

Aplicación de métodos de interpolación geoestadísticos para la predicción de niveles digitales de una imagen satelital con líneas perdidas y efecto sal y pimienta

Application of geostatistical interpolation methods for prediction of digital levels by a satellite image with lines missing and salt and pepper effect

GUILLERMO A. TORO

Ingeniero Catastral y Geodesta, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Especialista en Sistemas de Información Geográfica, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Investigador del Centro de Investigación y Desarrollo de Información Geográfica CIAF, Grupo de Geoportales y Geoservicios (ICDE), Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Autor de Proyecto. Correo electrónico: memo.toro@gmail.com, gato-rob@egresado.udistrital.edu.co

CARLOS E. MELO

Ingeniero Catastral y Geodesta, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Especialista en Estadística, de la Universidad Nacional de Colombia. Magíster en Economía, de la Pontificia Universidad Javeriana. Candidato a Doctor en Estadística, Universitat de Barcelona. Docente de la Facultad de Ingeniería en el proyecto curricular de Ingeniería Catastral y Geodesia. Autor de Proyecto. Correo electrónico: cmelo@udistrital.edu.co

Clasificación del artículo: investigación (conciencias)

Fecha de recepción: 20 de abril de 2009

Fecha de aceptación: 23 de julio de 2009

Palabras clave: niveles digitales alterados, auto-correlación espacial, interpolador kriging ordinario, interpoladores determinísticos (IDW e IPL).

Key words: brightness value, spatial auto correlation, ordinary kriging, deterministic interpolator (IDW & LPI).

RESUMEN

La exploración de la superficie terrestre a partir de plataformas satelitales tiene como principios la captura de información de las diferentes coberturas terrestres en formato de imágenes, gracias

al procesamiento de la luz en sensores fotosensibles. En ocasiones, los detectores de los sensores se saturan temporalmente durante la exploración. El resultado es un segmento de línea parcialmente

con niveles digitales más altos o bajos que crean unas líneas horizontales, verticales o diagonales hasta que los detectores se recuperan. Un mal funcionamiento del sensor lleva a que aparezca una serie de píxeles aislados de aspecto muy contrastado con sus vecinos, efecto conocido como sal y pimienta. Este proyecto consistió en aplicar los métodos de interpolación geoestadísticos exactos para predecir los valores de los píxeles con niveles digitales erróneos. Los interpoladores conocidos como Kriging Ordinario, Interpolador IDW y el de Polinomios Locales fueron los seleccionados y evaluados.

ABSTRACT

The explorations of land surface from satellite platforms have the objective of capturing informa-

tion about different land coverage in images format, thanks to the light information processing by light-sensitive sensors. Sometimes, the sensors are saturated temporarily during the scan. It produces as a result, a line segment partially with digital higher or lower levels, that they create a horizontal, vertical or diagonal lines until the detectors recover. An impairment in the light-sensitive sensor produces that appear a series of pixels which has digital levels higher or lower in comparison with their neighbors, effect known as salt and pepper. This project consisted in applying geostatistical interpolation method to predict the values of the pixels disturbed. The geostatistical methods known as Ordinary Kriging, the Inverse Distance Weight Interpolation and the Local Polynomial Interpolator were the selected methods.

* * *

1. Descripción del problema

En la actualidad, se cuenta con una gran cantidad de plataformas satelitales que llevan consigo sensores especialmente diseñados y calibrados para que capturen información de la superficie terrestre en diferentes rangos del espectro electromagnético. Los sensores de barrido basan su funcionamiento en un espejo móvil, que oscila perpendicularmente en la dirección de la trayectoria de la plataforma. Los sensores de empuje eliminan el espejo oscilador y se reemplaza por una cadena de detectores que cubren todo el campo de visión del sensor y se van “excitando” con el movimiento de la órbita; de esta manera, se explora una línea completa a medida que se desplaza la plataforma. Los valores numéricos que adquieren los sensores son llamados niveles digitales. Los detectores no funcionan completamente o se saturan temporalmente durante la exploración. El resultado es una línea o un segmento de línea parcialmente con niveles digitales más altos o bajos que crean una línea horizontal o vertical hasta que los detectores se recuperan. Al momento de visualizarlas, se

presentarían como una serie de líneas (negras o blancas), o incluso una serie de píxeles aislados de aspecto muy contrastado con sus vecinos, efecto conocido como sal y pimienta. En ambos casos, se trata de información perdida, no se puede restaurar lo que nunca se obtuvo; únicamente, podemos mejorar artificialmente el aspecto visual de la imagen para su interpretación (figura 1).

El objetivo de este proyecto fue aplicar los métodos de interpolación geoestadísticos exactos para predecir los valores de los píxeles en los cuales se tienen valores muy altos o muy bajos, debido a los errores que se presentan al momento de la captura de la imagen por parte del sensor, ya que los métodos geoestadísticos tienen en cuenta la autocorrelación espacial para poder predecir un valor, pero, a diferencia de los métodos tradicionalmente utilizados, la geoestadística asigna pesos o ponderaciones a los diferentes puntos que se consideran cercanos y similares para la predicción.

