



universidade
de aveiro

departamento de física

MECÂNICA E CAMPO ELETROMAGNÉTICO

ano letivo 2023/2024

Capítulo 1. Fundamentos de Mecânica Clássica

1.1 Cinemática da partícula

1. A posição de um objeto que se move segundo uma linha reta é dada por:

$$x = 3,0t - 4,0t^2 + t^3$$

em que x é expresso em metros e t em segundos.

- a) Calcule a posição do objeto para $t = 1, 2, 3$ e 4 s. *substituir*
- b) Qual o espaço percorrido entre $t = 0$ e $t = 4$ s? $x(4) = 12 - 64 + 64 = 12\text{m}$
- c) Qual a velocidade média no intervalo de tempo $t = 2$ e $t = 4$ s?
- d) Determine a expressão para a velocidade em função do tempo. *derivar $\Rightarrow v = 3 - 8t + 3t^2$*

2. Um carro parte do repouso com uma aceleração de 4 m.s^{-2} durante 4 s. Durante os 10 s seguintes, move-se com movimento uniforme. Em seguida, aplicam-se os travões e o carro trava com aceleração de 8 m.s^{-2} até parar.

- a) Represente graficamente a velocidade em função do tempo.
- b) Determine a distância percorrida, desde a partida.

3. As coordenadas de um corpo são $x = 2\text{sen}(\omega t)$ e $y = 2\text{cos}(\omega t)$, onde x e y estão em centímetros.

- a) Estabeleça a equação da trajetória, em coordenadas cartesianas.
- b) Determine o valor da velocidade, num instante qualquer.
- c) Determine as componentes tangencial e normal da aceleração, num instante qualquer.
- d) Identifique o tipo de movimento descrito pelas equações.

4. Confirme a expressão da aceleração centrípeta por análise dimensional.

5. A aceleração de um corpo que se move ao longo de uma linha reta é dada por:

$$\vec{a} = (4 - t^2) \hat{i}$$

em que as unidades da a são m.s^{-2} e de t são segundos. Determinar a velocidade e a posição em função do tempo, sabendo que para $t = 3$ s, temos $v = 2 \text{ m.s}^{-1}$ e $x = 9$ m.

6. Dois projéteis são lançados, simultaneamente, um para cima na direção vertical, e outro numa direção que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Determine a relação das velocidades iniciais para que, quando o primeiro atinja o solo, o segundo atinja a altura máxima. Verifique que esta relação se reduz a metade se os dois projéteis atingirem simultaneamente o solo.

7. Um projétil é lançado com uma velocidade de 100 m.s^{-1} , fazendo um ângulo de 60° com a horizontal. Calcule:

- a) o alcance do projétil.
- b) a altura máxima.
- c) a velocidade e a altura 10 s, após o lançamento.

8. Determine o valor da velocidade e a aceleração centrípeta da Terra no seu movimento em torno do Sol. O raio da órbita da Terra é de $1,49 \times 10^{11} \text{ m}$.

9. Um corpo desloca-se num arco de circunferência de raio $r=1,0$ m no plano OXY , segundo

$$s(t) = 2t - t^2$$

Em $t=0$ encontra-se na origem $(0,0)$ e o sentido positivo de $s(t)$ é o sentido retrógrado.

Determine, usando coordenadas cartesianas:

- o vetor de posição da partícula em qualquer instante.
- o vetor velocidade em qualquer instante.
- o vetor aceleração em qualquer instante.
- as componentes, tangencial e normal da aceleração em $t=0,5$ s.
- a distância percorrida até $t=2$ s. Qual é a posição?

10. Um corpo descreve uma trajetória circular de raio igual a 2 m, com velocidade angular

$$\omega = 3t + 1$$

onde t é expresso em segundos.

- Calcule o vetor aceleração do corpo, no instante $t = 1$ s (valor e ângulo do vetor com a tangente à circunferência).
- Determine a equação que descreve o espaço percorrido, em função do tempo.

Soluções de I.1.1

1- a) $\vec{x}(1) = 0\vec{e}_x$ m; $\vec{x}(2) = -2\vec{e}_x$ m; $\vec{x}(3) = 0\vec{e}_x$ m; $\vec{x}(4) = 12\vec{e}_x$ m; b) $d = 17,5$ m;

c) $\|\vec{v}_{med}\| = 7 \text{ m.s}^{-1}$ d) $\vec{v} = (3,0 - 8,0t + 3t^2)\vec{e}_x \text{ m.s}^{-1}$

2- b) $d = 208$ m

3- a) $x^2 + y^2 = 4$; b) $2 \omega \text{ cm.s}^{-1}$; c) $a_T = 0$, $a_N = 2 \omega^2 \text{ cm.s}^{-2}$

4- $a_N = v^2/r : [L][T]^{-2} = ([L][T]^{-1})^2/[L]$

5- $\vec{v} = (-1 + 4t - t^3/3)\hat{i} \text{ m.s}^{-1}$;

$\vec{x} = (0,75 - t + 2t^2 - t^4/12)\vec{e}_x \text{ m}$

6- $\|\vec{v}_{01}\| / \|\vec{v}_{02}\| = 1/4$;

$$\|\vec{v}_{01}\| / \|\vec{v}_{02}\| = 1/2$$

7- a) $x(2t_h) = 884$ m; b) $h = 383$ m; c) $v(10) = 51,3 \text{ m.s}^{-1}$; $h(10) = 376$ m

8- $\|\vec{v}\| = 2,97 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$; $a_c = 5,9 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$

9- a) $\vec{r} = -1 + \cos(2t - t^2)\vec{e}_x + \sin(2t - t^2)\vec{e}_y$; b) $\vec{v}_x = -(2 - 2t)\sin(2t - t^2)\vec{e}_x$;

$$\vec{v}_y = (2 - 2t)\cos(2t - t^2)\vec{e}_y; \|\vec{v}\| = 2 - 2t$$

c) $\vec{a}_x = -(2 - 2t)^2\cos(2t - t^2) + 2\sin(2t - t^2)\vec{e}_x$;

$$\vec{a}_y = -(2 - 2t)^2\sin(2t - t^2) - 2\cos(2t - t^2)\vec{e}_y$$

d) $\vec{a}_T = -2u_t \hat{m.s}^{-2}$; $\vec{a}_N = 1 u_n \hat{m.s}^{-2}$ e) $d=2\text{m}$; $s=0$; ponto (0,0)

10- a) $\vec{a}(1) = 6 u_t \hat{+} 32 u_n \hat{}$; $\|\vec{a}(1)\| = 32,6 \text{ m/s}^2$; $\phi = 79,4^\circ$;

b) $s(t) = 2t + 3t^2$