde se sabe:

$$F = S(P_0 - P)$$

Como el proceso es adiabático se tiene:

$$PV^{\gamma} = c$$

sabemos que $V(x) = V_0 - Sx$, usando el hecho $\frac{V}{V_0} \in (0, 1)$ y despejando P obtenemos:

$$\begin{aligned} P &= P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^{-\gamma} \\ &\approx P_0 \left(-\gamma\left(\frac{V}{V_0} - 1\right) + 1\right) \\ &\approx P_0 \left(1 + \gamma\frac{S}{V_0}x\right) \end{aligned}$$

de donde obtenemos la fuerza:

$$F = -\left(P_0 \gamma \frac{S}{V_0}\right) x$$

Por lo tanto el piston sigue un movimiento armónico simple.

a)

Para que la onda de presión llegue al fondo del recipiente debe de recorrer una distancia de $1 - x_0$, de acuerdo a la formula tenemos:

$$\begin{aligned} t &= \frac{d}{V} \\ &= \frac{1 - x_0}{340}[s] \end{aligned}$$

en el caso de que $x_0 \approx 0$ se tiene $t = \frac{1}{340}[s]$

b)

La energía proporcionada es transferida las partículas dentro del cilindro, formandose una onda de presión, esto es $p(x, t)$, la función que nos dice la presión en la posición x al tiempo t satisface la ecuación de onda, con condición inicial $p(x_0, 0) = p_0$ donde p_0 está dado en función de la energía cinética del martillo durante el golpe, esta onda recorre el cilindro tan rápido que se considera la presión uniforme en todos los puntos.

c)

Como se vio la fuerza que actua es la del movimiento armónico simple, por lo tanto este es el movimiento que se sigue (si ignoramos la fricción).

6.-

Demuestre que para un gas ideal $pv = RT$, $\beta = \frac{1}{T}$, $k = \frac{1}{p}$.
Para un gas real a presiones moderadas, $P(v - b) = RT$, donde R y b son constantes, es una ecuación de estado aproximada que tiene en cuenta el tamaño finito de las moléculas. Demostrar que:

a) $\beta = \frac{\frac{1}{T}}{1 + \frac{bP}{RQ}}$

b) $k = \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{bP}{RT}}$

7.-

Un hilo metálico de $0.0085 cm^3$ de sección transversal está sometido a una tensión de $20N$, a la temperatura de $10°C$, ente dos soportes rígidos separados $1.2m$.

a) ¿Cuál es la tensión final, si la temperatura se reduce $8°C$? $(\alpha = 1.5 \times 10^{-5} K^{-1}), Y = 2.0 \times 10^9 \frac{N}{m^2}$

b) La frecuencia fundamental de vibración de un alambre de longitud L, masa m y tensión τ es:

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{\tau L}{m}}$$

¿Con qué frecuencia vibra el hilo a $20°C$. ¿Y a $8°C$

a)

Para este tipo de sistemas se tiene la relación:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial T} = -\alpha AY$$

integrando obtenemos la nueva tensión:

$$\tau = -\alpha AY(T - T_0) + \tau_0$$
$$\tau(8) =$$

b)

8.-

Muestre que si las diferenciales dV, dp dadas por:

$$dV = v\beta dT - V k_T dp$$
$$dp = \frac{\beta}{k_T} dT - \frac{1}{V_{k_T}} dV$$

Son exactas, entonces los coeficientes satisfacen las siguientes relaciones:

$$\left(\frac{\partial V\beta}{\partial p}\right) = \left(\frac{\partial V_{k_T}}{\partial T}\right)$$
$$-\left(\frac{\partial \beta}{\partial V}\right) = \beta \left(\frac{\partial lnK_T}{\partial V}\right) + \frac{1}{V}\left(\frac{\partial lnk_t}{\partial T}\right)$$

9.-

La resistencia eléctrica en el hilo de un termómetro de platino varía linealmente con la temperatura. Determinar:

1. La expresión de la temperatura centígrada en el punto de fusión del hielo R_0 y en el punto de ebullición del agua R_{100}.
2. Si los valores de una resistencia para un termómetro de hilo de platino son de $R_0 = 10000\Omega$ y $R_{100} = 13861\Omega$, calcular la temperatura correspondiente a una resistencia de 26270Ω.

a)

Podemos obtener la temperatura mediante la relación:

$$T = k(R - R_0) + T_0$$

donde T_0 es la temperatura que se tiene cuando se tiene una resistencia R_0, en nuestro caso queremos que sea $0[°C]$, de donde obtenemos:

$$T_0 = 0$$
$$T_{100} = k(R_{100} - R_0)$$

b)

Despejamos el valor de k:

$$k = \frac{T_{100}}{R_{100} - R_0} = 0.25 \left[\frac{^\circ C}{\Omega}\right]$$

sustituyendo encontramos T:

$$T = k(R_T - R_0) = 421[^\circ C]$$