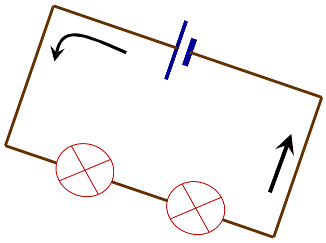
Sinais e Sistemas Electrónicos

Capítulo 1: Fundamentos (parte 2)



Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro

Sumário

- **Lei de Ohm;**
- **Resistividade;**
- **Potência dissipada numa resistência;**
- **Lei das correntes e lei das tensões de Kirchhoff;**
- **Análise de circuitos simples (um só *loop* / um par de nós);**
- **Combinação de fontes e de resistências;**
- **Divisores de tensão e de corrente.**

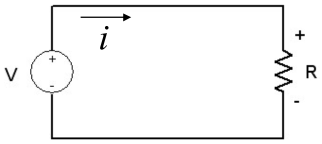
Lei de Ohm

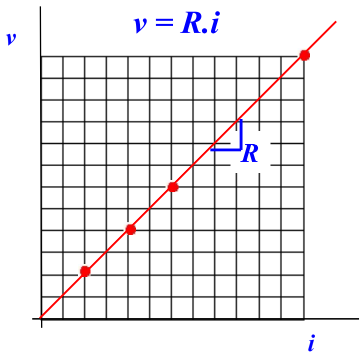
George Simon Ohm, físico alemão
(16-03-1789, 06-07-1854)

Lei de Ohm

- **Lei fundamental da electricidade enunciada pela primeira vez, em 1827, pelo físico alemão Georg Simon Ohm:**

"Para todo o *condutor linear*, existe uma razão constante entre a tensão *v* aos seus terminais e a corrente *i* que o atravessa"



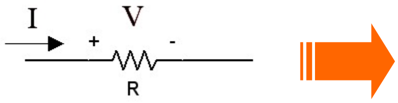


- **A constante de proporcionalidade é a Resistência, R.**

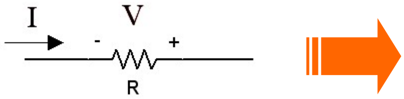
- **A resistência é uma medida da oposição que o condutor eléctrico oferece à passagem da corrente; Medida em *Ohm* (Ω);**

Lei de Ohm e os sinais da tensão e corrente

- **A expressão dada da Lei de Ohm é válida para uma resistência desde que se respeite a CSEP:**



$$v = R.i$$

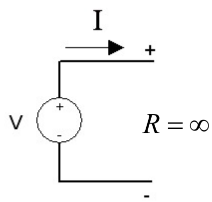


$$v = -R.i$$

Circuito aberto e curto-circuito

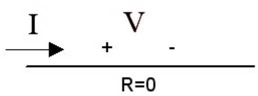
- **Num circuito aberto,**

  $\boldsymbol{R = \infty \quad \Rightarrow \quad i = v/R = 0}$



- **Num curto-circuito,**

  $\boldsymbol{R = 0 \quad \Rightarrow \quad v = R.i = 0}$

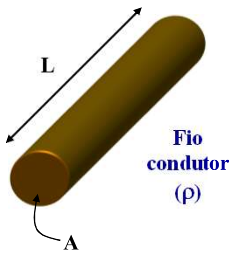


Nota: Nos circuitos que iremos estudar, os fios de ligação entre elementos são considerados ideais: apresentam $R = 0\Omega$.

Resistência e resistividade de materiais

- Os condutores reais apresentam uma resistência eléctrica que pode ser determinada por:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$



ρ - Resistividade do material, em Ωm;
L – comprimento, em m;
A – Área da secção, em m^2.

Material	$\rho\,(\Omega m)$
prata (Ag)	1.6×10^{-8}
cobre (Cu)	1.7×10^{-8}
ouro (Au)	2.2×10^{-8}
alumínio (Al)	2.7×10^{-8}
tungsténio (W)	5.5×10^{-8}

Potência dissipada numa resistência

- A resistência é o elemento passivo mais simples;
- A potência dissipada ou absorvida por uma resistência é sempre positiva;

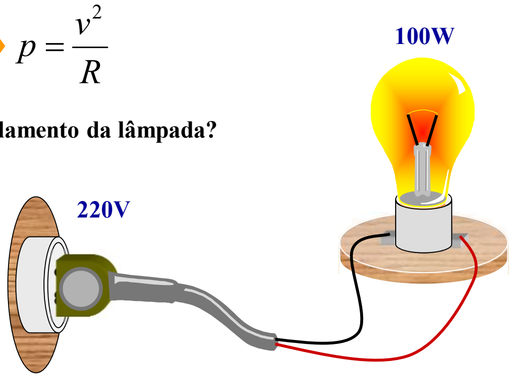
$$p = v.i = (R.i).i \Rightarrow p = R.i^2$$

$$p = v.i = v\left(\frac{v}{R}\right) \Rightarrow p = \frac{v^2}{R}$$

- Qual é o valor da resistência do filamento da lâmpada?

