

SEL0620 - Controle Digital

Tarefa 4 - Controlador Proporcional

(uma entrega por grupo, peso 2)

Controle Proporcional

Para projeto do controlador proporcional, a mesma planta utilizada na experiência anterior será utilizada:

$$G_p(s) = K \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

onde para este sistema:

$$K = 1$$
$$w_n = \sqrt{\frac{1}{(R_1 C_1 R_2 C_2)}}$$
$$\zeta = \frac{(R_1 C_1 + R_2 C_2)}{2\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Nesta etapa, um controlador proporcional $C(s) = K_p$ será projetado para controlar o sistema em malha fechada. A Figura 1 mostra o diagrama contínuo de controle com realimentação unitária em que a planta está sujeita a um distúrbio na entrada.

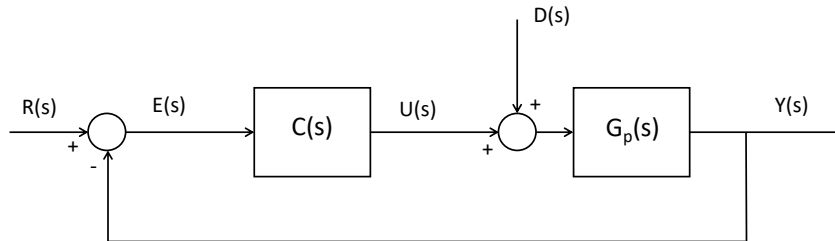


Figura 1: Malha com realimentação unitária

Desconsiderando o distúrbio na entrada da planta, a função contínua de malha fechada do sistema é dada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$$

O erro do sistema em relação ao sinal de referência da malha fechada é dado por:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) \left(1 - \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)} \right) = \frac{R(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$$

Portanto, para um sinal de referência do tipo degrau de amplitude r :

$$R(s) = \frac{r}{s}$$

e o erro pode ser dado por:

$$E(s) = \frac{r}{s(1 + C(s)G_p(s))}$$

O erro em regime permanente em valor absoluto, desconsiderando distúrbio na entrada da planta, considerando uma entrada degrau, planta do sistema de segunda ordem, e controlador proporcional, pode ser calculado através do teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \frac{r}{(1 + K_p)}$$

Observações importantes:

Consulte a Tabela 1 para encontrar os valores a serem usados pelo seu grupo para modelar o distúrbio. O distúrbio deve ser modelado como um degrau de amplitude d que é aplicado a partir do instante t_1 . Execute as simulações durante 24 segundos.

Coloque um elemento de saturação na entrada da planta para impedir que sinais superiores a $10V$ e inferiores a $-10V$ sejam aplicados na planta. É importante projetar um controlador de forma que o sinal nunca precise ser saturado, ou seja, a saída do controlador somada ao pior caso de distúrbio nunca ultrapasse os limites de entrada da planta.

Para os itens em que se pede as **curvas de resposta do sistema**, mostre três figuras: (a) sinal da saída, y , do sistema contínuo e discreto no mesmo gráfico sobreposto com a referência degrau; (b) sinal de erro, e , do sistema contínuo e discreto sobrepostos; (c) entrada da planta após o saturador, do sistema contínuo e discreto sobrepostos.

Responda as seguintes questões:

1. Implemente no **Simulink** um sistema de realimentação unitária contínuo para um controlador proporcional $C(s) = K_p = 1$.

A Figura 2 representa o diagrama do Simulink para a malha de controle contínua. Além dos blocos utilizados na prática anterior, utilize os blocos *Sum*, *Saturation*, e *Gain* que podem ser encontrados na sub-categoria de blocos chamada *Commonly Used Blocks*.

2. Implemente no **Simulink** um sistema de realimentação unitária discreta para um controlador proporcional $C(z) = K_p = 1$.

A Figura 3 representa o diagrama do Simulink para a malha de controle discreta. Mantenha a planta como uma função de transferência contínua, mas discretize a saída utilizando um bloco *Zero Order Holder*. Como o controlador é apenas um ganho, então não é necessário utilizar o bloco de *Zero Order Holder* novamente na entrada da planta.

