Processamento digital de sinais

1 - Sinais e sistemas digitais (A)

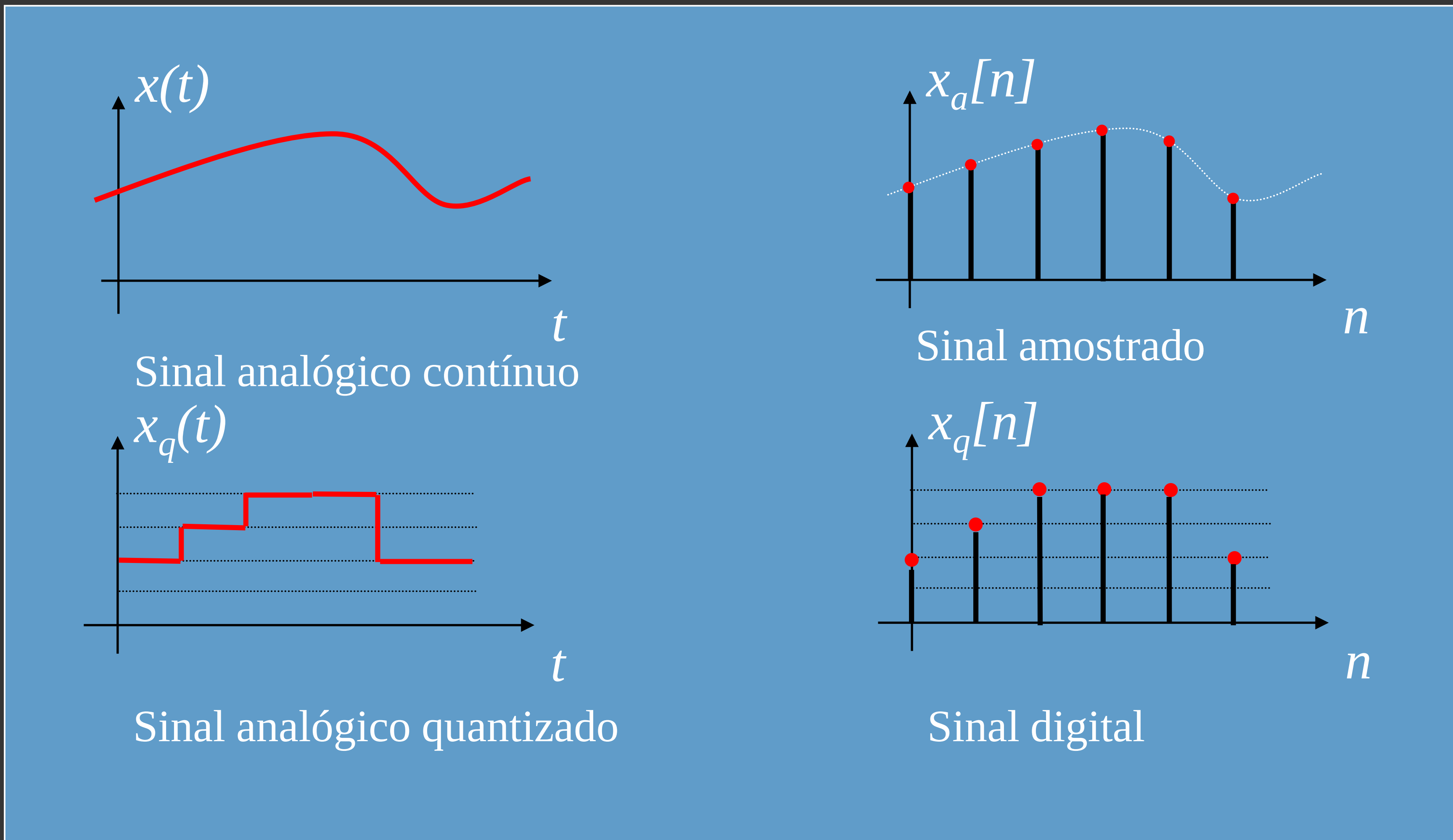
Prof. Carlos Speranza
DAELN/IFSC

Conteúdo

1. Classificação de sinais

- *Amplitude*: valor do sinal, função de valores das componentes independentes
- *Forma de Onda:* variação da amplitude com os valores das variáveis independentes
- *Tempo:* normalmente a variável independente em sinais 1D