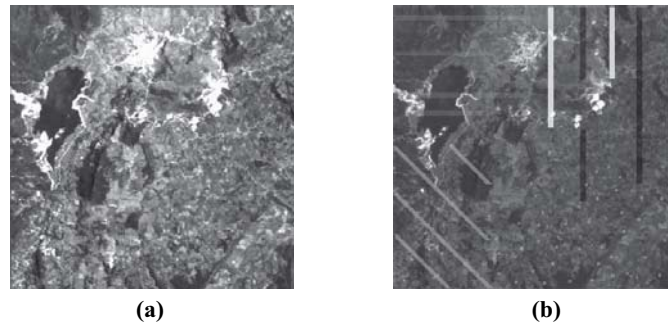


Figura 1. (a) Imagen sin ningún tipo de pérdida. (b) Imagen con los niveles digitales alterados

La alteración de los niveles digitales se llevó a cabo mediante el software ILWIS 3.2 de la siguiente manera: en la banda 1 se alteraron los niveles digitales y simuló las líneas horizontales perdidas. En la banda 2 se alteraron los niveles di-

gitales y simuló las líneas verticales perdidas. En la banda 3 se simuló las líneas diagonales perdidas y simultáneamente el efecto sal y pimienta como se indica en las figuras 2.

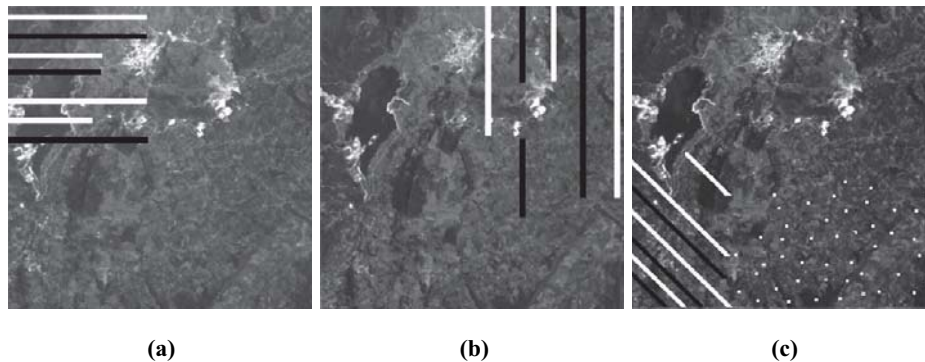


Figura 2. (a) Líneas horizontales erróneas en Banda 1. (b) Líneas verticales erróneas en Banda 2. (c) Líneas diagonales y efectos puntuales erróneos en banda 3

2. Descripción de las variables

Subescena de la Imagen Landsat (Row-Path=57-8) del sensor Thematic Mapper correspondiente a Bogota (La Calera – Embalse de San Rafael) con una resolución espacial de 28,5 metros por píxel, con un tamaño de 300 x 300 píxeles, que cubren un área de 73,1025 km² de la cual se trabajó con las bandas correspondientes al espectro visible (Banda 1, Banda 2, Banda 3). Para resumir la descripción del proceso se toma la banda 3, puesto que el proceso es similar en las tres bandas. A con-

tinuación, se presentan las estadísticas descriptivas.

Tabla 1. Estadísticas Unibanda Banda 3 región del espectro rojo

Región del Espectro Visible	Rojo (0,6-0,7 μ m)
Nivel Digital Mínimo:	3
Nivel Digital Máximo:	170
Media:	27.012
Mediana	22
Moda	19
Desviación Estándar	24.648

3. Justificación de la elección de estos métodos

La mínima varianza en los métodos kriging, ya que existen otros métodos de interpolación como el de distancias inversas o el poligonal, que no garantizan varianza mínima de predicción (Samper y Carrera, 1990).

El IDW asume que cada punto medido tiene una influencia local que disminuye con la distancia. Les asigna una ponderación mayor a los puntos más cercanos a la posición por predecir, que a aquellos que se encuentran más alejados, de ahí el nombre de distancia inversa ponderada.

Cuando el conjunto de datos exhibe variaciones de corto rango, los mapas de interpolación local polinómica pueden capturar la variación de corto rango. La interpolación local polinómica es sensible a la distancia de la vecindad. La mínima varianza en los métodos kriging, ya que existen otros métodos de interpolación como el de distancias inversas o el poligonal, que no garantizan varianza mínima de predicción (Samper y Carrera, 1990).

Como se observa, los supuestos de estos tres métodos se ajustan adecuadamente a la problemática de errores en los niveles digitales en las imágenes satelitales por fallos en el sensor. Aunque el método Kriging minimiza la varianza a diferencia de los métodos determinísticos seleccionados, éstos, a su vez, ponderan de una manera diferente los niveles digitales cercanos y vale la pena evaluar los métodos para finalmente compararlos y obtener conclusiones¹.

4. Análisis estructural

4.1. Normalidad

Como se observa, en el histograma de la banda

¹ Se recomienda consultar la bibliografía sobre Métodos de Interpolación de Geoestadística, ya que en este documento se muestra la generalidad conceptual de los métodos, no se profundiza.

3, los datos no siguen una distribución normal, de hecho, presentan un sesgo a la derecha y asimetría a la izquierda (figura 2a), los indicadores de normalidad como Kurtosis y Sesgo son alejados de los valores ideales, para el caso, la Kurtosis tiene un valor de 18.267 y el Sesgo de 2,8535, cuando deberían ser aproximadamente 3 y 0 para que siguieran una distribución normal. Siendo así, la solución es transformar los datos.