3. Defina o período de amostragem T_0 do bloco *Zero Order Holder*. Verifique se o mesmo período de amostragem utilizado em malha aberta na experiência anterior

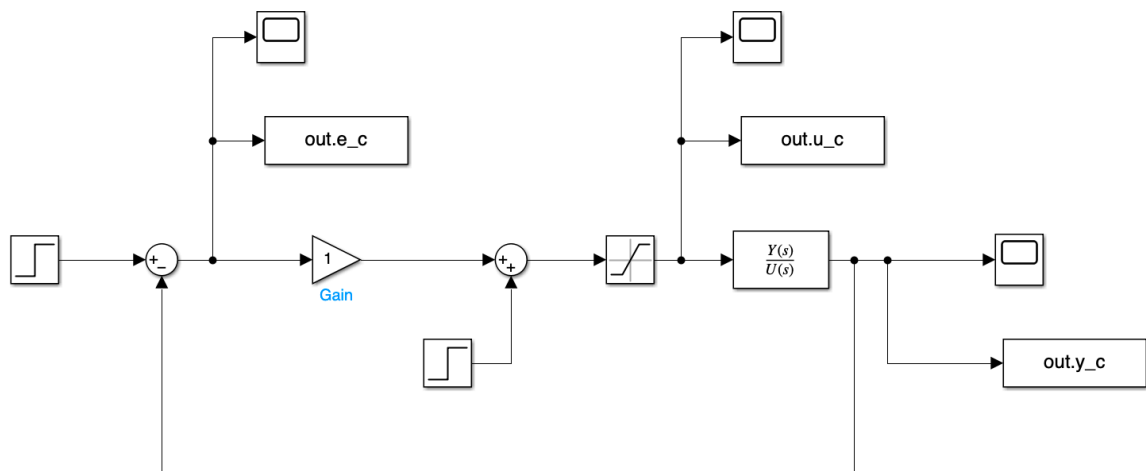


Figura 2: Malha de controle contínuo implementada no Simulink com controlador proporcional

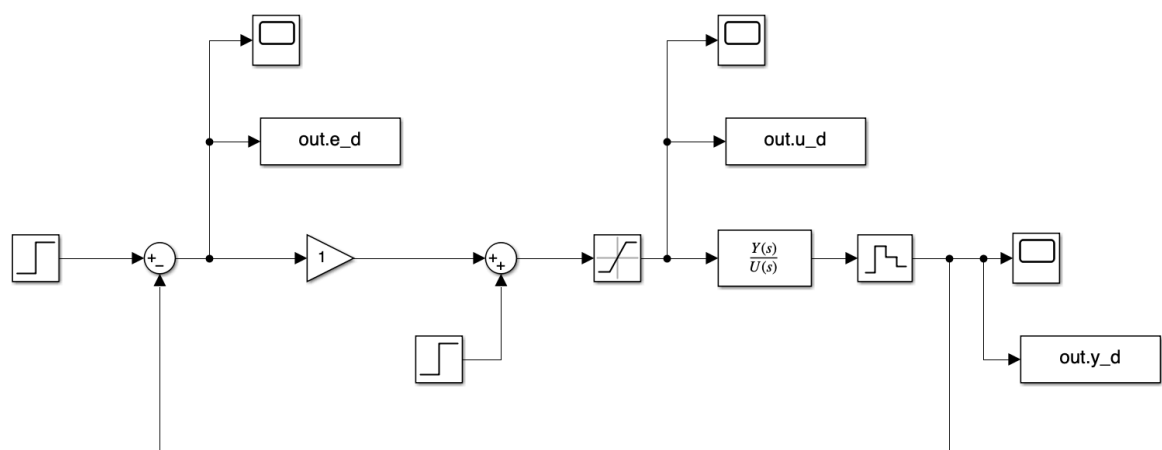


Figura 3: Malha de controle contínuo implementada no Simulink com controlador proporcional

pode ser utilizado na malha fechada. Para isso, compare qualitativamente a saída da malha fechada contínua com a da malha fechada discreta. Se preciso, altere o valor de T_0 para a malha fechada. Explique sua escolha por manter ou alterar o valor de T_0 .