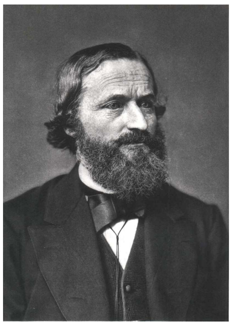
$$p = \frac{v^2}{R} \Leftrightarrow R = \frac{v^2}{p}$$

$$R = \frac{220^2}{100} = 484\Omega$$



Leis de Kirchhoff

lei das correntes



Gustav Robert Kirchhoff, físico alemão
(12-03-1824, 17-10-1887)

Pressupostos e definições

Na análise que se segue consideramos:

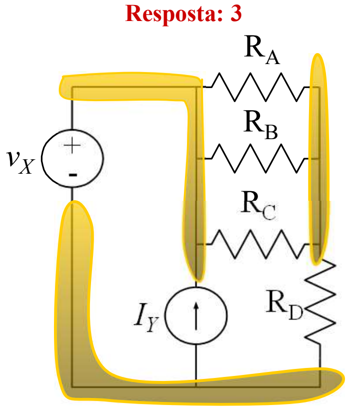
- **Nó – Ponto de ligação de dois ou mais elementos;**
- **Ramo – Caminho no circuito que liga dois nós.**
- **Caminho fechado ou *loop* – Qualquer caminho através do circuito que começa e termina no mesmo nó;**
- **Malha – *Loop* que não contém outros *loops* dentro dele.**

Nós

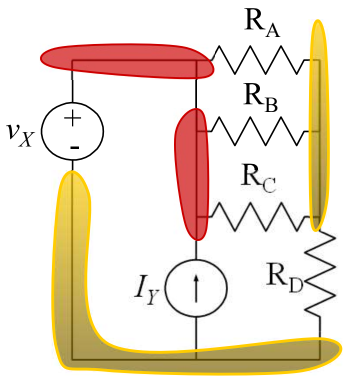
- **Para analisar um circuito é importante identificar os nós desse circuito.**

Quantos nós?

Resposta: 3



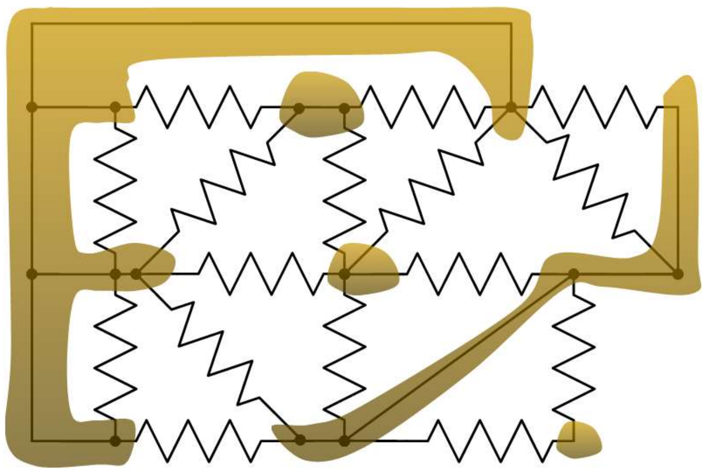
Dois pontos de ligação ligados por um fio constituem o mesmo nó



Nós

Quantos nós tem este circuito?

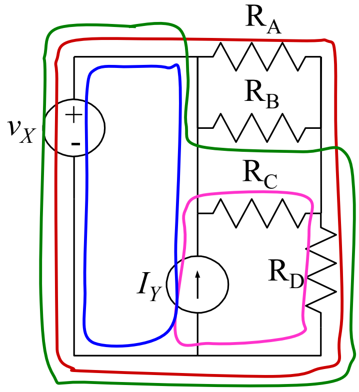
Resposta: 5



Caminhos fechados ou *loops*

- **Para analisar um circuito é importante <u>identificar *loops*</u> nesse circuito (embora não seja preciso identificar todos os *loops* possíveis).**