Classificação de sinais



Classificação de sinais

- *Sinal analógico* ou c*ontínuo:* definido para todo $t \in \mathbb{R}$

- *Sinal amostrado:* definido para valores de $t = nT$, sendo T
o período de amostragem e $n \in \mathbb{Z}$

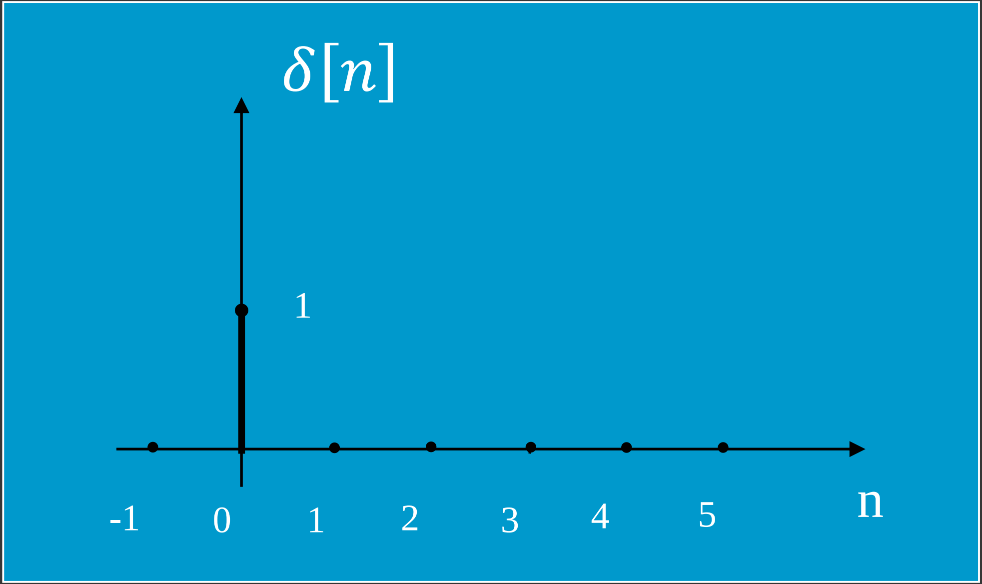
- *Sinal quantizado:* contínuo para o qual as amplitudes são aproximadas por valores fixos discretos

- *Sinal digital* ou *numérico:* as amplitudes e o tempo são discretos

2. Sequências básicas

1. <u>Impulso discreto (ou unitário)</u>

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases}$$

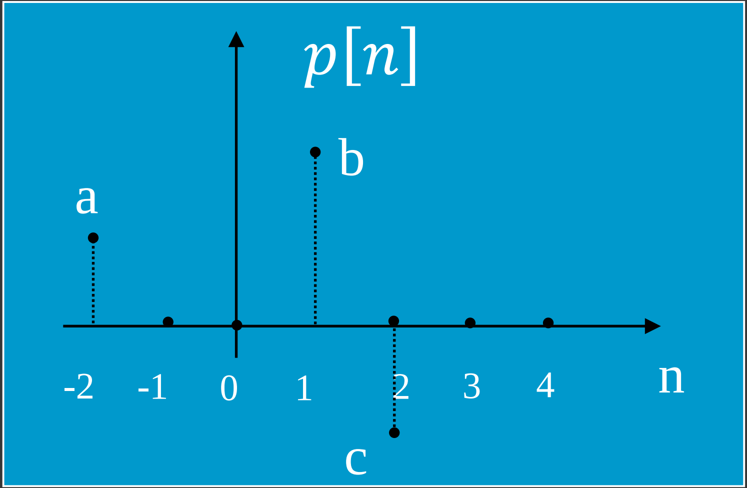


Sequências básicas

- Qualquer sinal pode ser expresso como:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k].\delta[n-k]$$

Ex:

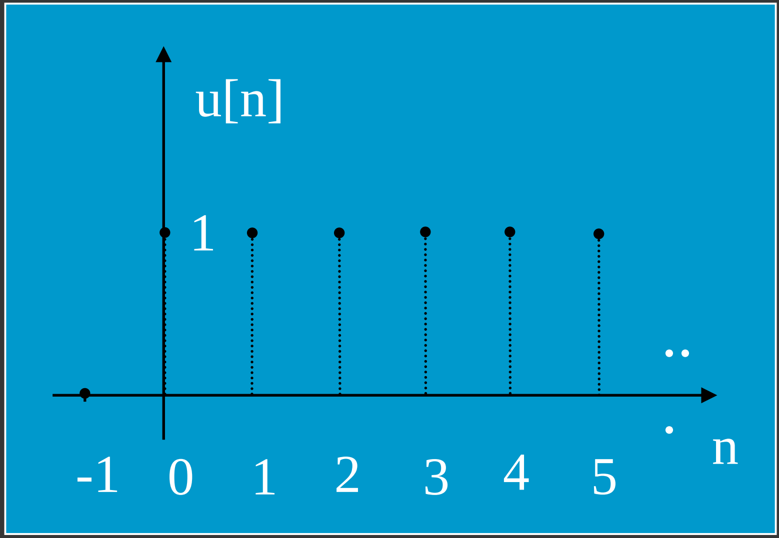


$$p[n] = \mathrm{a}.\,\delta[n+2] + b.\,\delta[n-1] - c.\,\delta[n-2]$$

Sequências básicas

2. Salto ou degrau unitário:

$$u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



Como:

$$u[n] = \sum_{k=-\infty}^{n} \delta[k] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2] + \ldots$$

Temos:

$$\delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

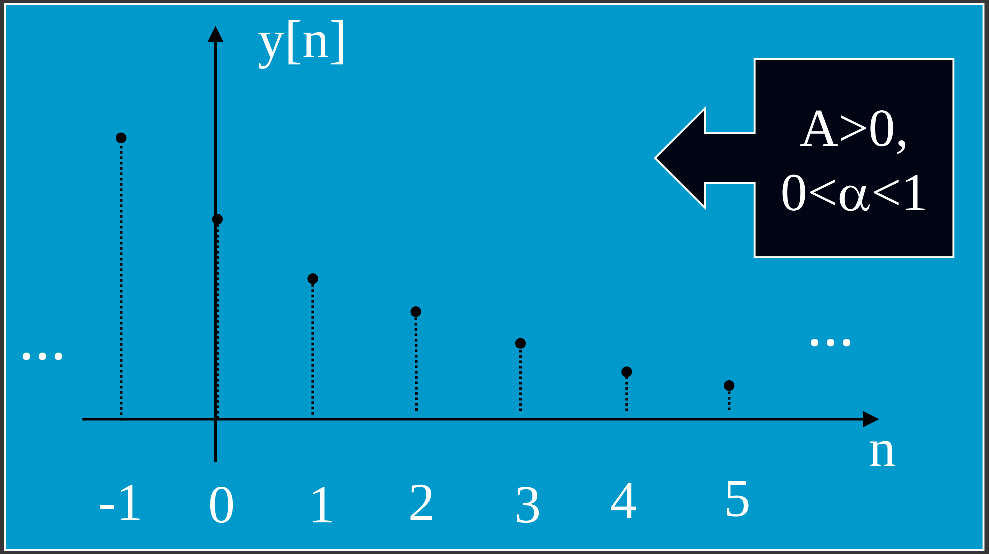
Sequências básicas

3. <u>Exponencial real</u>

$$x[n] = A.\alpha^{n}$$

Se α < 1: sinal decrescente

Se α > 1: sinal crescente



Sequências básicas

onde ω_0 é a freq. angular, em rad/amostra

4. <u>Exponencial complexa</u>

$$x[n] = A.\alpha^n \text{ com } A = |A|e^{j\varphi} \text{ e } \alpha = |\alpha|e^{j\omega_0}$$

