APS – Modelando o mundo com Lógica de 1° Ordem

Carlos Eduardo Lima Franco da Silva

CENÁRIO: Mundo de Fantasia

PREDICADOS:

M(x): x é mago

F(x, y): x lança feitiço y

P(x): x é poderoso

D(x, y): x derrota y

C(x, y): x é aliado de y

FRASES:

$\exists \wedge \forall \wedge \rightarrow \vee \neg$

1. **Todo mago lança algum feitiço.**

$\forall x(M(x) \rightarrow \exists y F(x, y))$

2. **Existe um mago que é poderoso**

$\exists x(M(x) \wedge P(x)$

3. **Se um mago é poderoso, então ele pode derrotar qualquer outro mago**

$\forall x((M(x) \wedge P(x)) \rightarrow \forall y(M(y) \rightarrow D(x, y)))$

4. **Algum mago não é aliado de nenhum outro mago**

$\exists x(((M(x) \land \forall y\, M(y)) \to \neg C(x, y))$

5. **Se um mago derrota outro, então ele é mais poderoso que o derrotado**

$\forall x \forall y((M(x) \land M(y) \land D(x, y)) \to (P(x) \land \neg P(y)))$

6. **Todo mago que lança um feitiço é considerado poderoso**

$\forall x((M(x) \land \exists y\, F(x, y)) \to P(x))$

7. **Todo mago tem algum aliado**

$\forall x(M(x) \to \exists y(M(y) \land C(x, y)))$

8. **Nenhum mago derrota a si mesmo**

$\forall x(M(x) \to \neg D(x, x))$

9. **Algum mago lança um feitiço**

$\exists x \exists y(M(x) \land F(x, y))$

10. **Existe um mago que derrota todos os outros**

$\exists x(M(x) \land \forall y(M(y) \to D(x, y)))$

FRASES IMPLEMENTADAS NO PROLOG

1. **Todo mago lança algum feitiço.**

   lança(X, _) :- mago(X).

2. **Existe um mago que é poderoso.**

   mago_poderoso(X) :- mago(X), poderoso(X).

3. **Se um mago é poderoso, então ele pode derrotar qualquer outro mago.**

```
derrota(X, Y) :- mago(X), poderoso(X), mago(Y).
```

4. **Algum mago não é aliado de nenhum outro**

```
aliado(gandalf, merlin).

nao_aliado_de_nenhum(X) :-

    \+ mago(X), ( mago(Y), Y \= X, aliado(X, Y) ).
```

5. **Se uma mago derrota outro, então ele é mais poderoso que o derrotado.**

```
mais_poderoso_que(X, Y) :- mago(X), mago(Y), derrota(X, Y).
```

6. **Todo mago que lança um feitiço é considerado poderoso.**

```
lanca(gandalf, bolo_de_fogo).

poderoso(X) :- mago(X), lanca(X, _).
```

7. **Todo mago tem algum aliado.**

```
aliado(X, aliado_de(X)) :- mago(X).

todos_magos_tem_aliado :-

    \+ ( mago(X), \+ aliado(X, _) ).
```

8. **Nenhum mago derrota a si mesmo.**

```
lanca(gandalf, bola_de_fogo).

derrota(X, Y) :- mago(X), poderoso(X), mago(Y), X \= Y.

poderoso(X) :- mago(X), lanca(X, _).

nenhum_mago_derrota_si_mesmo :-
```

```
    \+ ( mago(X), derrota(X, X) ).
```

9. **Algum mago lança um feitiço.**

```
mago(gandalf).

lanca(gandalf, bola_de_fogo).
```

10. **Existe um mago que derrota todos os outros.**

```
campeao(X) :-

    mago(X),

    \+ ( mago(Y), Y \= X, \+ derrota(X, Y) ).
```

DEDUÇÃO NATURAL

DEDUÇÃO NATURAL

1° teorema

PREMISSA:

$\exists_x (m(x) \wedge P(x)). \vdash \exists_x m(x).$

1. $\exists x (m(x) \wedge P(x))$

$x_0 \rightarrow$ esp

2. $m(x_0) \wedge P(x_0)$ sup
3. $m(x_0)$ ($\wedge e$, 2)
4. $\exists x_0 m(x_0)$ ($\exists i$ 3)
5. $\exists x\, m(x)$ ($\exists e$ 1, 2-4)

PREMISSA:

$\forall_x (m(x) \rightarrow \exists_y F(x,y)). \vdash \forall_x (\neg \exists_y F(x,y) \rightarrow \neg m(x)).$

1. $\forall_x (m(x) \rightarrow \exists_y F(x,y)).$
2. $x_0 \rightarrow$ arb
3. $\neg \exists_y F(x_0, y)$, sup
4. $m(x_0)$ sup
5. $m(x_0) \rightarrow \exists_y F(x_0, y)$ ($\forall e$ 1)
6. $\exists_y F(x_0, y)$ (mp 4,5)
7. $\perp$ ($\neg e$ 3,6)
8. $\neg m(x_0)$ ($\neg i$ 4,7)
9. $\neg \exists_y F(\cancel{x_0}, y) \rightarrow \neg m(x)$ ($\rightarrow i$ 4 8)
10. $\forall x (\neg \exists_y F(x_0, y) \rightarrow \neg m(x)).$

tilibra