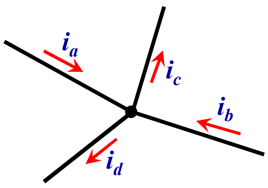
- **Alguns desses *loops* são:**



Lei das Correntes de Kirchhoff – 1ª lei: KCL

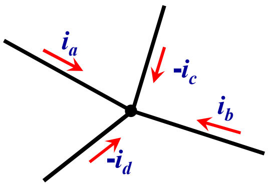
- **"A soma das correntes que entram num nó é igual à soma das correntes que saem desse nó"**

$$i_a + i_b = i_c + i_d$$



- **É uma consequência da Lei da Conservação da Carga: a carga não se pode perder nem criar num nó;**

- **Alternativamente pode ser enunciada como: "A soma algébrica das correntes que entram num nó é zero"**

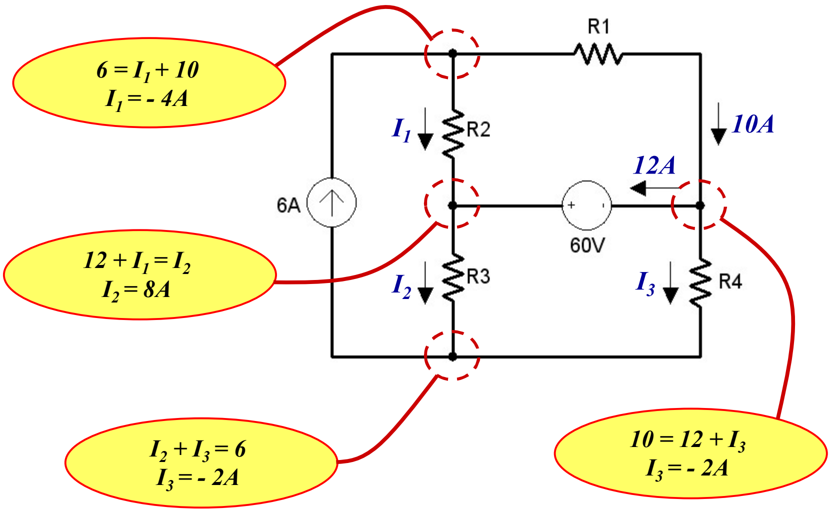


$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0$$

$$i_a + i_b - i_c - i_d = 0$$

Lei das Correntes de Kirchhoff – 1ª lei: KCL

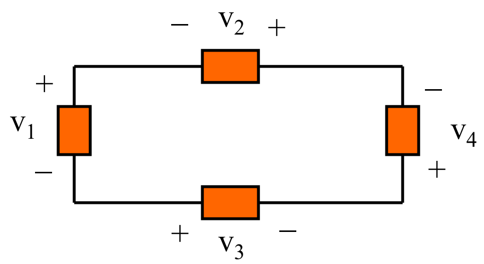
Calcular I_1, I_2 e I_3.



Leis de Kirchhoff

lei das tensões

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL



- **"A soma algébrica das tensões ao longo de um caminho fechado (*loop*) é zero"**

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0$$

- **É uma consequência da Lei da Conservação da Energia;**

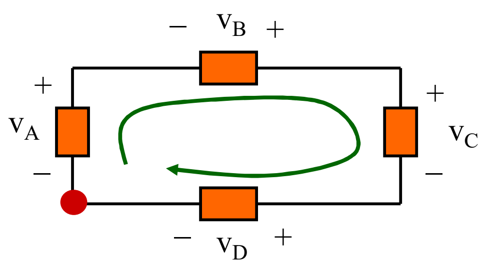
- **Mais genericamente,** $$\sum_{n=1}^{N} v_n = 0$$

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL

Para escrever a soma das tensões de um *loop*, procedemos da seguinte maneira:

1- Escolhemos um nó como ponto de partida do caminho fechado;

2- Percorremos o *loop* no sentido horário ou anti-horário, adicionando cada uma das tensões que encontramos;



3- O sinal algébrico atribuído a cada tensão é:

- **Positivo, se encontramos primeiro o sinal positivo (+) dessa tensão;**
- **Negativo, se encontramos primeiro o sinal negativo (-) dessa tensão;**