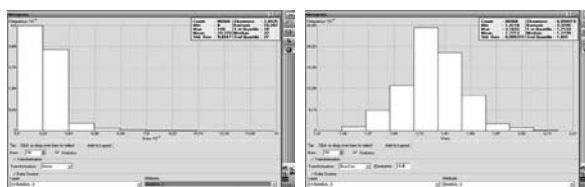


Figura 2. (a) Distribución No-normal. (b) Distribución con transformación Box-Cox

La transformación Box-Cox arrojó una potencia optima de -0.4, es decir, los datos se deben transformar con esta potencia para que sigan lo mejor posible una distribución normal. Como se observa (figura 2.b), los indicadores de normalidad son para Kurtosis 3,3705 y el Sesgo es de 0,094919, lo cual indica que ahora los datos siguen de una manera aproximada una distribución normal. Esta transformación se tendrá en cuenta al momento de realizar la predicción.

4.2. Tendencia

Para el análisis de la tendencia, el grafico global (figura 3a), muestra que, al parecer, no se presenta ningún tipo de tendencia de comportamiento de los datos, si se observan los datos proyectados en el plano YZ (figura 3b), la traza de color azul es una línea recta sin ningún ángulo de inclinación, por lo se concluye que no hay tendencia a lo largo del eje Y. Si se observa la traza en el plano XZ (figura 3c), se observa que existe una ligera curva alrededor de la mitad del plano, pero es tan pequeño que no mostraría una tendencia de los datos.

Se concluye que no es necesario modelar ni remo-

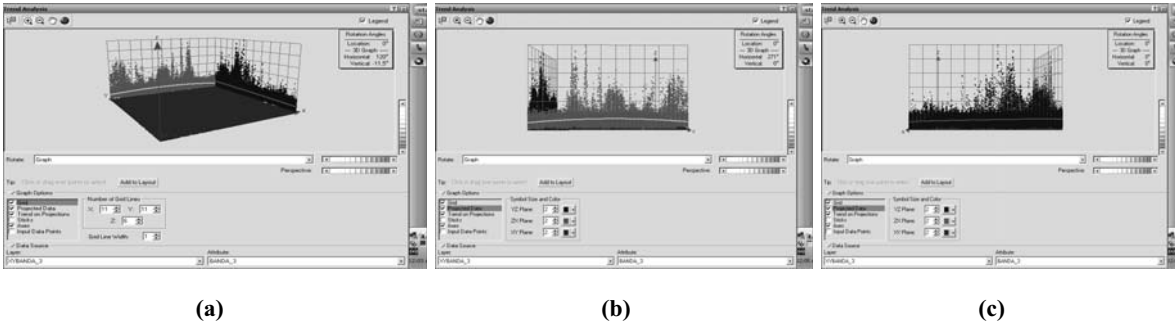


Figura 3. (a) Vista global de tendencia. (b) Tendencia plano YZ. (c) Tendencia plano XZ.

ver la tendencia de ninguna de las direcciones de los datos de la banda 3.

4.3. *Polígonos de Voronoi*

Los polígonos de Voronoi muestran una variabilidad de los niveles digitales en función de su ubicación, por tanto, los colores fueron asignados a las zonas a partir del cálculo de Valores Medios y se puede observar que, en las zonas donde no se poseen valores de niveles digitales zonas donde se

encuentran los datos perdidos se asignó un color correspondiente al de sus vecinos, y teniendo en cuenta la variabilidad de los niveles digitales.

Por lo cual, no se asignó un solo tono, sino que se tuvo en cuenta la variabilidad de los niveles digitales en la dirección de la línea diagonal (figura 4a) y los puntos (figura 4b) que presentan sus vecinos. La variación de los niveles digitales es local.

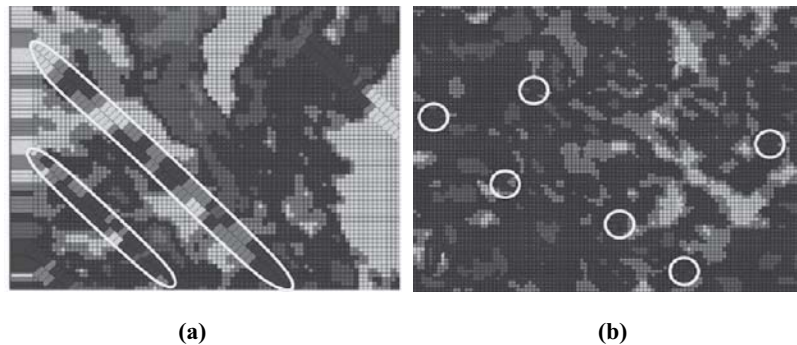
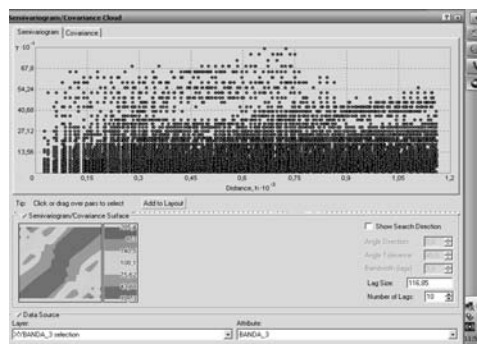


Figura 4. (a) Variabilidad en líneas por valor medio. (b) Variabilidad en puntos por valor medio

