

**Prova Modelo de Exame Nacional de Matemática A**  
**Prova 635 | Ensino Secundário | Junho de 2022**  
12º Ano de Escolaridade

Simulação de Prova 635

Duração da Prova: 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

5 Páginas

- 
- Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.
  - Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.
  - É permitido o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor.
  - Apresente apenas uma resposta para cada item.
  - As citações dos itens encontram-se no final da prova.
- 

## Prova em Construção

---

- A prova inclui um formulário.
  - Nas respostas aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.
  - Nas respostas aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.
- 

- Itens cujas respostas contribuem obrigatoriamente para a classificação final:

**1, 3, 4, 6.1, 6.2, 8.1, 8.2, 9.1, 9.2, 10, 12 e 15**

Estes itens estão assinalados no enunciado através de uma moldura que os rodeia.

- Dos restantes 6 itens da prova, apenas contribuem para a classificação final os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.
-

# Formulário

---

## Geometria

### Comprimento de um arco de circunferência

$\alpha r$  ( $\alpha$  - amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  - raio)

### Área de um polígono regular:

$Semiperímetro \times Apótema$

### Área de um sector circular:

$\frac{\alpha r^2}{2}$  ( $\alpha$  - amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;  $r$  - raio)

### Área lateral de um cone:

$\pi r g$  ( $r$  - raio da base;  $g$  - geratriz)

### Área de uma superfície esférica:

$4\pi r^2$  ( $r$  - raio)

### Volume de uma pirâmide:

$\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

### Volume de um cone:

$\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

### Volume de uma esfera:

$\frac{4}{3}\pi r^3$  ( $r$  - raio)

## Progressões:

Soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão  $(u_n)$ :

### Progressão aritmética:

$\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

### Progressão geométrica:

$u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$

## Trigonometria

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

## Complexos

$$(\rho e^{i\theta})^n = \rho^n e^{in\theta}$$

$$\sqrt[n]{\rho e^{i\theta}} = \sqrt[n]{\rho} e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}} \quad (k \in \{0, \dots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$$

## Regras de derivação

$$(u + v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(u^n)' = nu^{n-1}u' \quad (n \in \mathbb{R})$$

$$(\sin u)' = u' \cos u$$

$$(\cos u)' = -u' \sin u$$

$$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$$

$$(e^u)' = u'e^u$$

$$(a^u)' = u'a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$$

$$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$$

## Limites notáveis

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$$

1.

Em  $\mathbb{C}$ , conjunto dos números complexos, considere  $z = e^{i\alpha}$ , com  $\alpha \in \left] 0, \frac{\pi}{4} \right[$ .  
Qual das opções seguintes pode ser um argumento do complexo  $w = -3i \cdot \bar{z}^2$  ?

(A)  $\frac{3\pi}{7}$

(B)  $\frac{4\pi}{7}$

(C)  $\frac{8\pi}{7}$

(D)  $\frac{13\pi}{7}$

2. No referencial o.n.  $xOy$  da figura 1 encontram-se representados uma reta  $r$  e um triângulo  $[ABC]$ . (Repensar este item...)

Sabe-se que:

- a reta  $r$  é definida por  $3x + 4y = 12$
- $A$  e  $B$  são os pontos de interseção da reta  $r$  com os eixos coordenados
- $[ABC]$  é um triângulo equilátero

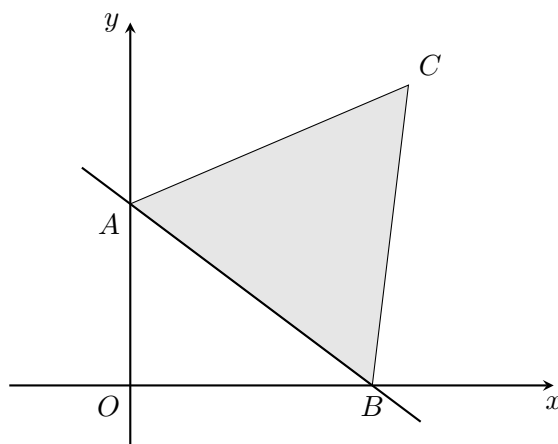


Figura 1

Determine, por processos analíticos, as coordenadas do ponto  $C$ .

3.

Na figura 2 está representado um cubo  $[ABCDEFGH]$  de aresta  $a$ .

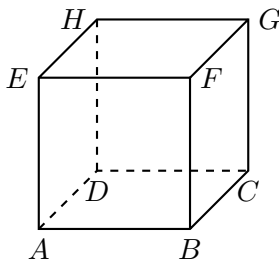


Figura 2

Em função de  $a$ , qual é o valor de  $\vec{AG} \cdot \vec{AH}$  ?

(A)  $a^2$

(B)  $2a^2$

(C)  $3a^2$

(D)  $4a^2$

4.

Seja  $\mathbb{C}$  o conjunto dos números complexos e  $i$  a unidade imaginária.

Sem utilizar a calculadora, determine:

$$\frac{(3 + 2i)^2 + 12i^{2023}}{\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^9} + 5e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}$$

Apresente o resultado na forma trigonométrica.

5. Sem utilizar a calculadora, determine o conjunto de números reais que satisfazem a inequação:

$$\ln [e^x (x + 1)] \geq x - \log_{\sqrt{e}} \sqrt{x} + \ln (3 - x)$$

Apresente a sua resposta na forma de intervalo ou união de intervalos de números reais.

6.

**6.1.** EM probabilidades

**6.2.** Probabilidades (composição)

7. Opcional Sucessões

8. Geometria no espaço

**8.1.** Equações de planos/retas no espaço

**8.2.** Ângulo entre vetores/Produto escalar/Esferas/Probabilidades

9. Funções

**9.1.** EM Derivada por definição/reta tangente

**9.2.** Extremos relativos/concavidades

10.

EM Problemas de contagens / Probabilidades

11. Opcional Funções - Trigonometria

12.

Item calculadora gráfica

13. Opcional Probabilidade condicionada

14. Opcional Teorema de Bolzano

15.

Demonstração - Funções - assíntotas

# FIM

## Cotações

- As pontuações obtidas nas respostas a estes 11 itens da prova contribuem obrigatoriamente para a classificação final.

| Itens            | 1  | 3  | 4  | 6.1 | 6.2 | 8.1 | 8.2 | 9.1 | 9.2 | 10 | 12 | 15 | Subtotal |
|------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----------|
| Cotação (pontos) | 12 | 12 | 14 | 12  | 14  | 14  | 14  | 12  | 14  | 12 | 14 | 14 | 158      |

- Destes 6 itens, contribuem para a classificação final da prova os 3 itens cujas respostas obtenham melhor pontuação.

| Itens            | 2                    | 5 | 7 | 11 | 13 | 14 | Subtotal |
|------------------|----------------------|---|---|----|----|----|----------|
| Cotação (pontos) | $3 \times 14$ pontos |   |   |    |    |    | 42       |