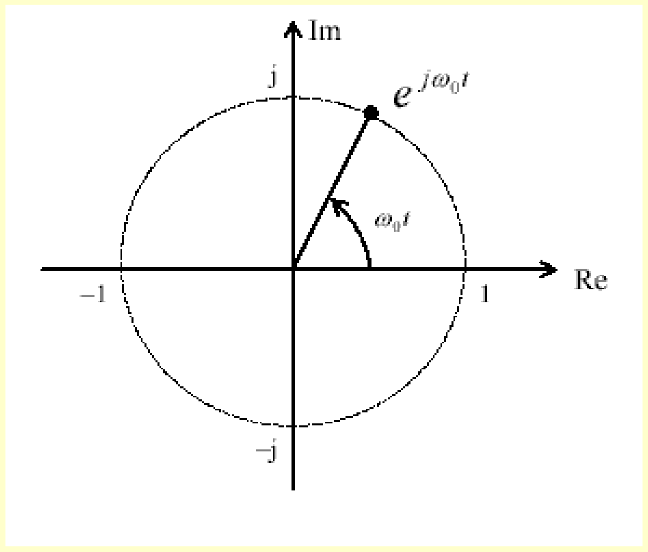
$$x[n] = |A|e^{j\varphi}\,|\alpha|^n e^{j\omega_0 n} = |A|\,|\alpha|^n e^{j(\omega_0 n+\varphi)}$$

$$x[n] = |A||\alpha|^n\left(\cos(\omega_0 n + \varphi) + j\,\text{sen}(\omega_0 n + \varphi)\right)$$

Exponencial complexa

- Se $|\alpha| = 1$, então:

$$x[n] = |A|\,|\alpha| e^{j(\omega_0 n+\varphi)} = |A|\, e^{j(\omega_0 n+\varphi)}$$



que é uma senoide complexa com frequência de oscilação ω_0:

$$x[n] = |A|cos(\omega_0 n + \varphi) + j|A|sen(\omega_0 n + \varphi)$$

Sinais periódicos digitais

- Diferentemente de sinais contínuos, sequencias exponenciais complexas com frequências $(\omega_0 + 2\pi r)$ - com r inteiro – são indistinguíveis entre si, pois

$$x[n] = Ae^{j(\omega_0+2\pi)n}$$
$$= Ae^{j\omega_0 n}.Ae^{j2\pi n} = Ae^{j\omega_0 n}$$

- Também vale a sequência real (sequencia senoidal):

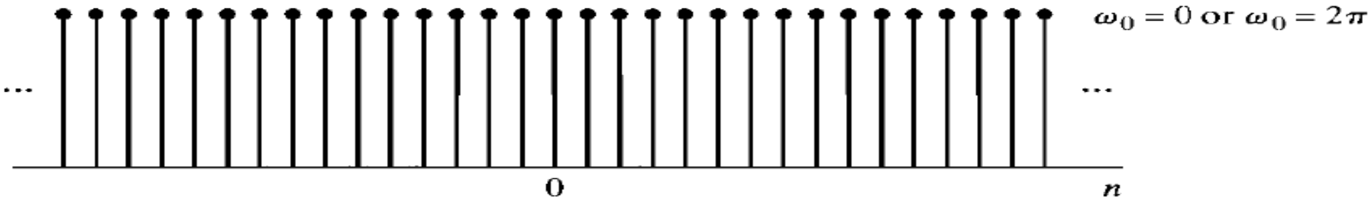
$$x[n] = A.cos[(\omega_0 + 2\pi r)n + \varphi]$$
$$= A.cos[\omega_0 n + \varphi]$$

Frequência digital

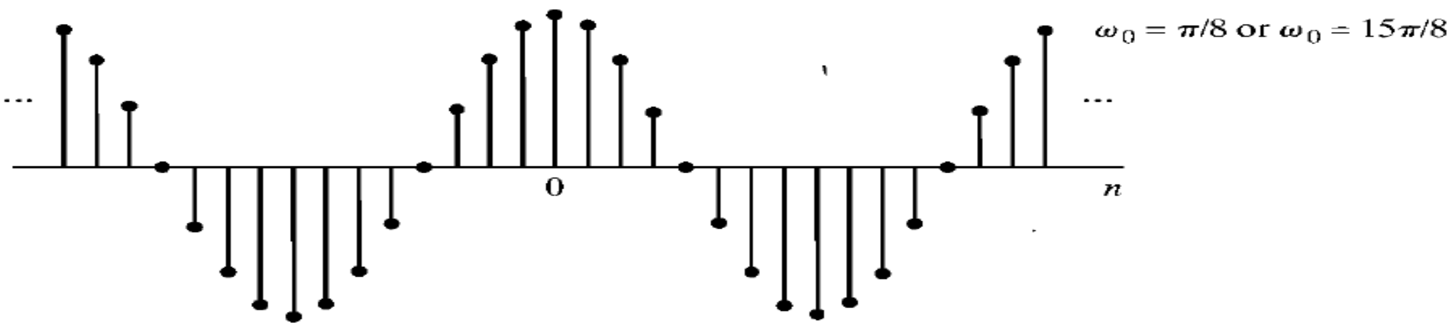
- Além disso, em sinais contínuos $x(t) = A.cos(\Omega_0 t + \phi)$, a frequência de oscilação do sinal aumenta com a frequência Ω_0