4. Mostre as **curvas de resposta do sistema**.

5. Qual o erro absoluto em regime permanente do sistema antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro absoluto em regime permanente após o distúrbio ser aplicado? Em porcentagem, qual o valor de cada um dos erros em regime permanente (antes e após o distúrbio) em relação ao degrau de referência?

6. Mostre o Lugar das Raízes do sistema contínuo de malha fechada controlado por um controle proporcional. Para isso utilize o comando *rlocus* no qual o argumento é a função de transferência de malha aberta para $K_p = 1$:

```
figure
rlocus(G)
```

7. Para quais valores de K_p o sistema é estável?

8. Mostre o diagrama de bode do sistema contínuo de malha aberta para $K_p = 1$, e as margens de ganho e fase. Para isso utilize a seguinte sequencia de comandos:

```
figure
bode(G)
margin(G)
```

9. Quais as margens de ganho e de fase do sistema? O que se pode concluir sobre a estabilidade do sistema para $K_p = 1$?

10. O comando do Matlab chamado *feedback* pode ser usado para obter a função de transferência de malha fechada do sistema. Desconsiderando o distúrbio, e considerando que no workspace do Matlab já foram definidas a função de transferência contínua da planta G , a função de transferência discreta da planta G_z (encontrada com o valor de T_0 definido para esta prática, se diferente da prática anterior), o ganho do controlador proporcional K_p , e a amplitude do degrau r , obtenha a função de transferência de malha fechada do sistema contínuo e do sistema discreto utilizando a seguinte sequencia de comandos:

```
Gmf = feedback(Kp*G,1)
Gmfz = feedback(Kp*Gz,1)
```

11. Quais os polos e zeros das funções de transferência de malha fechada contínua e discreta (desconsiderando o distúrbio)?

12. Desconsiderando o distúrbio, plote a saída do sistema de malha fechada contínuo à uma entrada degrau de amplitude r . Sobreponha a saída contínua à saída do sistema de malha fechada discreto. Utilize a seguinte sequencia de comandos do Matlab considerando que a função de transferência de malha fechada contínua G_{mf} , a função de transferência discreta de malha fechada G_{mfz} , e a amplitude do degrau r já foram definidas:

```
figure
step(r*Gmf)
hold on
step(r*Gmfz)
```

Acrescente título e legenda para completar a figura.

13. Qual o tempo de acomodação (t_s) da resposta do sistema discreto considerando o critério de $\pm 2\%$? Qual o tempo de subida (t_r) da resposta do sistema discreto?
Para encontrar esse valor, clique com o botão direito do mouse no gráfico mostrado pelo Matlab como resposta ao comando step. Então selecione *Characteristics*, e depois *Setling Time* (t_s) e *Rise Time* (t_r).
14. Considere agora os seguintes casos: $K_p = 5$ e $K_p = 8$. Mostre as **curvas de resposta do sistema** para as simulações utilizando cada um dos valores de K_p .
15. Verifique se é possível utilizar o período de amostragem T_0 definido para ganho $K_p = 1$ para estes casos ($K_p = 5$ e $K_p = 8$). Explique.
16. Qual o erro em regime absoluto do sistema para cada valor de K_p antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro em regime absoluto para cada caso após o distúrbio ser aplicado?
17. Para cada valor de K_p : Qual o erro absoluto em regime permanente do sistema antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro absoluto em regime permanente após o distúrbio ser aplicado? Em porcentagem, qual o valor de cada um dos erros em regime permanente (antes e após o distúrbio)?
18. Comente sobre o efeito do aumento do ganho proporcional no valor do erro em regime permanente,
19. Comente se houve saturação na entrada da planta.
20. Comente sobre o efeito do aumento do ganho proporcional no valor do tempo de subida e de acomodação (2%) antes do distúrbio.
21. Encontre o valor de K_p necessário para que o erro de regime permanente (antes do distúrbio) seja igual a $e_{ss\%}$ (ver Tabela 1) dado em porcentagem do valor de r . Por exemplo, se $e_{ss\%} = 10\%$ e $r = 1V$, então o valor absoluto do erro deve ser 0.1.
22. Mostre as **curvas de resposta do sistema** para as simulações utilizando cada um dos valores de K_p .
23. Verifique se é possível utilizar o período de amostragem T_0 definido para ganho $K_p = 1$ para este caso. Explique.
24. Qual o tempo de subida da resposta do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o tempo de acomodação do sistema de malha fechada (critério de 2%) antes do distúrbio?

