



Institución  
**Universitaria**  
Reacreditada en Alta Calidad

# VISIÓN ARTIFICIAL

CARLOS ANDRÉS MERA BANGUERO, PHD

[carlosmera@itm.edu.co](mailto:carlosmera@itm.edu.co)

PROGRAMA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

[www.itm.edu.co](http://www.itm.edu.co)

## MORFOLOGÍA MATEMÁTICA

### Introducción

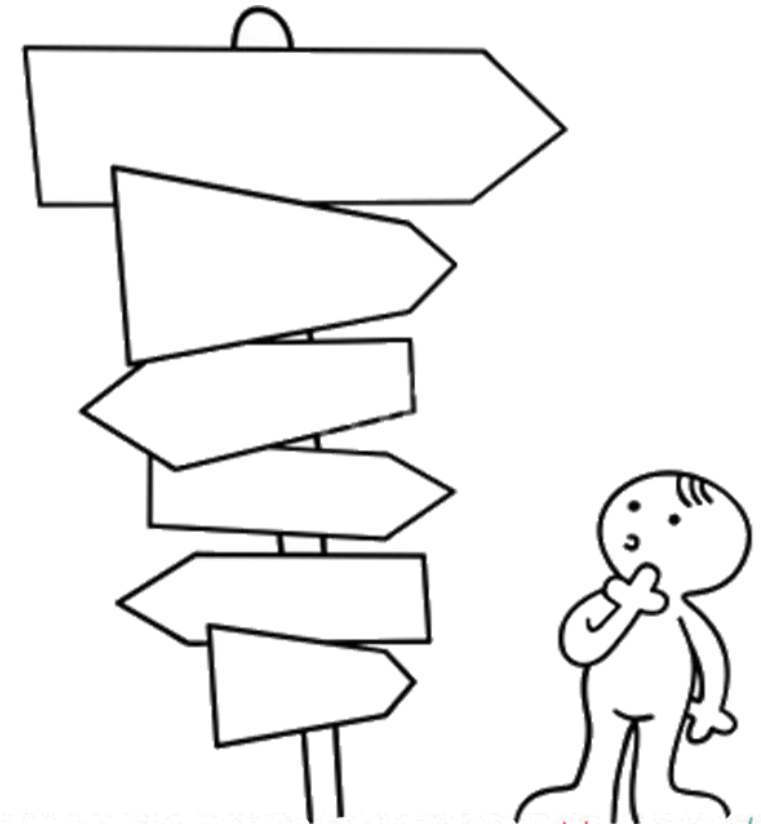
### Dilatación y Erosión

### Apertura y Cierre

### Otros Operadores Morfológicos

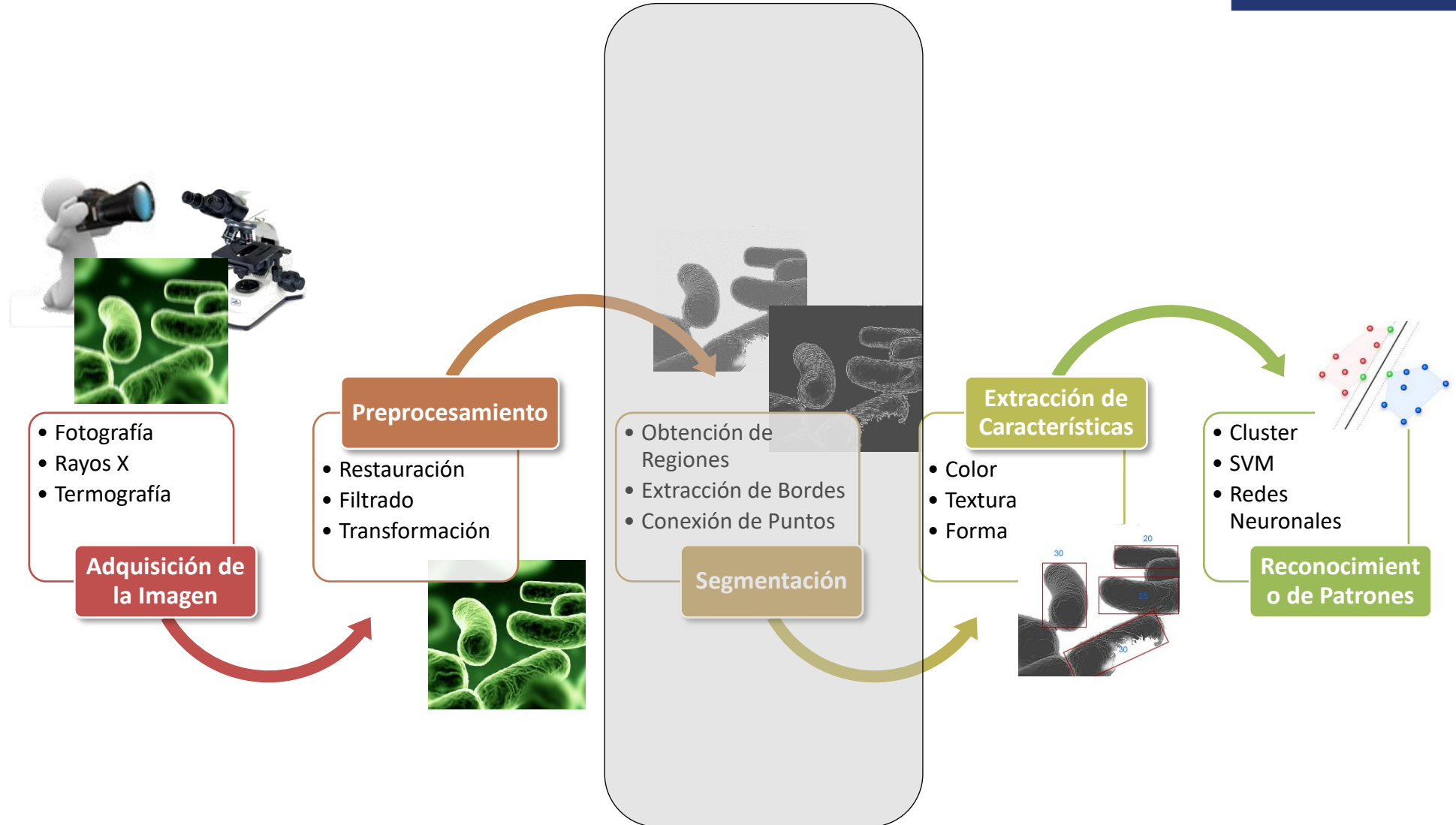
- ✓ Extracción de Bordes
- ✓ Relleno de Regiones
- ✓ Extracción de Componentes Conexas
- ✓ Transformada Hit-or-Miss
- ✓ Adelgazamiento y Engrosamiento
- ✓ Extracción del Esqueleto y Poda

### Morfología en imágenes en Niveles de Gris





A MODO DE RESUMEN ...



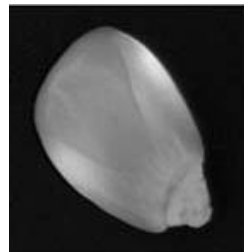




## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- 🕒 Las **Operaciones Morfológicas** son operaciones que afectan **la forma** de los objetos en la imagen. Este tipo de operaciones está definido principalmente para *imágenes binarias* y se basan en la *teoría de conjuntos*.
- 🕒 Las operaciones morfológicas se usan para:
  - 🌀 Simplificar las imágenes mientras se conservan las principales características de forma de los objetos.
  - 🌀 Destacar la estructura de los objetos (extraer el esqueleto, obtener bordes,...)



## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS

🌀 Las Operaciones Morfológicas se basan en la Teoría de Conjuntos ...

Sean A y B dos conjuntos, se tiene que:

🌀 **La Intersección:**  $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

🌀 **La Unión:**  $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

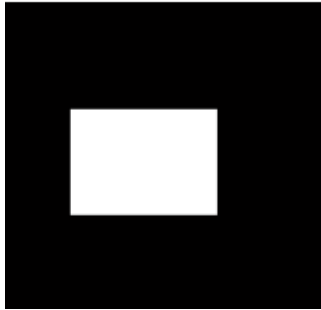
🌀 **El Complemento:**  $A^c = \{x \mid x \notin A\}$

🌀 **La Diferencia:**  $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\} = A \cap B^c$

🌀 **La Reflexión:**  $\hat{A} = \{x \mid x = -a, \text{ para } a \in A\}$

🌀 **La Traslación:**  $(A)_z = \{a + z \mid a \in A\}$

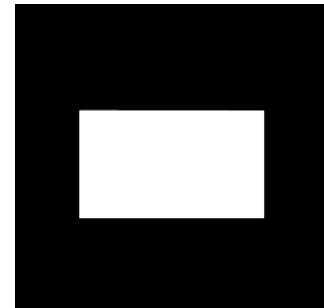
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS



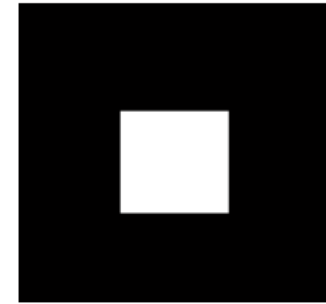
$A$



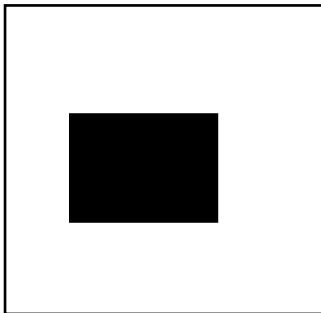
$B$



$A \cup B$



$A \cap B$



$A^c$



$A - B$



$\hat{E}$



$(E)_z$



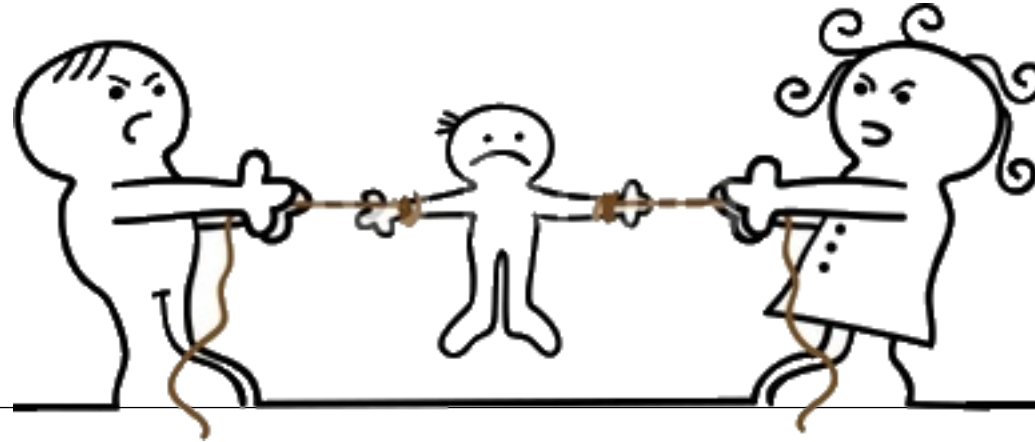
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- Las operaciones morfológicas, generalmente, utilizan un “conjunto” o “imagen” denominado **Elemento Estructurante**.
- Cuando se usa la teoría de conjuntos en las operaciones morfológicas, se considera al conjunto **A** la *imagen original* y al conjunto **B** el *Elemento Estructurante*.
- El elemento estructurante es en morfología matemática lo que la máscara de convolución es en los filtros lineales.
- Ejemplos de elementos estructurantes son:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

0	1	0
1	1	1
0	1	0

1	0	1
0	1	0
1	0	1

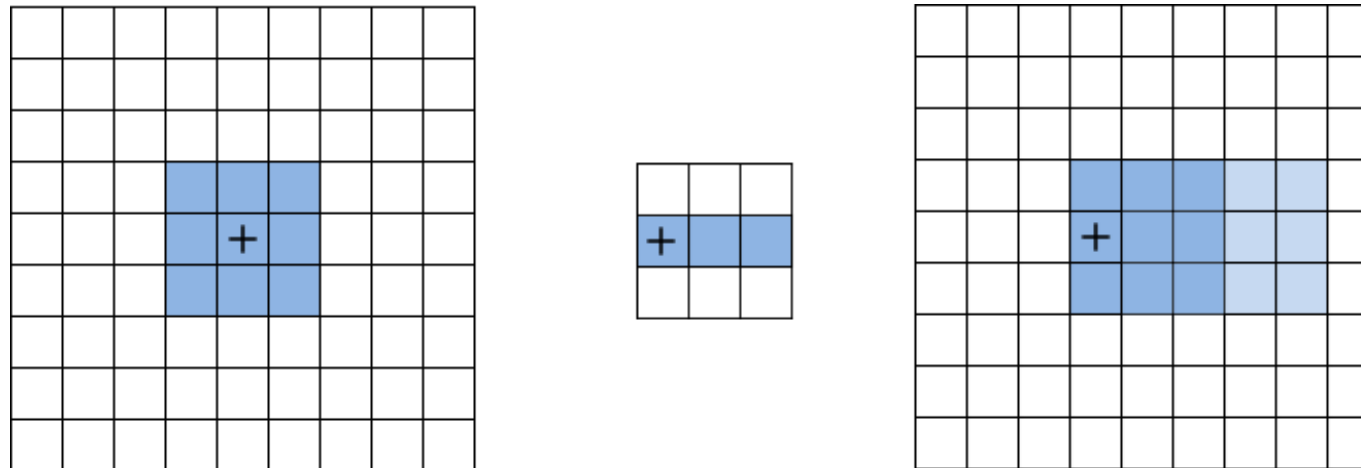


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS: DILATACIÓN

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

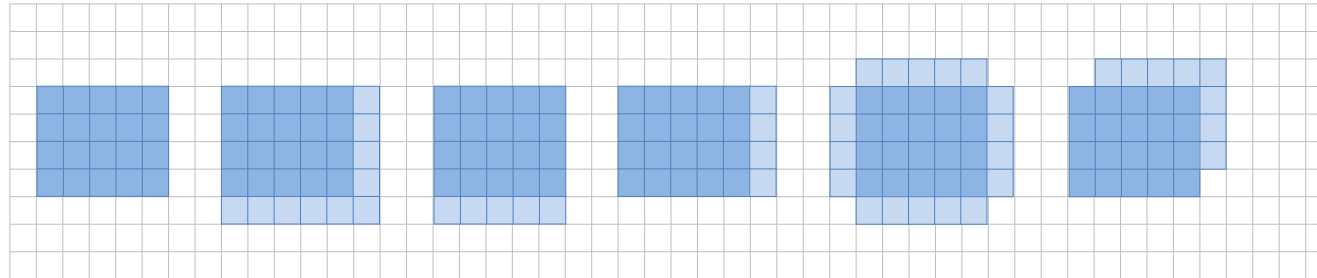
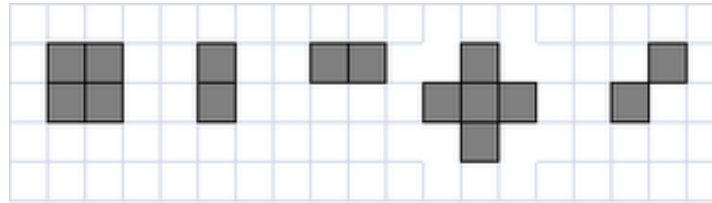
- La **Dilatación** permite agregar pixeles a un objeto haciéndolo más grande. Todas las operaciones morfológicas actúan sobre el vecindario del píxel objetivo.