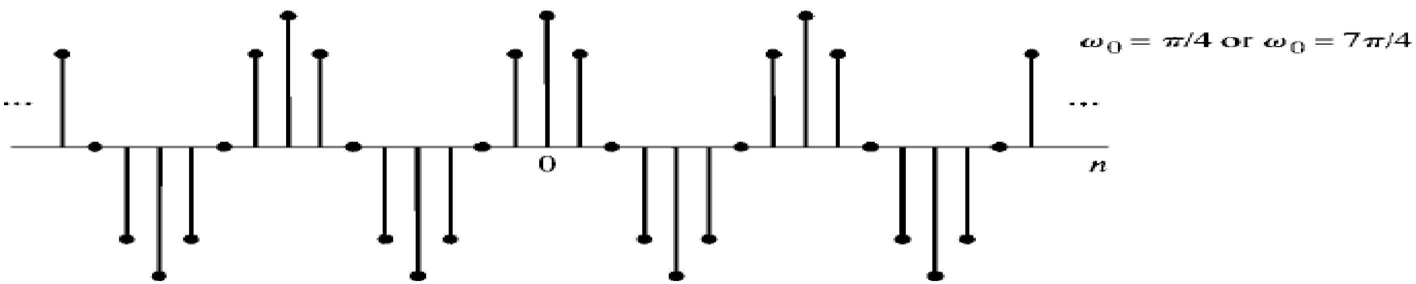
- Nas sequência senoidal $x[n] = A.cos(\omega_0 n + \varphi)$:
  - $0 \leq \omega_0 \leq \pi$: aumento da oscilação
  - $\pi \leq \omega_0 \leq 2\pi$: **redução** da oscilação!

- OBS: período $T = 2\pi/\omega_0$

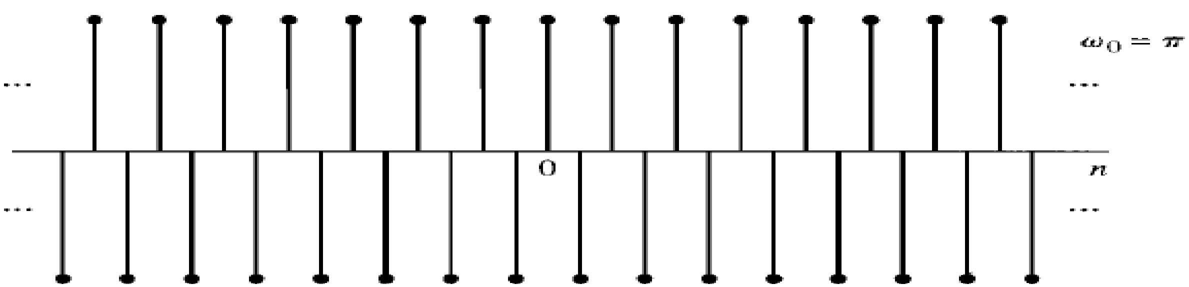

$\omega_0 = 0$ or $\omega_0 = 2\pi$
0
n

(a)


$\omega_0 = \pi/8$ or $\omega_0 = 15\pi/8$
0
n


$\omega_0 = \pi/4$ or $\omega_0 = 7\pi/4$
0
n

(c)


$\omega_0 = \pi$
0
n

(d)

