Tarea 01 Probabilidad I

Sergio Medina Guzmán 314332428

Marzo 2022

1

¿Cuántas manos posibles hay? Calculemos *|*Ω*|*. Como cada mano consta de 7 fichas, de 28 elegimos 7 y tenemos:

*|*Ω*|* =

28 7

=28!

21! *·* 7! = 1184040

Nuestro evento *E*1 será el conjunto de manos en las cuales tenemos exactamente 3 mulas. Para calcular *|E*1*|*, dividimos en dos pasos:

Paso 1. Elegimos 3 de las 7 mulas disponibles: 73=7!

4!*·*3! = 35.

Paso 2. Como no podemos tener ni una mula más, elegimos 4 fichas (para completar la mano) de las 21 fichas no-mulas disponibles: 214=21!

17!*·*4! = 5985.

Multiplicando ambos números que obtuvimos en cada paso: 35 *·* 5985 = 209475.

Finalmente, tenemos que

P =*|E*1*|*

*|*Ω*|*=209475

1184040*≈* 0*.*1769 *≈* 17%

Ahora bien, nuestro evento *E*2 será el conjunto de manos en las cuales tenemos al menos 4 mulas. Observemos que tenemos 4 casos:

Caso 1. Tenemos exactamente 4 mulas.

De 7 mulas disponibles, agarramos 4 y luego de 21 fichas no-mulas agarramos 3. Esto es:

*·*213=7!*·*21!

7

3!*·*4!*·*18!*·*3! = 46550

4

Caso 2. Tenemos exactamente 5 mulas.

Análogamente al caso anterior tenemos: 75*·*212=7!*·*21!

2!*·*5!*·*19!*·*2! = 4410

Caso 3. Tenemos exactamente 6 mulas. En este caso notemos que el paso dos es elegir una de 21 opciones, por lo que simplemente multiplicamos por 21.

*·* 21 = 7!*·*21

7

1!*·*6! = 147

6

Caso 4. Tenemos exactamente 7 mulas. Es claro que sólo existe una mano donde tenemos justamente 7 mulas.

Sumando los casos tenemos que *|E*2*|* = 46550 + 4410 + 147 + 1 = 51108 y con esto: P(*E*2) = 51108

1184040*≈* 0*.*043164 *≈* 4%

2

Formando a las cuatro personas, notemos que cada una tiene 2 posibilidades: enfermar o no. Por esta razón, por el principio básico de conteo, los escenarios posibles están dados por 24 = 16 y así *|*Ω*|* = 16.

□ Sea el evento *Æ*1 el conjunto de casos en los que exactamente dos personas enfermaron, para saber la cardinalidad de dicho evento, de 4 personas elegimos 2, que son las que enferman (o las que no, es indistinto).

Así: *|Æ*1*|* =42=4!

2!*·*2! = 6 y con esto:

P(*Æ*1) = *|Æ*1*|*

*|*Ω*|*=618=38= 0*.*375 = 37*.*5%

1

□ Sea el evento *Æ*2 el conjunto de casos en los que al menos una persona enferma, para saber la cardinalidad de dicho evento sumaremos el número de casos en las que enferma una persona, más el número en los que enferman dos, tres y cuatro.

Caso 1. De 4 elijo 1 que enferma, esto es 4.

Caso 2. De 4 elijo 2 que enfermen, por el ejercicio previo, esto es 6.

Caso 3. De 4 elijo 3 que enfermen, o bien una que no enferme, esto es 4.

Caso 4. Sólo hay un caso en las que todas enferman.

Sumando todos los caso tenemos que *|Æ*2*|* = 4 + 6 + 4 + 1 = 15

Con esto tenemos que:

*|*Ω*|*=1516= 0*.*9375 = 93*.*75%

P(*Æ*2) = *|Æ*2*|*

□ Sea el evento *Æ*3 el conjunto de casos en los que ninguna persona enferma, sabemos que sólo hay un caso tal, por lo que tenemos que:

P(*Æ*3) = *|Æ*3*|*

*|*Ω*|*=116= 0*.*0625 = 6*.*25%

3

Como no nos importa el orden en que elijamos los puntos, simplemente de 6 distintos elejimos 3 y vemos cuántas combinaciones distintas de 3 puntos tenemos y como cada combinación nos genera un plano, el

número de combinaciones nos dirá cuántos planos distintos determinan los 6 puntos. Esto es 63=6!

Con 6 puntos distintos podemos determinar 20 planos distintos. 4

3!*·*3! = 20

Necesitamos saber el número de permutaciones que podemos tener con 4 banderas de un conjunto de 10. Esto es 10!