$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\} = \{a + b \mid a \in A \wedge b \in B\}$$



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplos de Dilatación



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplos de Dilatación

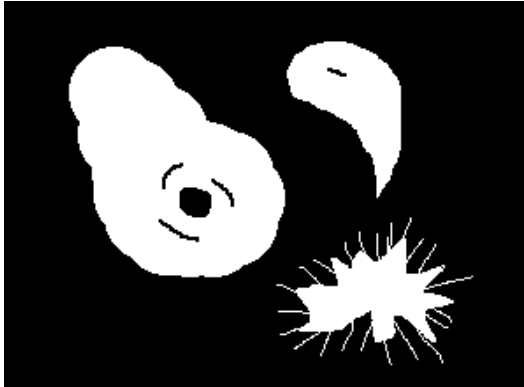
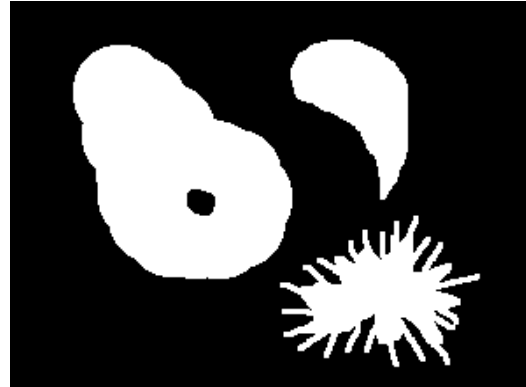
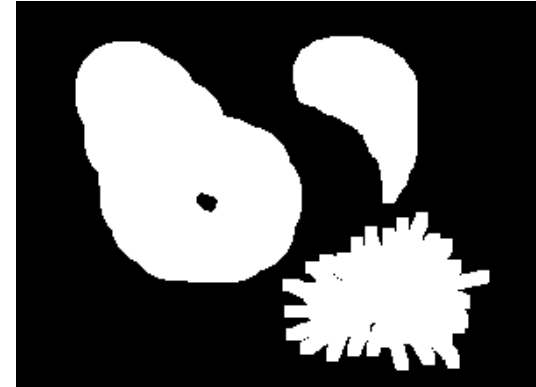


Imagen Original



Primera Dilatación



Segunda Dilatación

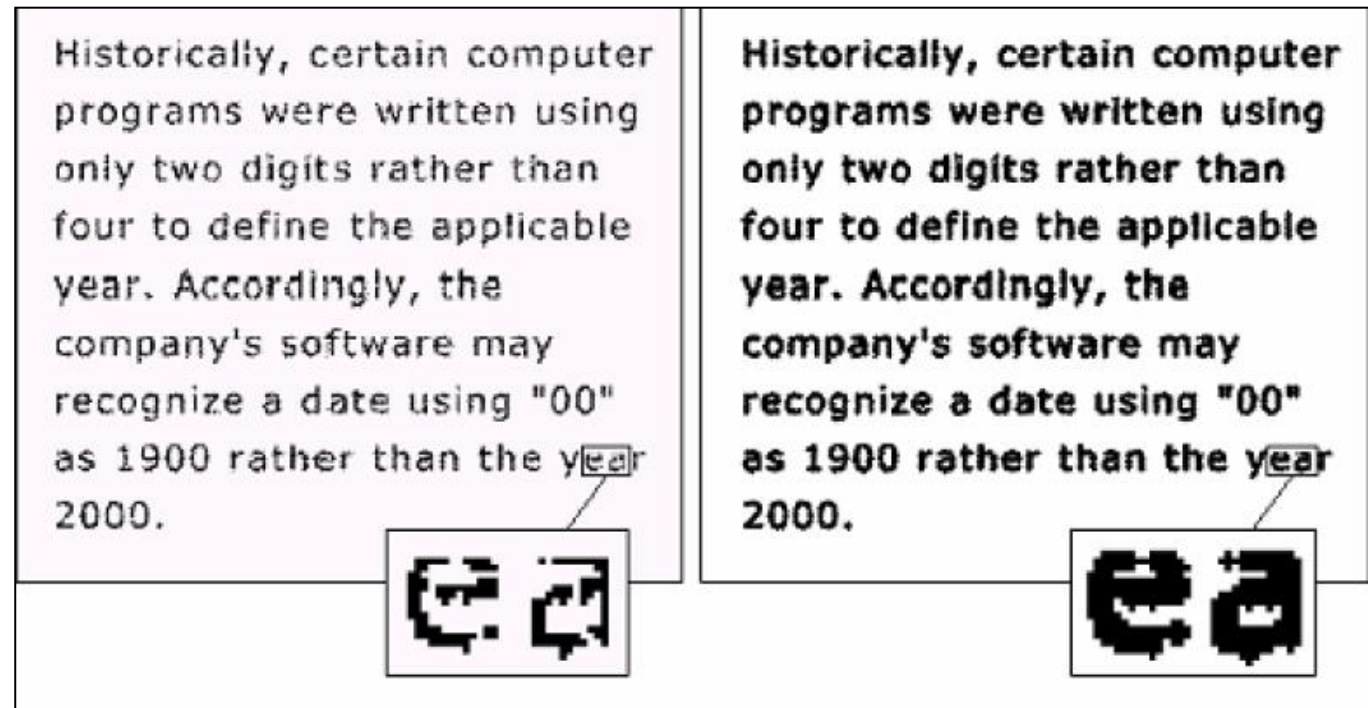
1	1	1
1	1	1
1	1	1

Elemento Estructurante

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplos de Dilatación

0	1	0
1	1	1
0	1	0

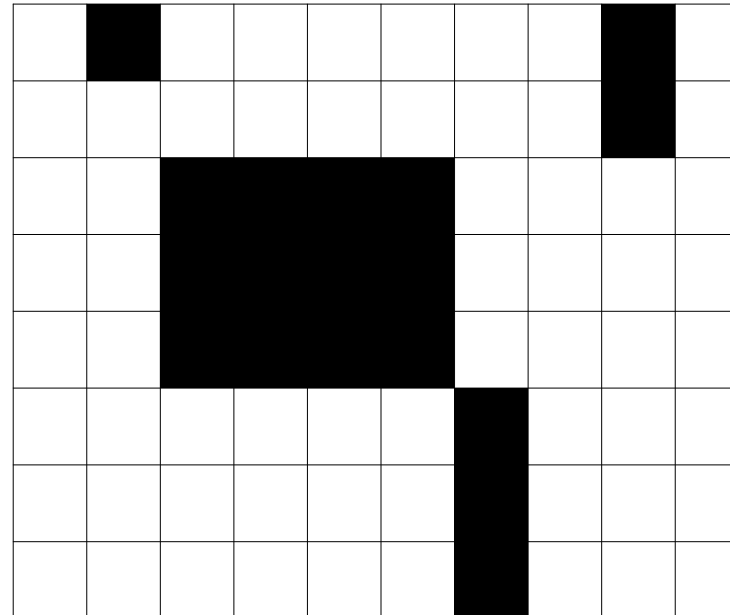




## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

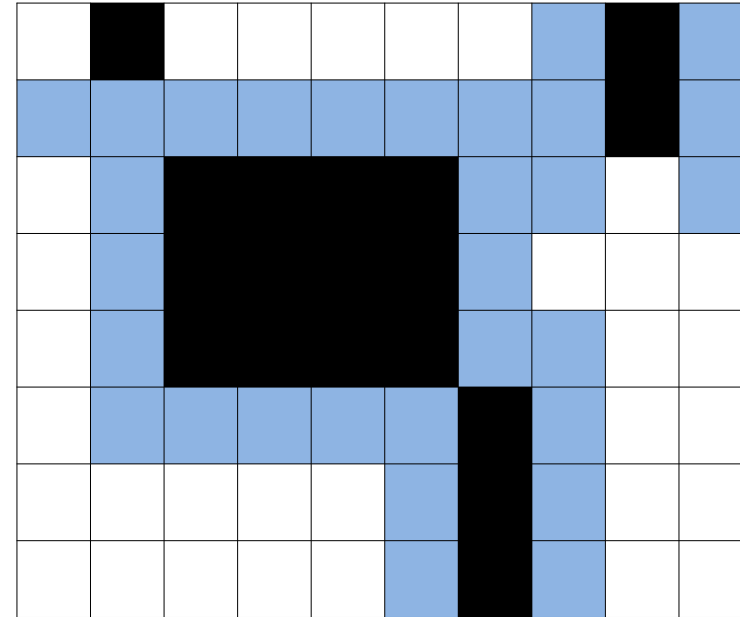
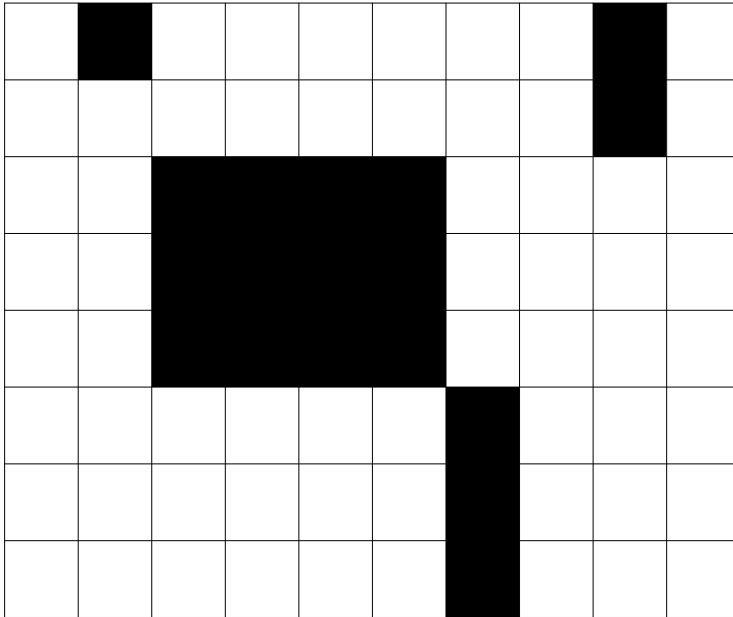
### Ejercicio de Dilatación

1	0	1
0	1	0
1	0	1



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

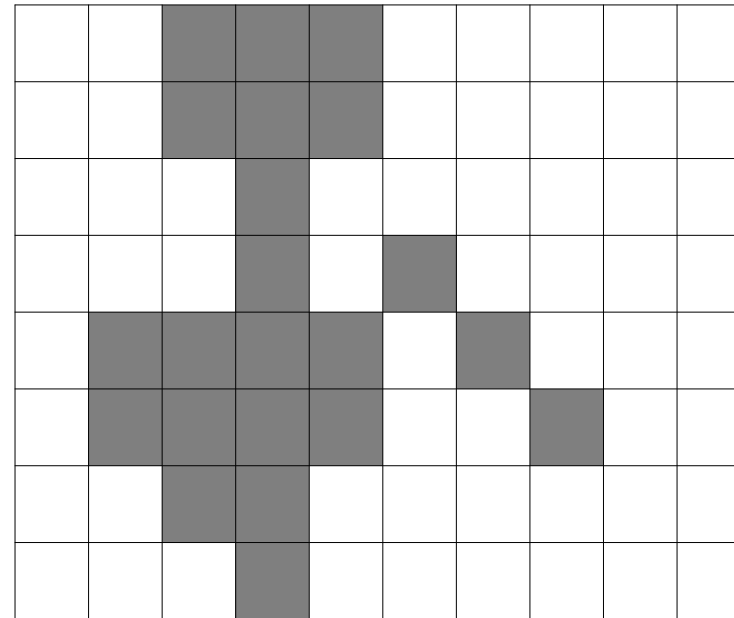
### Ejercicio de Dilatación



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

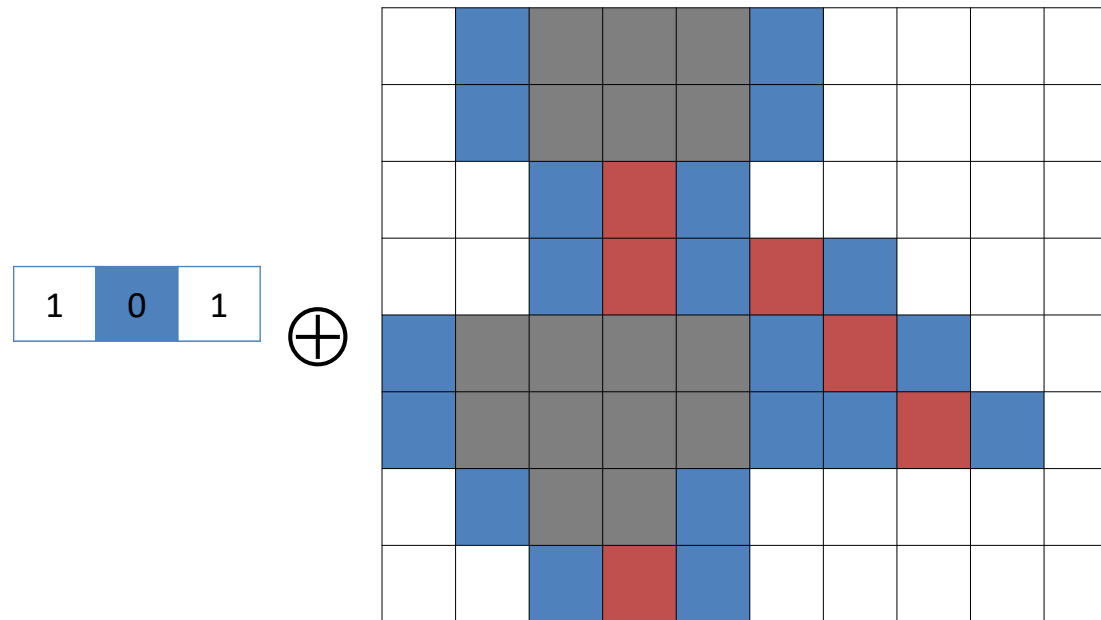
### Ejercicio de Dilatación

1	0	1
---	---	---



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- Ejercicio de **Dilatación**: cuando el punto central del EE tiene un 0 y si en la imagen se cumple el inverso del patrón, esa parte de la imagen se modifica para que coincida con el patrón: (azules se agregan, rojo se eliminan).



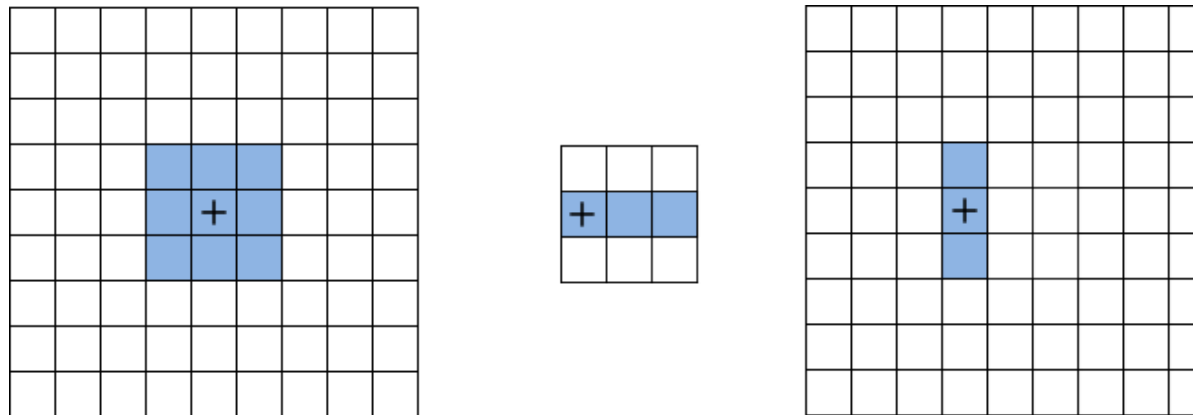


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS: EROSIÓN

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- La **Erosión** es la operación dual de la dilatación, es decir, esta operación le quita pixeles a un objeto haciéndolo más pequeño.  
Dada una imagen A, y un elemento estructurante B.