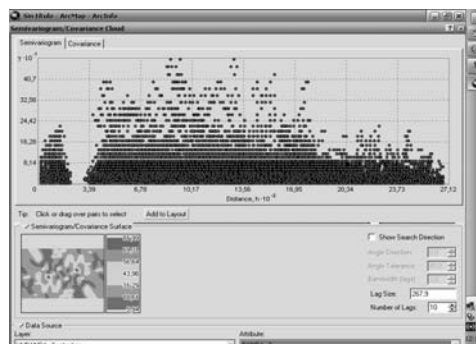
4.4. Nube de semivarianzas

La distribución de los pares de datos en la nube de semivarianza indica el grado de disimilaridad de los datos a diferentes distancias en las muestras diagonales (figura 5a) y en las de punto (figura

5b). Se muestra la nube de 300 datos a diferentes distancias, y a medida que se seleccionan puntos de esta nube, indica cuáles son los puntos que presentan determinada varianza.



(a)



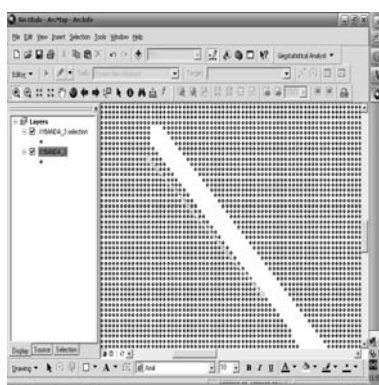
(b)

Figura 5. (a) Nube para líneas diagonales. (b) Nube para puntos sal y pimienta

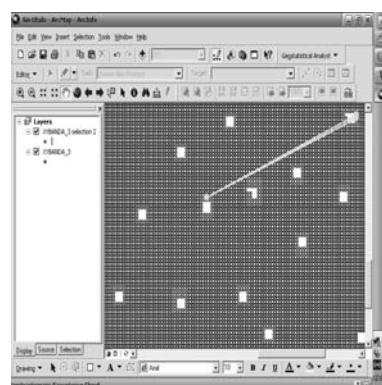
4.4.1. Altas semivarianzas a largas distancias

Se presenta cuando a largas distancias los niveles digitales cambian significativamente. Esto es de esperarse, ya que los modelos que se aplicaran, asumen que lo que esta más cerca es más parecido

y que a medida que se aleja del punto de interés, la variabilidad aumentara. En la figura 6, se muestra las distancias de puntos que tiene una gran semivarianza a distancias de grandes.



(a)



(b)

Figura 6. Altas semivarianzas a distancias muy largas en la zona de estudio

4.4.2. Bajas Semivarianzas a Distancia Cerca

A pequeñas distancias, el grado de disimilaridad es muy bajo, lo cual significa, que se pueden aplicar métodos geoestadísticos que indiquen que lo

que está más cerca es lo que más similar. En las zonas donde se encuentran tanto líneas diagonales como puntos sal y pimienta (figura 7), los datos más cercanos presentan muy poca semivarianza, lo cual es muy conveniente.

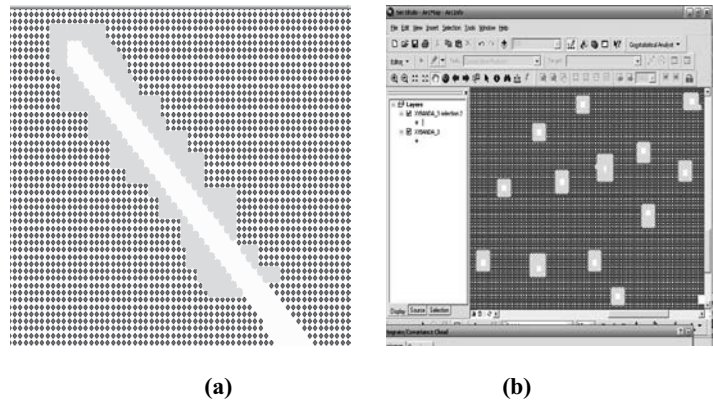


Figura 7. Bajas semivarianzas a distancias cortas. Efecto muy conveniente para interpolación geoestadística

5. Parámetros seleccionados por kriging ordinario

Se muestra la distribución del semivariograma, tanto en vista de plano como en superficie (figuras 8a y 8b), donde los parámetros que seleccionados fueron los siguientes: para el tamaño de rezago se escogió una distancia de 28,5 metros, ya que la teoría menciona que para muestras que estén igualmente espaciadas, la distancia a la cual se encuentra separados los puntos es la adecuada para

el tamaño de rezago y como número de rezagos se escogió 7, ya que es el número mínimo que ArcGIS permite para realizar las agrupaciones o clases.

Como se observa, la distribución de los puntos en el semivariograma nos muestra el comportamiento de un modelo esférico. La elección del número de vecinos es 10 y segunda elipse de direcciones de ponderaciones.

