

Relatório

BOBINAS DE HELMHOLTZ

Dept. de Eletrónica, Telecomunicações e Informática
Mecânica e Campo Eletromagnético (MCE)
Universidade de Aveiro

Vitor Alves, Bruno Oliveira, Carlos Verenzuela



(104296) vitor.alves@ua.pt, (113663) brunogoliveira@ua.pt,
(114597) carlos.verenzuela@ua.pt

7 de novembro de 2023

Resumo

Neste relatório, são respondidas às questões sobre a preparação do trabalho e análise e tratamento de dados. É feito o estudo das Bobinas de Helmholtz, cujos objetivos são calibrar uma sonda de efeito de Hall por meio de um solenoide padrão (Parte A), medir o campo magnético ao longo do eixo de duas bobinas estreitas, e verificar o princípio da sobreposição, usando configuração de Helmholtz. (Parte B).

Seguiu-se uma metodologia rígida, de forma organizada e bem estruturada, tiveram-se cuidados na extração dos dados, e com ajuda das equações e conhecimentos prévios, chegou-se às conclusões pretendidas.

Índice de Conteúdo

| | |
|-----------------------------------|----|
| Capítulo 1..... | 1 |
| Introdução..... | 1 |
| Capítulo 2..... | 2 |
| Metodologia..... | 2 |
| Capítulo 3..... | 8 |
| Análise e Discussão..... | 8 |
| Capítulo 4..... | 10 |
| Conclusões | 10 |
| Anexos..... | 11 |
| Conteúdo do Excel da Parte A..... | 11 |
| Conteúdo do Excel da Parte B..... | 12 |
| Bibliografia..... | 16 |

Capítulo 1

Introdução

Os principais objetivos deste trabalho consistem em calibrar uma sonda de efeito de Hall por meio de um solenoide padrão, medir o campo magnético ao longo do eixo de duas bobinas estreitas e verificar o princípio da sobreposição, usando configuração de Helmholtz.

Neste sentido, este documento apresenta os objetivos do Projeto, a metodologia aplicada, detalhes experimentais relevantes, e uma análise dos resultados experimentais.

Capítulo 2

Metodologia

Este capítulo contém informações relevantes acerca da metodologia utilizada para as experiências laboratoriais.

Portanto, começa-se por apresentar cada uma das experiências efetuadas e a sua finalidade:

- Parte A – Calibração da sonda de Hall.
- Parte B – Verificação do princípio da sobreposição para o campo magnético.

Para estas experiências, são usadas as equações mostradas abaixo:

$$B_{sol} = \mu_0 \frac{N}{l} I_S \quad (1)$$

Equação 1 - Expressão do campo magnético no interior de um solenoide de comprimento infinito, sendo N/l o número de espiras por unidade de comprimento do solenoide, I_S , a corrente elétrica que o percorre e a constante μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A}$).

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + (x - x_0)^2)^{3/2}} \quad (2)$$

Equação 2 - Expressão para o campo magnético criado pelas duas bobinas num ponto x genérico do seu eixo, a partir da expressão do campo magnético no eixo de um anel de corrente.

$$\vec{F}_{mag} = q\vec{v}_d \times \vec{B} = qvB\hat{z} \quad (3)$$

Equação 3 – Fórmula para a determinação da força magnética (Força de Lorentz) sendo q a carga de um portador de carga móvel e v_d a velocidade de arrastamento.

$$B = C_c V_H \quad (4)$$

Equação 4 - Fórmula para determinar a constante de proporcionalidade (ou constante de calibração), C_c para uma dada sonda entre V_H e B .

$$\vec{F}_E = -qE\hat{z} \quad (5)$$

Equação 5 - Fórmula para a força elétrica, onde q é a carga e $E\hat{z}$ é o campo elétrico na direção z .

$$qE = qv_d B \quad (6)$$

Equação 6 - Relação entre a força elétrica e magnética em um semicondutor sujeito a um campo magnético e elétrico.

$$qE = q \frac{V_H}{a} = qvB \rightarrow V_H = vaB \quad (7)$$

Equação 7 - Descreve a relação entre a tensão de Hall (V_H), a velocidade (v), a largura do bloco (a), a carga (q), e o campo magnético (B).

$$I_H = nqv \rightarrow v = \frac{I_H}{nq} \quad (8)$$

Equação 8 - Relação entre a corrente de Hall (I_H), a velocidade (v), a densidade de portadores (n), e a carga (q).

$$V_H \propto I_H B \quad (9)$$

Equação 9 - Indica a proporcionalidade entre a tensão de Hall (V_H), a corrente de Hall (I_H), e o campo magnético (B).