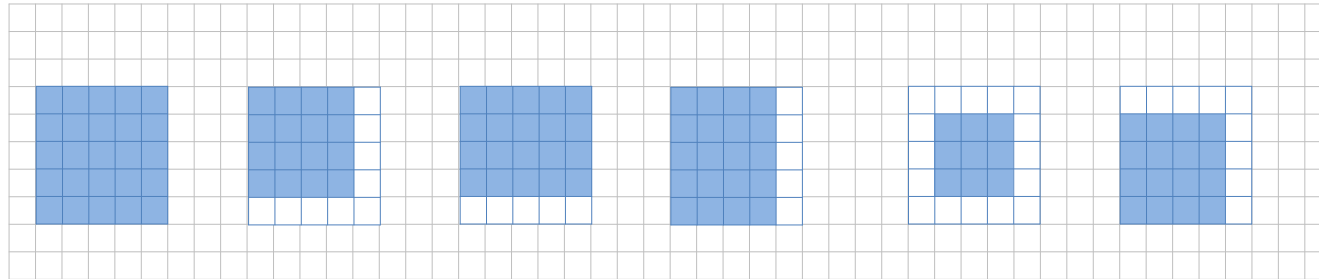
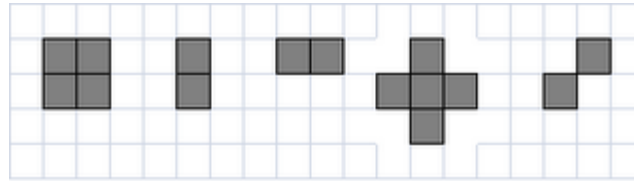
$$A \ominus B = \{x | B_x \subseteq A\} = \{a | a + b \subseteq A, \forall b \in B \wedge \forall a \in A\}$$





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplos de Erosión



## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### 🌀 Ejemplos de Erosión



Imagen Original



Primera Erosión



Segunda Erosión

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Elemento Estructural

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplos de Erosión



Imagen Original

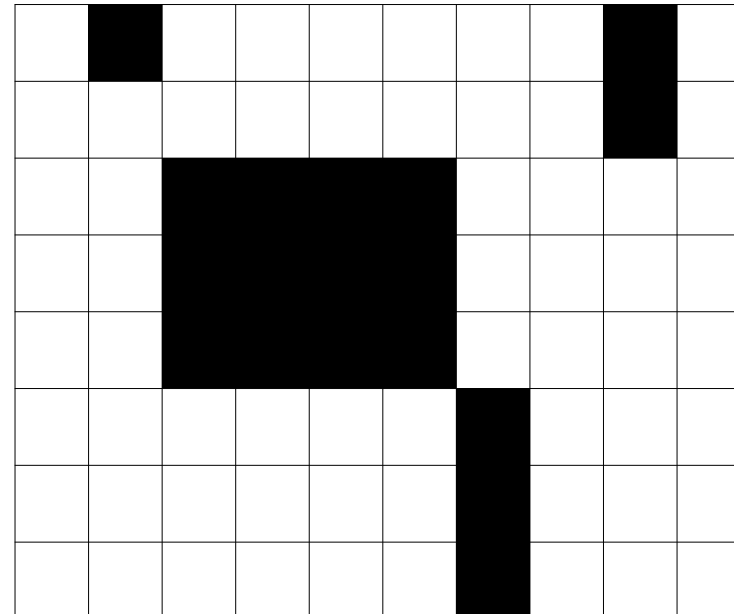


Después de la Erosión

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

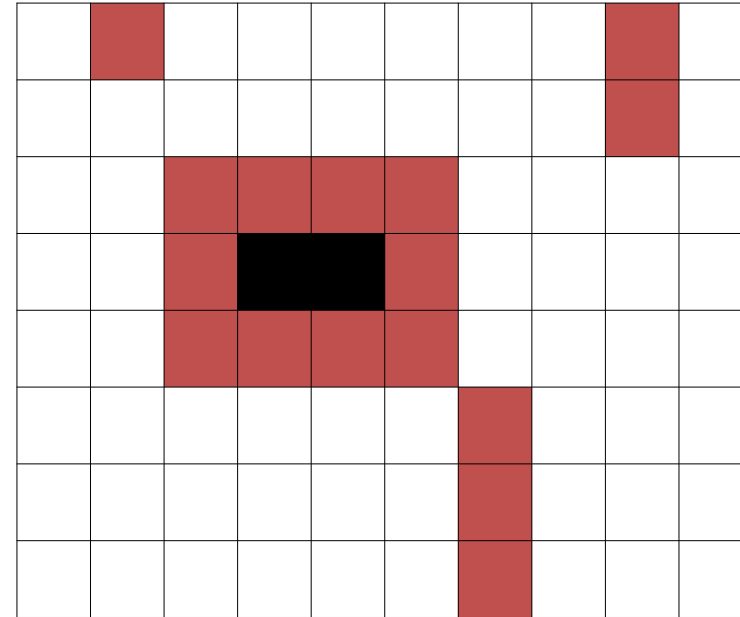
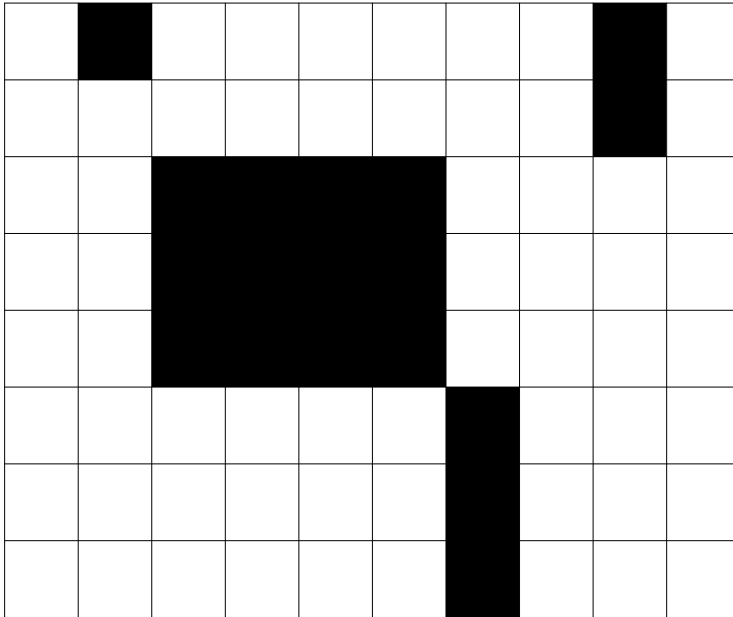
### Ejercicio de Erosión

1	0	1
0	1	0
1	0	1



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

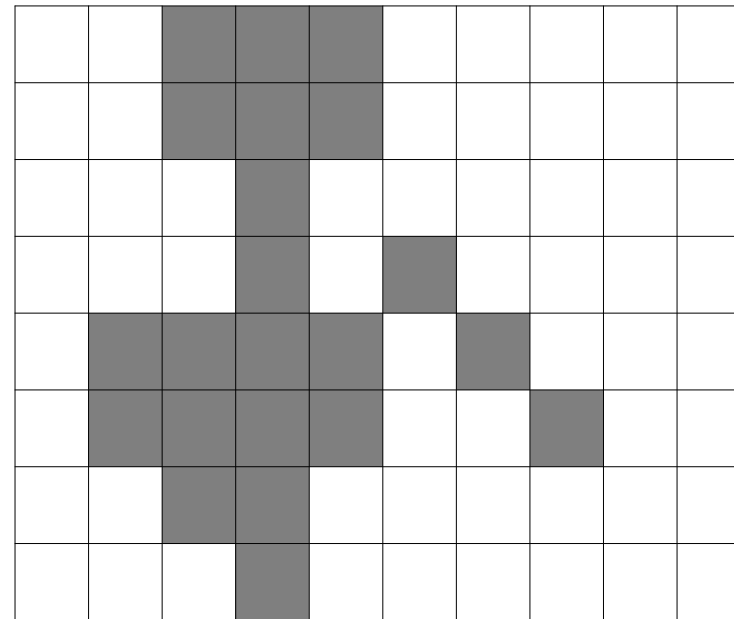
### Ejercicio de Erosión



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejercicio de **Erosión**

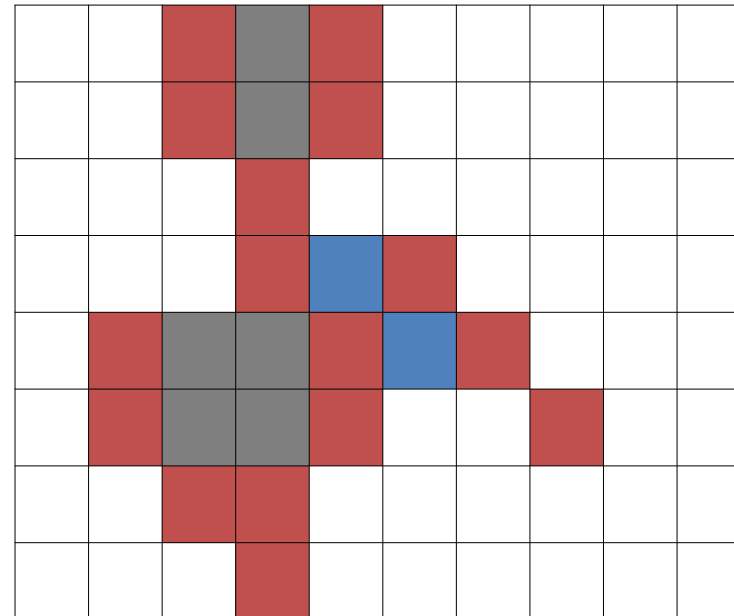
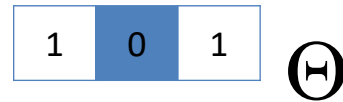
1	0	1
---	---	---





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- Ejercicio de **Erosión**: cuando el punto central del EE tiene un 0 y si en la imagen se cumple el patrón, el pixel con valor 0 (sobre el que está el EE) se cambia a 1: (azules se agregan, rojo se eliminan).

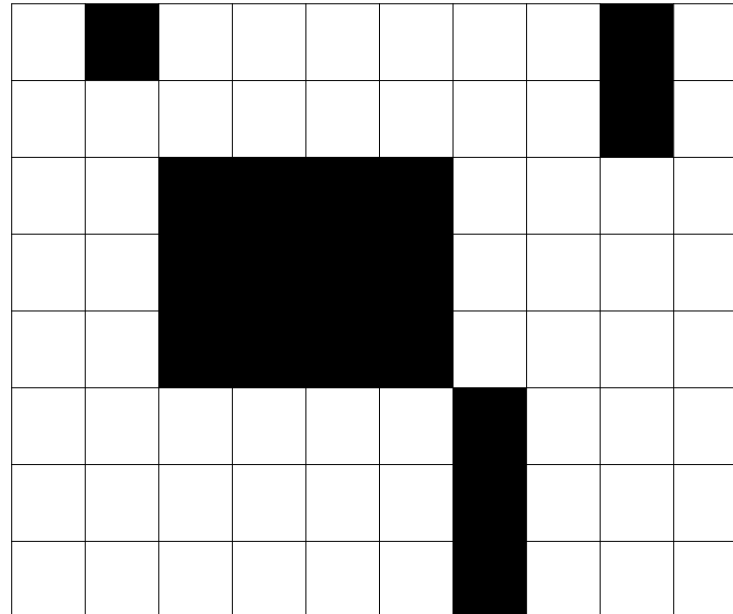


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- 🌀 Ejercicio de **Dilatación** y **Erosión**: ¿Qué resultado se obtiene al dilatar una imagen y después erosionarla con el mismo elemento estructuyente?

$$((A \oplus B) \ominus B)$$

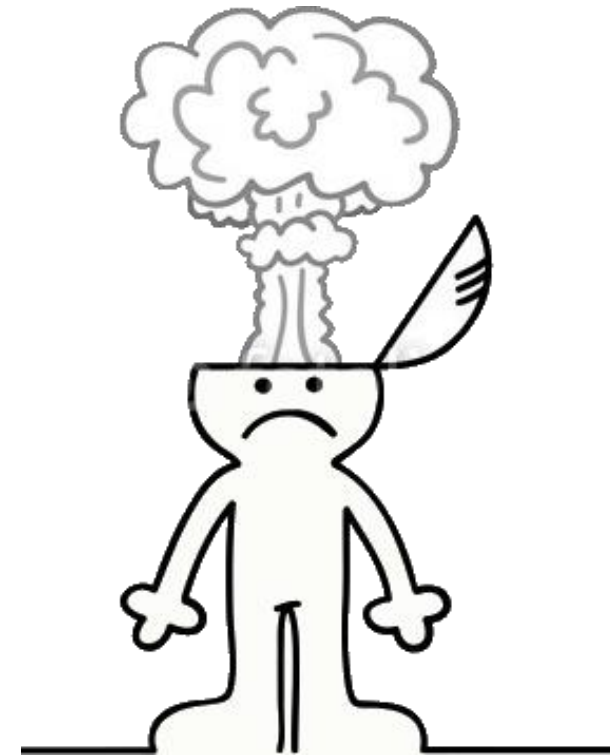
1	0	1
0	1	0
1	0	1



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

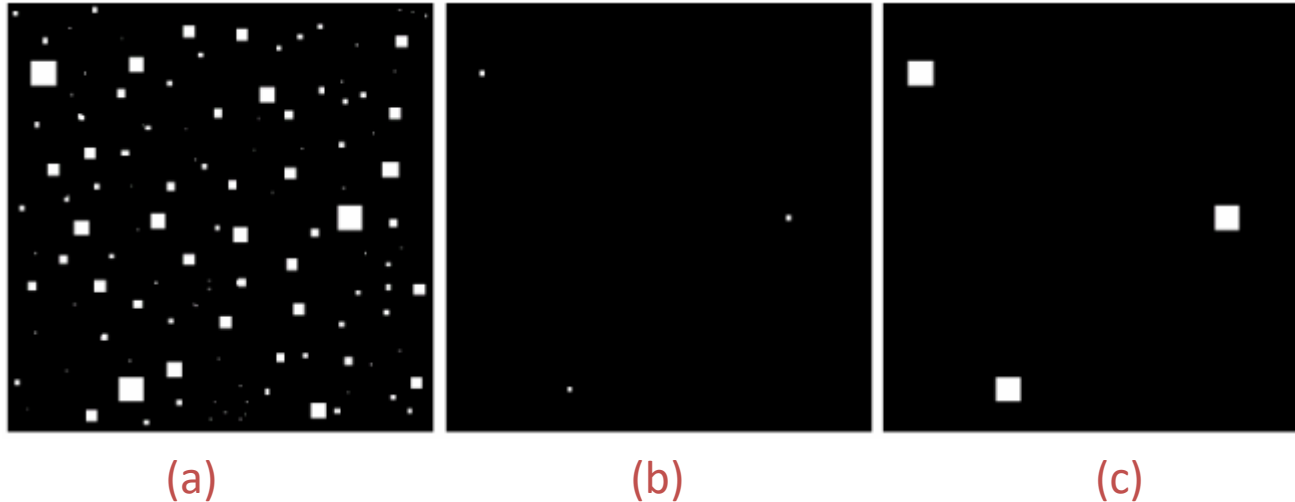
- La dilatación y erosión son transformaciones **NO INVERTIBLES**. Si una imagen es erosionada y luego dilatada, la imagen original NO se recupera. En efecto, el resultado es una imagen más simplificada y menos detallada que la imagen original. Sin embargo éstas son operaciones duales:

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

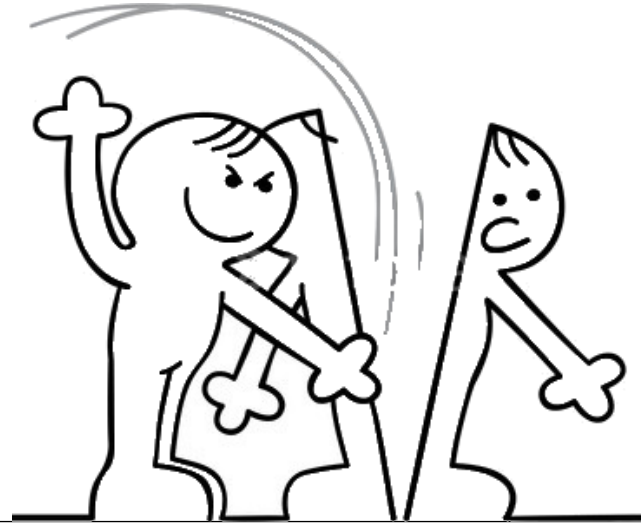


## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- 🌀 La dilatación y erosión son transformaciones **NO INVERTIBLES**:
  - 🌀 (a) es una imagen original con cuadrados de tamaño 1,3,5,7,9 y 15 px
  - 🌀 (b) es la erosión de la imagen (a) usando un elemento estructurante de 13x13 px
  - 🌀 (c) es la dilatación de la imagen (b) usando el mismo elemento estructurante



- 🌀 Una de las aplicaciones más típicas de la erosión es la eliminación de detalles irrelevantes



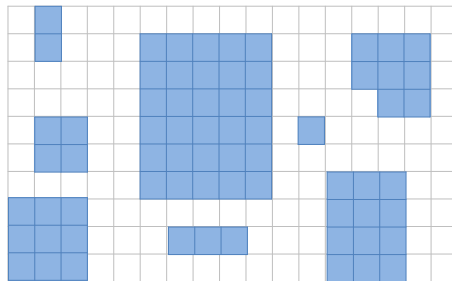
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS: APERTURA

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

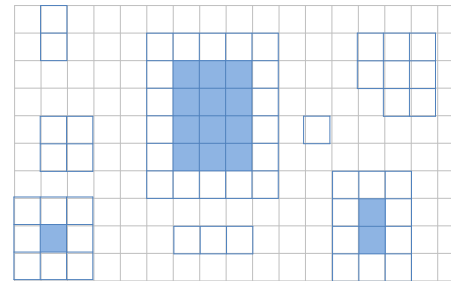
- La **Apertura** de un conjunto A por el elemento estructural B, se define como :

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

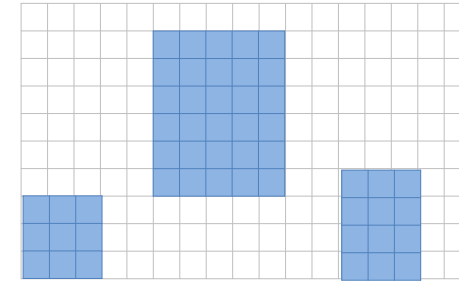
- La **Apertura** generalmente suaviza los contornos de un objeto, rompe uniones angostas (istmos), elimina salientes finas y abre pequeños huecos. También puede eliminar franjas o zonas de un objeto que sean *más estrechas* que el elemento estructural.