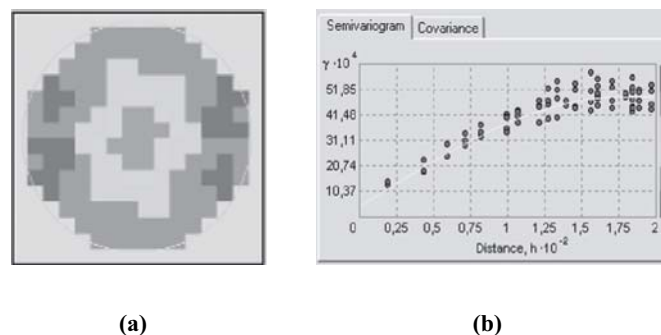


Figura 8. Semivariograma con vista de plano. (b) Semivariograma con vista de superficie

La validación cruzada muestra que la línea azul es muy similar a la línea punteada (figura 9), siendo esto uno de los indicadores de la bondad de ajuste del modelo seleccionado, entre más se acerquen

las líneas. El indicador Mean es de 0,01312 es muy cercano a cero, lo cual es muy conveniente. El valor RMSS es de 0,8438, que es un valor cercano a 1 y es un indicador de ajuste adecuado.

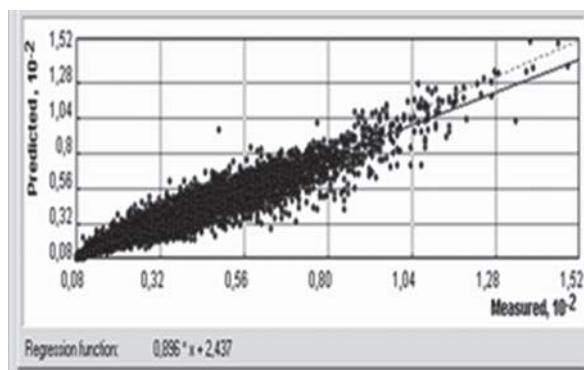


Figura 9. Validación cruzada para kriging ordinario

El modelo esférico que se calculó para la predicción con inclusión de diez vecinos para el cálculo de predicciones es: *Modelo esférico:* $0.0044939 * Spherical(176.93) + 0.0004044 * Nugg et.$

6. Parámetros seleccionados IDW

Para la evaluación del modelo determinístico de interpolación conocido como Distancia Inversa Ponderada, los parámetros que se tomaron son los siguientes en cuanto al número de vecinos, potencia óptima y elipse de vecindad (Figura 9). El nú-

mero de vecinos que se va a considerar es de diez y tercera elipse de direcciones de ponderaciones, esto ya que este método asume la variabilidad únicamente a nivel local y cercanías considerables, a diferencia de los interpoladores kriging que tiene muchas más variables y comportamientos de los niveles digitales, como la varianza.

El indicador de ajuste Mean es muy cercano a 0 con un valor de 0,001511, y que el RMS es de 2.714, lo que puede llegar a ser un valor pequeño al momento de compararlo con otros modelos (Figura 10).

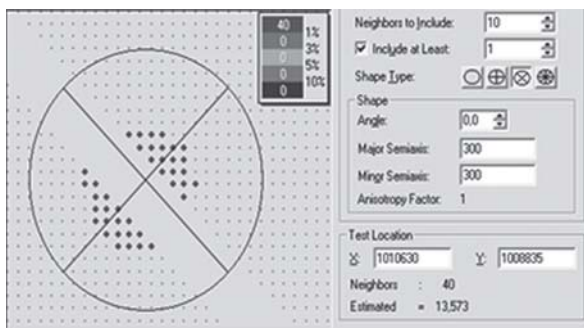


Figura 10. Parámetros de vecindad IDW

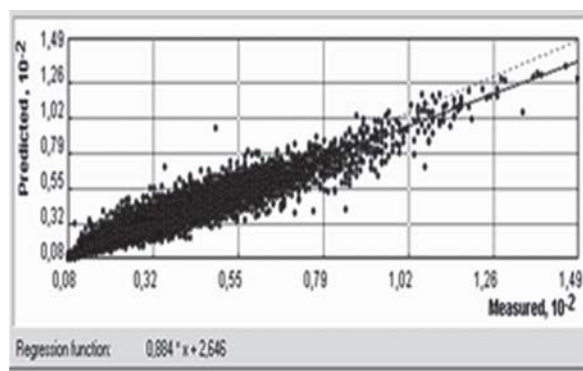


Figura 11. Validación Cruzada para IDW

7. Parámetros seleccionados interpolador polinomios locales

Para la evaluación del modelo determinístico de interpolación, conocido como Polinomios Locales, los parámetros que se tomaron son: el número de vecinos por considerar es de 10, esto ya que este método asume la variabilidad únicamente a nivel local y cercanías considerables, a diferencia de los interpoladores kriging que tiene muchas más variables y comportamientos de los

niveles digitales como la varianza.

Variabilidad de los niveles digitales, según el método interpolación de polinomios locales. Por obvias razones, el método por defecto asume la variabilidad al 100% local, pues de allí nace su nombre. Un ajuste polinomial de orden 1. Se muestra el resultado de la Validación Cruzada del Polinomio local. Para esta interpolación, el valor de Mean es de 0,004527 y el RMS es de 2.734, valores que pueden llegar a ser favorables la mo-