Relativamente à Parte A (ver Figura 1), esta consiste na utilização do seguinte material:

- Sonda de Hall.
- Voltímetro.
- Fonte de alimentação simétrica.
- Reóstato.
- Amperímetro.
- Solenoide padrão.

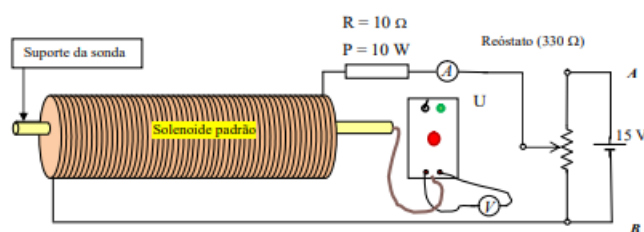


Figura 1¹ - Esquema de Montagem da Parte A.

Relativamente à Parte B (ver Figura 2), esta partilha todo o material anteriormente referido, com exceção dos Solenoide padrão que agora é substituído pelas Bobinas de Helmholtz, duas bobinas em disposição geométrica de forma a ficarem separadas a uma distância, R , igual ao seu raio (configuração de Helmholtz).

Ao longo da experiência certificámo-nos de que as bobinas se mantinham sempre na mesma posição. Para tal evitávamos mexer nas mesmas e mediamos a distâncias entre elas antes de cada registo.

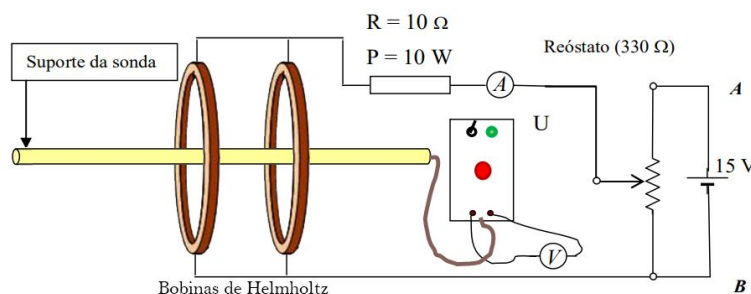


Figura 2² - Esquema de Montagem da Parte B.

¹ Figura retirada da página 4 do guião prático, fornecido aos alunos.

² Figura feita a partir das figuras das páginas 2 e 4 do guião prático, fornecido aos alunos, pelos Professores da UC.

Tendo determinado os materiais, e as montagens, das duas experiências laboratoriais, identificam-se agora em que consiste cada Parte.

Relativamente à Parte A, o objetivo é verificar como varia a tensão (V_H) em miliVolts, para diferentes valores de corrente elétrica (I_s), em Amperes. Configurou-se o circuito, como descrito no guião, procurou-se um ponto do eixo do solenoide que minimizasse a aproximação utilizada de solenoide infinito, calibrou-se a sonda (para a mesma apresentar 0mV) e foi-se variando a corrente, e registando a tensão de Hall para diferentes correntes no solenoide.

