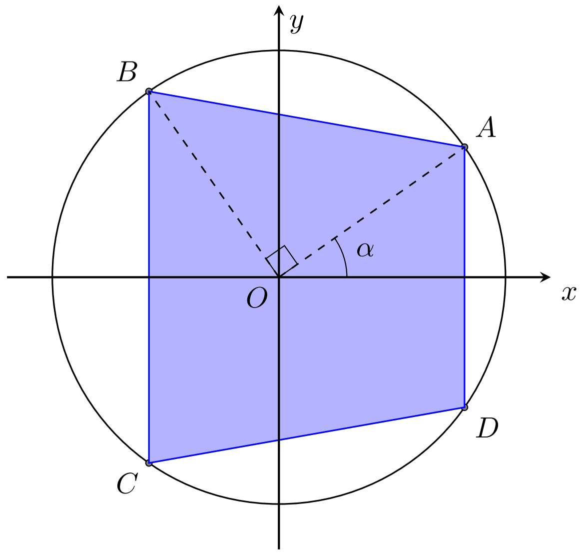
1. Na figura está representado, em referencial o.n. xOy a circunferência trigonométrica e um trapézio $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- O é a origem do referencial
- A é um ponto móvel que se descola sobre a circunferência ao longo do primeiro quadrante
- α é a amplitude, em radianos, do ângulo formado entre o semi-eixo positivo Ox e a semireta $\dot{O}A$, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$
- B acompanha o movimento do ponto A deslocando-se sobre a circunferência ao longo do segundo quadrante de modo que $\angle AOB$ é sempre um ângulo reto
- os pontos C e D são simétricos dos pontos B e de A, respectivamente, em relação ao eixo das abcissas.



Considere A e P as funções que a cada valor de α fazem corresponder, respetivamente, os valores da área e do perímetro do trapézio $[ABCD]$.

Resolva os itens seguintes por processos exclusivamente analíticos:

(a) Mostre que $A(\alpha) = (\sin\alpha + \cos\alpha)^2$, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

(b) Determine o valor de α para o qual é máxima a área de $[ABCD]$.
Interprete geometricamente o resultado obtido.

(c) Mostre que $P(\alpha) = 2\left(\sin\alpha + \cos\alpha + \sqrt{2}\right)$, com $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

(d) Determine os valores de α para os quais o perímetro do trapézio $[ABCD]$ é igual a $2\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1$.
Sugestão: Poderá ser-lhe útil determinar o valor exato de $\cos\frac{\pi}{12}$.

Autor: Carlos Frias