Conceitos a respeito de desempenho da resposta:

A Figura 4 mostra algumas medidas da resposta degrau de um sistema que geralmente são usadas como requisito de projeto de controladores. Considera-se que a entrada de referência degrau é aplicada no instante de tempo $t = 0$. Então, para um sistema que possui resposta em regime permanente $y_{ss} = 1$:

1. **Tempo de subida** (rise time), t_r é o tempo que a saída do sistema leva para ir de 0.1 a 0.9;
2. **Tempo de acomodação** (settling time), t_s é o tempo que o sistema leva até que a saída fique completamente contida entre dentro da faixa $\pm 1\%$, $\pm 2\%$ ou $\pm 5\%$ (a figura mostra o exemplo do t_s para o critério de 1%);
3. **Sobressinal** (overshoot) M_p é o valor máximo que o sistema supera seu valor final dividido pelo valor final (geralmente expresso em porcentagem).
4. **Tempo de pico** (peak time) t_p é o tempo em que o sistema atinge o seu valor máximo.

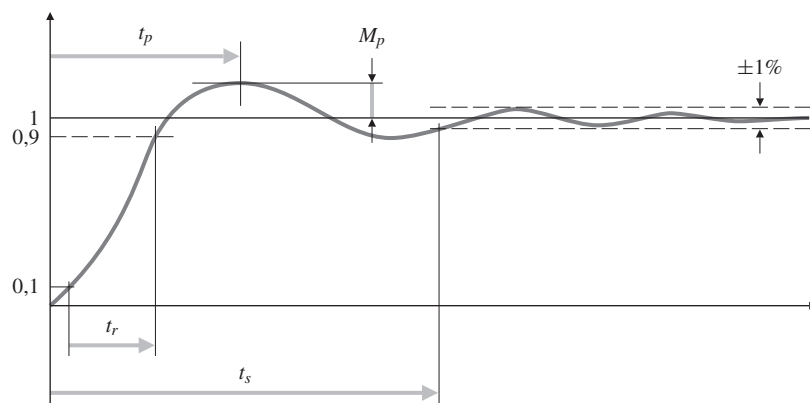


Figura 4: Medidas de desempenho da resposta transitória a uma entrada degrau (Fonte: [1])

Tabela 1: Parâmetros do sistema.

Grupo	d (V)	t_1 (s)	$e_{ss\%}$ (%)
1	-0.12	12	15
2	0.26	12	14
3	-0.13	12	13
4	0.27	12	12
5	-0.16	12	12.5
6	0.24	12	13.5
7	-0.15	12	14.5
8	0.26	12	15.5
9	-0.17	12	15
10	0.28	12	14
11	-0.1	12	13
12	0.24	12	12
13	-0.14	12	12.5
14	0.27	12	13.5
15	-0.11	12	14.5
16	0.25	12	15.5
17	-0.13	12	15
18	0.24	12	14
19	-0.17	12	13
20	0.22	12	12
21	-0.13	12	12.5
22	0.21	12	13.5
23	-0.15	12	14.5
24	0.25	12	15.5
25	-0.18	12	15
26	0.24	12	14
27	-0.12	12	13

Referências

- [1] Gene F. Franklin, J. David Powell, and Abbas Emami-Naeini. *Sistemas de Controle para Engenharia*. Grupo A / Bookman, 6 edition, 2013.