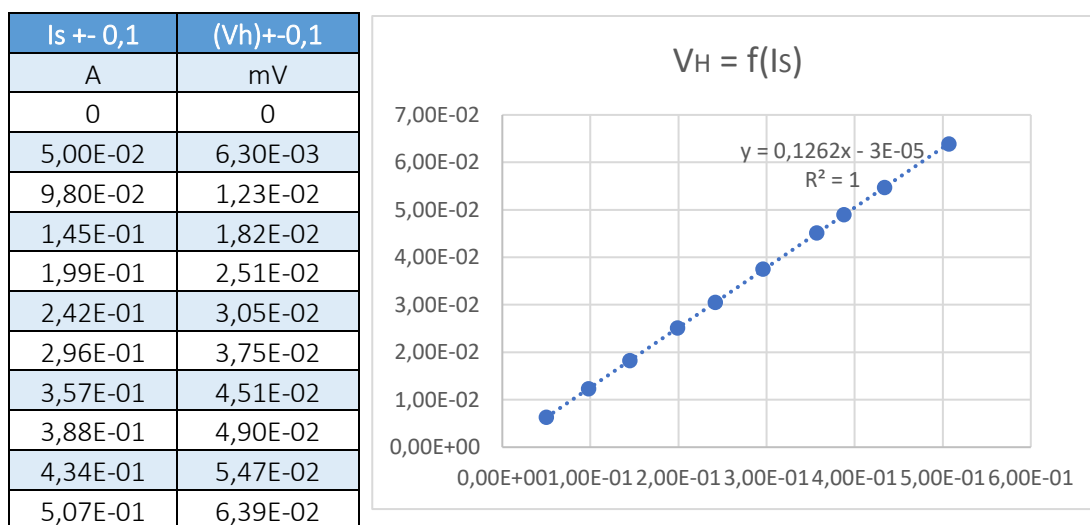


Figura 3 - Calibração da sonda de Hall - Registo da tensão(V) para os diferentes valores de I_s no solenoide padrão

Relativamente à Parte B, as bobinas foram colocadas na disposição geométrica de Helmholtz (que se manteve inalterada ao longo desta parte) e montou-se o circuito. De seguida a intensidade da corrente foi ajustada para $I = 0,499 \pm 0,001$ A, valor que é constante ao longo de toda a parte B do trabalho. Fazendo o uso da sonda de hall, foi medido o campo magnético ao longo do eixo de uma bobina, repetindo o processo para a outra bobina e ambas em série. E disso foi obtido o seguinte gráfico:

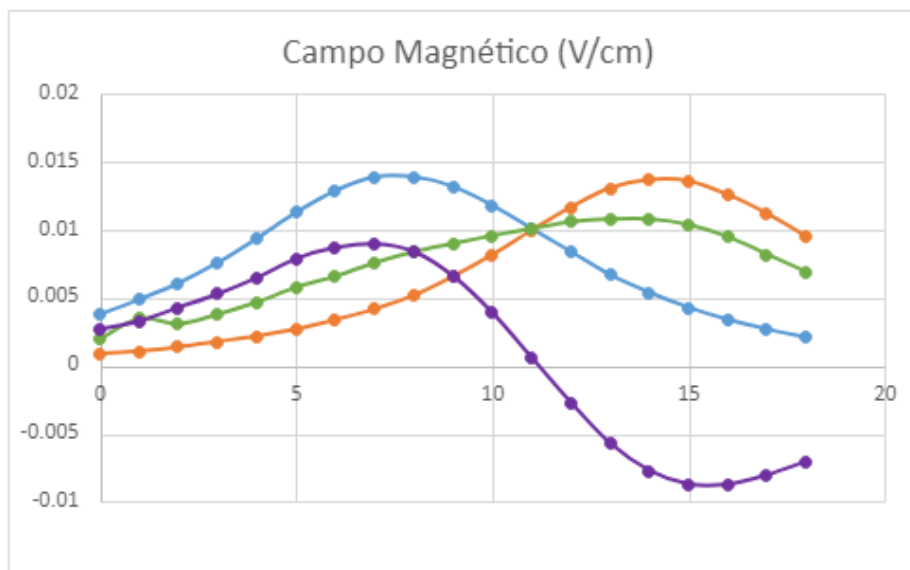


Figura 4 - [Parte B] Gráfico que mostra a variação do campo magnético.

Os dados coletados foram organizados em tabelas no Excel, que estão disponíveis no anexo da parte B deste documento.

Noutro sentido da metodologia aplicada, existem alguns cuidados aplicados durante toda a experiência. Garantir a integridade dos dados recolhidos é crucial, destacando a necessidade de uma montagem e preparação cuidadosa do equipamento.