6! =10*·*9*·*8*·*7*·*6!

6! = 10 *·* 9 *·* 8 *·* 7 = 5040. Con esto, podemos hacer 5040 señales distintas desde el barco. 5

Nuestro espacio muestral es el conjunto de “manos” distintas de 5 panes y para saber cuántas “manos”

distintas de 5 panes podemos sacar de un conjunto de 100 panes, usamos 100

, pues de 100 panes tomamos

5. Así *|*Ω*|* =100 5

=100!

5

95!*·*5! = 75287520.

Ahora bien, el evento *Ð* será el conjunto de “manos” en las cuales hay al menos un pan de peso incorrecto. Notemos que tendremos 5 casos y para obtener *|Ð|* sumaremos en número de “manos” que tiene cada caso. Caso 1. Al inspector le sale exactamente 1 pan malo. De 10 panes malos tomamos 1 y de 90 panes buenos

tomamos 4 para completar la “mano”. Esto es: 10 *·*904= 25551900.

Caso 2. Al inspector le salen exactamente 2 panes malos. De 10 panes malos tomamos 2 y de 90panes buenos tomamos 3. Esto es 102*·*903=10!*·*90!

8!*·*2*·*87!*·*3! = 5286600.

Caso 3. Salen exactamente 3 panes malos. 103*·*902=10!*·*90!

7!*·*3!*·*88!*·*2! = 480600.

Caso 4. Salen exactamente 4 panes malos. 104*·* 90 = 10!*·*90

Caso 5. Salen exactamente 5 panes malos. 105=10!

6!*·*4! = 18900.

5!*·*5! = 252.

Sumando el número de “manos” posibles, tendremos que *|Ð|* = 25551900+ 5286600+ 480600 + 18900+ 252 = 31338252 y con esto

P(*Ð*) = *|Ð|*

*|*Ω*|*=31338252

75287520*≈* 0*.*4162 *≈* 42%

2

6

Notemos que, por notación, *Cm−*1

*n−*1 = *n−*1

+*n−*1

.

*n−*1 + *Cm*

Observemos las siguientes igualdades:

*m−*1

*m*

*n −* 1

*n −* 1

((*n −* 1) *−* (*m −* 1))! *·* (*m −* 1)! +(*n −* 1)!

*m −* 1

+

*m*

=(*n −* 1)!

((*n −* 1) *− m*)!*m*!

*Def. de suma de fracciones* =(*n − m −* 1)! *· m*! *·* (*n −* 1)! + (*n −* 1)! *·* (*n − m*)! *·* (*m −* 1)! (*n − m*)! *·* (*m −* 1)! *·* (*n − m −* 1)! *· m*!

*Expandiendo m*! *y* (*n − m*)! = (*n − m −* 1)! *· m ·* (*m −* 1)! *·* (*n −* 1)! + (*n −* 1)! *·* (*n − m*) *·* (*n − m −* 1)! *·* (*m −* 1)! (*n − m*)! *·* (*m −* 1)! *·* (*n − m −* 1)! *· m*!

*Factorizando* =(*n − m −* 1)! *·* (*m −* 1)! *·* (*n −* 1)! *·* (*m* + (*n − m*))

(*n − m*)! *·* (*m −* 1)! *·* (*n − m −* 1)! *· m*!

*Eliminando términos* =(*n −* 1)! *· n*

(*n − m*)! *· m*!

*Contrayendo n*! = *n*!

(*n − m*)! *· m*!

*Def. de coeficiente binomial* =

*n m*

*Notación* = *Cm*

*n*

De esto concluimos que

*n* = *Cm−*1

*n−*1 + *Cm*

*Cm*

*n−*1 □

7

□ Harvey se encuentra en el 250 de la 52 y Rachel está en la Avenida X.

□ Son la policía Anna Ramírez y el oficial Berg los que tienen familiares en el hospital. □ Dos frases que le dice Alfred a Bruce, “Conozca sus límites” y “Las cosas tienen que empeorar para que puedan mejorar”. La primera porque hay momentos en los que no vemos con claridad cuánto podemos exigirnos antes de rompernos, y aunque empujar nuestros límites no es mala idea, también hay que hacerlo con cierta objetividad. Y la segunda porque me recuerda a una frase que le dice Aang a Korra en “La Leyenda de Korra”: “Una vez que ya hemos tocado fondo, nos abrimos a los cambios más grandes”. Ambas frases creo que encapsulan muy bien que habrá momentos en los que pasar un mal rato es lo único que puede hacernos crecer de cierta manera.

3