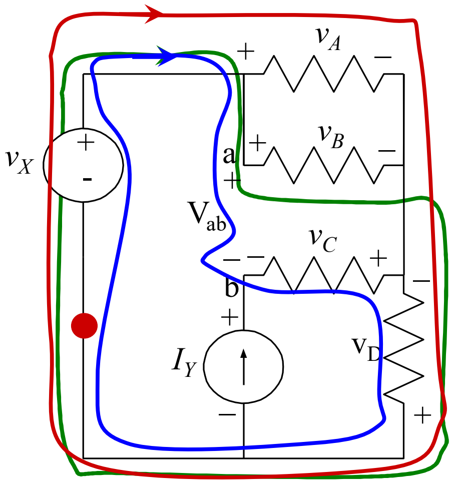
$$-v_A - v_B + v_C + v_D = 0$$

Lei das Tensões de Kirchhoff – 2ª lei: KVL

- **Podemos escrever tantas equações quantos os *loops* que conseguirmos identificar no circuito:**

$$-v_X + v_A - v_D = 0$$

$$-v_X + v_B - v_D = 0$$



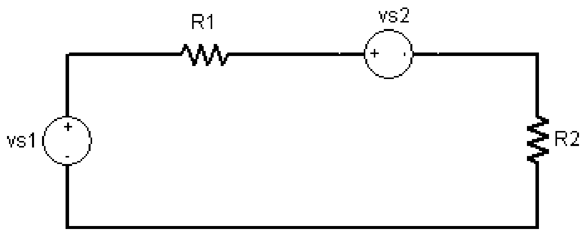
Excepção: *Caminho* a azul não é um *loop*, mas pode ser considerado para efeitos da aplicação da KVL:

$$-v_X + v_{ab} - v_C - v_D = 0$$

Análise de circuitos simples

Circuito com um só *loop* (ou uma só malha)

- Pretendemos analisar o circuito série dado;

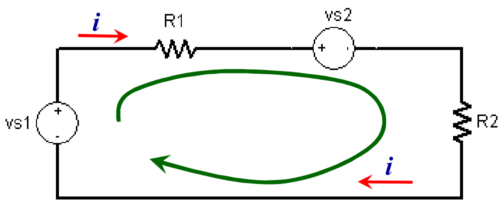


- Como este é um circuito série, a grandeza mais importante a determinar (da qual todas as outras dependem) é a corrente, i, no circuito.

Circuito com um só *loop* – determinação de i

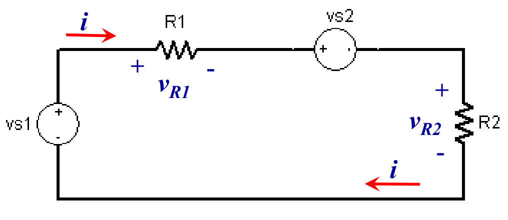
Aplicação da KVL

1- Arbitrar um sentido de referência para a corrente



Lembremos que elementos em série são percorridos pela mesma corrente.

2- Escolher as polaridades de referência para as tensões desconhecidas

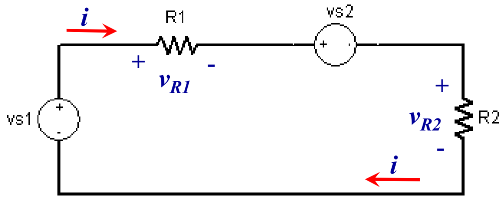


Convém escolher as polaridades de forma a que a corrente entre pelo lado positivo.

Circuito com um só *loop* – determinação de *i*

3- Com base na Lei das Tensões de Kirchhoff, escrever a equação:

$$-v_{s1} + v_{R1} + v_{s2} + v_{R2} = 0$$



4- Aplica-se a Lei de Ohm para expressar v_{R1} e v_{R2} em função de *i*:

$$v_{R1} = R_1.i \qquad v_{R2} = R_2.i$$

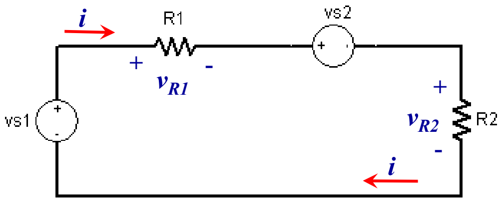
$$-v_{s1} + R_1.i + v_{s2} + R_2.i = 0$$

$$\boxed{i = \frac{v_{s1} - v_{s2}}{R_1 + R_2}}$$

Circuito com um só *loop*

- **Sabendo *i* podemos calcular praticamente tudo sobre o circuito, por exemplo:**
  - **A tensão aos terminais de R1:** $v_{R1} = R_1.i$
  - **A potência dissipada em R2:** $p_{R2} = R_2.i^2$
  - **As potências <u>absorvidas</u> por cada uma dos geradores:** $p_{s1} = v_{s1}.(-i)$

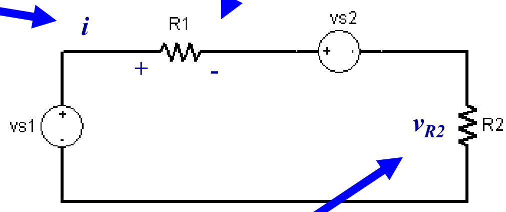
    $p_{s2} = v_{s2}.i$



Erros frequentes!…

Indicar polaridade… mas não indicar a tensão!

