Resolução do Teste 2 de Tecnologias no Ensino da Matemática I

Carlos Frias

16 de janeiro de 2021

1.

2. Seja $T = (t_{ij})_{1 \leq i,j \leq n}$ uma matriz triangular inferior, que satisfaz $t_{ij} = 0$, $i < j$, e é regular, ou seja $t_{ij} \neq 0$, $i = 1\,(1)\,n$. Seja T^{-1} a sua inversa dada por colunas, $T^{-1} = (z_1 \ldots z_n)$, onde $z_k = (0, \ldots, 0, z_{kk}, \ldots, z_{nk})^T$. Seja I a matriz identidade também dada por colunas, $I = (e_1 \ldots e_k \ldots e_n)$, onde e_k é o k-ésimo vector de base canónica. Então, por definição de matriz inversa, sabemos que

$$TT^{-1} = I \Leftrightarrow Tz_k = e_k,\ k = 1\,(1)\,n\ .$$

Explicitando as últimas igualdades, obtemos

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \end{pmatrix} \tag{1}$$

Efetuando as a multiplicação matricial em (1), deduzimos as seguintes formulas para as componentes do vetor z_k

$$f(x) = \begin{cases} z_{kk} = \dfrac{1}{t_{kk}} \\ \\ z_{ik} = -\dfrac{1}{t_{ii}} \left(\displaystyle\sum_{j=k}^{i-1} t_{ij} z_{jk} \right),\ i = k+1\,(1)\,n \end{cases}$$

3.

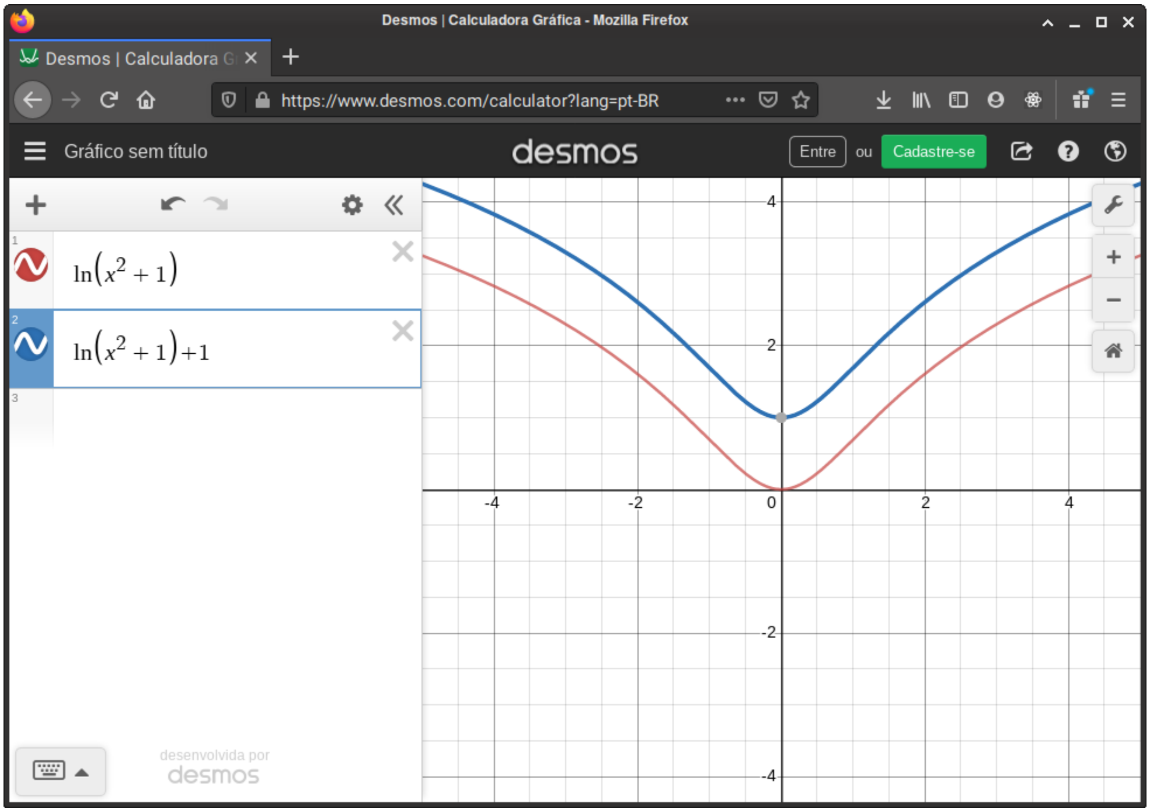

Figura 1: Gráfico feito no desmos

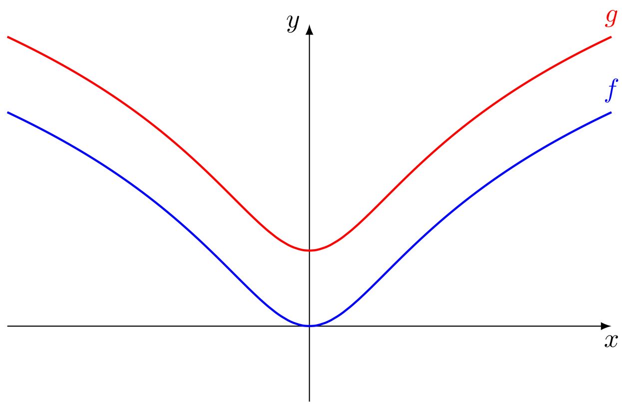

Figura 2: Gráfico feito em TikZ

4. **Teorema 0.1.** A área da região do plano definida por $S \leq \tau(t)$, $t \in [a, b]$, onde $\tau(t)$ é uma função contínua, não negativa e $b - a \leq 2\pi$ é dada por

$$\int_a^b \frac{\tau\left(t\right)^2}{2}dt.$$

Demonstração. Trivial!

O teorema 0.1 aplica-se a curvas em coordenadas polares.

5.