1	1	1
1	1	1
1	1	1



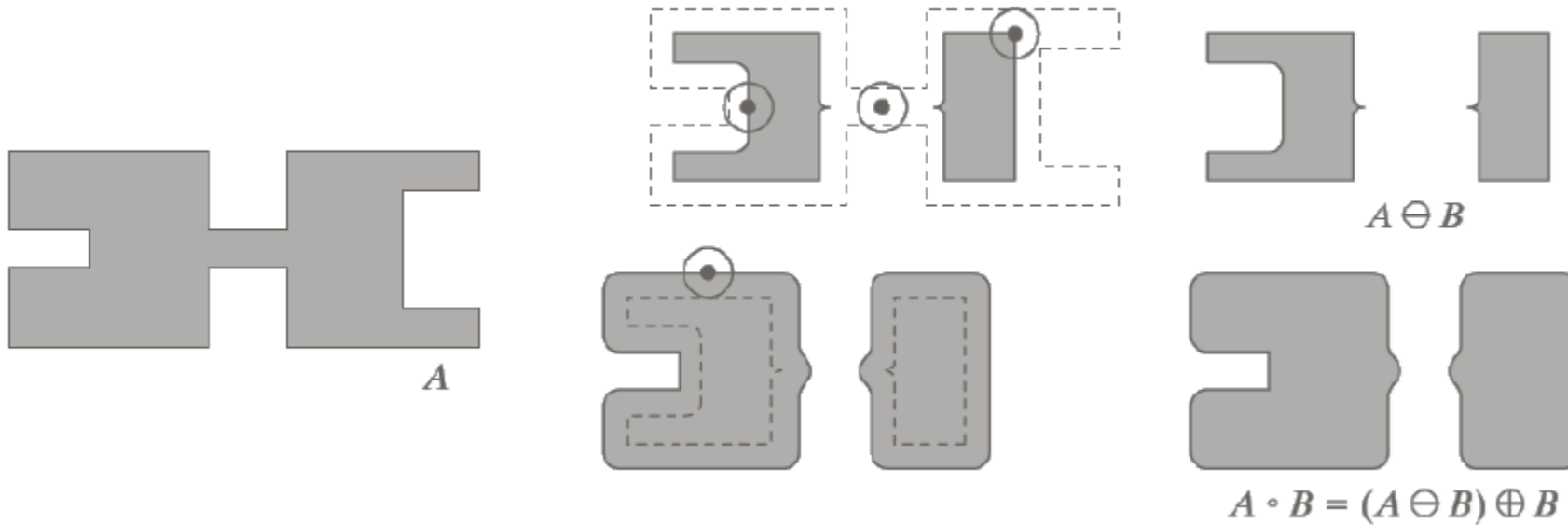
1	1	1
1	1	1
1	1	1





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Ejemplo de la **Apertura** :

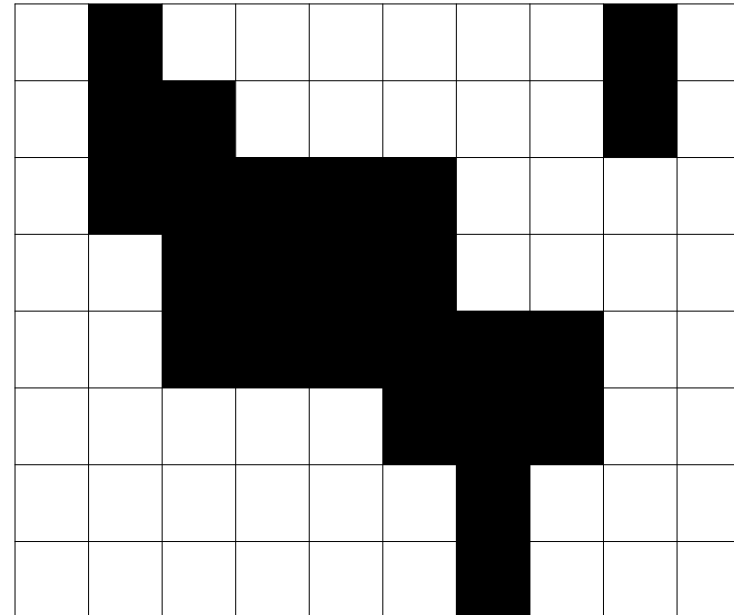


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 Ejercicio de la **Apertura** :

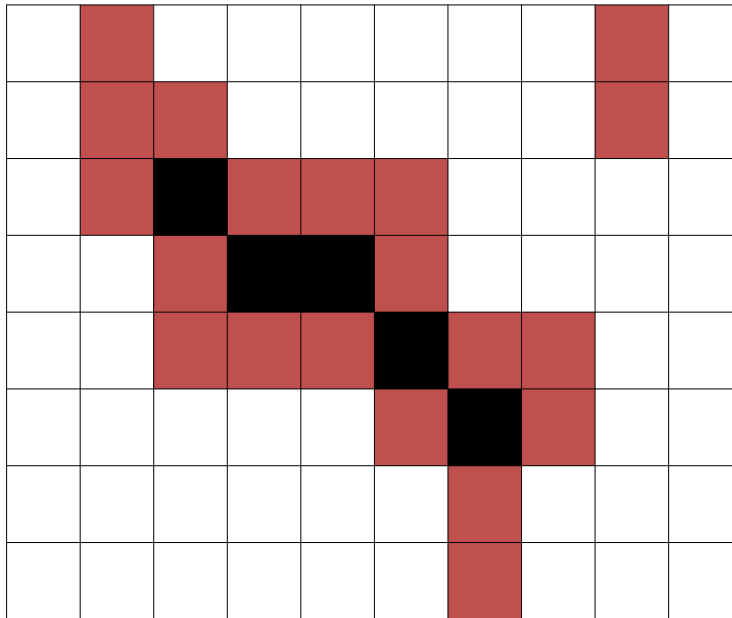
0	1	0
1	1	1
0	1	0

o

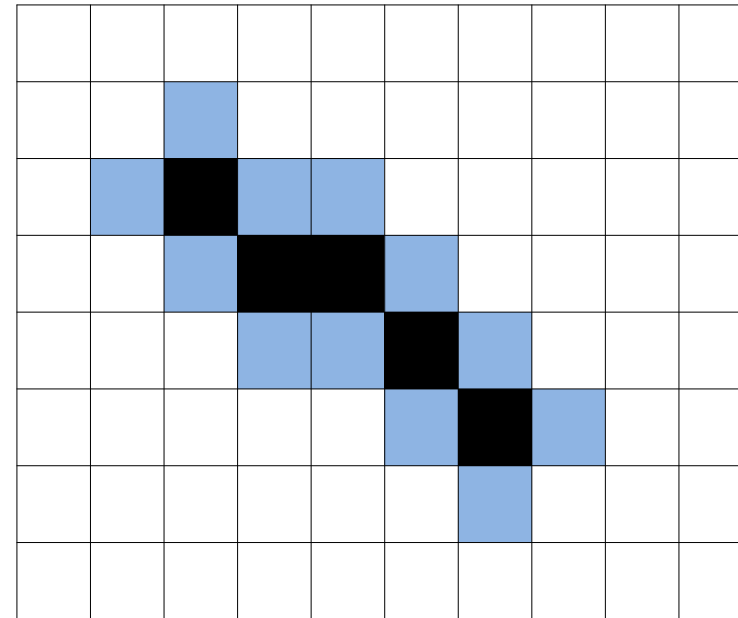


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 Ejercicio de la **Apertura** :



Resultado de la Erosión Inicial



Resultado de la Apertura

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 Ejemplo de la **Apertura**:

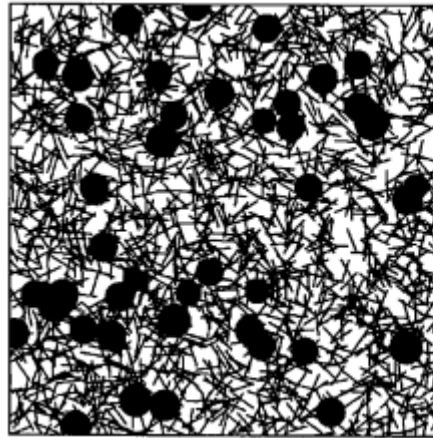
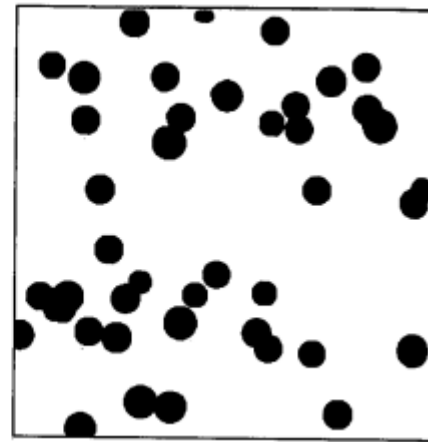



Imagen Original



Apertura

 La apertura se ha realizado con una mascara en forma de disco, aunque no se menciona el tamaño de la misma.

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 Ejemplo de la **Apertura** :



Imagen Original

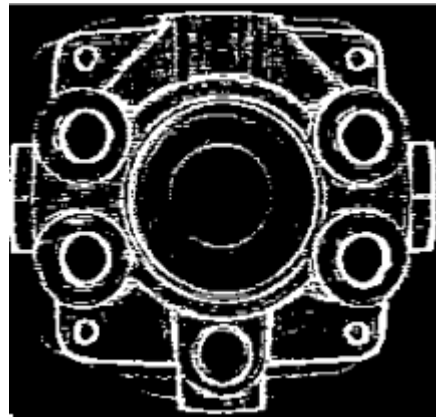
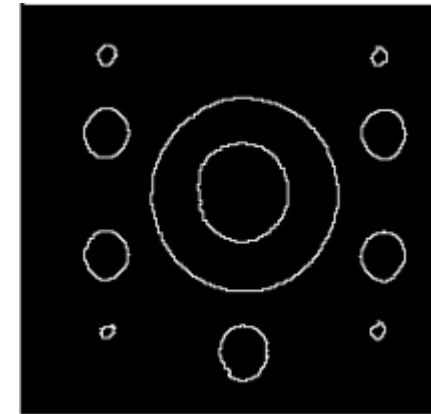


Imagen Umbralizada



Apertura

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Imagen  
Original

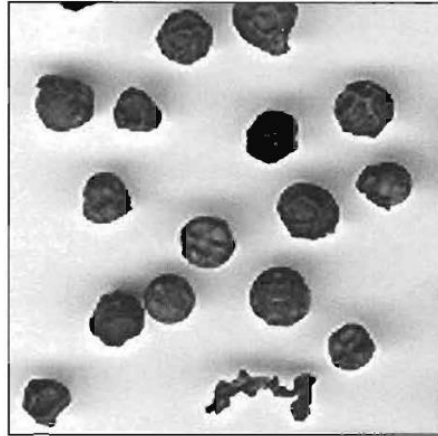
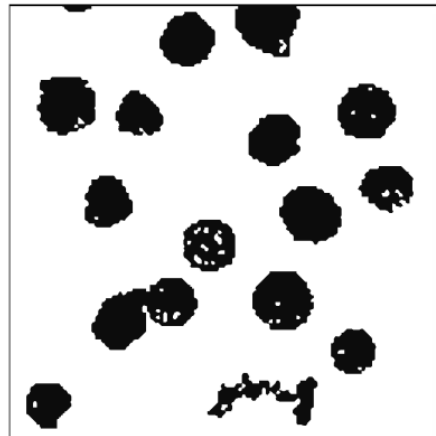
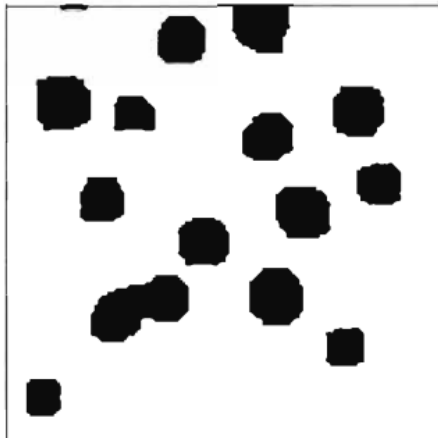


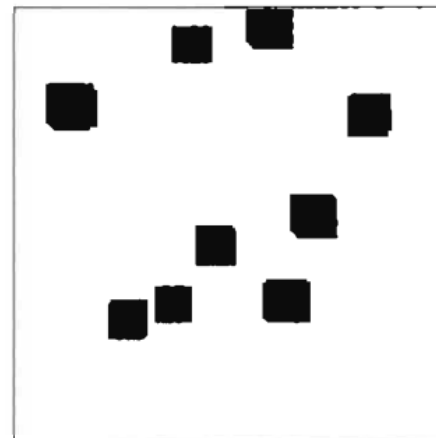
Imagen  
Umbralizada



Apertura  
7x7

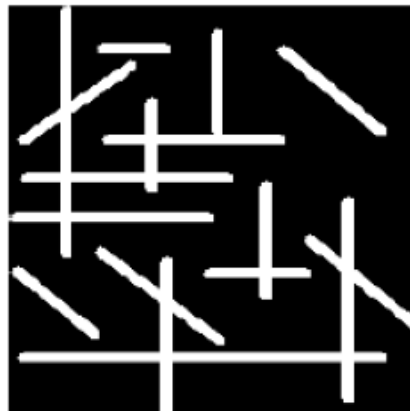


Apertura  
11x11

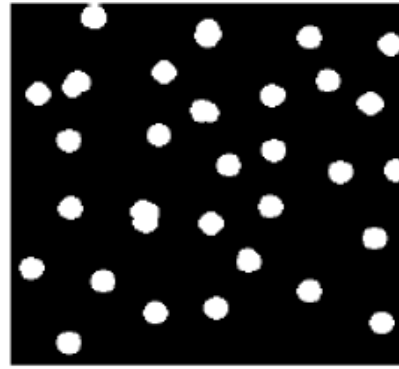


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Imagen  
Original



Apertura  
Circular Diámetro 11



Apertura  
Rectangular de 9x3



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Extracción de objetos usando **Apertura**