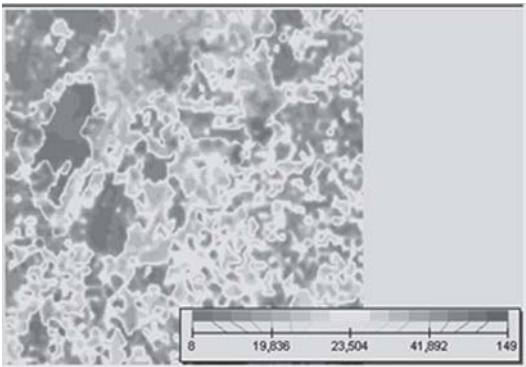


Figura 12. Variabilidad por Polinomios Locales

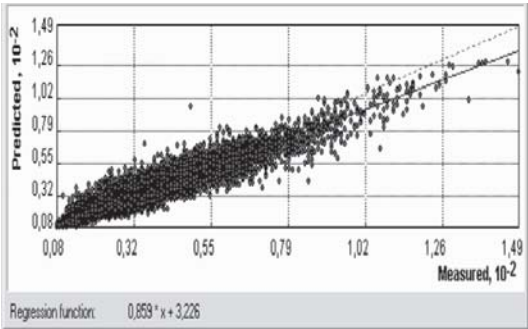


Figura 13. Validación cruzada para polinomios locales

mento de selección del mejor modelo.

8. Selección del mejor interpolador para el cálculo de la banda 3

El resumen de las validaciones cruzadas de los tres modelos que se aplicaron para predecir los ni-

veles digitales faltantes en las líneas diagonales y efecto sal y pimienta en la banda 3 es mostrado en el siguiente comparativo.

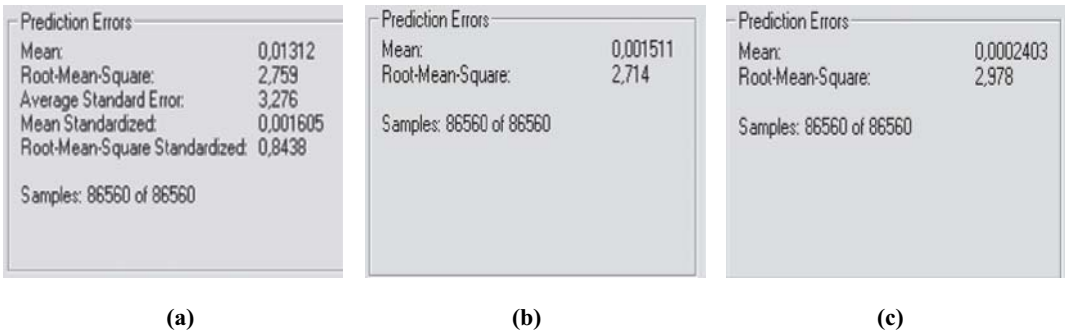


Figura 14. (a) Interpolador Kriging Ordinario. (b) Interpolador IDW. (c) Interpolador Polinomios Locales

Como podemos ver, el valor más cercano a 0 del indicador Mean lo posee el método IDW con un valor de (0,001511), que también posee el menor valor de RMS de los tres (2.714). Aunque el interpolador kriging tiene un buen ajuste del RMSS, con el 0,8438 y su Mean no es muy buena con un valor de 0,01493. En cuanto al método de polinomio local, aunque posee un excelente Mean, su

RMS es muy superior al de los otros dos modelos. La conclusión es que el mejor interpolador para el cálculo de los niveles digitales en líneas diagonales y los puntos denominados sal y pimienta para la banda 3 es el Distancia Inversa Ponderada. Para restauración visual, se compara y se realiza la restauración también por el método kriging.

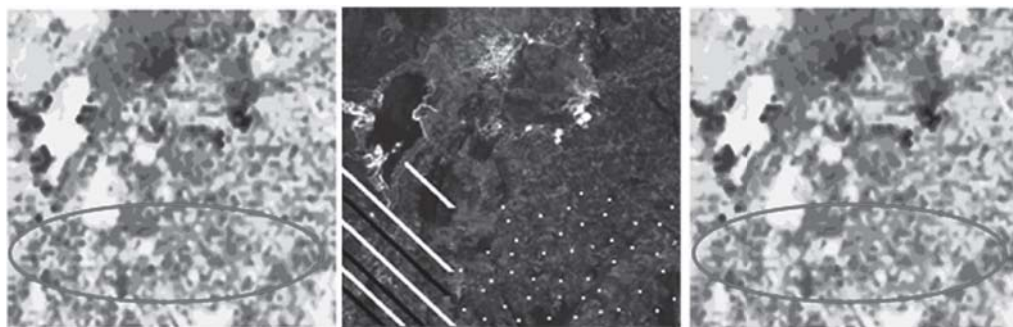


Figura 15. (a) Predicción por IDW. (b) Banda con niveles digitales alterados. (c) Predicción por Kriging

9. Generación de mapas de predicción

Finalmente, observamos la banda 3 que era la que más presentaba variabilidad de niveles digitales alterados, ya que se simuló líneas diagonales, que no es fácil de restaurar por los métodos tradicionales, y el efecto sal y pimienta. En general, para las líneas diagonales, el mapa de predicciones no muestra ninguna anomalía al momento de calcular sus valores, es decir, los valores fueron, al parecer, calculados satisfactoriamente con sus vecinos y, de igual forma, para los puntos sal y pimienta.

Como conclusión, el método Kriging Ordinario es un muy buen método para la restauración de líneas perdidas y eliminación del efecto sal y pimienta, aunque al momento de comparar los modelos de ajuste, éste no ha sido el mejor, vale la pena evaluarlo, ya que tiene una ventaja sobre los interpoladores determinísticos como el IDW, la mínima varianza, lo cual puede llegar producir una restau-

ración un poco mejor a la propuesta por el método IDW.