Assim, é importante salientar que, na Parte A, foi dada uma atenção especial à calibração tanto da sonda de Hall quanto do voltímetro e amperímetro, além da seleção cuidadosa da posição para colocar a sonda, visando a detecção do campo como se estivesse em um solenoide infinito.

Quanto à Parte B, foi assegurado que as bobinas permanecessem fixas durante toda a experiência e que não houvesse alteração na corrente.

Capítulo 3

Análise e Discussão

Neste capítulo apresentam-se alguns aspetos relevantes para a análise dos resultados obtidos neste projeto, assim como os principais cálculos efetuados – seguindo-se uma lógica baseada em cada uma das Partes (A e B).

Recorrendo à fórmula (4):

$$B = Cc VH$$

Obtemos:

$$Cc = \frac{N \mu_0}{l \text{ m}}$$

Substituindo as constantes obtemos:

$$Cc = 3467 \cdot \frac{0.00000125664}{0.126} = 0.0345775467$$

Estimação do número de espiras da bobina de Helmholtz (ver fórmula (2)):

$$\begin{aligned} \frac{B_{Max}}{B(0)} &= \frac{B_{Max}}{\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I \cdot R^2}{(R^2 + 0^2)^{\frac{3}{2}}}} = \frac{B_{Max}}{\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R}} \\ &= \frac{0.0139}{\frac{0.00000125664 \cdot 0.499}{2 \cdot 0.0250}} \approx 276 \pm 2 \text{ espiras} \end{aligned}$$

Assim, através do gráfico da figura 4 e da variação do campo magnético, verifica-se o Princípio da Sobreposição do campo magnético.

Erros experimentais:

$$\text{Erro do declive } \Delta m = |m| \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{N-2}} = 0, \text{ uma vez que o } r = 1.$$

$$\Delta Cc = \left| \frac{\partial cc}{\partial m} \right| \Delta m + \left| \frac{\partial cc}{\partial \frac{N}{l}} \right| \Delta \frac{N}{l} = \left(\frac{\mu_0}{m^2} \cdot \frac{N}{l} \right) \Delta m + \left(\frac{\mu_0}{m} \right) \Delta \frac{N}{l} = \left(\frac{4\pi \times 10^{-7}}{0.126^2} \cdot 3467 \right) \cdot 0 + \left(\frac{4\pi \times 10^{-7}}{0.126} \right) \cdot 60 = 0.000598$$

$$\Delta Bexp = \left| \frac{\partial Bexp}{\partial Cc} \Delta Cc \right| + \left| \frac{\partial Bexp}{\partial VH} \Delta VH \right| = |VH \cdot \Delta Cc| + |Cc \cdot \Delta VH| = |0.0639 \cdot 0.0006| + |0.0345775467 \cdot 0.0001| = 0.00004 \text{ T}$$

$$\Delta Bteo = \left| \frac{\partial Bteo}{\partial Cc} \Delta Cc \right| + \left| \frac{\partial Bexp}{\partial VH} \Delta VH \right| = \left| \frac{\mu_0}{2R} \cdot \Delta I \right| + \left| -1 \cdot \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot R^2} \cdot \Delta R \right| = \left| \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2 \cdot 0.0250} \cdot 0.001 \right| + \left| -1 \cdot \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 0.499}{2 \cdot 0.0250^2} \cdot 0.0005 \right| = 2.26 \times 10^{-8} \text{ T}$$

$$\begin{aligned} \Delta \text{número espiras} &= \left| \frac{\partial N}{\partial Bexp} \Delta Bexp \right| + \left| \frac{\partial N}{\partial Bteo} \Delta Bteo \right| \\ &= \left| \frac{1}{Bteo} \cdot \Delta Bexp \right| + \left| -1 \cdot \frac{Bexp}{(Bteo)^2} \cdot \Delta Bteo \right| \\ &= \left| \frac{1}{0.00000831} \cdot 0.00004 \right| + \left| -1 \cdot \frac{0.0139}{(1.2 \cdot 10^{-5})^2} \cdot 2.26 \times 10^{-8} \right| = 2 \text{ espiras} \end{aligned}$$

