Fachbereich Mathematik & Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. Rupert Klein, Dr. Thomas vonLarcher

1. Übung zur Vorlesung

# Computerorientierte Mathematik 2

Sommersemester 2013

`https://dms-numerik.mi.fu-berlin.de/`

**Abgabe: Bis Montag, 29.04.2013**

**1. Aufgabe** *Klassische Polynominterpolation* (4 Punkte)

a) Gegeben seien die Stützstellen

$$x_1 = -\frac{1}{2} \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 1 \quad x_4 = 2$$

mit dazugehörenden Werten

$$f(x_1) = \frac{3}{4} \quad f(x_2) = 1 \quad f(x_3) = 0 \quad f(x_4) = -3$$

Berechnen Sie mittels der klassischen Polynominterpolation das zugehörige Interpolationspolynom. Das resultierende lineare Gleichungssystem für die Koeffizienten können Sie in Matlab mit dem Befehl „\“ lösen (siehe „help mldivide“ in Matlab).

b) Was fällt Ihnen auf, wenn Sie die Ordnung des Polynoms mit der Anzahl der Stützstellen vergleichen?

**2. Aufgabe** *Lagrange trifft Newton* (4 Punkte)
Gegeben seien die Knoten

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 2$$

und die dazugehörigen Werte

$$f(x_1) = 1 \quad f(x_2) = 0 \quad f(x_3) = -3$$

a) Berechnen Sie die Lagrangepolynome $L_1$, $L_2$ und $L_3$ zu diesem Gitter. Stellen Sie das Interpolationspolynom in Lagrangedarstellung auf und berechnen Sie dessen Wert an der Stelle $x = -\frac{1}{2}$.

b) Stellen Sie das Interpolationspolynom in der Newtonschen Darstellung dar.

**3. Aufgabe** *Mein numerischer Werkzeugkasten* (8 Punkte)
In dieser Aufgabe sollen Sie drei Funktionen schreiben, die später als Hilfsmittel bei der Lösung von Interpolationsaufgaben verwendet werden können.

a) Schreiben Sie eine Funktion

$$\text{function } y = \text{evalNewtonIntPoly}(\vec{x}, \vec{a}, x)$$

welche zu gegebenem Gitter $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ und gegebenen Koeffizienten $\vec{a} = (a_1, \dots, a_n)$ das zugehörige Newtonsche Interpolationspolynom an einer Stelle $x$ auswertet (Stichwort: Hornerschema).

b) Schreiben Sie eine Funktion

$$\text{function } y = \text{evalLagrangeIntPoly}(\vec{x}, \vec{b}, x)$$

welche zu gegebenem Gitter $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ und gegebenen Koeffizienten $\vec{b} = (b_1, \dots, b_n)$ das Polynom

$$y = p_n(x) = \sum_{i=1}^{n} b_i L_i(x)$$

an einer Stelle $x$ auswertet. Die $L_i$ sind die zu dem Gitter gehörenden Lagrangepolynome.

c) Schreiben Sie eine Funktion

$$\text{function } y = \text{newtonDivDiff}(\vec{x}, f)$$

welche zu gegebenem Gitter $\{x_1, \dots, x_n\}$ und gegebenem $f$ die Newtonsche dividierte Differenz

$$f[x_1, \dots, x_n]$$

berechnet. *Hinweis:* Wer sieht warum dies eine nicht sehr effiziente Implementierung der dividierten Differenz bedingt und gerne etwas eleganter programmieren möchte, kann auch einen etwas veränderten Funktionskopf benutzen.

d) Testen Sie, ob Ihre Programme die Werte aus der Aufgabe 2 reproduzieren.

## Allgemeine Hinweise

Bitte die Hinweise auf der Homepage zu den Übungszetteln durchlesen!