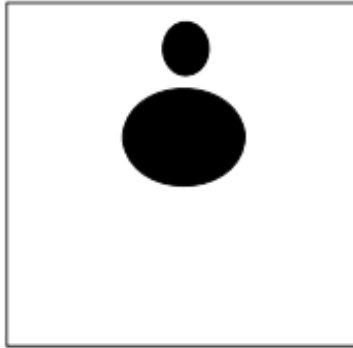


A

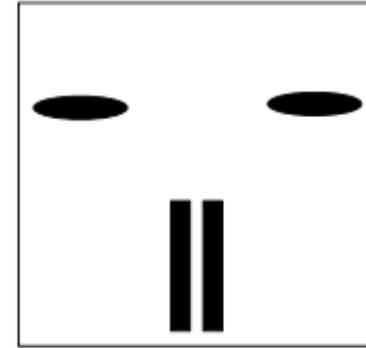


S1

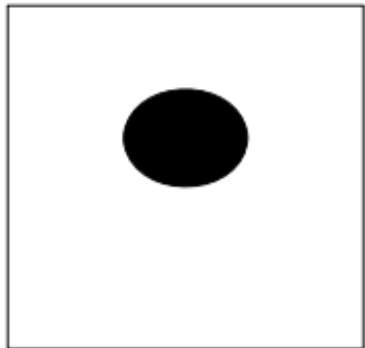
S2



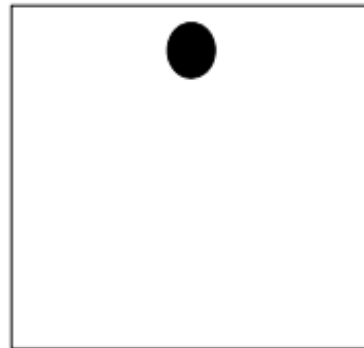
$A \circ S1$



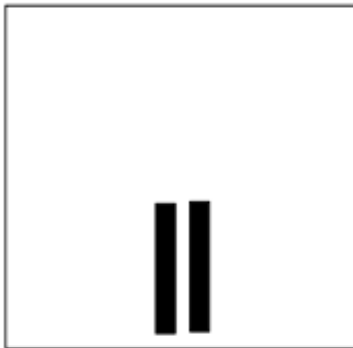
$A - (A \circ S1)$



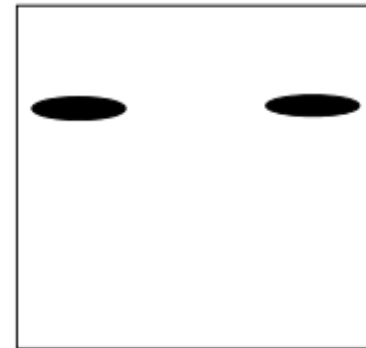
$(A \circ S1) \circ S2$



$((A \circ S1) \circ S2) - (A \circ S1)$

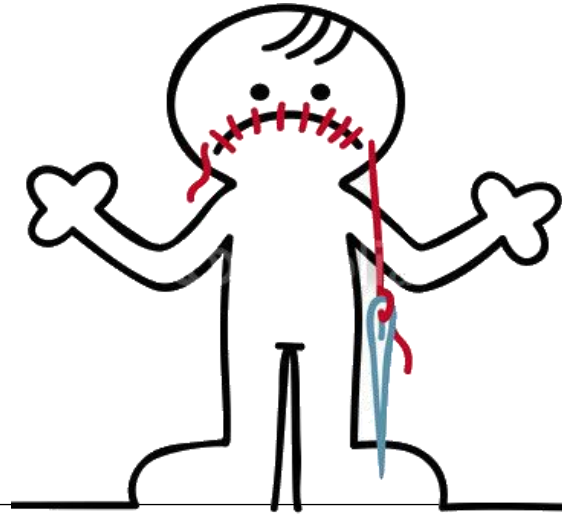


$A - ((A \circ S1) \circ S2)$



$(A - (A \circ S1)) - ((A - (A \circ S1)) \circ S2)$





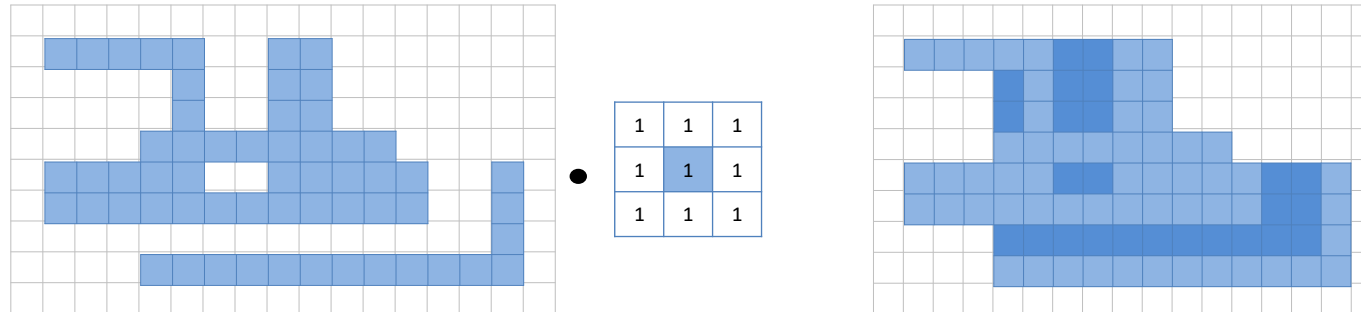
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS: CIERRE

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- El **Cierre** de un conjunto A por el elemento estructurante B, se define como:

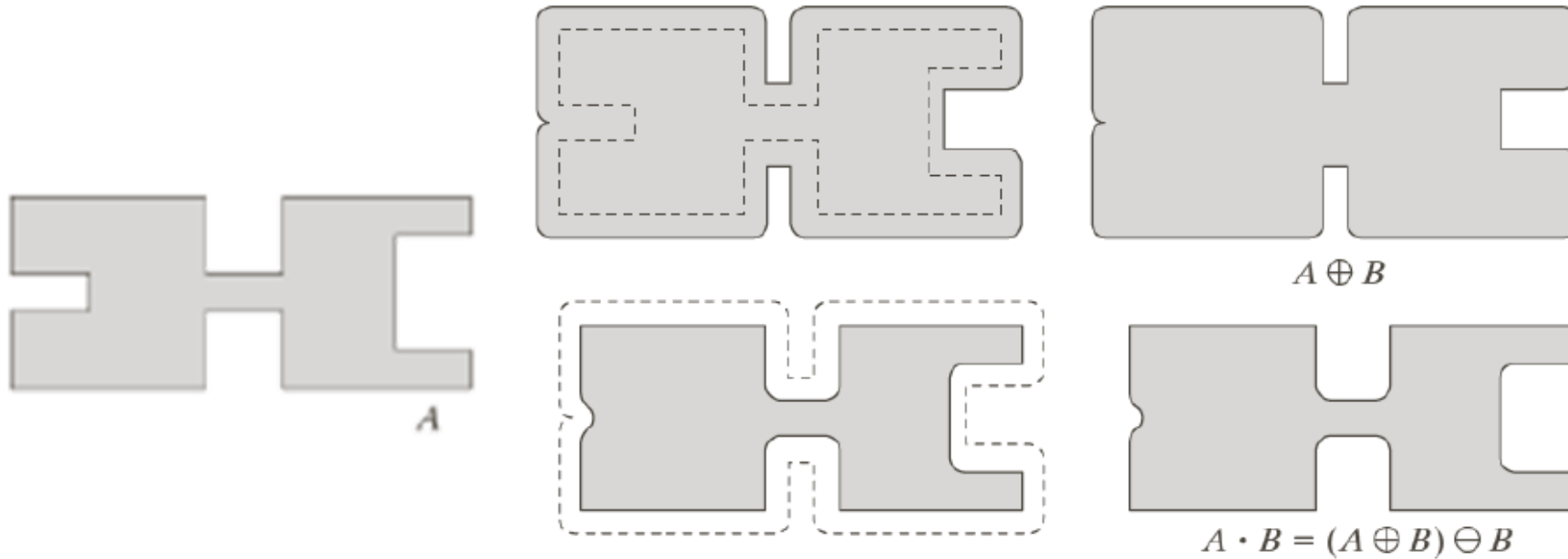
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

- La clausura también suaviza los contornos pero, a diferencia de la apertura, generalmente, fusiona las hendiduras finas y largas presentes en los objetos, elimina agujeros pequeños y rellena brechas en el contorno uniando objetos cercanos.



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Ejemplo del **Cierre** :



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Imagen  
Original

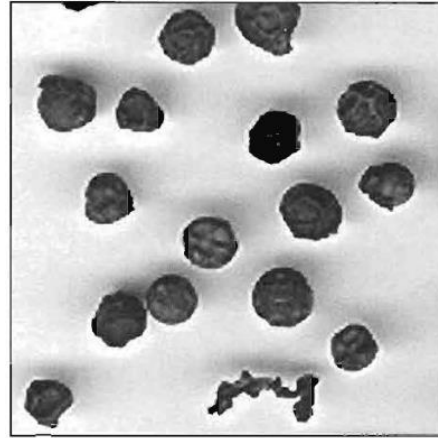
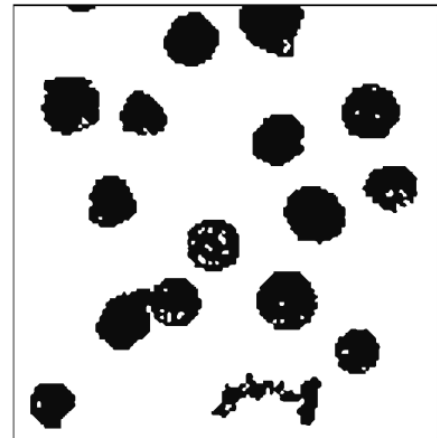
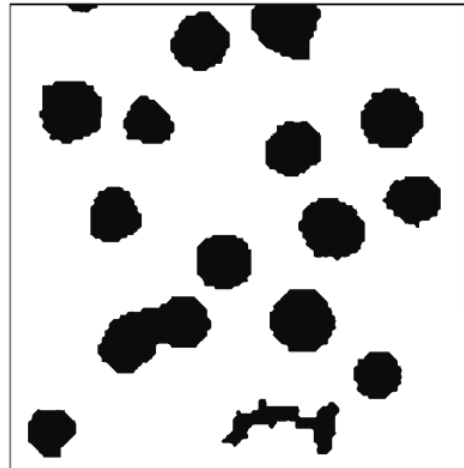


Imagen  
Umbralizada



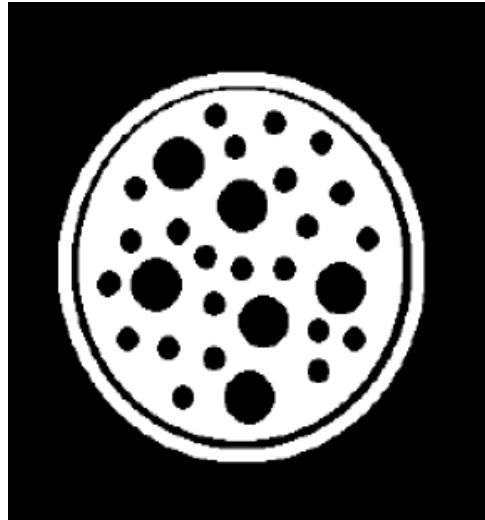
Cierre  
3x3





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

Imagen Original

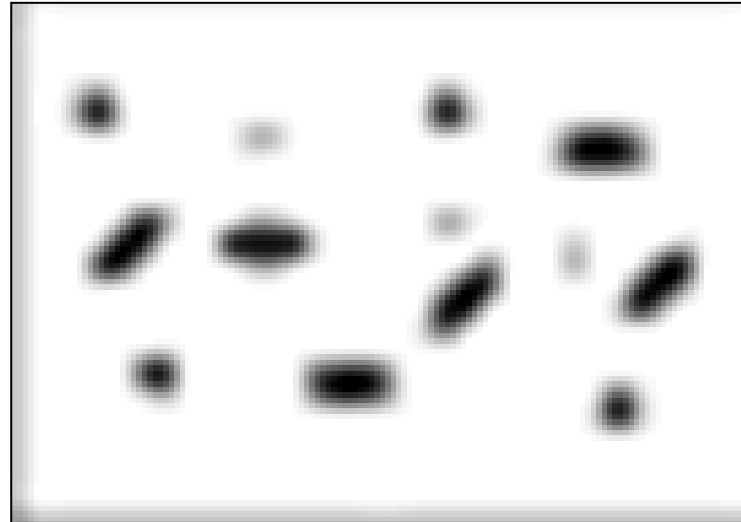


Cierre Circular Diámetro 22

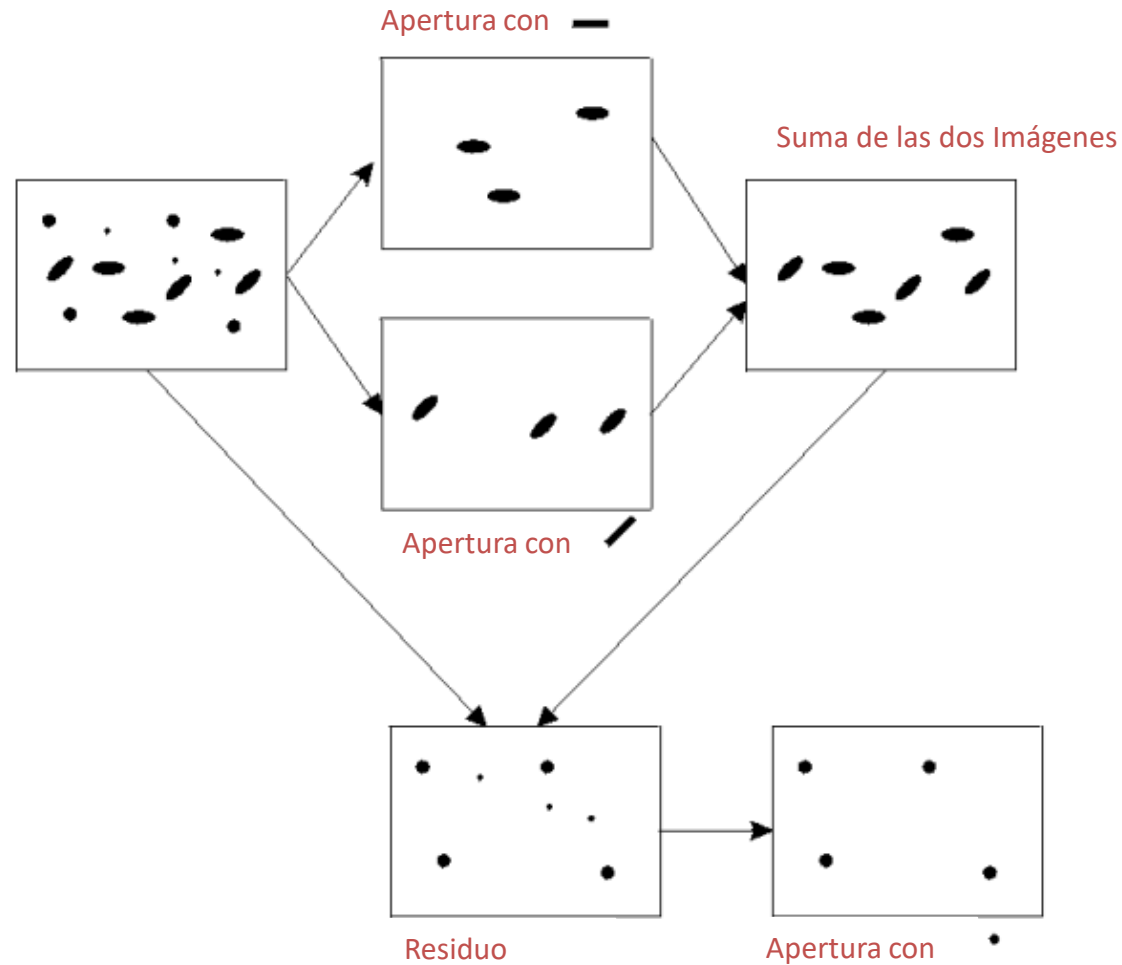


## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplo del Apertura y Cierre



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS



## OTRAS “OPERACIONES” MORFOLÓGICAS





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- Una forma fácil de **extraer bordes** es usando las operaciones morfológicas. Dada una imagen A, sus borde se pueden obtener, primero **erosionando** A por un elemento estructurante apropiado, B, y posteriormente realizando la **diferencia** entre A y su erosión. Es decir,

$$F(A) = A - (A \ominus B)$$

El elemento estructurante B usado más frecuentemente es una 8-vecindad (como en el ejemplo que se muestra a continuación). También se usan otros tamaños de ventana, por ejemplo usando una ventana de 5x5 se ampliaría el grosor del borde resultado en entre dos y tres píxeles.

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

🕒 Ejemplo de **extracción de bordes** es usando las *operaciones morfológicas*.