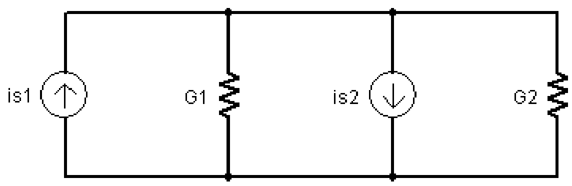
Indicar corrente… mas não o sentido!



Indicar tensão… mas não a polaridade!

Circuito com um par de nós

- **Pretendemos analisar o circuito paralelo dado;**

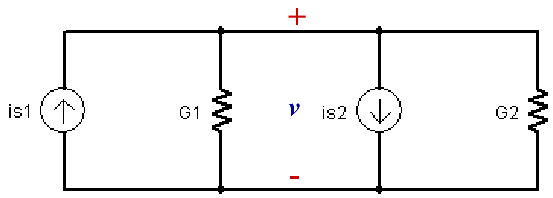


- **Neste caso, como se trata de um circuito paralelo, a grandeza mais importante a determinar (da qual todas as outras dependem) é a tensão, *v*, entre os dois nós.**

Circuito com um par de nós – determinação de *v*

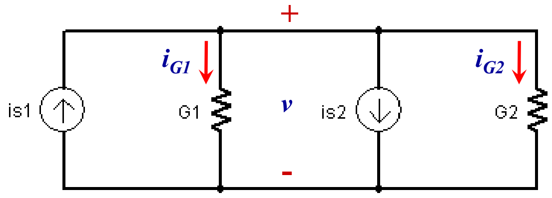
Aplicação da KCL

1- **Arbitrar uma polaridade de referência para a tensão *v*;**



Lembremos que elementos em paralelo estão todos à mesma tensão.

2- **Escolher sentidos de referência para as correntes desconhecidas;**

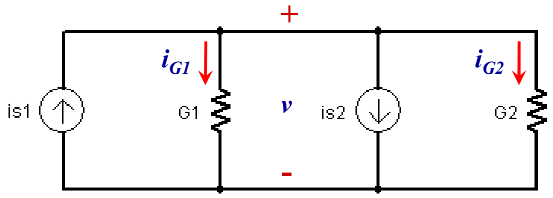


Convém escolher os sentidos de forma a que as correntes entrem pelo lado positivo da tensão.

Circuito com um par de nós – determinação de *v*

3- **Com base na Lei das Correntes de Kirchhoff, escrever a equação do nó:**

$$-i_{s1} + i_{G1} + i_{s2} + i_{G2} = 0$$



4- **Aplica-se a Lei de Ohm para expressar i_{G1} e i_{G2} em função de *v*:**

$$i_{G1} = G_1.v \qquad i_{G2} = G_2.v$$

$$-i_{s1} + G_1.v + i_{s2} + G_2.v = 0$$

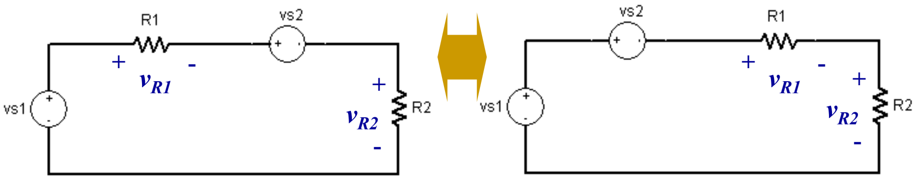
$$\boxed{v = \frac{i_{s1} - i_{s2}}{G_1 + G_2}}$$

Combinação de fontes e resistências

… para simplificar a análise de circuitos

Combinação de fontes

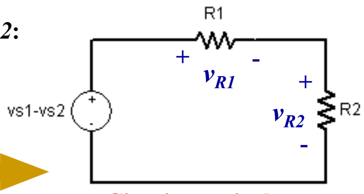
- **Notar que a posição relativa dos elementos num circuito série não afecta a corrente no mesmo.**



$$-v_{s1}+v_{R1}+v_{s2}+v_{R2}=0 \qquad -v_{s1}+v_{s2}+v_{R1}+v_{R2}=0$$

- **Podemos combinar as fontes de tensão *vs1* e *vs2*:**

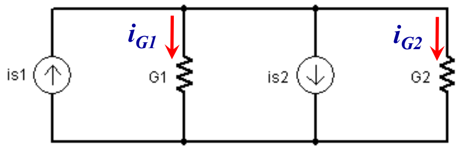
$$-\left(v_{s1}-v_{s2}\right)+v_{R1}+v_{R2}=0$$