Periodicidade de uma sequência

- Uma sequência é dita periódica se $x[n] = x[n - N]$, para todo n

- No caso das sequências senoidais $x[n] = A.cos(\omega_0 n + \varphi)$:

$= A.cos(\omega_0(n - N) + \varphi)$
$= A.cos(\omega_0 n + \omega_0 N + \varphi)$

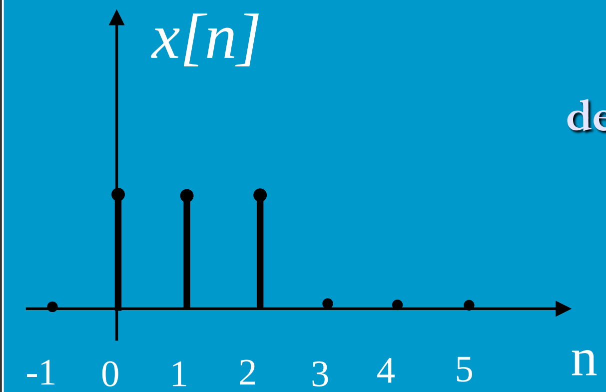
- Só será verdade se: $\omega_0 \, N = 2\pi \, m$

$\therefore \; \omega_0 = 2\pi \, m \,/\, N$, com N e m $\in Z$

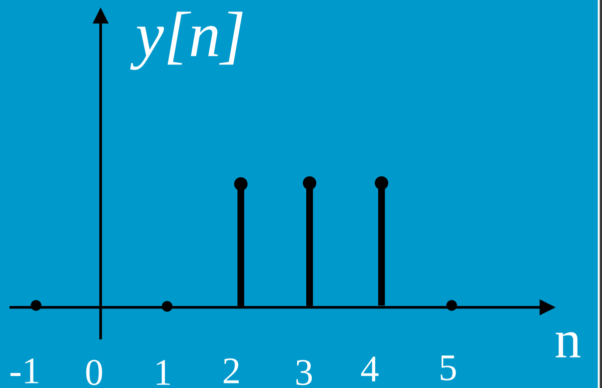
- Apenas para alguns valores de ω_0 múltiplos inteiros de π.

3. Operações sobre sequências

1. Soma: $w[n] = x[n] + y[n]$
2. Multiplicação por constante: $k[n] = \alpha . x[n]$
3. Deslocamento no tempo: $y[n] = x[n - n_0]$
4. Multiplicação entre sequências: $z[n] = x[n] . y[n]$



Exemplo de deslocamento no tempo:



$y[n] = x[n-2]$

Exemplo 2.1

Generate and plot each of the following sequences over the indicated interval.

a. $x(n) = 2\delta(n+2) - \delta(n-4), \quad -5 \le n \le 5.$

b. $x(n) = n[u(n) - u(n-10)] + 10e^{-0.3(n-10)}[u(n-10) - u(n-20)],\ 0 \le n \le 20.$

c. $x(n) = \cos(0.04\pi n) + 0.2w(n),\ 0 \le n \le 50$, where $w(n)$ is a Gaussian random sequence with zero mean and unit variance.

d. $\tilde{x}(n) = \{\ldots, 5, 4, 3, 2, 1, \underset{\uparrow}{5}, 4, 3, 2, 1, 5, 4, 3, 2, 1, \ldots\};\ -10 \le n \le 9.$

- Criação das funções *impseq, stepseq, sigadd, sigmult* (arquivo *fDSP*).
- Uso da funções *exp, cos, random.randn, tile* do pacote **numpy**.

Exemplo 2.2

Let $x(n) = \{1, 2, \underset{\uparrow}{3}, 4, 5, 6, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1\}$. Determine and plot the following sequences.

a. $x_1(n) = 2x(n-5) - 3x(n+4)$
b. $x_2(n) = x(3-n) + x(n)\,x(n-2)$

- Criação das funções *sigshift, sigfold* (arquivo *fDSP*).

Exemplo 2.3

Generate the complex-valued signal

$$x(n) = e^{(-0.1+j0.3)n}, \quad -10 \leq n \leq 10$$

and plot its magnitude, phase, the real part, and the imaginary part in four separate subplots.

- Uso das funções *real, imag, abs e angle* do pacote **numpy**.