10. Imágenes finalmente restauradas

En la banda 3 (figura 14.a y 14.b) para las líneas Diagonales, en el cálculo de los niveles digitales por el IDW se puede observar el corte brusco de los elementos de alta reflectancia en cercanías a las líneas de error; pero de igual manera los niveles digitales se calcularon con base en los niveles digitales cercanos. Para el caso de los puntos sal y pimienta (figura 14.c y 14.d), la predicción de los niveles digitales erróneos fue idónea, ya que no se nota ningún tipo de contraste o cortes bruscos con los elementos de otra reflectancia, es decir, el cálculo de los niveles digitales en función de sus vecinos fue ideal y se considera un buen ajuste.

Sin embargo, en los lugares donde se ubicaron o se observaron los cortes bruscos en las zonas de las líneas diagonales, en la composición de color

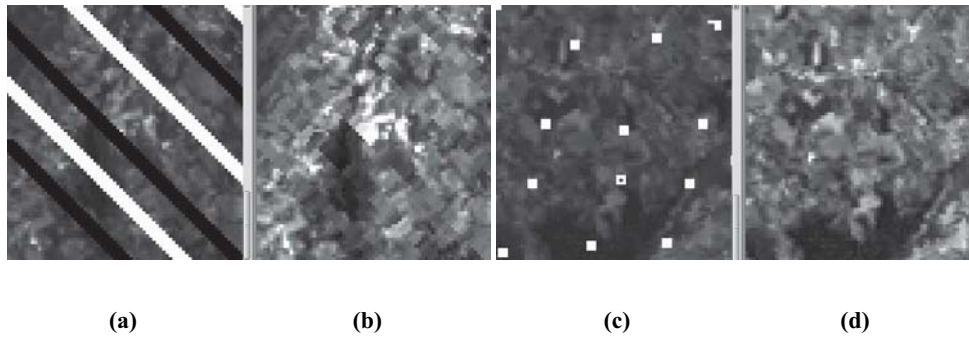


Figura 16. Comparación de banda 3 de la imagen alterada contra restaurada IDW. (a) Líneas diagonales alteradas. (b) líneas diagonales restauradas (c) Efecto sal y pimienta. (d) Efecto sal y pimienta restaurado

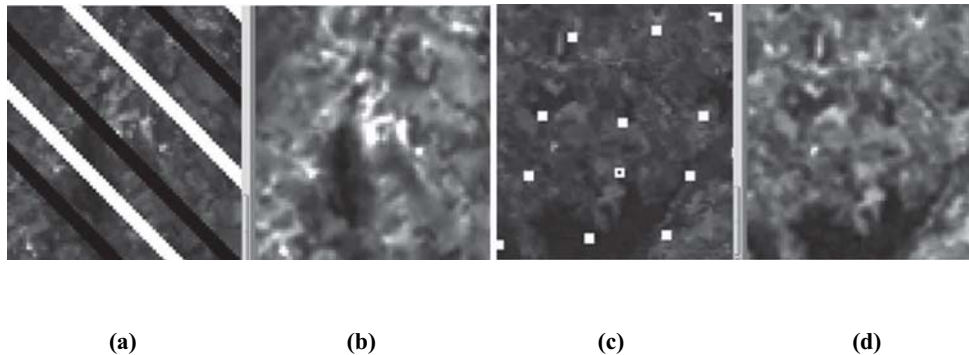


Figura 17. Comparación de banda 3 de la imagen alterada contra restaurada Kriging Ordinario. (a) Líneas diagonales alteradas. (b) Líneas diagonales restauradas. (c) Efecto sal y pimienta. (d) Efecto sal y pimienta restaurado

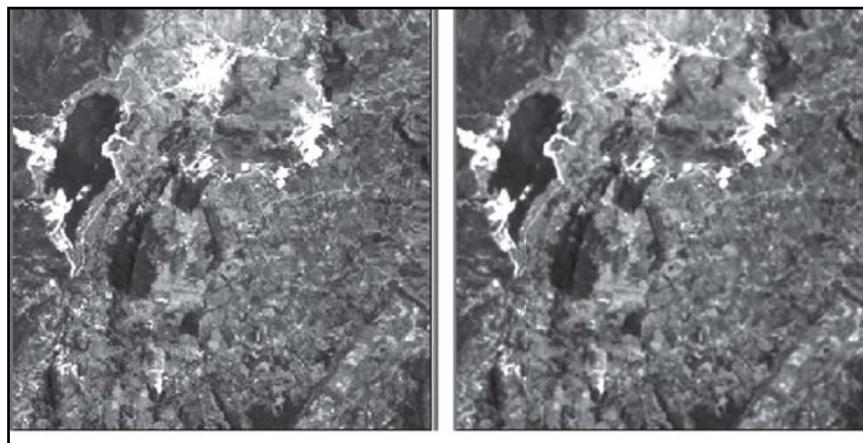
aun permanecen y son un poco visibles. Aunque el objetivo del proyecto era restaurar la imagen para su mejor compresión visual, por tanto, la restauración lograda por el método IDW es muy adecuada.