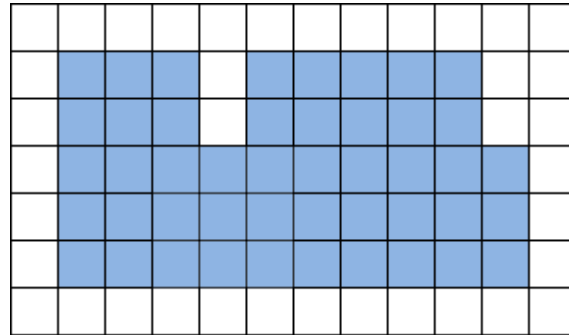
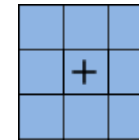
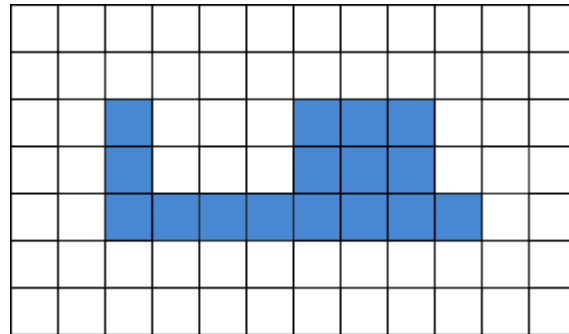


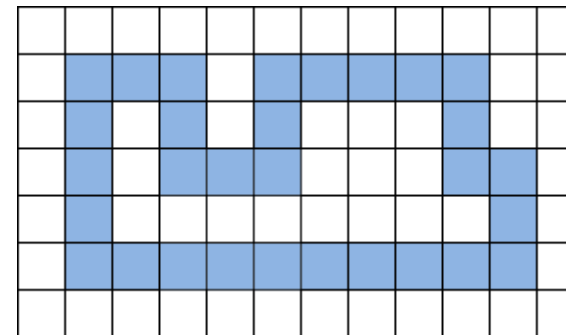
Imagen A



Elemento Estructurante B



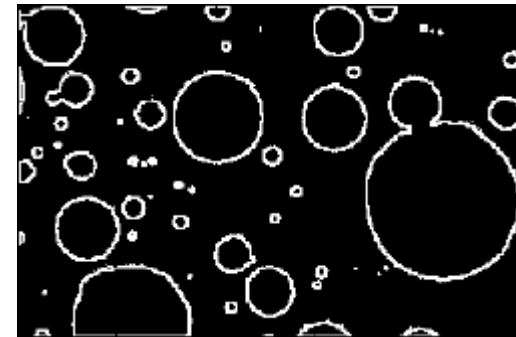
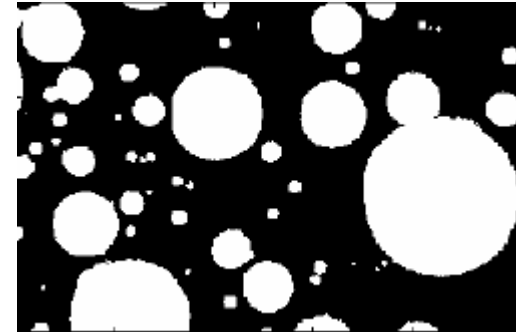
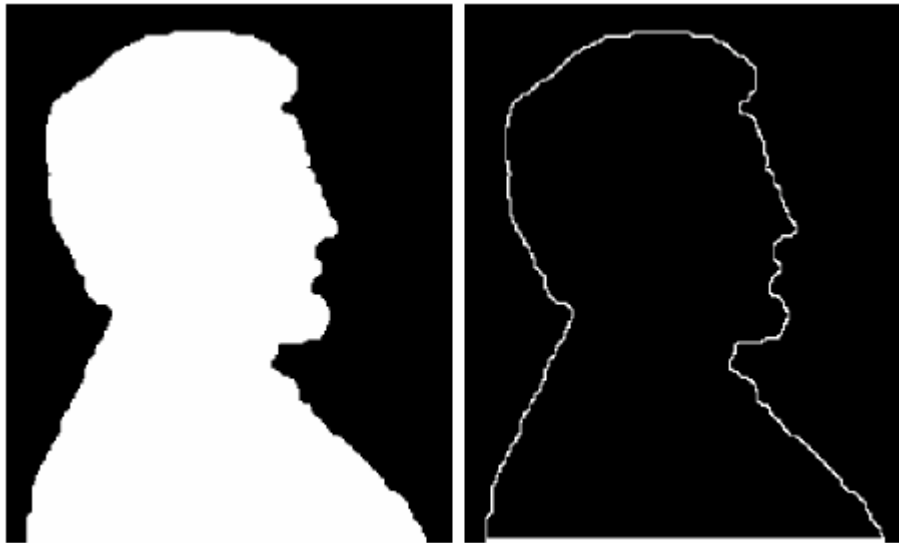
Erosión de A



$A - (A \ominus B)$

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- 🕒 Ejemplo de **extracción de bordes** es usando las *operaciones morfológicas*.



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- En ciertas aplicaciones, es conveniente poder *reconstruir una imagen* que ha sufrido varias erosiones o poder *llenar un objeto* que está definido por un borde, a esto se le conoce como **Relleno de Regiones**.
- Para iniciar el relleno debemos empezar en un punto **P** (denominado semilla) que se encuentre dentro de la frontera que queremos rellenar. El siguiente procedimiento, entonces, rellena la región determinada por el punto **P** :

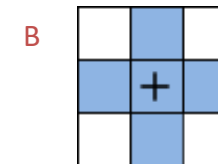
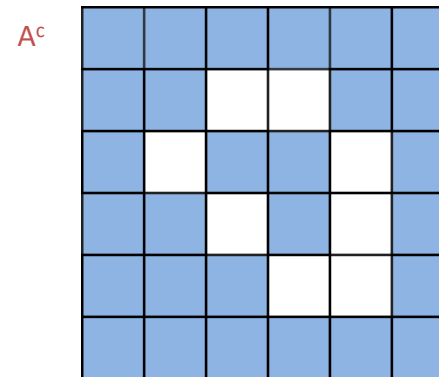
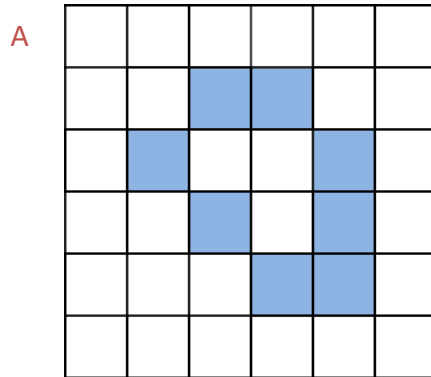
donde  $X_0 = P$ , y  $B$  es el elemento estructural. El algoritmo converge cuando  $X_k = X_{k-1}$ . El conjunto resultante de la unión de  $X_k$  y  $A$  contiene a la región rellenada y su borde.

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

0	1	0
1	1	1
0	1	0

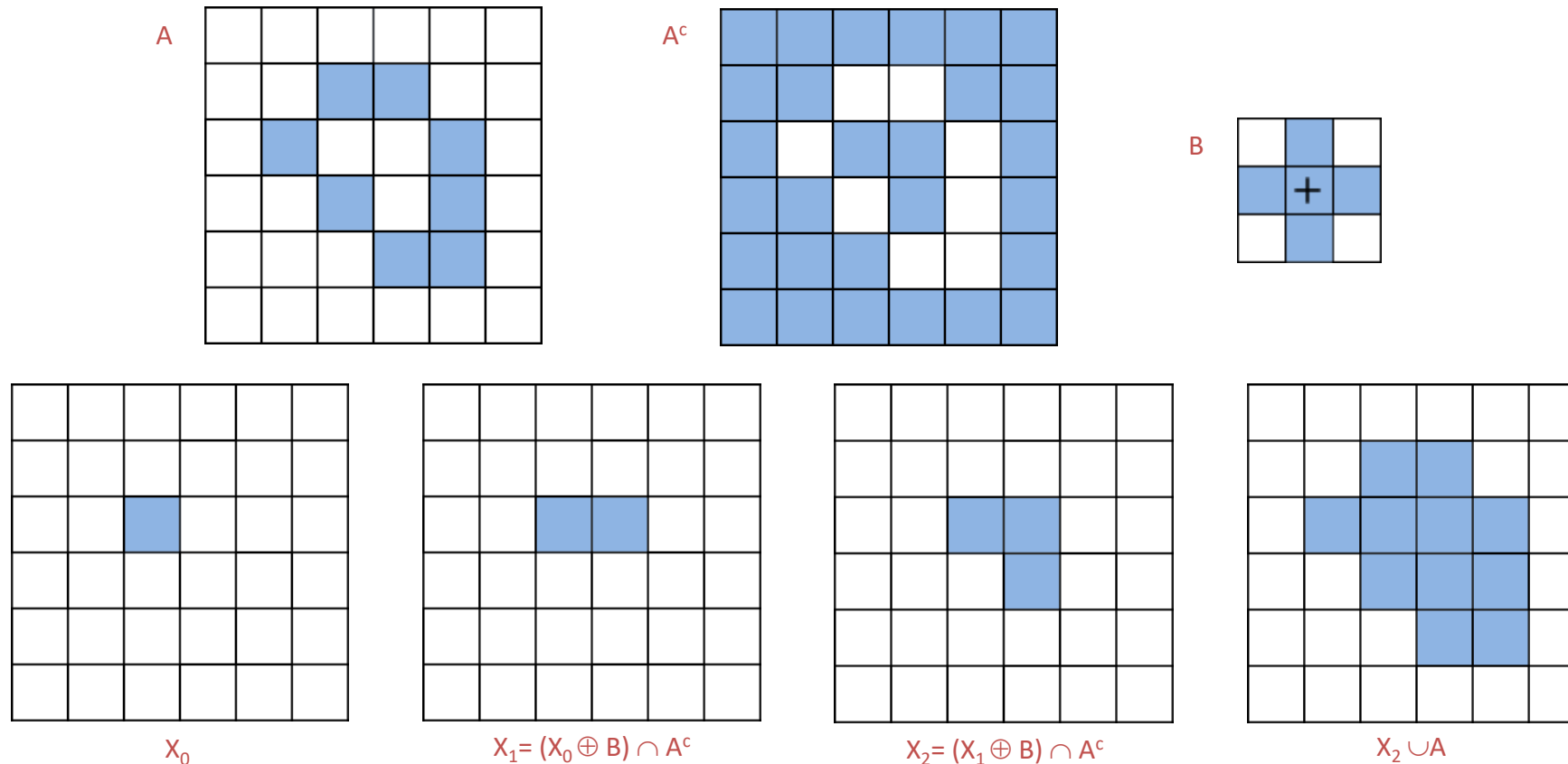
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

🌀 Ejemplo de **Relleno de Regiones**:



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

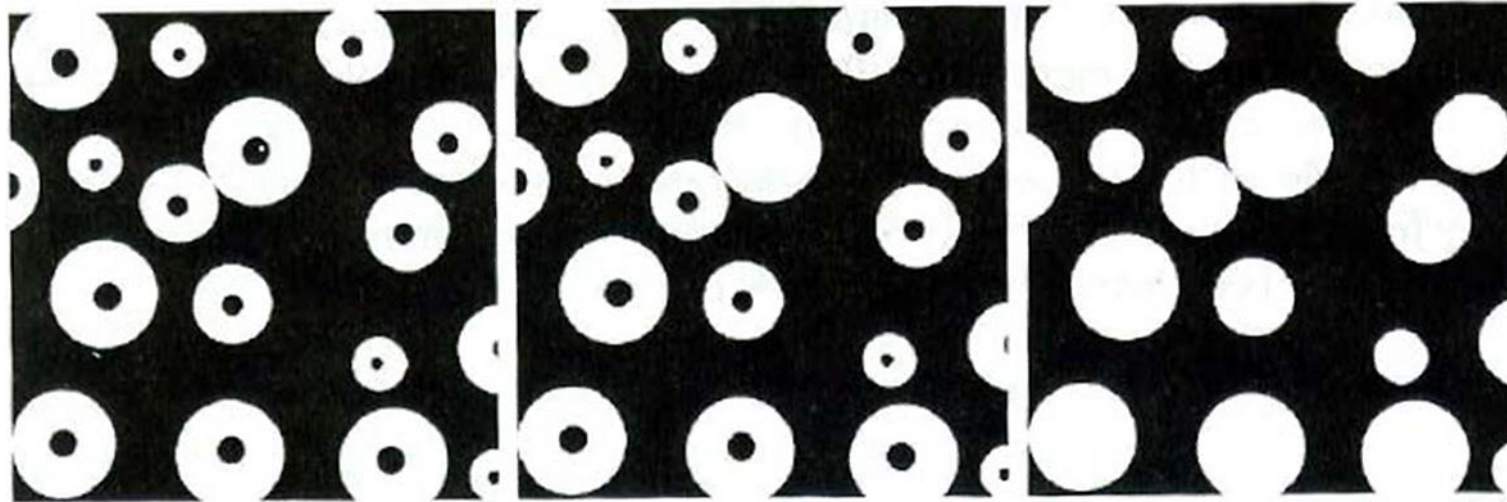
Ejemplo de **Relleno de Regiones**:



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

### Ejemplo de **Relleno de Regiones**:

Aunque en este ejemplo sólo rellenamos una región o subconjunto, el concepto puede aplicarse a un número finito de regiones, siempre que conozcamos puntos dentro de éstas (las semillas).



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- Supongamos que  $Y$  representa una **Componente Conexa** contenida en un conjunto  $A$  y supongamos que conocemos un punto  $p$  que pertenece a dicha región. Entonces, el siguiente procedimiento puede utilizarse para extraer  $Y$ :

$$X_0 = p$$

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

- El algoritmo termina en la iteración  $k$  si  $X_{k-1} = X_k$ . Con  $Y = X_k$ .
- $B$  es el elemento estructural siguiente:

1	1	1
1	1	1
1	1	1



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

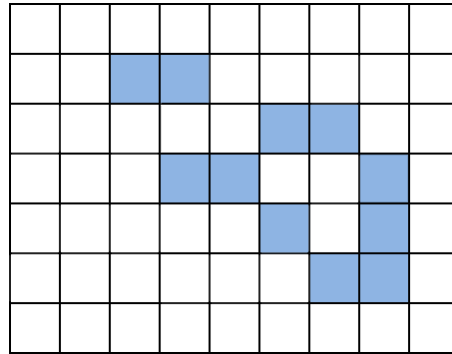
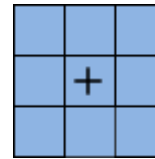
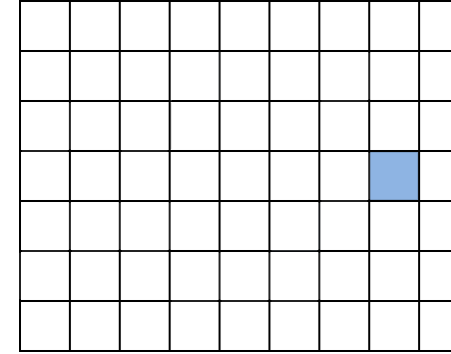