Precisão valor experimental:

$$\text{Erro relativo } Cc (\%) = \frac{\Delta Cc}{Cc} \times 100 = \frac{0.000598}{0.0345775467} \times 100 = 1.73 \%$$

$$\text{Erro relativo número espiras } (\%) = \frac{\Delta \text{número espiras}}{\text{número espiras}} \times 100 = \frac{2}{276} \times 100 = 0.7 \%$$

Uma vez que os cálculos dos erros relativos para os resultados foram inferiores a 10%, podemos considerar que os resultados foram precisos. A maior fonte de erro terão sido as medições e o próprio erro humano.

Capítulo 4

Conclusões

Com este trabalho concluíram-se várias ideias como:

Através desta experiência prática foram aprofundados e consolidados conhecimentos adquiridos durante as aulas de MCE.

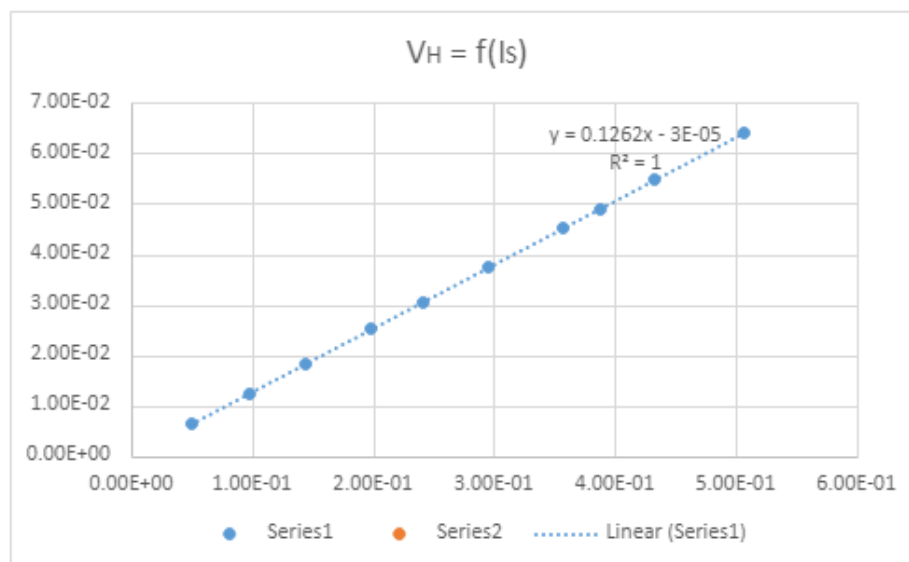
A tensão de Hall, V_H , é diretamente proporcional à corrente de Hall, que percorre o material e ao campo magnético, $|B|$. Assim, para um valor de I_H constante (0,50A), V_H é proporcional a B . Podemos confirmar este facto através do gráfico $V_H = f(I_s)$ (Figura 3).

E fomos capazes então de verificar o Princípio da sobreposição através do estudo do campo magnético criado por bobinas na configuração de Helmholtz.

Anexos

Conteúdo do Excel da Parte A

| $I_s \pm 0,1$ | $(V_H) \pm 0,1$ |
|---------------|-----------------|
| A | mV |
| 0 | 0 |
| 5.00E-02 | 6.30E-03 |
| 9.80E-02 | 1.23E-02 |
| 1.45E-01 | 1.82E-02 |
| 1.99E-01 | 2.51E-02 |
| 2.42E-01 | 3.05E-02 |
| 2.96E-01 | 3.75E-02 |
| 3.57E-01 | 4.51E-02 |
| 3.88E-01 | 4.90E-02 |
| 4.34E-01 | 5.47E-02 |
| 5.07E-01 | 6.39E-02 |