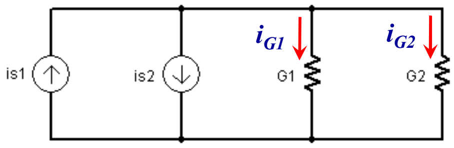
Circuito equivalente

Combinação de fontes

- O mesmo pode ser feito para as fontes de corrente.



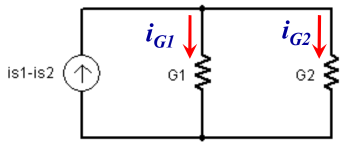
$$-i_{s1}+i_{G1}+i_{s2}+i_{G2}=0$$



$$-i_{s1}+i_{s2}+i_{G1}+i_{G2}=0$$

- Podemos combinar as fontes de corrente *is1* e *is2*:

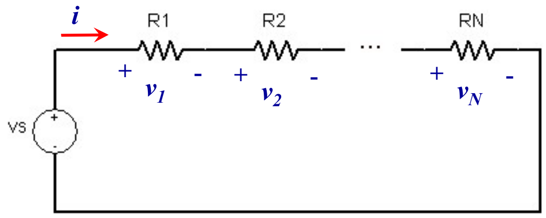
$$-\left(i_{s1}-i_{s2}\right)+i_{G1}+i_{G2}=0$$

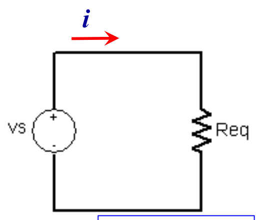


Circuito equivalente

Combinação de resistências – em série

- Num circuito podemos substituir combinações de resistências por uma resistência equivalente;





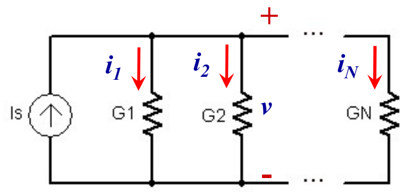
$$v_s=v_1+v_2+\ldots+v_N=R_1.i+R_2.i+\ldots+R_N.i$$

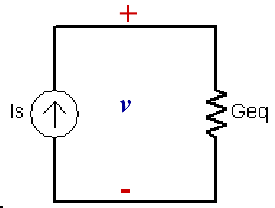
$$\boxed{v_s=R_{eq}.i}$$

$$v_s=\underbrace{\left(R_1+R_2+\ldots+R_N\right)}i$$

$$\boxed{R_{eq}=R_1+R_2+\ldots+R_N}$$

Combinação de resistências – em paralelo





$$i_s = i_1 + i_2 + \ldots + i_N = G_1.v + G_2.v + \ldots + G_N.v$$

$$\boxed{i_s = G_{eq}.v}$$

$$i_s = \underbrace{(G_1 + G_2 + \ldots + G_N)}.v$$

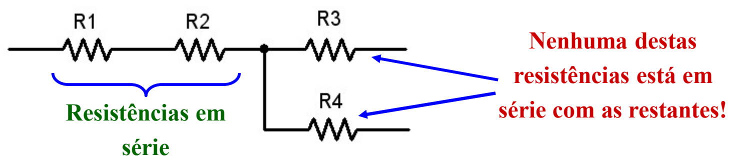
$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots + G_N$$

Nota: Para $N=2$ a resistência equivalente é dada por:

$$R_{eq2} = \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$$

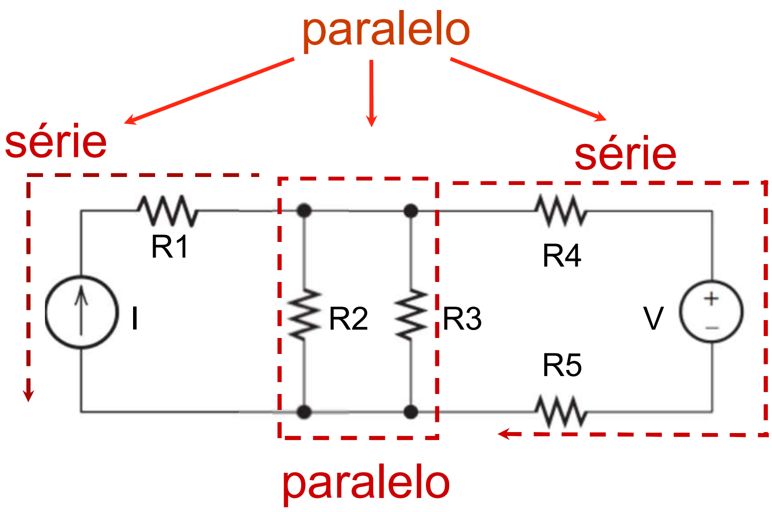
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_N}$$

Erros frequentes: Combinação de resistências



- **Nos elementos em série, não pode haver derivação nos pontos intermédios.**

Erros frequentes: Paralelos e séries



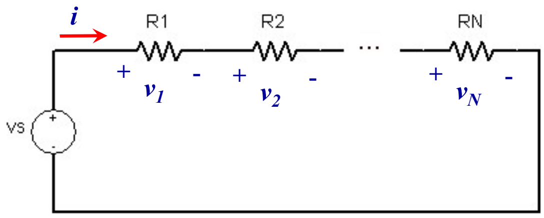
Divisores de tensão e de corrente

Circuitos muito comuns em electrónica!

$R = \frac{V}{I}$

Divisor de tensão

- **Serve para exprimir a tensão aos terminais de <u>uma resistência</u> num circuito com <u>várias resistências em série</u>.**



- **Aplicando a Lei de Ohm a R_j (com $1 \leq j \leq N$)**

$$v_j = R_j . i$$

- **Aplicando a mesma lei ao circuito todo**

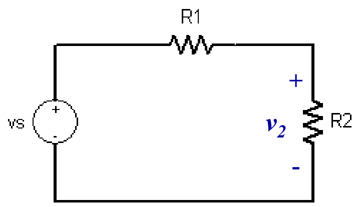
$$i = \frac{v_s}{R_1 + R_2 + \ldots + R_N}$$

- **Substituindo na expressão acima dá:**

$$\boxed{v_j = \frac{R_j}{R_1 + R_2 + \ldots + R_N} v_s}$$

Divisor de tensão com duas resistências

- **Aparece com mais frequência com apenas duas resistências (ou dois conjuntos) ligadas a uma fonte de tensão.**

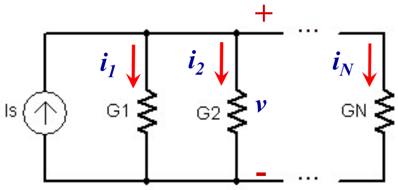


$$\boxed{v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_s}$$

Mnémónica: Tensão numa das resistências é a *resistência em causa* a dividir pela soma das resistências, vezes a tensão da fonte.

Divisor de corrente

- **É o dual do divisor de tensão e serve para exprimir a corrente através de <u>uma resistência</u> num circuito com <u>várias resistências em paralelo</u>.**



- **Aplicando a Lei de Ohm a G_j (com $1 \leq j \leq N$)**

$$i_j = G_j . v$$

- **Aplicando a mesma lei ao circuito todo**

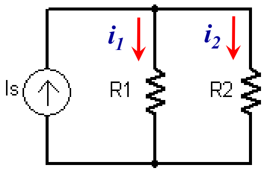
$$v = \frac{i_s}{G_1 + G_2 + \ldots + G_N}$$

- **Substituindo na expressão acima dá:** $$i_j = \frac{G_j}{G_1 + G_2 + \ldots + G_N} i_s$$

- **Ou:** $$\boxed{i_j = \frac{1/R_j}{1/R_1 + 1/R_2 + \ldots + 1/R_N} i_s}$$

Divisores de corrente com duas resistências

- **É também com apenas duas resistências (ou grupos de resistências) que o divisor de corrente surge com mais frequência.**

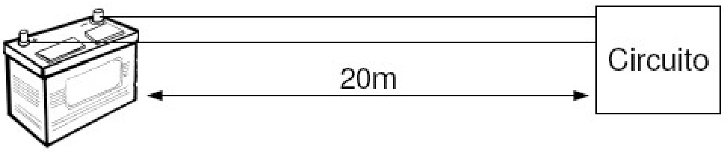


$$\boxed{i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_s}$$

Mnémónica: **Corrente numa das resistências é a *outra resistência* a dividir pela soma das resistências, vezes a corrente da fonte.**

Exercício de aplicação

Problema



Um par de condutores de cobre com 0,75mm² de secção é utilizado para ligar uma bateria de 12 V (tensão nominal) ao circuito que alimenta. O circuito e a bateria estão distantes entre si de 20m.