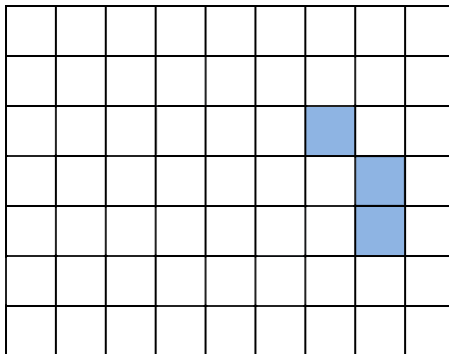
Imagen Original



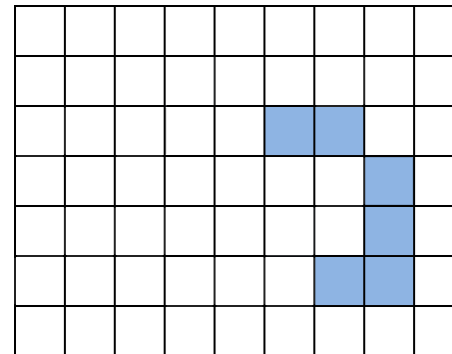
Elemento Estructurante



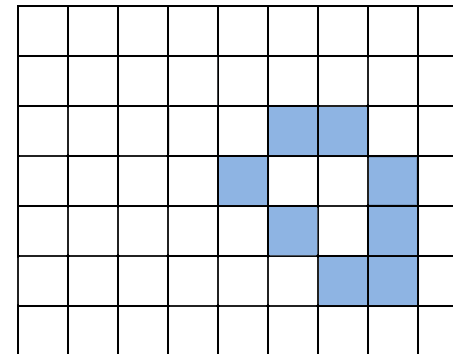
$X_0$



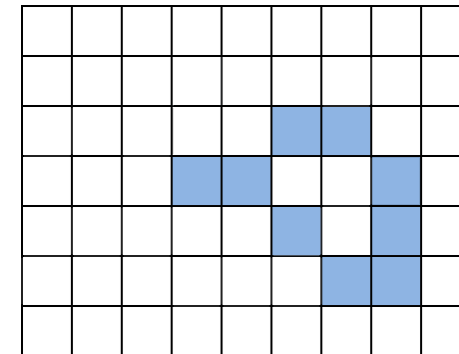
$X_1 = (X_0 \oplus B) \cap A$



$X_2 = (X_1 \oplus B) \cap A$



$X_3 = (X_2 \oplus B) \cap A$



$X_4 = (X_3 \oplus B) \cap A$

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

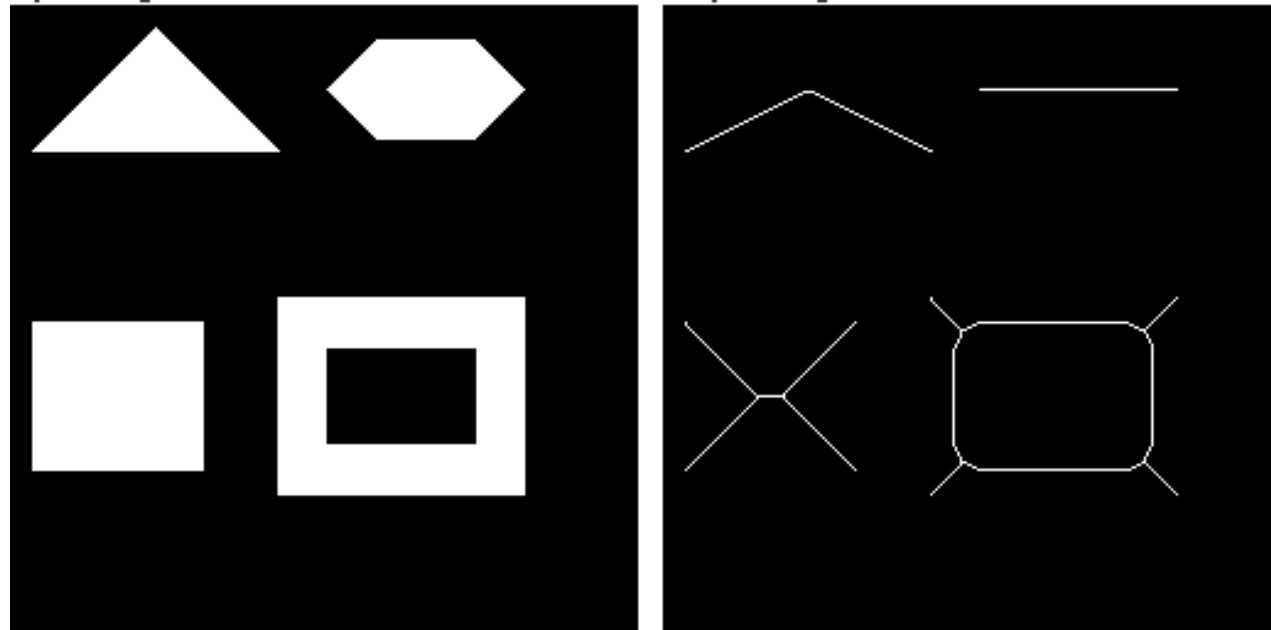
- El **Esqueleto** de una imagen es el arquetipo o soporte de los objetos que la componen. De manera informal, un esqueleto es una línea representante de un objeto tal que:
  - Es de 1 píxel de grosor
  - Pasa por la “mitad” del objeto
  - Preserva la topología del objeto
- El esqueleto intenta representar la forma de un objeto con un número relativamente pequeño de píxeles. De esta forma, todos los píxeles del esqueleto son estructuralmente necesarios.
- La posición, orientación y longitud de las líneas del esqueleto se corresponden con aquellas equivalentes de la imagen original. La tarea de sacar características de una imagen queda simplificada al obtener su esqueleto.

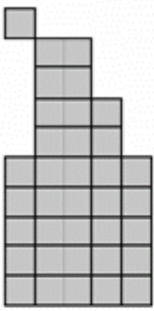
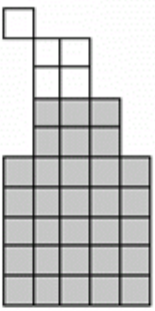


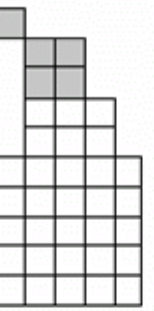
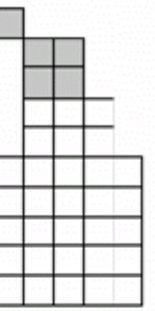
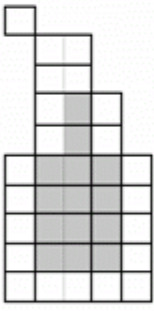
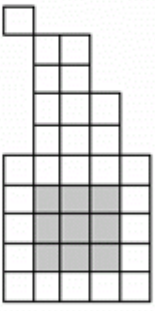
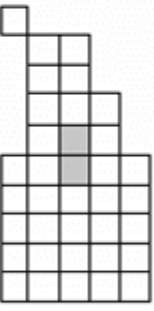
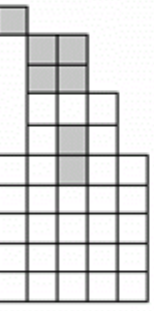
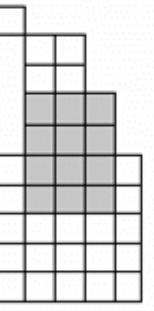
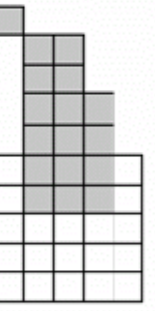
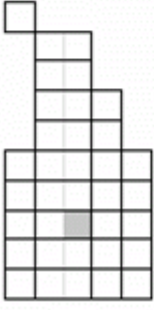
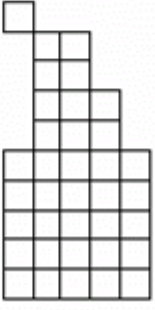

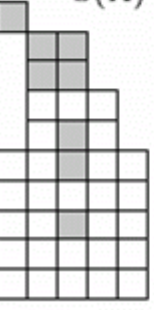
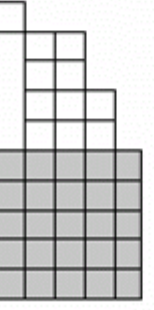
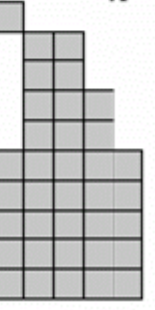
## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

El **Esqueleto** se puede expresar en términos de la erosión y la apertura como:


$$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A)$$

$$S_k(A) = (A \ominus kB) - [(A \ominus kB) \circ B]$$




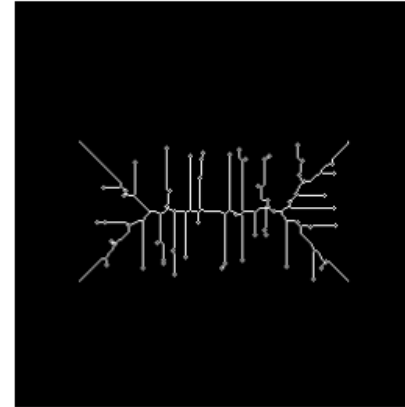
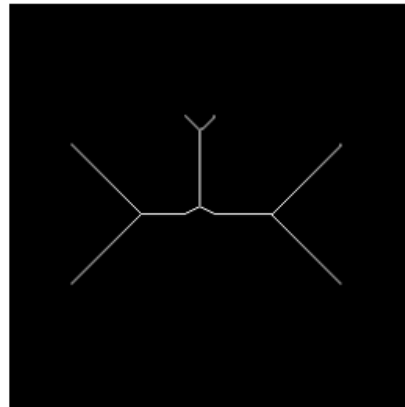
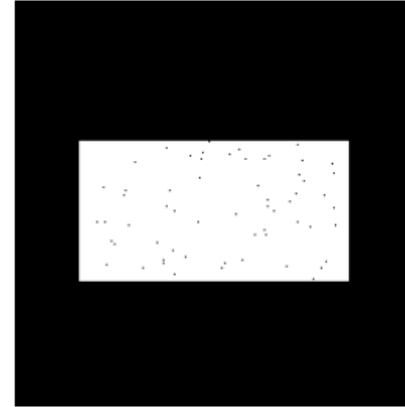
$k \backslash$	$A \ominus kB$	$(A \ominus kB) \cdot B$	$S_k(A)$	$\bigcup_{k=0}^K S_k(A)$	$S_k(A) \oplus kB$	$\bigcup_{k=0}^K S_k(A) \oplus kB$
0						
1						
2						

$B$





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 El **Esqueleto** es muy sensible a pequeños cambios en la imagen:



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

-  La combinación de apertura y cierre se utiliza con frecuencia para limpiar una imagen segmentada antes de su posterior análisis.  
... pero qué operaciones usar y como combinarlas?



La elección de si se debe usar de  
apertura o cierre, o una secuencia de  
erosiones y dilataciones,  
depende de la imagen y el objetivo.

La elección de un filtro morfológico está impulsado por el conocimiento disponible sobre la forma, tamaño y orientación de las estructuras que nos gustaría filtrar.

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

- La *Apertura* se utiliza cuando la imagen tiene el ruido en primer plano o cuando queremos eliminar elementos largos y delgados. No se utiliza cuando existe la posibilidad de que la operación inicial de la erosión se puede desconectar las regiones.
- El *Cierre* se utiliza cuando una región se ha desconectado y queremos restaurar la conectividad. No se utiliza cuando las diferentes regiones se encuentran cerca de tal manera que la primera iteración podría conectarlos.

Por lo general, se debe balancear su uso entre la reducción del ruido y la retención de las características mediante pruebas de imágenes representativas.

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

 Ejemplo usando **Diferentes Operaciones Morfológicas**:



 ¿Cuántos dientes tiene el Piñón?





## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

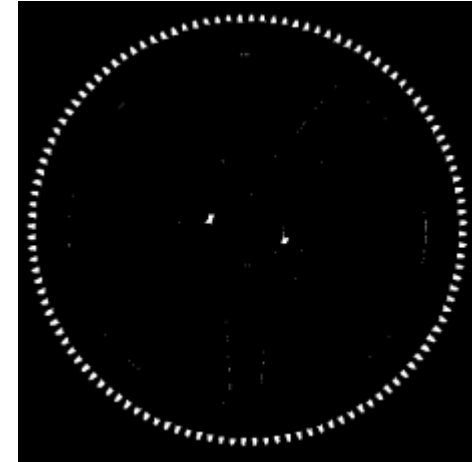
 Ejemplo usando **Diferentes Operaciones Morfológicas**:



Imagen Original



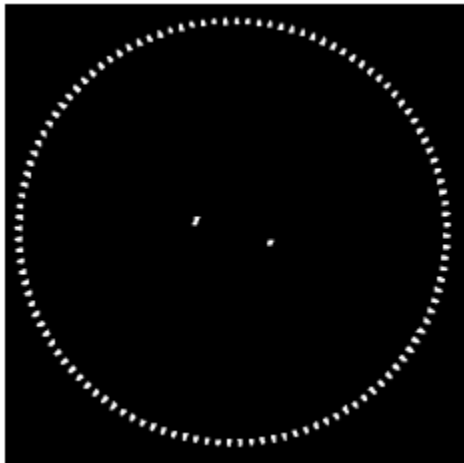
Cierre C11



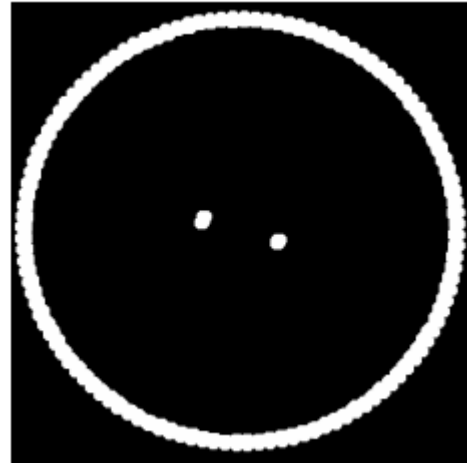
Diferencia

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

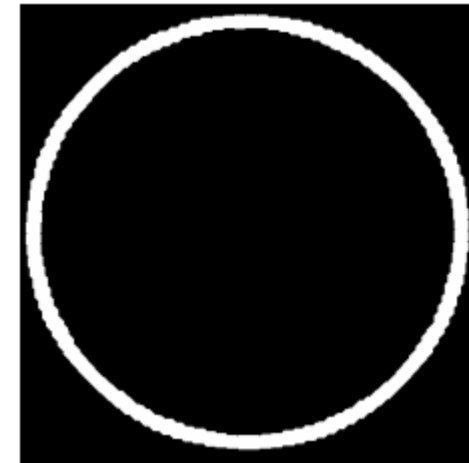
 Ejemplo usando **Diferentes Operaciones Morfológicas**:



Apertura C3



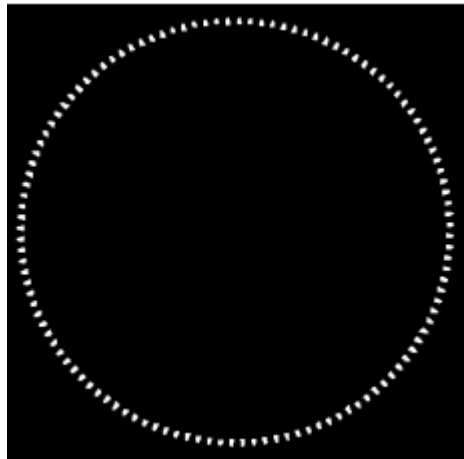
Dilatación C9



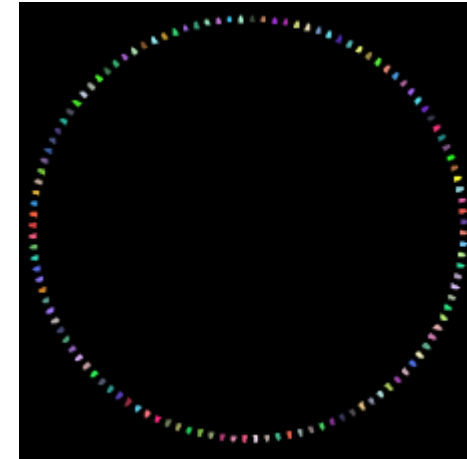
Apertura C19

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS

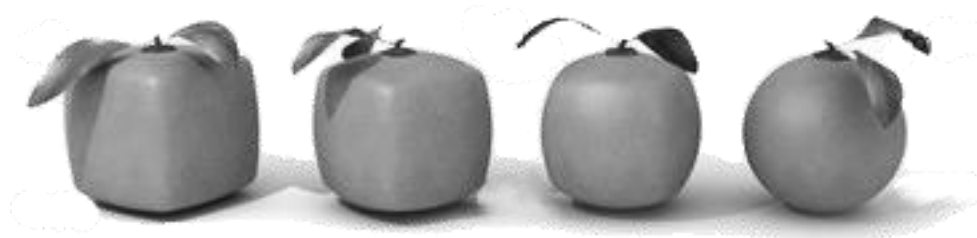
 Ejemplo usando **Diferentes Operaciones Morfológicas**:



AND Apertura(C3, C19)



Etiquetado de Componentes  
Conexas



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN NIVELES DE GRIS

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

- Sea  $f(x,y)$  una imagen de dimensión  $M \times N$  y  $b(i,j)$  el elemento estructural de dimensión  $n \times m$ , entonces la **Dilatación** se define como:

$$(f \oplus b) = \max_{\substack{0 \leq i \leq m-1 \\ 0 \leq j \leq n-1}} \{ f(x-i, y-j) + b(i, j) \}$$

- La imagen resultante tiene mayor brillo ya que los elementos oscuros son reducidos o eliminados, dependiendo de su valor y del elemento estructural.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	4	4	5	0	0
0	0	5	4	4	5	0	0
0	0	1	3	3	2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

 $\oplus$ 

1	2
1	2

 $=$ 

2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	4	5	5	6	7	2
2	2	6	7	6	6	7	2
2	2	6	7	6	6	7	2
2	2	2	2	2	2	2	2

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

Ejemplo de la **Dilatación**:

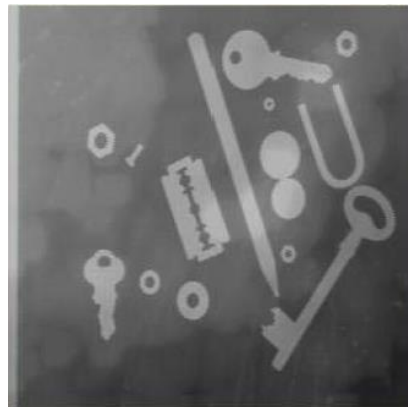
0	0	0	0	0
0	5	5	0	0
0	5	6	5	0
0	5	0	6	5
0	5	6	5	0

 $\oplus$ 

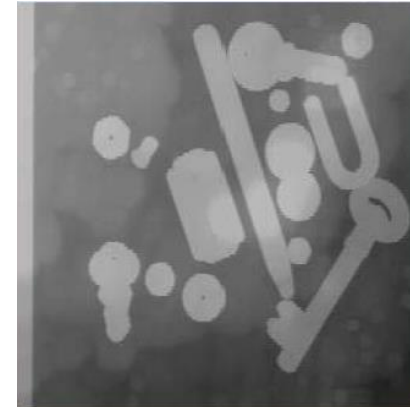
0	1	0
1	1	1
0	1	0

 $=$ 

1	6	6	1	1
6	6	7	6	1
6	7	7	7	6
6	6	7	7	7
6	7	7	7	6



0	1	0
1	1	1
0	1	0



## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

🌀 Ejemplo de la **Dilatación**:



1	1	1
1	1	1
1	1	1



Las zonas claras de la imagen tienden a expandirse y los detalles oscuros pequeños se reducen.

