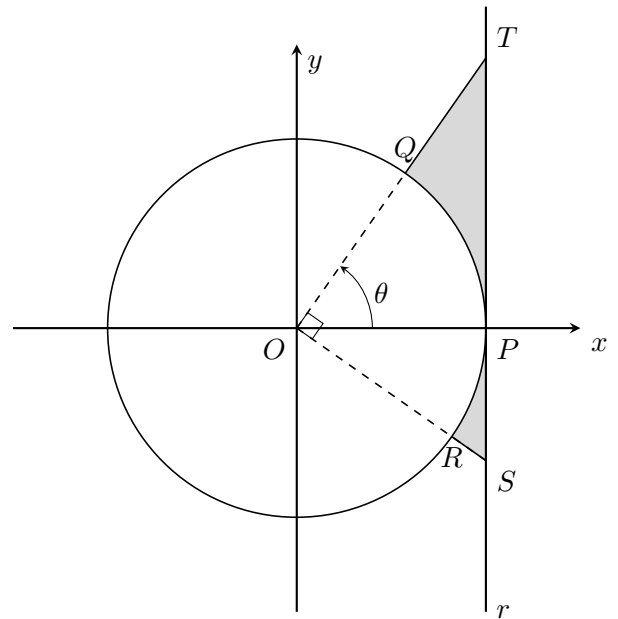


1. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy a circunferência trigonométrica, uma reta r e uma região a sombreado.

Sabe-se que:

- O é a origem do referencial
- P é o ponto de coordenadas $(1, 0)$
- r é a reta definida por $x = 1$
- Q desloca-se sobre a circunferência ao longo do primeiro quadrante
- θ é a amplitude, em radianos, do ângulo POQ , com $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$
- R acompanha o movimento do ponto Q deslocando-se sobre a circunferência ao longo do quarto quadrante de modo que o ângulo ROQ é um ângulo reto
- os pontos S e T são os pontos de interseção da reta r com as semirretas \vec{OQ} e \vec{OR} , respectivamente.



Seja A a função que a cada valor de θ faz corresponder o valor da área da região a sombreado.

- 1.1. Mostre que $A(\theta) = \frac{1}{\sin(2\theta)} - \frac{\pi}{4}$, com $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$.

(11º Ano) **Nota:** $\sin(2\theta) = 2 \sin \theta \cos \theta$

- 1.2. Determine, sem utilizar a calculadora, o(s) valor(es) de θ para o(s) qual(is) a área da região a sombreado é igual a $\frac{8\sqrt{3} - 3\pi}{12}$.

- 1.3. (12º Ano) Determine, por processos analíticos, o valor de θ para o qual é mínima a área da região a sombreado.

- 1.4. Qual é conjunto de valores de θ para os quais a área da região a sombreado é menor que a área do triângulo $[OPQ]$?

Recorra às capacidades gráficas da sua calculadora para resolver esta questão.

Na sua resposta deve:

- Formular uma inequação cuja solução responde ao problema
- Representar graficamente a(s) função(ões) que lhe permitem obter a resposta ao problema
- Assinalar o(s) ponto(s) relevante(s), indicando a(s) sua(s) abcissa(s) com aproximação às centésimas
- Indicar o conjunto solução utilizando a notação de números reais

Autor: Carlos Frias