- Determine a resistência de cada um destes condutores.
- Se o circuito consumir 3A e a bateria tiver uma tensão de 12,3 V aos seus terminais, qual a d.d.p. aos terminais do circuito?

Resolução

1º: Resistência de cada fio condutor, R_C

$$R_C = \rho \frac{L}{A}$$

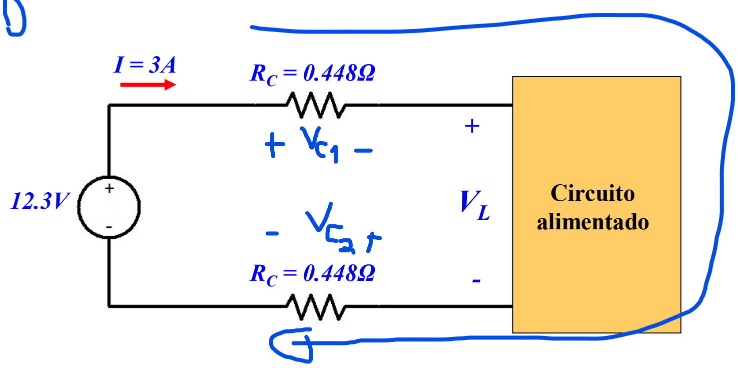
$$\rho = 1.68\text{x}10^{-8}\,\Omega.m$$
$$L = 20m$$
$$A = 0.75mm^2 = 0.75\text{x}10^{-6}\,m^2$$

$$R_C = 1.68\text{x}10^{-8}\,\frac{20}{0.75\text{x}10^{-6}} = 0.448\Omega$$

2º: Tensão aos terminais do circuito, V_L

$-12.3+R_{c_1}\cdot 3+V_L+3R_{c_2}=0$

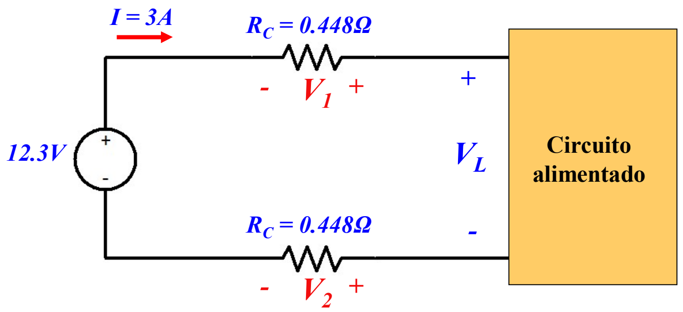
O circuito equivalente é:



$2(3R_c)-12.3=-V_L$

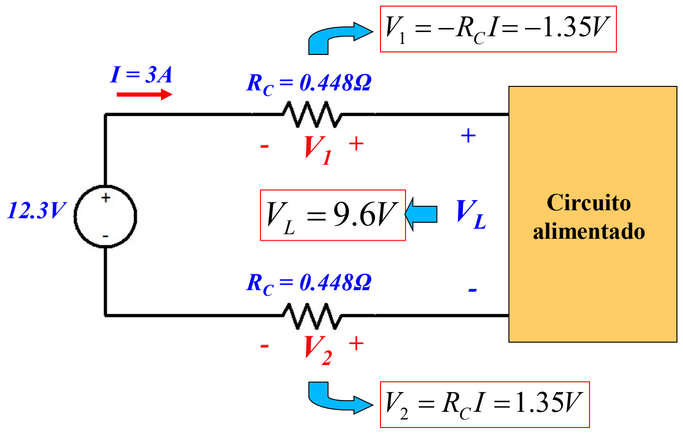
$V_L=9.6V$

- Para determinar V_L vamos usar *KVL*;
- …mas para isso precisamos de marcar tensões de referência nas resistências.



- **Aplicando KVL, obtermos:** $-12.3 - V_1 + V_L + V_2 = 0$
- **Usando a Lei de Ohm:** $V_1 = -R_C I$ e $V_2 = R_C I$
- **Substituindo…** $-12.3 + R_C I + V_L + R_C I = 0$
- **Substituindo os valores de R_C e I:** $-12.3 + 2(0.448\text{x}3) + V_L = 0$

$$V_L = 9.6V$$



- **Às tensões V1 e V2 é costume chamar-se quedas de tensão.**