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

En niveles de gris la **Erosión** se define como:

$$(f \ominus b) = \min_{\substack{0 \leq i \leq m-1 \\ 0 \leq j \leq n-1}} \{f(x-i, y-j) - b(i, j)\}$$

La imagen resultante tiende a ser más oscura que la original ya que los elementos claros o brillantes son reducidos dependiendo de su valor, los valores colindantes y del elemento estructural.

0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	4	4	5	0	0
0	0	5	4	4	5	0	0
0	0	1	3	3	2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0



1	2
1	2

=

-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
-2	-1	2	2	2	-2	-2	-2
-2	-1	0	1	0	-2	-2	-2
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2
-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

Ejemplo de la **Erosión**:

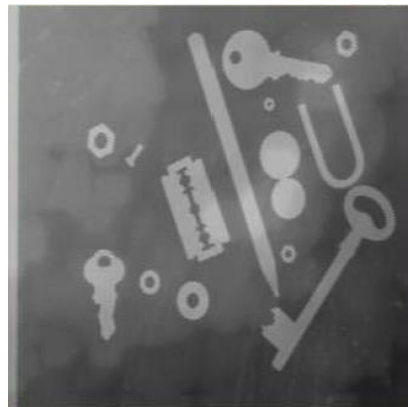
1	1	1	1	1
1	6	1	7	1
6	6	1	1	1
6	6	6	1	1
6	7	7	7	6



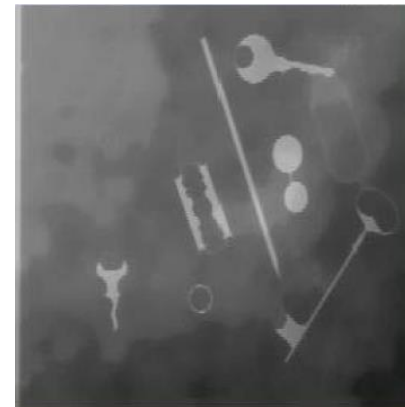
0	1	0
1	1	1
0	1	0

=

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
5	5	0	0	0
5	5	5	0	0



0	1	0
1	1	1
0	1	0



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

🕒 Ejemplo de la **Erosión**: ocurre el efecto contrario a la dilatación



1	1	1
1	1	1
1	1	1

=



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

- Las expresiones para la **Apertura** y **Clausura** de niveles de gris tienen la misma forma que la apertura y clausura binarias. La apertura de  $f$  por un elemento estructural  $b$ , se denota por  $f \circ b$  y se define mediante

$$f \circ b = (f \ominus b) \oplus b$$

- Análogamente, la clausura de  $f$  por  $b$  se denota por  $f \bullet b$ , y se define

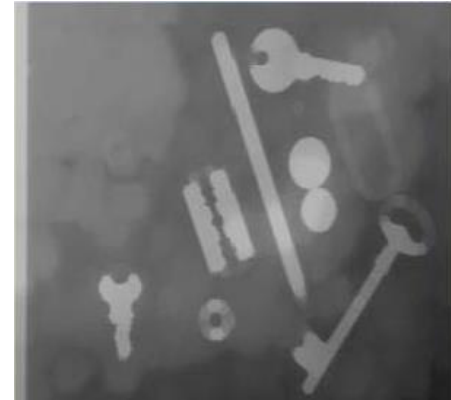
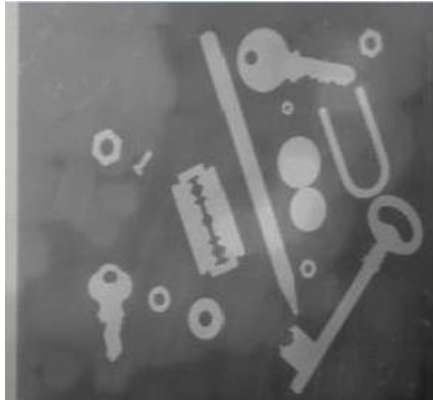
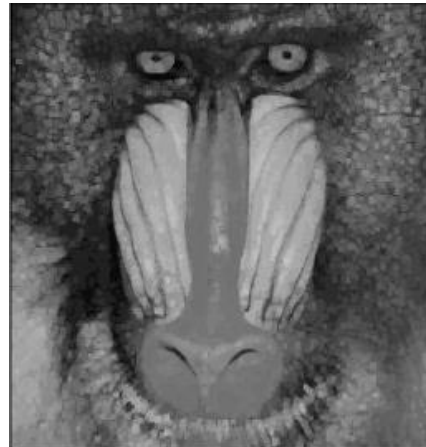
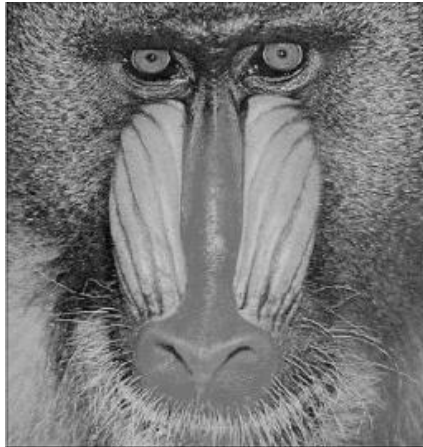
$$f \bullet b = (f \oplus b) \ominus b$$

- La apertura y la clausura son duales, es decir,

$$(f \bullet b)^c = f^c \circ b^{\wedge}$$


## 🚀 OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

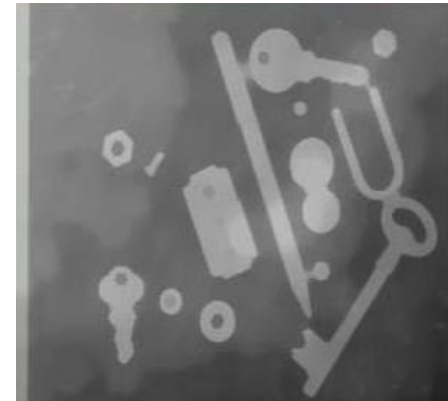
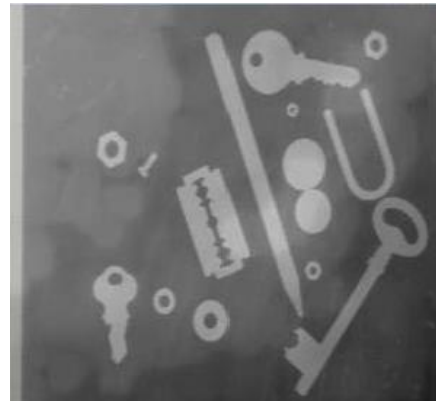
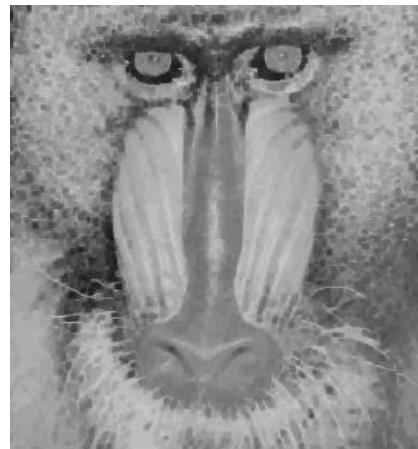
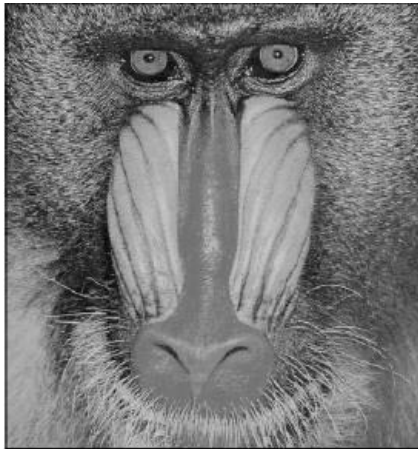
🌀 Ejemplo de la **Apertura**:



La **Apertura** se usa para borrar detalles claros que sean pequeños en comparación con el elemento estructural, manteniendo el resto de la imagen prácticamente igual (la erosión también eliminaba pequeños detalles claros pero oscurecía toda la imagen).

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

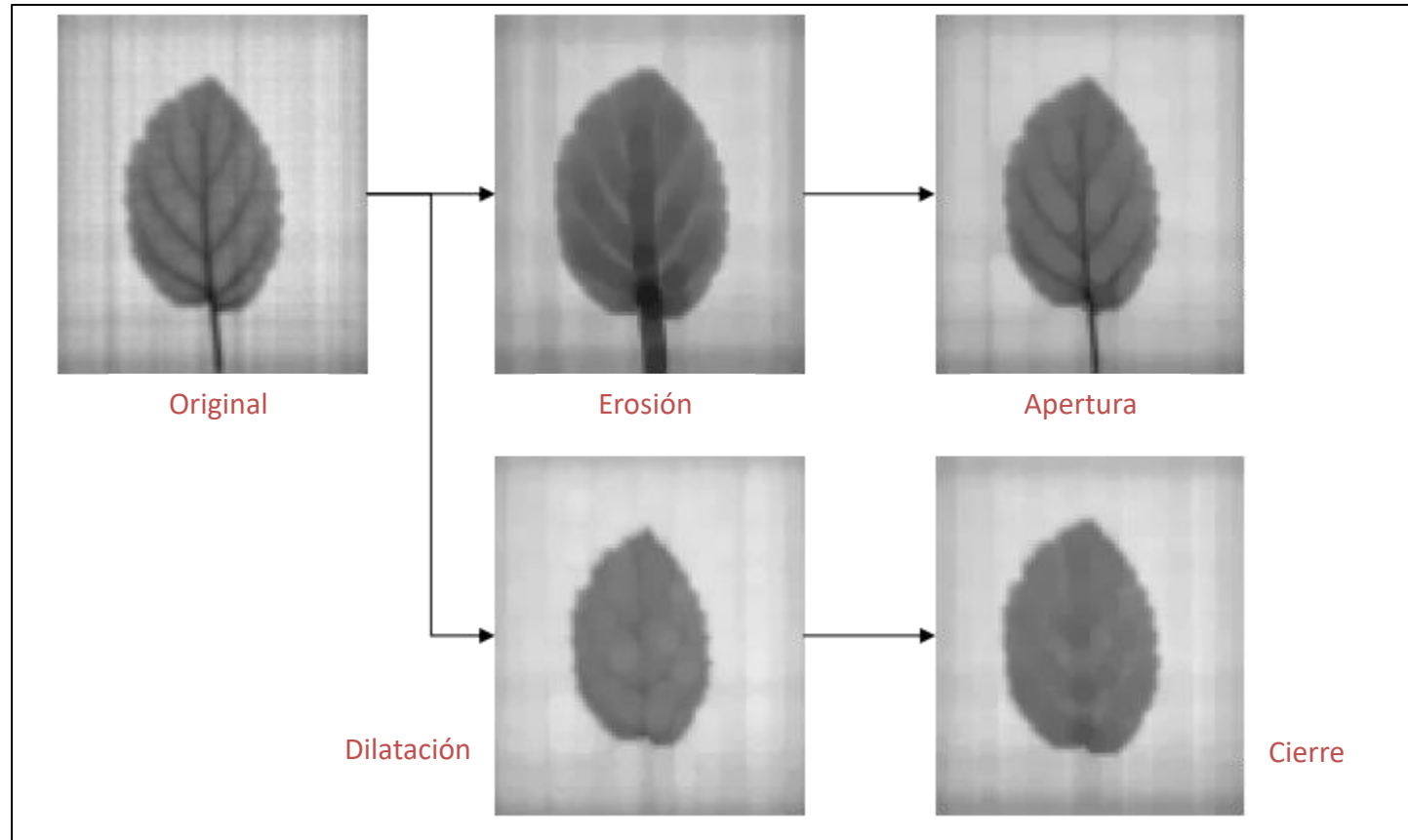
 Ejemplo del **Cierre**:




El **Cierre** elimina detalles oscuros de la imagen, dejando el resto prácticamente igual (la dilatación también eliminaba detalles oscuros, pero aclaraba la imagen en general).

## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

Comportamiento de las Cuatro Operaciones:



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

-  La **Transformación Top-Hat** es una operación que combina la apertura con la resta para resaltar los objetos de color contrario al fondo:

$$TH(A) = A - (A \circ B)$$

Si los objetos de la imagen tienen el mismo contraste local, es decir, si los mismos son todos más oscuro o más brillante que el fondo, la **Transformada Top-Hat** puede ser utilizada para atenuar un fondo con un gradientes.



## OPERACIONES MORFOLÓGICAS EN IMÁGENES EN GRIS

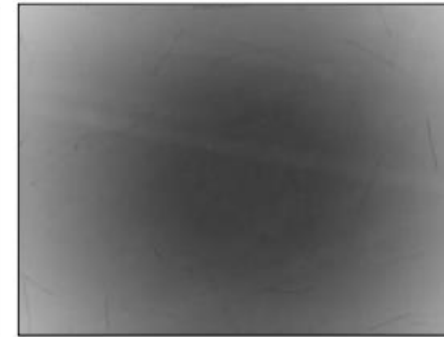
 Ejemplo de la **Transformación Top-Hat** :



(a) Imagen Original



(b) Segmentación de (a)

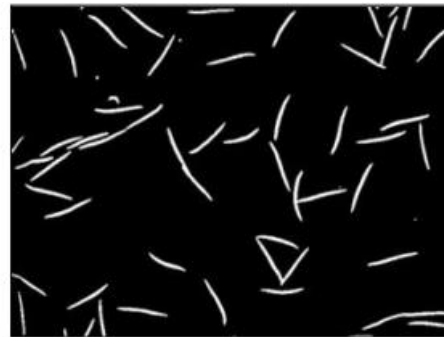


(c) Apertura de (a)

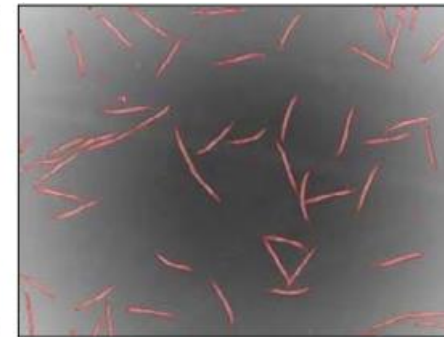
Usando un EE  
Con forma de  
Disco y radio 5



(d) Transformada Top – Hat de (a)



(e) Segmentación de (d)



Superposición de (a) y (e)





Institución  
**Universitaria**  
Reacreditada en Alta Calidad

¡Gracias!

Hacia una era de  
**Universidad y**  
*Humanidad*



Alcaldía de Medellín