Para el interpolador Kriging, en la banda 3 para las líneas diagonales en el cálculo de los niveles digitales no se observa ningún tipo de cortes bruscos con los otros elementos y los niveles digitales son similares a los vecinos; pero, el efecto de difuminado es un poco más marcado en estas líneas. Aunque cabe resaltar que la reparación de estas líneas de dirección diagonal es difícil con los métodos tradicionales, por lo cual, el método Kriging Ordinario realizó un excelente trabajo de restauración. Para el caso de los puntos sal y pimienta, la predicción de los niveles digitales erróneos fue idónea, ya que no se nota ningún tipo de contraste o cortes bruscos con los elementos de otra reflec-

tancia, es decir, el cálculo de los niveles digitales en función de sus vecinos fue ideal y se considera un buen ajuste. Sin embargo, la imagen toma en ciertas zonas un efecto difuminado que podía llegar a confundir algunos elementos lineales muy pequeños, pero en general, la imagen presenta una excelente restauración de efectos anómalos en los píxeles. Aunque, el objetivo del proyecto era restaurar la imagen para su mejor compresión visual, la restauración lograda por el método Kriging es muy buena.

11. IDW contra Kriging ordinario en composición de color

La imagen restaurada por el método IDW presenta un resultado visual muy bueno, la expansión de contraste que se realiza es muy buena y se logran



(a)

(b)

Figura 18. Comparación en Composición de color verdadero (RGB-321) de Imágenes obtenidos por los dos métodos mencionados. (a) Imagen IDW. (b) Imagen Kriging Ordinario

identificar elementos lineales muy pequeños, el cálculo de las predicciones se realizó en función de los valores locales y fue muy acertado. Aunque cabe notar que en las zonas en las que anteriormente se identificaron cortes bruscos, en la composición de color aún son un poco visibles.

En la imagen restaurada por Kriging Ordinario se puede observar que la restauración es muy buena, los niveles digitales que se querían recuperar para una mejor visualización se calcularon teniendo en cuenta la vecindad y la variabilidad local. La expansión de contraste es muy buena en comparación con la imagen alterada, pero presenta un efecto de difuminado que puede llegar a confundir algunos elementos pequeños a lineales en la imagen.

12. Conclusiones

La aplicación de los métodos de interpolación como el IDW y el Kriging Ordinario, para la predicción de los niveles digitales perdidos en el momento de la captura del sensor, generando las líneas perdidas y el efecto sal y pimienta, son una alternativa diferente de las tradicionales para la restauración de una imagen, ya que efectivamente realizaron una predicción de los niveles digitales en las zonas donde se tenían problemas con la

imagen y lograron obtener mejoras visuales en la imagen resultante que fueron significativos.

El método IDW realizó una predicción buena de los niveles digitales en las zonas de interés, ya que sus indicadores en la validación cruzada como el Mean Error y el RMS fueron considerablemente pequeños en comparación con los otros métodos que se evaluaron en la etapa de selección de modelos.

El método kriging ordinario generó una imagen restaurada muy buena, ya que una de las ventajas de trabajar con este interpolador es que no solamente tiene en cuenta los valores vecinos al momento de realizar la predicción, sino que realiza los cálculos en función de la variabilidad espacial o llamada auto-correlación espacial asegurando la mínima varianza, por lo cual, los valores en la imagen resultante son muy similares a la imagen original, presentado así un excelente ajuste; además, los indicadores de validación cruzada son de un excelente ajuste (RMSS de 0,9135, 0,8321 y 0,8438 para las bandas 1, 2 y 3 respectivamente).

Como una conclusión, se podría decir que cualquiera de los dos métodos presentan un excelente desempeño para la predicción de los niveles digitales perdidos por mala captura del sensor; todo depende de para qué se requiere la imagen. Si la

imagen es requerida para una localización adecuada y como marco de referencia, recomendaría que se utilizara la imagen de IDW, ya que presenta unas mejoras, en cuanto a la expansión de contraste y al conservación de elementos lineales y puntuales muy pequeños. Si por el contrario, el objetivo de la mejora visual de la imagen es la extracción temática (información de coberturas del

suelo) de la imagen, indudablemente, se seleccionaría la imagen por Kriging Ordinario, ya que la restauración de los niveles digitales fue realizada teniendo en cuenta tanto la vecindad como la variabilidad de sus vecinos, por lo cual, no presenta cortes bruscos de algunos elementos geográficos (como en la IDW) que pueden llegar a ser importantes al momento de realizar una clasificación, ya sea supervisada o no supervisada.

Referencias

- [1] E. Chuvieco. *Fundamentos De Teledetección Espacial*. 3ª Edición. Madrid. España. Ediciones RIALP. S.A, 1996.
- [2] N. Cressie. *Statistics For Spatial Data. Wiley Series in Probability and Statics and Mathematical Statics*. Jhon Wiley & Sons Inc., 1993.
- [3] J.R. Jensen. *Introductory Digital Image Processing: A Remote Sensing Perspective*. Second Edition. Prentice Hall, 1996.
- [4] R. Giraldo Henoa. *Introducción a la Geoestadística. Teoría y Aplicación*. Universidad Nacional de Colombia Bogotá. Facultad de Ciencias. Departamento de Estadística, 2002.
- [5] R.C. Gonzalez, y R.E. Woods. *Digital Image processing*. Addison-Wesley Publishing Company, 1993.
- [6] Leica Geosystems. *Field Guide Erdas 8.5*. Fifth Edition Translation, 2000.