Conteúdo do Excel da Parte B

DDP = Diferença De Potencial

Bobina 1

| DDP | DDP | Distância |
|------|----------|-----------|
| | 0.000001 | 0.05 |
| mV | V | cm |
| 3.8 | 0.0038 | 0 |
| 4.9 | 0.0049 | 1 |
| 6.1 | 0.0061 | 2 |
| 7.6 | 0.0076 | 3 |
| 9.4 | 0.0094 | 4 |
| 11.3 | 0.0113 | 5 |
| 12.9 | 0.0129 | 6 |
| 13.9 | 0.0139 | 7 |
| 13.9 | 0.0139 | 8 |
| 13.2 | 0.0132 | 9 |
| 11.8 | 0.0118 | 10 |
| 10.1 | 0.0101 | 11 |
| 8.4 | 0.0084 | 12 |
| 6.7 | 0.0067 | 13 |
| 5.4 | 0.0054 | 14 |
| 4.3 | 0.0043 | 15 |
| 3.4 | 0.0034 | 16 |
| 2.7 | 0.0027 | 17 |
| 2.1 | 0.0021 | 18 |

Bobina 2

| DDP | DDP | Distância |
|------|----------|-----------|
| | 0.000001 | 0.05 |
| mV | V | cm |
| 0.9 | 0.0009 | 0 |
| 1.1 | 0.0011 | 1 |
| 1.4 | 0.0014 | 2 |
| 1.8 | 0.0018 | 3 |
| 2.2 | 0.0022 | 4 |
| 2.7 | 0.0027 | 5 |
| 3.4 | 0.0034 | 6 |
| 4.2 | 0.0042 | 7 |
| 5.2 | 0.0052 | 8 |
| 6.6 | 0.0066 | 9 |
| 8.2 | 0.0082 | 10 |
| 10 | 0.01 | 11 |
| 11.7 | 0.0117 | 12 |
| 13.1 | 0.0131 | 13 |
| 13.7 | 0.0137 | 14 |
| 13.6 | 0.0136 | 15 |
| 12.6 | 0.0126 | 16 |
| 11.2 | 0.0112 | 17 |
| 9.5 | 0.0095 | 18 |

Soma das
bobinas

| DDP | DDP | Distância |
|------|----------|-----------|
| | 0.000001 | 0.05 |
| mV | V | cm |
| 2 | 0.002 | 0 |
| 3.5 | 0.0035 | 1 |
| 3.1 | 0.0031 | 2 |
| 3.8 | 0.0038 | 3 |
| 4.7 | 0.0047 | 4 |
| 5.8 | 0.0058 | 5 |
| 6.6 | 0.0066 | 6 |
| 7.6 | 0.0076 | 7 |
| 8.4 | 0.0084 | 8 |
| 9 | 0.009 | 9 |
| 9.6 | 0.0096 | 10 |
| 10.1 | 0.0101 | 11 |
| 10.6 | 0.0106 | 12 |
| 10.8 | 0.0108 | 13 |
| 10.8 | 0.0108 | 14 |
| 10.4 | 0.0104 | 15 |
| 9.5 | 0.0095 | 16 |
| 8.2 | 0.0082 | 17 |
| 6.9 | 0.0069 | 18 |

Inversas
das
Bobinas

| DDP | DDP | Distância |
|------|----------|-----------|
| | 0.000001 | 0.05 |
| mV | V | cm |
| 2.7 | 0.0027 | 0 |
| 3.3 | 0.0033 | 1 |
| 4.3 | 0.0043 | 2 |
| 5.3 | 0.0053 | 3 |
| 6.5 | 0.0065 | 4 |
| 7.9 | 0.0079 | 5 |
| 8.7 | 0.0087 | 6 |
| 9 | 0.009 | 7 |
| 8.4 | 0.0084 | 8 |
| 6.6 | 0.0066 | 9 |
| 3.9 | 0.0039 | 10 |
| 0.6 | 0.0006 | 11 |
| -2.7 | -0.0027 | 12 |
| -5.7 | -0.0057 | 13 |
| -7.7 | -0.0077 | 14 |
| -8.7 | -0.0087 | 15 |
| -8.7 | -0.0087 | 16 |
| -8 | -0.008 | 17 |
| -7 | -0.007 | 18 |

Bibliografia

[1] Guião análise de dados, sebenta 2012-13

[2] Serway, R. A., Physics for Scientist and Engineers with modern Physics, 2000, Saunder College Publishing.(Serway & Jewett, 2004)